Gimnazija Kranj

OSNOVE KLASIČNE IN MODERNE FIZIKE

JURE ŽALOHAR

Kranj, 2003

Kazalo

-

FIZIKA 1. DEL

OSNOVNI POJMI IN KONCEPTI MEHANIKE

Poglavje 1

Merjenje fizikalnih količin

1.1 Fizikalne količine

Fizikalni pojavi, ki jih lahko merimo *par excellence*, predstavljajo danes najnatančnejše in najbolbolj izdelano področje znanosti, kjer uporabljamo merske metode in matematično analizo. V naravi obstajajo pojavi, ki jih lahko neposredno izmerimo in izrazimo s številkami. Druge znanosti so prešle h kvantnitativnemu opisovanju narave šele relativno pozno.
Danes verjamemo, da je eksperiment do neke mere temelj vsakega objektivnega spoznavanja naravnih procesov. Cilj eksperimentov je ugotoviti parametre od katerih je odvisne dani naravni pojav. Te parametre imenujemo **fizikalne količine**. Tako uveden pojem fizikalnih količin kaže, da le-te niso fizikalni objekti, stanja ali procesi. To so matematične abstrakcije ki nam pomagajo pri opisovanju fizikalnih pojavov.
Prvi korak pri razumevanju fizikalnih pojavov je torej določanje parametrov, od katerih so ti pojavi odvisni. V naslednjem koraku sledi **merjenje**. Kaj je merjenje? To je primerjenje kvantitete nekega pojava z danimi istovrstnimi količinami, ki jih imenujemo **enote**. Vsako fizikalno količino torej definiramo takole:

$$fizikalna\ količina = število \times enota.$$

Tako lahko navedemo naprimer dolžino mize kot 2 m, maso človeka npr. 80 kg itd. Vedeti moramo, da v naravi niso vsi pojavi takšni, da bi jih lahko opisali na takšen način.
Najpomembnejša naloga fizike je **iskanje** zvez med količinami. Izkaže se, da nekatere fizikalne količine lahko med seboj povežemo z matematičnimi enačbami, ki izkazujejo določene **naravne zakone**. Tako naprimer silo F, ki povzroča pospešeno gibanje telesa z maso m izračunamo z enačbo $F = ma$, kjer je a pospešek telesa. Fizikalne količine med seboj povežemo na podlagi skrbnih eksperimentov, če pa ti niso možni, poskušamo o njihovi medsebojni povezanosti sklepati na podlagi teoretične **ekstrapolacije**. Vendar se izkaže, da pri ugotavljanju naravnih zakonov ne moremo slediti neki intuitivni logiki, temveč se moramo vedno nanašati na rezultate eksperimentov. Najzaneslivejši del fizike je tudi eksperimentalno dobro podprt.
Eksperiment torej kaže zakonitosti, ki povezujejo med sabo fizikalne količine. Razumljivo je, da je število fizikalnih količin tem večje, večji spekter naravnih pojavov ko želimo opisati. V mnogih primerih lahko število fizikalnih količin zreduciramo in naše vedenje prevedemo v jezik, ki zahteva manjše število teh količin. Vendar ugotovimo, da nekaterih količin ne moremo prevesti iz ene v drugo. Nekatere količine zahtevajo definicijo *a priori*. Takšne količine imenujemo **osnovne fizikalne količine**.
Osnovne fizikalne količine v fiziko ne moremo uvesti z enačbami. V nasprotju pa vse druge fizikalne količine izrazimo z osnovnimi, in sicer s pomočjo enačb. Druge fizikalne kiločine zato imenujemo **izpeljane fizikalne količine**. Vrednost neke osnovne fizikalne količine lahko ugotovimo z merjenjem. Vrednost izpeljane fizikalne količine pa ugotovimo z večkratnim merjenjem več različnih osnovnih fizikalnih količin.

1.1.1 Osnovne fizikalne količine

Naslednje vprašanje, ki se nekako ponuja samo od sebe je: Katere fizikalne količine so osnovne? Koliko je teh količin? Kar takoj povejmo, da nobena fizikalna količina ni osnovna sama po sebi. Katere fizikalne koliˇine bomo smatrali za osnovne, je odvisno od načina, kako oisujemo neko področje narave, oziroma od konvencije. Tudi število osnovnih fizikalnih količin je odvisno od našega načina opisovanja. Edina zahteva, ki jo postavimo pri tem je, da so osnovne fizikalne količine med seboj neodvisne. Število osnovnih fizikalnih količin je odvisno tudi od širine področja pojavov, ki jih želimo opisati. Bolj ko je področje široko, več fizikalnih količin potrebujemo. Vsaka razširitev področja raziskovanja na novo področje, neodvisno od prejšnjih, zahteva definiranje novih osnovnih fizikalnih količin. Če želimo opisovanje mehanskih pojavvov razširiti na električne, moramo uvesti nove količine. Današnji razvoj fizike kaže, da celotno področje fizike lahko opišemo s pomočjo naslednjih fizikalnih količin:

- 3 mehanske količine: dolžina [m], masa [kg], čas [s]
- 1 električna količina: električni tok [A]
- 1 termodinamska količina: temperatura [K]
- 1 fotometrijska količina: svetilnost [Cd]
- 1 atomistična količina: množina snovi [mol]

Definicija osnovnih fizikalnih količin in njihovih enot je odvisna od konvencije. Lahko bi izbrali druge oznake in enote, vendar so se uveljavile zgoraj naštete. Zgornje količine so prišle uradno v rabo po vsem svetu leta 1954 z nizom mednarodnih konvencij. Te količine predstavljajo mednarodni sistem enot (SI). Sam sistem pa je bil sprejet na 11. konferenci 1960 leta.

1.1.2 Definicija enot osnovnih fizikalnih količin

Meter je pot, ki jo v praznem prostoru prepotuje svetloba v 1/299 792 458 s

Kilogram je masa prakilograma. Mednarodni prakilogram je enakostraničen valj premera oziroma višine 39 mm. Sestavljen je iz 90 procentov platine in 10 procentov iridija.

Sekunda je 9 192 631 770 nihajnih časov elektromagnetnega sevanja, ki ga odda atom cezijevega izotopa ^{133}Cs pri prehodu med stanjema, na kateri je razcepljeno osnovno stanje.
Ta definicija sekunde temelji torej na fizikalnem merjenju na atomski ravni.

Amper je konstantni električni tok po dveh dolgih, ravnih in vzporednih vodnikih v razmiku enega metra, ko deluje eden izmed njiju na en meter dolg odsek drugega s silo $2{\cdot}10^{-7}$ N.

Kelvin je 273.16 del temperature trojnega stanja vode. Uporabljamo tudi **Celsiusovo temperaturno skalo**, ki jo izražamo v stopinjah Celzija. Velja $T_C = T - T_0$. $T_0 = 273.15^0$C. Mersko število v kelvinih se ne razlikuje od merskega števila v celzijih. Zato temperaturne razlike lahko izražamo v stopinjah Celzija.

Candela je svetilnost svetila v fiziološkem merilu v smeri, v kateri oddaja enobarvni svetlobni tok s frekvenco $5.4 \cdot 10^{14}$ s^{-1} s svetilnostjo v fizikalnem merilu 1/683 W/steradian.

Mol je množina snovi, ki vsebuje toliko gradnikov, kot je atomov v 0.012 kilograma ogljikovega izotopa ^{12}C. V fiziki se je uveljavila enota kmol. 1 kmol vsake snovi vsebuje Avogadrovo število delcev $N_A = 6.022045 \cdot 10^{26}$ delcev.

1.1.3 Sestavljene fizikalne količine

Iz osnovnih merskih enot lahko sestavimo vse druge fizikalne količine. In sicer jih povezujemo s pomočjo matematičnih formul. Tudi sestavljene fizikalne količine imajo enoto, ki jo izrazimo z osnovnimi enotami ali pa uvedemo novo oznako.
Iz dveh osnovnih fizikalnih količin, npr. dolžine s (m) in časa t (s), lahko kombiniramo novo količino, ki jo imenujemo hitrost v. Njene enote izračunamo takole:

$$v = \frac{s}{t} \longrightarrow [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{m}{s}$$

Podobno lahko iz mase m (kg) in pospeška a (m/s^2) izračunamo enoto za silo F:

$$F = ma \longrightarrow [F] = [m] \cdot [a] = kg\frac{m}{s^2} = N$$

To enoto zaznamujemo z Newtoni (N).
V fiziki naletimo tudi na količine brez enot. Takšna količina je npr. lomni količnik snovi n, ki pove, kakšno je razmerje med svetlobno hitrostjo v vakumu in v snovi $n = c_0/c$.

1.1.4 Decimalne merske enote

Decimalne merske enote so enote z množilnimi ali delilnimi predponami, ki jih tvorimo tako, da dodamo pred osnovno ali izpeljano enoto mednarodno predpono. Za tvorbo decimalne merske enote se sme uporabiti le ena predpona. Predpona in ime merske enote se pišeta skupaj kot ena beseda (npr. hl = hektoliter, km = kilometer)

1.1.5 Red velikosti

Zelo velika in zelo majhna števila navadno zapišemo s pomočjo potence števila 10.

