ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 2

28.06.2006.

PITANJA IZ TREĆEG CIKLUSA NASTAVE

1. [**3 boda**] Naći rješenje diferencijalne jednadžbe

$$xyy' = y^2 - x^2$$

koje zadovoljava uvjet $y(1) = \sqrt{2}$.

2. [**2 boda**] Naći krivulje koje sijeku familiju krivulja $y = Ce^x$ pod pravim kutem.

3. [**2 boda**] Naći opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' + y\,\mathrm{tg}x = 2\cos^2 x.$$

4. [**2 boda**] Naći opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$(2x + y + 1)\,dx + (x + 2y)\,dy = 0.$$

5. [**3 boda**]

a) Za koji $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ postoji singularno rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y = axy' + \frac{1}{2}(y')^2.$$

b) Za takav a naći opće rješenje jednadžbe iz a) dijela zadatka.

6. [**3 boda**] Supstitucijom $y = e^{\int z(x)\,dx}$ riješiti diferencijalnu jednadžbu

$$y\,y'' - 2(y')^2 - y^2 = 0.$$

7. [**2 boda**] Naći rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y''' - y'' = 0$$

koje zadovoljava uvjete

$$y(0) = y'(0) = 1, \quad y''(0) = 2.$$

8. [**3 boda**] Naći opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' + y = \mathrm{ctg}x.$$

PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

9. [**3 boda**] Naći područje konvergencije i ispitati konvergenciju na rubovima područja za red

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n} \ .$$

10. [**3 boda**]
a) Zadane su točke $T_1(1,0,2)$, $T_2(2,1,3)$ i ravnina

$$\pi \ldots 2x + y + z - 12 = 0.$$

Naći probodište pravca p, koji prolazi kroz točke T_1 i T_2, s ravninom π.
b) Odrediti kosinus kuta

$$\varphi = \sphericalangle(\overrightarrow{T_1T_2}, \vec{n}),$$

gdje su T_1 i T_2 točke iz a) dijela zadatka i $\vec{n}$ je normala na ravninu π.

11. [**3 boda**] Zadana je funkcija $u = x^2 - y^2 - z^2$. Točke u kojima je gradijent funkcije u okomit na radijvektor $\vec{r}$ točke $T(x,y,z)$ tvore plohu. Napisati jednadžbu te plohe i skicirati je u $OXYZ$ sustavu.

12. [**3 boda**]
a) Napisati definiciju parcijalne derivacije $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ funkcije $z = f(x,y)$ u točki $T_0(x_0, y_0)$.
b) Naći i ispitati lokalne ekstreme funkcije

$$f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4.$$

13. [**3 boda**] Naći opće rješenje linearne diferencijalne jednadžbe

$$y' + p(x)y = q(x).$$

Napomena: Vrijeme pisanja je **150 minuta**.