Primer: $0.00023\,\text{mm} = 2.3 \cdot 10^{-4}\,\text{mm}$
Primer: $150000000\,\text{km} = 1.5 \cdot 10^{11}\,\text{m}$ razdalja med Soncem in Zemljo

Velja pravilo: če se pred potenco števila 10 nahaja število, ki je večje kot $\sqrt{10} \approx 3$, je red velikosti 10 krat večji.

Primer: Kolikšen je red velikosti mas $m_1 = 0.0016\,\text{g}$ in $m_2 = 70\,\text{t}$?

$$m_1 = 0.0016\,\mathrm{g} = 1.6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{g} = 1.6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}$$
$$m_2 = 70\,\mathrm{t} = 70 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg} = 7.0 \cdot 10^{4}\,\mathrm{kg}$$

Red velikosti mase m_1 je 10^{-6} kg, mase m_2 pa je 10^5 kg, sa je $7 > 3$.
Red velikosti navedemo, če želimo približno opredeliti tipično vrednost kake fizikalne količine.

Primer: Kolikšen je red velikosti časa, ki ga svetloba potrebuje, da prepotuje razdaljo premera Zemlje, ki znaša $2 \cdot 6378$ km?

Naloge: Hinko Šolinc str. 14 primeri P1.1 do P 1.7 in naloge 1.1 do 1.10

1.2 Napake pri merjenju in natančnost

Vrednost fizikalne količine izmerimo, pri tem pa poskušamo biti čim bolj natančni. Zaradi **slučajnih napak**, ki jih zagrešimo pri merjenju, pri večkratni ponovitvi merjenja, vsi izmerki niso enaki. Naprimer merski trak ni vedno enako napet, opazovalec ne gleda vedno pravokotno na krajišče traku, trak ni vedno popolnoma vzporeden z robom mize. To so vzroki, da pri merjenju naredimo napako. V spodnji tabeli so naštete vrednosti meritev dolžine deščice: $x_1 = 102.3$ mm, $x_2 = 102.2$ mm, $x_3 = 102.4$ mm, $x_4 = 102.1$ mm, $x_5 = 102.2$ mm in $x_6 = 102.0$ mm. Prave dolžine deščice ne poznamo, najbolje pa jo zadenemo s **povprečjem**:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = 102.2 \text{ mm}.$$

Koliko je izračunana povprečna vrednost dobljenih merskih rezultatov blizu pravi vrednosti merjene količine, je odvisno od tega, kako so posamezni merski rezultati "razmetani" okrog povprečne vrednosti. Čim bolj so posamezni izmerki "razmetani", tem slabša je natančnost merjenja. Da je natančnost merjenja razvidna že iz rezultata, navedemo **napako**. Kot napako pogosto zapišemo kar del največjega odmika. To je samo ocena, ki jo smemo navesti le z enim mestom. Pred napako zapišemo oba možna znaka, ker ne poznamo pravega znaka. Naš primer je:

$$x = \overline{x} \pm \Delta x = 102.2 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}.$$

Pravimo, da smo natančni na 2 mm. Tej napaki pravimo **absolutna napaka**.
Dostikrat navedemo **relativno napako**, ki jo definiramo z enačbo:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\overline{x}}.$$

Za naš primer je relativna napaka enaka:

$$\delta x = \frac{2mm}{102.2mm} = 0.019 = 2\%$$

Relativna napaka je število in nima merske enote! Lahko pa jo povemo v odstotkih. Z njo izrazimo **natančnost meritve**. Čim manjša je relativna napaka, tem netenčnejša je meritev.
Pri zelo vestnem ocenjevanju natančnosti meritev izračunamo **efektivni odmik**:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2.$$

Z verjetnostjo približno $\frac{2}{3}$ naletimo na izmerek med $\overline{x} - \sigma$ in $\overline{x} + \sigma$. Z verjetnostjo 0.95 naletimo na izmerek med $\overline{x} - 2\sigma$ in $\overline{x} + 2\sigma$. Izid merjenja navedemo kot:

$$\overline{x} \pm \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma.$$

Po vsem tem uvidimo, da ima v fiziki enačaj nekoliko drugačen pomen kot v matematiki. Količini, ki ju povezuje enačaj, sta v matematiki popolnoma enaki. To pomeni, da se ujemata v vseh mestih, tudi v tistih, ki jih morda ne zapišemo. Seveda lahko v matematiki določimo vsako število, na primer 4, $1/2\ \pi$, na toliko mest, kolikor jih želimo. V fiziki pa se količini, ki ju povezuje enačaj ujemata le v okviru natančnosti, s kateo sta bili izmerjeni. Pri natančnosti na 1 % se ujemata merski števili le na prvih dveh ali treh mestih.

Primer: En primer za računanje efektivnega odmika.

Pri zapisovanju rezultatov moramo upoštevati, koliko mest je zaradi napake smiselno pisati. **Zanesljiva mesta** posredno opozarjajo na napako. Naprimer, da imamo rezultat podan v obliki:

$$x = 3.0.$$

Ta rezultat ima dve zanesljivi mesti: 3 in 0. Njegova napaka pa je približno 0.05, torej:

$$3.0 \longrightarrow \text{med } 3.00 - 0.05 \text{ in } 3.00 + 0.05.$$

Pogosto pa vzamemo, da je zadnje mesto nezanesljivo kvečjemu za nekaj enot.

1.3 Računanje z napakami

Z izmerjenimi vrednostmi fizikalnih količin dostikrat računamo kako drugo fizikalno količino. Ker so vrednosti količin, ki jih uporabljamo v računu nenatančne, je nenatančen tudi rezultat računa.Krajši račun pokaže, da veljata dve pravili:

- Pri seštevanju ali odštevanju fizikalnih količin se absolutne napake posameznih količin seštevajo. Absolutna napaka vsote ali razlike več količin je enaka vsoti absolutnih napak posameznih količin. (Primer: Razdalja: Kranj - Medvode - Ljubljana)

- Pri množenju ali deljenju fizikalnih količin se seštevajo relativne napake. Relativna napaka produkta ali kvocienta dveh fizikalnih količin je vsota relativnih napak posameznih količin. (Primer: Površina mize)

Primeri: Kladnik str. 22: dva primera a računanje z relativnimi napakami.
Primer: Kladnik str. 24: računanje hitrosti.
Naloge: Kladnik str. 24: naloge 1 - 9
Naloge: Hinko Šolinc str. 19 primeri od P 2.1 do P 2.6 in naloge od 2.1 do 2.7

1.4 Diagrami

V fiziki se pogosto zanimamo za količine, ki so odvisne od drugih količin. Tako spoznamo povezave med količinami in se dokopljemo do zakonov. Povezavo med npr. dvema količinama lahko ponazorimo v obliki **preglednice** ali npr. v obliki **diagrama**.
Diagram je risba, ki pokaže povezavo med fizikalnima količinama. Je manj natančen kot preglednaica, toda bolj pregleden. Povezavo med fizikalnima količinama ponazorimo s krivuljo, ki ji poskušamo prirediti enačbo.

Primeri: Kakšna so pravila za risanje grafov? Nariši grafe preprostih funkcij: $y = x$, $y = 2x$, $y = -3x$, $y = kx + n$ $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$. Preprosti fizikalni primeri: $s = \frac{1}{2}at^2$ in $F = \frac{k}{r}$.
Linearizacija grafa: Lineariziraj graf funkcije $s = \frac{1}{2}at^2$.

Poglavje 2

Statika

2.1 Sile: splošno o silah

2.1.1 Osnovna spoznanja: učinek sile

Pojem sile smo v fiziko uvednli iz vsakodnevnega življenja. Kljub temu se pomen tega pojma v fiziki močno razlikuje od običajnega. Če vržemo kroglico, raztegujemo vzmet, zaustavimo rotirajoče se kolo ali če stopimo na nogometno žogo, govorimo, da na ta telesa delujemo s silo. Ugotovimo torej da:

- sila lahko spremeni način gibanja nekega telesa,
- sila lahko spremeni obliko teles, oziroma povzroči deformacijo telesa, zaradi česar se v telesu pojavijo določene napetosti.

V prvem primeru govorimo o *dinamičnem*, v drugem pa o *statičnem* delovanju sile.

2.1.2 Sila kot vektor

Kako si predstavljamo delovanje sile na telo? **prijemališče in smer sile**
Sila je vektor!
Predpostavimo torej, da je sila vektor. Zato lahko govorimo o **velikosti sile** in o **smeri sile**

Sili sta **enaki**, če imata isto velikost in isto smer. Če imata sili isto velikost vendar nasprotno smer, pravimo, da sta sili **nasprotno enaki**.

2.1.3 Seštevanje in odštevanje sil

Na telesa v naravi pogosto deluje več sil hkrati. Kakšen je učinek vseh teh sil? Kako opišemo rezultat delovanja več sil hkrati. Izkušnje nas učijo, da delovanju neke sile lahko nasprotujemo z nasprotno enako silo. Če nekdo želi premakniti neko telo v levo , tako, da na to telo deluje s silo F_1, mu to lahko preprečimo, tako, da na telo delujemo z nasprotno enako silo $F_2 = -F_1$. Kaj pa če delujemo na telo s silo v isti smeri kot F_1?
Vidimo, da vzporedne sile lahko **seštevamo**. Lahko jih tudi odštevamo. Enako velja tudi za seštevanje poljubnih sil, le da moramopri tem upoštevati vektorska pravila seštevanja. Pogosto si pri seštevanju in odštevanju sil pomagamo s sliko - tak postopek imenujemo **grafično seštevanje in odštevanje sil**.

Primeri: Kladnik str. 79, primer s konji
Primeri: Kladnik str. 77 - 78, grafično seštevanje in odštevanje sil

Matematično seštevanje in odštevanje sil. Ker nas grafično seštevanje in odštevanje sil na tem mestu ne zanima preveč, se raje posvetimo vprašanju, ali lahko sile odštevamo in seštevamo tudi matematično. V ta namen se moramo vprašati, kako matematično sploh zapišemo vektor?Sile niso preproste skalarne količine, temveč imajo smer in velikost. Silo moramo torej zapisati tako, da na nek način podamo in njeno smer in velikost. Kako to storimo? Uvedemo kartezični koordinatni sistem. Vektor zapišemo tako, da navedemo koordinati točke proti kateri kaže vektor od izhodišča:

$$\vec{F} = (Fx, Fy).$$

Pravimo, da ima sila **dve komponenti**: x - komponento in y - komponento. Dolžino vektorja oziroma velikost izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$||\vec{F}|| = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}.$$

Primer: Izračunaj velikost sile, $\vec{F} = (2\mathrm{N}, 5\mathrm{N})$.

Sedaj se lahko vprašamo, kako matematično seštejemo in odštejemo dve sili. Izkaže se, da je odgovor dokaj preprost. Dve sili seštejemo tako, da seštejemo njuni x komponenti in y komponenti:

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_{1x} + F_{2x}, F_{1y} + F_{2y}).$$

Podobno pri odštevanju:

$$\vec{F_1} - \vec{F_2} = (F_{1x} - F_{2x}, F_{1y} - F_{2y}).$$

Primer: Setej in odštej sili $\vec{F_1}$ =(5 N, 6 N) in $\vec{F_2}$ =(-1 N, 2 N).

Sile in kotne funkcije. V prejšnjem odstavku smo smer sile podali z dvema komponentama F_x in F_y. Na tak način povemo kakšna je smer sile in kakšna je njena velikost. Dostikrat pa nas zanima naprimer, kakšna je velikost sile in kakšen kot sila oklepa z npr. x ali y osjo. Pri tem si pomagamo z dobrodošlo iznajdbo matematikov - kotnimi funkcijami.
Konstruiramo pravokotni trikotnik. Hipotenuzo označimo z c, stranici pa z x in y. Kot α je kot med stranico x in hipotenuzo. Kotne funkcije so definirali, kot neka števila s katerimi lahko izračunamo stranici x i y, če naprimer poznamo hipotenuzo c in kot α:

$$x = c\cos\alpha, \tag{2.1}$$
$$y = c\sin\alpha, \tag{2.2}$$
$$y = x\tan\alpha. \tag{2.3}$$

Stranico x, ki leži poleg kota (**priležna kateta**) izračunamo s pomočjo funkcije kosinus. Kotu nasprotno stranico y pa izračunamo s pomočjo funkcije sinus. Kotne funkcije uporabimo pri izračunu smeri sil, in sicer tako, da sile razstavimo na komponente in uporabimo primeren pravokotni trikotnik, ki ima kateti F_x in F_y ter hipotenuzo F.

Primera:

- Kakšen kot oklepa sila $\vec{F}$ =(5 N, 3 N) z osjo x in y? Kakšen kot pa oklepa sila $\vec{F}$ =(-2 N, -5 N)?
- Kakšne so koordinate sile, ki je dolga 6 N in oklepa z osjo x kot 55^0?

Primeri in naloge: Razstavljanje sil na komponente: Šolinc str. 113

2.2 Vrste sil

Izkušnje v vsakodnevnem življenju nas učijo, da se je treba telesa najprej dotakniti, če želimo naj delovati z neko silo. Po drugi strani pa vemo tudi, da gravitacija deluje na telesa z gravitacijsko silo, ne dabi se jih npr. Zemlja kakorkoli dotaknila. V naravi obstoječe sile lahko grupiramo v vsaj dva razreda:

- Sile na dotik,
- sile na daljavo.

Pogosto govorimo tudi o **notranjih in zunanjih silah**. Te sile ne predstavljajo kake posebne vrste sil. O zunanjih silah govorimo takrat, ko deluje neka sila od zunaj na naš sistem opazovanja. V nasprotju so notranje sile tiste, ki delujejo med samimi gradniki sistema opazovanja. Kot zgled vzemimo nogometno žogo. Sila s katero nogometaš žogo brcne je zunanja sila. Vendar sile delujejo tudi znotraj žoge. Recimo stisnjen zrak v notranjosti žoge pritiska na stene žoge in jo tako napihuje. Ta sila je notranja sila.

Primer za notranje in zunanje sile: Kladnik str. 82 nalogi 1-2

2.2.1 Sile na daljavo

Telesa torej lahko delujejo drug na drugega na daljavo. Vprašanje, kako je to mogoče je iz teoretičnega vidika zelo zapleteno in še danes ni povsem rešeno. Delovanja sil na daljavo na tej stopnji še ni mogoče razumeti. Povejmo pa naslednje. Danes so znane v naravi štiri sile med osnovnimi delci.

- gravitacijska sila,
- električna in magnetna sila - elektromagnetna sila
- šibke sile (npr. pri β razpadu - radioaktivnost),
- močne sile (držijo nukleone v jedru skupaj)

Zaenkrat se omejimo le na gravitacijski privlak. Ta je posebej očiten med astronomskimi telesi: npr. med Soncem in Zemljo, Luno in Zemljo itd. Gravitacijski privlak povzroči tudi, da telesa padejo na zemljo, če jih vržemo v zrak. Zemlja torej privlači telesa s silo, ki ji rečemo **teža**.
Izkušnje nas učijo, da je pri homogenih telesih teža premosorazmerna s prostornino teles oziroma z njihovo maso:

$$F_g = \sigma V$$

oziroma

$$F_g = konst \cdot m = g \cdot m.$$

Koeficient σ je *specifična teža* z enoto $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^3}$, koeficient g je gravitacijski pospešek, ki znaša $9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

2.2.2 Sile na doltik

Druga vrsta sil so sile, ki delujejo med telesi, ki se med seboj dotikajo. Če se telesi dotikata, delujeta lahko drugo na drugega z neko silo. V tem primeru je sila med telesoma porazdeljena po ploskvi. Na vsakem delu stične ploskve deluje del sile.

Tlak in strižna napetost: običajno si mislimo silo, ki deluje naprimer med roko in mizo pod kotom α razdeljeno na dve komponenti. Ena komponenta je pravokotna na mizo: $F_\perp$ in drugo, ki je z mizo vzporedna $F_\|$. Drugo silo pogosto imenujemo **strižna sila** ali tudi tangencialna sila. V skladu z definicijo kotnih funkcij velja:

$$F_\perp = F \sin \alpha,$$

$$F_{\parallel} = F\cos\alpha.$$

Pravokotna komponenta je seveda sila, s katero roka pritiska ob podlago. Podlaga, v tem primeru miza se tej sili upira z nasprotno enako silo N, ki jo imenujemo **normalna sila**. Velja tole:

$$N = F_{\perp},$$

$$\vec{N} = -\vec{F}_{\perp}.$$

Sili sta si namreč nasprotno enaki.
Sile med telesi so običajno porazdeljeni po neki ploskvi S. Uporabna količina, ki jo lahko vpeljemo na tem mestu je tlak:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Enota za tlak je N/m^2 ali tudi Paskal Pa. Pogosto uporabljamo še enoto bar, ki je 10000 Pa.
Vsaka komponenta sile, naj bo to $F_{\perp}$ ali $F_{\parallel}$ povzroča na mizo sebi pripadajoč tlak. Pravokotna komponenta povzroča t.i. **normalno napetost**:

$$\sigma_n = \frac{F_{\perp}}{S},$$

strižna sila pa t.i. **strižno napetost**:

$$\tau = \frac{F_{\parallel}}{S}.$$

Primer: Sila roke naj bo enaka 10 N pod kotom 20 stopinj glede na mizo. Stična ploskev naj bo enaka 10 cm^2. Izračunaj normalno in strižno napetost.

Trenje in lepenje Trenje in lepenje sta posebni vrsti sil na dotik, ki sta v vsakodnevnem življenu še kako pomembni. Če ne bi bilo trenja, bi telesa nemoteno drsela, nič ne bi bilo statičnega. Sila trenja preprečuje nemoteno drsenje teles.
S preprostim eksperimentom lahko ugotovimo, da obstajata v resnici dve vrsti trenja:

- statično trenje - lepenje med mirujočimi telesi,
- kinematično trenje - trenje med gibajočimi se telesi.

Obe vsrsti trenja sta odvisni od **kvalitete stične površine**. S preprostim eksperimentom se lahko prepričamo, da v obeh primerih veljata podobni enačbi:

$$F_l = k_l N,$$

$$F_{tr} = k_{tr} N.$$

Tu sta k_l in k_{tr} koeficienta **lepenja** in **trenja**. N pa je normala. Najpogosteje imata koeficienta lepenja in trenja vrednosti manjše od 1, velja pa še

$$k_l > k_{tr}.$$

Primer: S kolikšno silo moramo potegniti telo z maso 1 kg po mizi, da zdrsne. Koeficient lepenja je enak 0'6. S kolikšno silo pa moramo vleči telo po mizi, če je koeficient trenja enak 0'5?
Naloga: Na lahko klado zanemarljive mase pritisnemo s silo 20 N pod kotom 30 stopinj. Koeficient lepenja je 0'6. Ali klada zdrsne?

Elastična sila V zvezi s silami na dotik nam je ostal še en pomemben primer - elastična sila. Znana je vsem. Če delujemo na elastiko z neko silo, se ta raztegne in to tem bolj, z večjo silo, ko delujemo nanjo. Elastično silo lahko ponazorimo tudi z **elastično vzmetjo**. Zanima nas zveza med **raztezkom** in pa **silo** s katero obremenujemo vzmet. Preprost poskus pokaže, da približno velja enačba:

$$F = ks,$$

kjer je k **elastična konstanta vzmeti**, s pa je raztezek vzmeti. Enota zanjo je N/m ali N/cm.

Primer: S kolikšno silo moramo obremeniti vzmet s konstanto 3 N/cm da se raztegne za 10 cm?
Primer: Za koliko se raztegne zgornja vzmet, če jo obremenimo s silo 30 N?

2.3 Ravnovesje teles

V dosedanjem razmišljanju o silah smo se vprašali najprej po njenih lastnostih, nato pa še, kakšna pravila veljajo pri računanju z njimi. Ugotovili smo, da dve ali več sil lahko seštejemo. Vsoto imenujemo rezultanta, ki je neka sila, katere delovanje je enako skupnemu delovanju prvotnih sil, ki delujejo na telo. V tem poglavju se zanimamo za tiste primere statike, kjer je rezultanta vseh sil, ki delujejo na telo, enaka nič. V tem primeru pravimo, da se delovanje vseh sil **kompenzira**. Telesa so v tem primeru v **ravnovesju**.

2.3.1 Vrste ravnovesja

Predno se lotimo podrobnejše analize ravnovesja, povejmo, kakšne vrste ravnovesij poznamo. V pomoč nam bo stožec, ki ga na mizo lahko položimo na tri različne načine (slika!).

- **stabilno ravnovesje:** v primeru, ko telo nekoliko izmaknemo iz ravnovesja, delovanje sile povzroči, da se telo vrne v prvotno ravnovesno lego
- **labilno ravnovesje:** ko telo izmaknemo iz ravnovesne lege, sila telo le še dodatno sili v bolj neravnovesno lego
- **indiferentno ravnovesje:** Premik telesa ne vpliva na ravnovesje

V naravi imamo vedno opraviti z enim izmed omenjenih vrst ravnovesja.

2.3.2 Matematični opis ravnovesja

Spomnimo se primera klade na mizi. Na klado delujeta dve sili: sila teže F_g, ki sili telo navzdol, ter sila normale (podlage) N, ki je nasprotno enaka sili teže:

$$\vec{N} = -\vec{F}_g.$$

Opazovanje eksperimenta in podobnih situacij v vsakodnevnem življenju pove, da je v tem primeru klada v ravnovesju. Iz zgornje enačbe dobimo še:

$$\vec{F}_g + \vec{N} = 0$$

Vidimo, da je klada v ravnovesju takrat, ko je vsota vseh sil, ki delujejo nanjo, enaka nič.
Drug podoben zgled je naprimer **vlečenje vrvi**. Moštvo A vleče vrv na levo s silo F_A. Moštvo B pa vrv vleče proti desni s silo F_B. Praksa uči, da zmaga tisti, ki vrv potegne močneje, torej z večjo silo. V primeru, če obe moštvi vlečeta z nasprotno enakima silama:

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B,$$

ne zmaga nobeno moštvo. Vrv in s tem tudi moštvi sta v nekakšnem ravnovesju.
Zgornje ugotovitve lahko strnemo v pravilo, ki ga imenujemo **1. Newtonov zakon**:

- Če je vsota vseh sil, ki delujejo na telo enaka nič, potem telo miruje ali se giblje premoenakomerno.

V primeru, ko telo miruje, pravimo, da je telo v ravnovesju. Pomen 1. Newtonovega zakona je sicer nekoliko globji, kot smo to sedaj sposobni dojeti in dopušča tudi premoenakomerno gibanje. S tem se bomo še ukvarjali v Dinamiki.

1. Newtonov zakon zapišimo sedaj še z enačbo. Imejmo neko telo, na katerega delujejo tri sile $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ in $\vec{F}_3$. Vse sile lahko zapišemo v vektorski obliki:

$$\vec{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y}),$$
$$\vec{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y}),$$
$$\vec{F}_3 = (F_{3x}, F_{3y}.$$

Po definiciji je rezultanta vsota vseh sil:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

Vstavimo zgornji zapis sil v enačbo za rezultanto in dobimo:

$$\vec{R} = (F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}, F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}) = (0, 0).$$

Očitno velja:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0,$$
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0.$$

Te enačbe imenujemo **prvi ravnovesni pogoj**. V praksi nam pri računaju sicer koristijo, vendar je smiselno pogoje ravnovesja nekoliko poenostaviti. Pogosto razdelimo problem na dve smeri: navpično smer in horizontalno smer. Pri tem upoštevamo, da v ravnovesju velja:

- v horizontalni smeri: vse komponente, ki delujejo v levo, morajo biti skupaj enake vsoti komponent, ki delujejo v desno
- v vertikalni smeri: vse komponente, ki delujejo navzdol, morajo biti po velikosti skupaj enake vsoti komponent, ki delujejo navzgor

Taka predstava nam pogosto olajša razumevanje problema.

Predno se lotimo konkretnih zgledov, si oglejmo še eno pomembno dejstvo povezano s silami. Spomnimo se klade na mizi. Ugotovili smo, da klada na mizo deluje s svojo silo teže F_g. Hkrati miza deluje na klado z nasprotno enako silo

$$\vec{N} = -\vec{F}_g.$$

V tem primeru je delovanje obeh teles - mize in klade - vzajemno. Podrobnejše opazovanje pojavov v naravi pokaže, da je delovanje teles vzajemno v vseh primerih, brez izjeme. To dejstvo strnemo v **3. Newtonovem zakonu**:

- Če deluje eno telo na drugo telo z neko silo, potem tudi drugo telo deluje na prvo telo z nasprotno enako silo.

Z enačbo zapišemo ta zakon takole. Imejmo telo 1 in telo 2. Sila s katero telo 1 deluje na telo 2 naj bo F_{12}. Sila s katero drugo telo deluje na prvo pa naj bo F_{21}. Potem velja:

$$\vec{F}_{12} = -F_{21}.$$

Primeri: Kladnik str. 91, Pritrjen balon, utež na vrvi, viseča svetilka
Naloge brez trenja: Kladnik str. 94, naloge 1-9
Dva primera s trenjem: Kladnik str. 100
Ravnovesje s trenjem: Kladnik str. 103, naloge 1-14
Primeri: Šolinc str: 121 do 139

2.4 Navori

2.4.1 Definicija navora

Pri obravnavi sil smo videli, da sile lahko telesa deformirajo ali pa se telesa zaradi njih začnejo gibati. Pri tem smo imeli v mislih bodisi premoenakomerno, krivo ali kako drugače pospešeno gibanje. Gibanje vsakega telesa pa lahko opišemo kot superpozicijo translacijskega gibanja in rotacije. Žoga, ki jo nogometaš brcne se lahko giblje tako, da se pri tem ne vrti, lahko pa žogo brcnemo tudi tako, da se pri tem začne bolj ali manj hitro vrteti. V obeh primerih delujemo na žogo s silo. Toda kakšna je razlika med delovanjem sile v primeru, ko se žoga ne začne vrteti in v primeru, ko se žoga začne vrteti. Odgovor na to vprašanje nas bo privedel do pojma **navora**.
Poglejmo si preprost primer tehtnice....

S poskusom pridemo do ugotovitve, da je tehtnica v ravnovesju, če za sili, ki delujeta na nasprotnih straneh velja enačba:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2.$$

Količino Fr imenujemo **navor sile**. Pri tem štejemo navor kot pozitiven, če se telo začne vrteti v smeri urinega kazalca in kot negativen, če se telo začne vrteti v nasprotni smeri urinega kazalca. **Celoten navor** je vsota vseh navorov:

$$M = \sum M_i = \sum F_i r_i.$$

V našem prejšnjem primeru je bil celoten navor

$$M = F_1 r_1 - F_2 r_2.$$

Vidimo, da je telo v ravnovesju takrat, ko je vota vseh zunanjih sil enaka nič in ko je vsota vseh navorov, ki jih povzročajo te sile enaka nič. Z enačbo zapišemo to takole:

$$\sum \vec{F}_{x,i} = 0 \qquad \sum F_{y,i} = 0 \qquad \sum M_i = 0. \tag{2.4}$$

Zadnja enačba se imenuje **drugi ravnovesni pogoj**.

Razumevanje navorov je pomembno za razumevanje ravnovesij teles. Zanima nas ali na velikost navora vpliva le velikost sile ali tudi njena smer?

Nadaljevanje poskusa z tehtnico in z silomerom Pridemo do ugotovitve, da na navor vpliva le pravokotna komponenta sile. Pomagamo si lahko tudi z kroglico, ki se vrti okrog lastne osi... Velja torej

$$M = Fr \sin\alpha.$$

Produkt $r \sin\alpha$ imenujemo tudi **ročica** sile, njen geometrijski pomen pa je potrebno prikazati s pomočjo slike! (Hribar str.54 - nova knjiga, slika 4.2)

Glede na zgornjo ugotovitev sklepamo, da je navor vektor. In sicer velja:

$$M = \vec{r} \times \vec{F},$$

kjer se s simbolom $\vec{r} \times \vec{F}$ označuje novi vektor, katerega velikost je $rF \sin\alpha$, smer pa je pravokotna na ravnino $\vec{r}, \vec{F}$ in dana s pravilom **desnega vijaka**. Geometrijski pomen vektorskega produkta $\vec{r} \times \vec{F}$ je površina paralelograma, katerega stranici sta vektorja $\vec{r}$ in $\vec{F}$.

Zakaj je navor vektorska količina? Odgovor se glasi: zato, ker se navor obnaša kot vektorska količina. Na primer, kako seštevamo navore? Ali kot skalarje ali kot vektorje? Vzemimo naprimer dve sili F_1 in F_2, ki sta enako veliki in pravokotni ena na drugo in hrati pravokotni na ročico. Če bi navore seštevali kot skalarje bi bila vsota enaka $2Fr$. Toda delovanje obeh sil lahko nadomestimo z delovanjem rezultante, katere velikost pa znaša $\sqrt{2}Fr$ Navorov torej ne smemo obravnavati kot skalarne količine.

Primeri in naloge: Kladnik str. 117-118-119 primera 1 in 3
Naloge: Kladnik str. 125-127, naloge 1-11

2.4.2 Merjenje navora

Navor merimo s torzijsko tehtnico. Kot merilo za velikost navora nam služi njen zasuk. Velja

$$M = D\phi,$$

kjer je D **sučna konstanta vzmeti**. Za torzijsko tehtnico uporabimo spiralno vzmet pritrjeno na podlago ali pa napeto na prožno žico. Enota za konstanto D je

$$[D] = \frac{[M]}{[\phi]} = \mathrm{Nm}/\,^0.$$

2.4.3 Težišče

Hkratno delovanje večih sil na telo se lahko zamenja z delovanjem ene sile, ki jo imenujemo rezultanta. V tem poglavju se bomo omejili na posebne primere, ko na telo deluje več vzporednih sil. En tak primer je npr. teža, ki deluje na vse delčke telesa v smeri navzdol. V praksi težo telesa nadomestimo z eno samo silo, ki ima prijemališče v **težišču**. Zato nas zanima, kje je težišče telesa.

Pri izračinu lege težišča si pomagamo z naslednjim izračunom. Predpostavimo, da je telo vpeto v neko os, okrog katere se lahko vrti. Telo se zasuka tudi zaradi svoje teže. Teža torej povzroča nek navor, ki je enak navoru zaradi teže vseh majhnih delčkov telesa.

Celotna teža telesa znaša

$$F_g = m_1 g + m_2 g + ...$$

njen navor pa je okrog izhodišča koordinatnega sistema

$$M = m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + ...$$

Ta je enak, kot če uporabimo rezultanto teže in dobimo

$$M = F_g x_t = m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + ...$$

Od tod sledi za koordinato x_t težišča:

$$x_t = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}.$$

Enako dobimo za koordinato y_t:

$$y_t = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}.$$

Glede na povedano, lahko določimo težišče tudi eksperimentalno. Telo obesimo in ga postimo, da preide v ravnovesje. Težišče mora biti točno pod točko, kjer smo telo obesili, to je na vertikali od te tečke - **težiščnica**. Telo obesimo še v drugih točkah in konstruiramo pripadajoče vertikale. Težišč telesa je v presečišču teh premic. (SLIKA!)

Primeri: Kladnik: Primeri na strani 118 in 120.
Naloge: Kladnik str. 178, naloge 5,6,7
Naloge: Šolinc str. 107

2.4.4 Navor dvojice sil

Dve enaki vzporedni sili, ki delujeta v nasprotni smeri vzdolž premic, ki sta medsebojno razmaknjeni za d imenujemo **dvojica sil**. Ta primer je posebno pogost v praksi npr. pri rotaciji težkih rotorjev,pri kotaljenju itd. Ta primer je edini primer, kjer se delovanje dveh sil ne more zamenjati z delovanjem rezultante.

SLIKA: Cindro str. 128
Ročica prve sile je x_1, ročica druge pa je x_2. Rezultanta obeh sil je

$$F_1 - F_2 = 0.$$

Navor prve sile je

$$M_1 = F_1 x_1$$

in navor druge sile je

$$M_2 = F_2 x_2.$$

Celoten navor je razlika navorov

$$M = (x_2 - x_1)F = dF.$$

PAZI NA PREDZNAK!

Če želimo, da se telo le vrti, ne da bi se težišče kakorkoli pospeševalo, moramo nanj delovati z dvojico sil.

Poglavje 3

Kinematika

3.1 Gibanje

Ena najbolj enostavnih sprememb telesa je sprememba njegove lege. Takšno spremembo imenujemo **gibanje**.

Kje se srečujemo z gibanjem?

Poskušali bomo ugotoviti, kaj je pri vseh teh oblikah gibanja skupnega. Ta del mehanike bomo imenovali **kinematika** po grški besedi *kinema = gibanje, premik.*

Kdaj se telo giba? Ko menja svoj položaj glede na **referenčni sistem**. Referenčni sistem sestoji iz teles v okolici gibajočega se telesa.

Ali obstaja absolutni referenčni sistem? Ugotovimo, da ne obstaja in da je vsako gibanje **relativno**.

3.2 Grafično prikazovanje gibanja

3.2.1 Pot kot vektor

Preučimo gibanje materialne točke, npr. lokomotive. Merimo njeno razdaljo od postaje in čas. Na absciso nanašamo čas, na oordiato pa nanašamo pot. **Iz grafa se mora videti, kdaj lokomotiva miruje, kdaj se giblje.**

Kdaj je pot pozitivna in kdaj negativna

Preučimo premoenakomerno gibanje:

- Najprej se premaknemo iz izhodišča v to"ko $x = 2$. Potem se premaknemo iz te točke v točko $x = 5$. V prvem primeru je pot
$$s = x_{končni} - x_{začetni}$$
enaka
$$s = x_1 - x_0 = 2.$$
V drugem primeru pa je pot
$$s = x_2 - x_1 = 3.$$
- Sedaj se premaknemo iz izhodišča v točko $x_k = -3$. Pot je v tem primeru
$$s = x_{končni} - x_{začetni} = -3 - 0 = -3.$$

Na podlagi tega zgleda ugotovimo, da je **pot vektor**. Ima namreč svojo smer in velikost.

Primer: Premaknemo se iz točke $x_z = (1, 1, 1)$ v točko $x_k = (10, -2, 4)$. Kakšna je pot?

3.2.2 Hitrost; srednja in trenutna hitrost

Čeprav je hitrost količina, ki smo jo navajeni uporabljati v vsakodnevnem življanju, natančno razmišljanje postavlja očitne probleme.

Zenonov paradoks: znan že v času starih Grkov. Ahil teče 10× hitreje kot želva, ki ima prednost 100 m. Ko Ahil preteče teh 100 m se želva premakne za 10 m. Ko Ahil preteče še 10 m se želva premakne za 1 m. Ko Ahil preteče še ta en m se želva premakne za 1 dm in tako **ad infinitum**.

Povprečna hitrost Gledamo primer, kjer avto pride iz kraja A v kraj B v razdalji 80 km v času 1 h. Rečemo, da ima povprečno hitrost:

$$\text{povprečna hitrost} = \frac{\text{opravljena pot}}{\text{pretečeni čas}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

1. Primer: Kladnik str. 31: 1. primer
2. Primer: Kladnik str. 32, 2. primer
2. Primer: Kladnik str. 33-34 Sta dva primera eden z avtom, drugi s kolesom.

Pot je razdeljena na odseke s_1, s_2 itd, ki so dolžine posameznih etap pri kolesarski dirki. Velja

$$s = s_1 + s_2 + ...$$

Poznamo povprečne hitrosti na posameznih odsekih: v_1, v_2, itd. Zanima nas povrečna hitrost $\overline{v}$ na celotni poti s.

Npr. Avto vozi prvo uro s povrečno hitrostjo $v_1 = 60$km/h, drugo uro pa s povrečno hitrostjo $v_2 = 40$ km/h. Kolikšna je povprečna hitrost? Rezultat je 50 km/h.

Trenutna hitrost Že v prejšnjem odstavku smo videli, da se telesa gibljejo približno s konstantno hitrostjo na posameznih odsekih. Če so ti odseki zelo kratki (namesto Δ pišemo d) govorimo o **trenutni hitrosti**. Torej

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

3.3 Pospešeno gibanje

Vsakodnevno življenje uči, da se telesom pri gibanju **hitrost spreminja**. Naj bo hitrost telesa ob času t_1 enaka v_1, včasu t_2 pa naj bo enaka v_2. **Pomembna je sprememba hitrosti v časovni enoti. Pospešek zato definiramo takole**:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Ponovimo kakšna je enota za pospešek.

Pospešek je lahko **pozitiven** ali **negativen** . Negativen pospešek se imenuje **pojemek ali retardacija**. Premoenakomerno gibanje **s konstantnim pospeškom** pa se imenuje **enakomerno pospešeno gibanje**. Primer takšnega gibanja je prosti pad.

3.3.1 Enakomerno pospešeno gibanje

Gibanje je enakomerno pospešeno, če se pospešek s časom ne spreminja:

$$a = \text{konst.}$$

Narišemo, kako izgleda graf $v(t)$.

Zanima nas kako se hitrost spreminja s časom. Velja:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_k - v_z}{\Delta t} \qquad \text{ali}$$

$$v_k = v_z + a\Delta t.$$

Primer: Kladnik str. 38 - dva primera

Zanima nas tudi, kako se spreminja **pot** s časom pri enakomerno pospešenem gibanju. Pri enakomernem gibanju napravi telo v času Δt pot $v\Delta t$. Pri enakomerno pospešenem gibanju pa je potrebno upoštevati, da se hitrost spreminja in je potrebno vzeti **povprečno hitrost**, ki je

$$\overline{v} = \frac{v_z + v_k}{2} = \frac{v_z + (v_z + a\Delta t)}{2} = \frac{2v_z + a\Delta t}{2} = v_z + \frac{a\Delta t}{2}.$$

V tem času napravi telo pot

$$\Delta s = \overline{v}\Delta t = (v_z + \frac{1}{2}a\Delta t)\Delta t = v_z\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2.$$

Primera: Kladnik str. 39 dva primera

Pogosto nas zanima tudi, kakšna je hitrost v_k na koncu poti Δs Najprej iz enačbe za hitrost $v_k = v_z + a\Delta t$ izračunamo čas $\Delta t = (v_k - v_z)/a$ in tega vstavimo v enačbo za pot:

$$\Delta s = v_z\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = v_z\frac{v_k - v_z}{a} + \frac{a(v_k - v_z)^2}{2a^2}.$$

Ker je $(v_k - v_z)^2 = v_k^2 + v_z^2 - 2v_kv_z$, dobimo

$$\Delta s = \frac{v_k^2}{2a} - \frac{v_z^2}{2a} \qquad \text{ali} \qquad v_k^2 = v_z^2 + 2a\Delta s.$$

Vse tri enačbe:

$$v_k = v_z + a\Delta t,$$
$$\Delta s = v_z\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2,$$
$$v_k^2 = v_z^2 + 2a\Delta s$$

napišemo še za primer **pojemajočega se gibanja**. In sicer $+a$ zamenjamo z $-a$:

$$v_k = v_z - a\Delta t,$$
$$\Delta s = v_z\Delta t - \frac{1}{2}a\Delta t^2,$$
$$v_k^2 = v_z^2 - 2a\Delta s$$

Primer: Kladnik str. 40 Primer z uporabo zadnje enačbe.
Naloge: Kladnik str. 41 naloge 2 do 10. Naloga 11 je primerna za vaje.

3.4 Prosti pad in navpični met

3.4.1 Prosti pad

Najbolj poznan in najpogostejši primer enakomerno pospešenega gibanja je **prosti pad**. Natančni poskusi pokažejo, da **vsa telesa padajo z istim pospeškom** $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$, kar lahko pokažemo s pomočjo **Newtonove cevi**. Prej so mislili, da različno težka telesa padajo različno hitro - niso upoštevali vzgona. Šele Galilei je pokazal. da je gravitacijski pospešek enak za vsa telesa.

Prosti pad je enakomerno pospešeno gibanje s pospeškom $a = g$, torej veljajo enačbe:

$$v_k = v_z + g\Delta t,$$

$$\Delta h = v_z\Delta t + \frac{1}{2}g\Delta t^2,$$

$$v_k^2 = v_z^2 + 2g\Delta h$$

Koordinato Δh merimo odzačetne višine navzdol.

Če kamen samo spustimo, velja:

$$\Delta h = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \qquad \text{ali} \qquad t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}.$$

Kamen pade na tla s hitrostjo

$$v = g\Delta t = \sqrt{2g\Delta t}.$$

Isti rezultat dobimo, če računamo z enačbo za kvadrate hitrosti.

Primer: Kladnik str. 44 prvi primer

Če kamen še dodatno zalučamo navzdol, pa velja:

$$v_k = \sqrt{v_z^2 + 2g\Delta h}.$$

Čas padanja pa dobimo z enačbo:

$$\Delta t = \frac{v_k - v_z}{g}.$$

Primer: Kladnik str. 44 drugi primer

3.4.2 Navpični met

Gibanje navpično navzgor je **navpični met**. Telo se giblje enakomerno pojemajoče s pojemkom g.

Kamen vržemo navpično navzgor s hitrostjo v_z. Hitrost kamna se med dviganjem enakomerno zmanjšuje, dokler se kamen na višini h ne zaustavi. Končna hitrost je v tem primeru enaka $v_k = 0$ m/s. Torej:

$$0 = v_z - g\Delta t \qquad \text{ali} \qquad \Delta t = \frac{v_z}{g}.$$

Višino pa izračunamo iz enačbe $v_k^2 = v_z^2 - 2gh$, kamor vstavimo $v_k = 0$. Torej:

$$0 = v_z^2 - 2gh \longrightarrow v_z^2 = 2gh.$$

$$h = \frac{v_z^2}{2g}.$$

Kamen vržemo navzgor s hitrostjo $v_z = 20$ m/s. Kamen se ustavi počasu $t = v_z/g = 2$ s na višini $h = v_z^2/2g = 20$ m. Koliko časa pada kamen na tla?

Uporabimo enačbo $t = \sqrt{2h/g} = 2$ s. Kamen leti navzgor toliko časa, kot pada navzdol. Na tla trešči z hitrostjo 20 m/s.

Primer: Kladnik str. 45 - balon in krogla.
Naloge: Kladnik str. 46 naloge od 1 do 11.
Težja naloga: Cindro str. 27 dve kroglici vržemo eno za drugo v času 1 s. Drugo vržemo s hitrostjo 15 m/s. Kdaj se kroglici zaletita in na kolikšni oddaljenosti od začetne točke?

3.5 Sestavljanje gibanja: nepremo gibanje

Že v predhodnem poglavju smo ugotovili, da je pot vektor. Ker pa smo se omejili le na premoenakomerno gibanje, smo vse enačbe pisali v skalarni obliki. V primeru nepremega gibanja pa razstavimo vektorje kinematičnih količin na **komponente.**

3.5.1 Komponente gibanja: princip superpozicije

Tu si pogledamo **primer gibanja čolna po reki.** Rezultantno gibanje čolna se sestoji iz :

- komponente gibanja zaradi lastnega gibanja čolna po reki,
- komponente gibanja zaradi toka reke.

Naj bo tok reke s hitrostjo v_x in hitrost čolna po reki enaka v_y. Celotna hitrost je vektor:

$$\vec{v} = (v_x, v_y).$$

Velikost hitrosti pa je

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

3.5.2 Vodoravni met

Poskus horizontalnega meta lahko izvedemo s pomočjo puištole. Pištolo namestimo na določeno višino. Zanima nas, kako se giblje metek.
Gibanje se sestoji iz dveh komponent:

- enakomernega gibanja v smeri horizontale
- prostega pada - vertikalna komponenta.

Za x in y komponenti velja:

$$x = v_0 t$$
$$y = \frac{1}{2} g \Delta t^2.$$

Z eliminacijo časa t dobimo:

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2.$$

Gibanje pri horizontalnem metu je **gibanje po paraboli.**
Zanima nas tudi, kaj se dogaja s hitrostjo. V smeri osi x je hitrost konstantna v_0. V smeri osi y pa velja:

$$v_y = g\Delta t.$$

Velikost celotne hitrosti pa je:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 \Delta t^2}.$$

Primer: Kladnik str. 54. Z vrha stolpnice vržemo kamen...
Naloge: Kladnik str. 54 naloge od 1 do 12

3.5.3 Poševni met

Pri poševnem metu vržemo kamen s hitrostjo v_0 in pod kotom α glede na horizontalo. Zanima nas, kako daleč bo kamen priletel.

Gibanje razstavimo na komponento v smeri osi x, ki je

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$

in gibanje v smeri osi y

$$v_y = v_0 \sin\alpha - g\Delta t.$$

Za lego kamna pa velja:

$$x = v_0 \Delta t \cos\alpha,$$

$$y = v_0 \Delta t \sin\alpha - \frac{1}{2} g \Delta t^2.$$

Iz zahteve, da je koordinata y, ko kamen spet pade na tla, enaka 0, določimo čas letenja:

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Razdalja do katere kamen prileti v tem času pa je

$$D = v_0 t \cos\alpha = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Primeri in naloge: Hinko Šolinc str. 81

Poglavje 4

Dinamika

4.1 Zgodovinski uvod

V prejšnjem poglavju smo obravnavali gibanje in njegove vzroke ločeno. V tem poglavju bomo preučili, kaj povzroči gibanje in njegovo spremembo. Del mehanike, kjer preučujemo gibanje in njegove vzroke, se imenuje **dinamika**.
Aristotelov pogled: Telesa se gibljejo, če nanje delujemo s silo. Primeri so npr. vlečenje voza. Vsakodnevno življenje torej pokaže, da je potrebno na telesa stalno delovati s silo, da se gibljejo.
Galilejev pogled: Dve tisočletji za Aristotelom je Galilei razmišljal, da verjetno ni nobene razlike med nebesnimi telesi in telesi na Zemlji. Zdi se, da se nebesna telesa gibljejo, ne da bi na njih delovala kaka sila. Galilei je zato trdil, da se bo vsako telo, ki se začne gibati z določeno hitrostjo, še naprej gibalo, dokler se ne pojavi novi vzrok, ki bi povzročil spremembo tega gibanja. Ta princip se imenuje **princip inercije** oziroma **vztrajnostni princip**. Prav ta princip je odprl pot Newtonovim zakonom.
Galilejevi poskusi s kroglicami Galilei je spuščal kroglice po nagnjenih deskah. Ugotovil je, da se kroglice pospešujejo, če se gibljejo po klancu navzdol. Če se kroglice gibljejo po klancu navzgor pa se gibanje zavira. Od tod sledi, da na horizontalni podlagi ne bo ne pospeševanja ne zaviranja: gibanje bo enakomerno. Seveda je Galilei že vedel za obstoj trenja, ki vseskozi zavira gibanje.
V drugem delu poskusov je Galilei ugotovil, da se kroglica vrne na isto višino, ne glede na pot, ki jo pri tem opravi.

4.2 Newtonovi zakoni - osnovni zakoni gibanja

4.2.1 Sila in masa

Videli smo, da sila ne predstavlja vzrok gibanja. Gibanje se lahko odvija tudi brez sile. Iz Statike vemo, da sila lahko:

- spremeni gibanje telesa,
- ali pa spremeni obliko telesa.

V prvem primeru govorimo o **dinamičnem** v drugem primeru pa o **statičnem** delovanju sile.
Eksaktno definicijo sile je dal Newton in sila predstavlja **osnovo njegove dinamike**. Po Newtonu je sila **vzrok spremembe gibanja tako po smeri kot velikosti**.

Do pojma mase pridemo, če obravnavamo delovanje sile na različna telesa. Ko npr. premikamo kroglice po neki podlagi, moramo uporabiti večjo silo, da premaknemo večjo kroglico. Merilo za uporabljeno silo je masa. Po Newtonu je **masa odpor, s katerim se telo upira spremembi gibanja**.

Potrebno je tudi razlikovati med **maso in težo**. Teža je sila, v kar se lahko prepričamo, če neko kroglico obesimo na vzmet. Večja kroglica bolj raztegne vzmet, ker ima večjo maso. Vemo, da obstaja povezava med silo in težo:

$$F_t = g \cdot m.$$

4.2.2 Prvi Newtonov zakon - zakon vztrajnosti

Z Galilejevimi poskusi smo pokazali, da za gibanje po horizontalni podlagi brez trenja ni potrebna nobena sila. Po drugi strani pa smo pokazali, da je sila vzrok spremembe gibanja. Z abstrakcijo teh ugotovitev je Newton prišel do svojega prvega zakona:

Telo se giblje premoenakomerno ali pa miruje, če je vsota vseh sil, ki delujejo na telo, enaka nič.

V tem zakonu sta torej gibanje ali mirovanje postavljena v povsem isti položaj.

4.2.3 Drugi Newtonov zakon - zakon sile

Delovanje sile se torej kaže le pri spremebi gibanja telesa. Sedaj nas zanima, kakšna je ta spremeba, če na telo deluje sila.

Najprej definirajmo, kaj je to **enakost sil.** Pravimo, da so vse sile enake, če pri enakih telesi povzročijo isto spremembo gibanja. Videli smo, da je masa tista lastnost teles, ki pove, kako se telo upira spremembi gibanja. Zato sklepamo, da bo težje telo manj pospeševalo od lažjega pri delovanje iste sile.

Zvezo med silo in pospeškom lahko pokažemo s številnimi poskusi...

Matematična formulacija 2. Newtonovega zakona Po Newtonu vpeljemo maso kot premosorazmernostni koeficient med silo in pospeškom:

$$F = \text{koef.} \cdot a = m \cdot a.$$

Ta enačba predstavlja direktno formulacijo zakona sile, ki se z besedami glasi:

Pospešek telesa je premosorazmeren s silo in ima smer sile.

V vektorski obliki se Newtonov zakon sile zapiše takole:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Prvi Newtonov zakon je pravzaprav vsebovan v drugem. Če je sila enaka nič, velja:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0}{m} = 0.$$

Prvi Newtonov zakon je torej samo poseben primer drugega.

4.2.4 Tretji Newtonov zakon - zakon akcije in reakcije

Izkušnje v vsakodnevnem življenju kažejo, da vedno telesa delujejo ano na drugega in nazaj. Če spojimo dve vzmetni tehtnici in potegnemo eno, bosta obe tehtnici napeti z isto silo. Tehtnica A je delovala na tehtnico B, ta pa nazaj na tehtnico A. Tretji Newtonov zakon torej pravi:

Če deluje prvo telo s silo na drugo telo, potem drugo telo deluje na prvo telo z nasprotno enako silo

Matematično to zapišemo:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

iz česar sledi:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

Primer: Konj in voz. Pridemo do enačbe $m_{voza} \cdot a_{voza} = (m_{konja} + M_{Zemlje}) \cdot a_{konja\,in\,Zemlje}$.

4.2.5 Primeri uporabe Newtonovih zakonov

1. Primer: Kladnik str. 89
Naloge: Kladnik str.90 naloge od 1 do 8
5 zgledov: Hribar - nova knjiga str. 102 do 105
Naloge: Hribar - nova knjiga str. 106 naloge od 1 do 11
Naloge in primeri: Hinko Šolinc Dinamika in energija str. 9, številni primeri

4.3 Sunek sile in gibalna količina

V tem poglavju vpeljemo nove fizikalne količine, ki opisujejo gibanje in sicer na podlagi Newtonovih zakonov. Najpomembnejši sta **sunek sile in gibalna količina**

4.3.1 Izrek o gibalni količini

Najprej si ogledamo najpreprostejši primer delovanja sile $\vec{F}$ na neko telo z maso m. Glede na 2. Newtonov zakon velja:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Pomnožimo to enačbo na obeh straneh z Δt in dobimo:

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1.$$

To enačbo lahko interpretiramo tako, kot da se je po delovanju sile $\vec{F}$ čas Δt telesu spremenila neka količina $m\vec{v}$, ki jo imenujemo **gibalna količina**:

$$\vec{G} = m\vec{v}.$$

Gibalna količina je torej odvisna od mase telesa in njegove hitrosti. Količino

$$\vec{F}\Delta t$$

pa imenujemo **sunek sile**. Vidimo, da velja naslednji "izrek" - **izrek o gibalni količini**:

- Sunek sile je enak spremembi gibalne količine.

Enota za gibalno količino je kg m/s.

Primer Na telo z maso 5 kg deluje sila 10 N čas 6 s. Kolikšen je sunek sile in kolikšna je končna gibalna količina telesa, če je telo na začetku mirovalo?
Primer Recimo, da žogi spremenimo smer za 30 stopinj, ne da bi ji spremenili tudi hitrost, ki znaša 15. m/s in ima maso 0.5 kg. Kolikšen je sunek sile in kolikšna sprememba gibalne količine?

Primer: Kladnik str. 170, primer z vozičkom
Naloge: Kladnik str. 171, naloge 1-4
Naloge in primeri: Hribar str. 150, naloge 1, 2, 4, 5

4.3.2 Gibalna količina sistema teles

Videli smo, da delovanje sile F telesu spremeni gibalno količino. V zvezi s term je zanimivo vprašanje, kaj se naprimer dogaja z dvema telesoma pri trku. Dve telesi pri trku delujeta drug na drugega z neko silo. V ta namen si najprej poglejmo pojem **skupne gibalne količine**.
Skupno gibalno količino vpeljemo kot vektorsko vsoto gibalnih količin posameznih teles:

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + ...$$

Posamezne komponente skupne gibalne količine so vsota odgovarjajočih komponent posameznih gibalnih količin.
Podobna enačba velja za **spremembo gibalne količine**:

$$\Delta\vec{G} = \Delta\vec{G}_1 + \Delta\vec{G}_2 + ...$$

Sprememba skupne gibalne količine je enaka vsoti sprememb posameznih gibalnih količin.

Primer Imamo dve telesi z masama 3 kg in 5 kg. Prvo telo se giblje s hitrostjo + 3 m/s, drugo telo pa s hitrostjo -4 m/s. Kakšna je skupna gibalna količina

4.3.3 Hitrost težisča

Delimo enačbo za skupno gibalno količino z vsoto mas posameznih teles $M = m_1+m_2+m_3...$, dobimo:

$$\frac{\vec{G}}{M} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + ...}{m_1 + m_2 + m_3 + ...}.$$

Ta enačba nas spominja na enačbe za težišče. Zgornji izraz zato zapišemo takole:

$$\vec{v}_t = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...},$$

ki pove s kakšno hitrostjo se giblje težišče teles v_t

Primer Kolikšna je hitrost težissča v zgornjem primeru?
Primer Tri telesa z masami 1 kg, 2 kg in 3 kg se gibljejo s hitrostmi (-1,4)m/s, (2,8)m/s in (4,6)m/s. Kolikšna je skupna gibalna količina teles, kolikšen kot oklepa z osjo x in s kakšno hitrostjo se giblje težissče?

4.3.4 Izrek o ohranitvi gibalne količine

Ta izrek je direktna posledica 3. Newtonovega zakona, ki pravi, da je delovanje teles vzajemno. Pri trku prvo telo deluje na drugo telo s silo F_{12}, drugo pa na prvo s silo F_{21}. Recimo, da trk traja čas Δt, potem se obema telesoma spremeni gibalna količina:

$$\Delta G_1 = F_{21}\Delta t, \quad (4.1)$$
$$\Delta G_2 = F_{12}\Delta t. \quad (4.2)$$

Sprememba skupne gibalne količine ΔG je:

$$\Delta G = \Delta G_1 + \Delta G_2 = F_{21}\Delta t + F_{12}\Delta t = -F_{12}\Delta t + F_{12}\Delta t = 0.$$

Velja namreč tretji Newtonov zakon, ki pravi:

$$F_{12} = -F_{21}.$$

Vidimo, da se pri trku skupna gibalna količina ohranja. Ugotovitev strnemo v izrek o ohranitvi gibalne količine.

- V primeru, da na sistem teles ne deluje nobena zunanja sila, se skupna gibalna količina sistema teles ne spreminja.

Z enačbo to ugotovitev zapišemo takole:

$$\vec{G} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... = \text{konst.}, \tag{4.3}$$
$$\Delta G = m_1\Delta\vec{v}_1 + m_2\Delta\vec{v}_2 + ... = 0. \tag{4.4}$$

Za dve telesi obstaja še lepši dokaz, da se skupna gibalna količina ohranja. Glede na 3. Newtonov zakon velja

$$F_{12} = -F_{21}$$

ali

$$F_{12}\Delta t = -F_{21}\Delta t,$$

$$m_2\Delta v_2 = -m_1\Delta v_1.$$

Sila F_{12} učinkuje na drugo telo, sila F_{21} pa na prvo. Velja:

$$m_2 v_k - m_2 v_z = -(m_1 v_k - m_1 v_z)$$

$$m_1 v_z + m_2 v_z = m_1 v_k + m_2 v_k.$$

Leva stran je skupna gibalna količina pred trkom, desna stran pa je skupna gibalna količina po trku.

Primer: Kladnik str. 175, primer s puško
Naloge: Kladnik str. 178, naloge 1,2,3,4,8
Primeri in naloge: Šolinc - Dinamika in energija str. 77

Poglavje 5

Delo in Energija

5.1 Delo

V vsakodnevnem življenju pod pojmom delo imenujemo vsako aktivnost, ki zahteva mišični napor. Kadar traktor orje njivo, potem na njivo deluje z neko silo in hkrati mora opraviti določeno pot, da opravi neko delo. Podobno je, kadar npr. vlečemo po tleh težek zaboj. Težji, ko je zaboj, z večjo silo ga moramo vleči in hitreje se utrudimo. Vidimo, da je delo odvisno od **sile** in **poti**:

$$\text{delo} = \text{sila} \cdot \text{pot}.$$

V matematični obliki zapišemo takole:

$$A = Fs.$$

Zaenkrat še nismo upoštevali, da sta sila in pot vektorski količini. V nasprotju pa je delo skalarna količina. Premislek pokaže, da lahko velja le:

$$A = \vec{F}\vec{s}.$$

Vektorski produkt ne bi bil dober, saj bi moralo biti delo v tem primeru ravno tako vektor.
Enota za delo je v SI sistemu **Džoul**:

$$\mathrm{J} = \mathrm{Nm}.$$

Glede na zgornjo enačbo lahko tudi pišemo:

$$A = FS\cos\varphi.$$

Tu je φ kot med smerjo sile in potjo. V primeru, da je $\varphi = 90^o$ je $\sin 90 = 0$ in delo je enako nič. Delo je enako nič tudi takrat, ko je pot enaka nič. Premislek pokaže, da obstaja razlika med fizikalno definicijo dela in fiziološko definicijo dela. Izkušnje v vsakodnevnem življenju nas učijo, da opravljamo delo lahko tudi takrat, ko se ne premikamo. Če naprimer držimo v roki težko telo, se sčasoma utrudimo, kar pomeni, da opravljamo delo...
...Ugotovimo, da je vzrok v tem, da obstajata dve vrsti mišic.

1. Primer: Konj vleče po cesti klado z maso 200 kg. Koeficient trenja med klado in tlemi je 0.4. Koliko dela opravi na 100 m dolgi poti?
2. Primer: Sani vlečemo s silo 200 N pod kotom 20 stopinj. Koliko dela opravimo na 100 m dolgi poti?

Pri spreminjajoči se sili, je potrebno celotno delo izračunati po korakih. Recimo, da vlečemo klado s silo F_1 pot s_1, s silo F_2 pot s_2 in tako naprej. Celotno delo je

$$A = F_1 s_1 + F_2 s_2 + ...$$

drug pomemben zgled je v primeru, če na telo hkrati delujeje več sil F_1, F_2 in F_3. Potem vsaka sila na poti s sama zase opravlja svoje delo:

$$A = \vec{F_1}\vec{s} + \vec{F_2}\vec{s} + \vec{F_3}\vec{s} = (\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3})\vec{s} = \vec{R}\vec{s}.$$

Delo večih sil je enako delu rezultante.

Primeri: Kladnik str. 16 naloge 1 do 8.

5.2 Energija

Pojem energije je v smislu fizike težko definirati, kljub temu nam je vseeno blizu v vsakodnevnem življenju. Hrana je "gorivo", ki ga jemo, da bi lahko živeli in delali. S kemijskimi procesi hrana "zgori" in se spremeni v energijo. Podobno je z bencinom za avtomobilski motor. Hkrati lahko rečemo, da smo polni energije, ko se naprimer dobro počutimo. Vidimo, da je uporaba izraza energija v življenju dokaj poljubna. V fiziki postavimo glede tega točne definicije.

5.2.1 Kinetična energija

Spremljajmo gibanje nekega telesa z maso m, na katerega deluje sila F na poti s. Ker velja 2. Newtonov zakon $F = ma$, se telo giblje pospešeno, kar pomeni, da ima na začetku hitrost v_1 na koncu pa v_2. Pot lahko izrazimo v smislu končne in začetne hitrosti:

$$s = \overline{v}\Delta t = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t.$$

Pot je namreč enaka produktu srednje hitrosti $\frac{v_1+v_2}{2}$ in pa časa Δt. Hrati pa vemo, da velja

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}.$$

Ti izrazi nam bodo prav prišli v enačbi za delo, ki ga opravi sila F na poti s:

$$A = Fs = mas = m\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}\frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{k,2} - W_{k,1}.$$

Pravimo, da je delo enako spremembi **kinetične energije telesa**. Na začetku je imelo telo kinetično energijo

$$W_{k,1} = \frac{1}{2}mv_1^2,$$

na koncu pa

$$W_{k,2} = \frac{1}{2}mv_2^2.$$

V splošnem kinetično energijo telesa zapišemo z enačbo:

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Kinetična energija je tem večja, tem večja je masa telesa in tem večja je njegova hitrost. Če se telesu hitrost povečuje, se povečuje tudi kinetična energija. V nasprotnem primeru pa se kinetična energija zmanjšuje.
Zgornjo enačbo zapišemo nekoliko drugače:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + Fs,$$

pa vidimo, kako se telesu spreminja kinetična energija pod vplivom sile F na poti s. Če sila F telo zavira pa velja:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - Fs,$$

kar pomeni, da je sila **negativna**.

Primeri: trije primeri v Kladniku str. 18
Naloge: Kladnik str. 23 naloge 1 do 6 (7 do 9 so z vztrajnostnim momentom)

5.2.2 Potencialna energija

Telo, ki se giblje s hitrostjo v ima kinetično energijo $W_k = \frac{1}{2}mv^2$. To energijo lahko odda okolici in pri tem oddaja delo, naprimer pri zaustavljanju. Kinetična energija telesa gre v okolico in se na nek način v okolici shrani. Takšno shranjeno energijo imenujemo **potencialna energija**. Ime potencialna energija pride od tega, ker se lahko ta energija v določenih okoliščinah spet povrne v kinetično.

Gravitacijska potencialna energija. Potencialna energija telesa se lahko npr. shrani v telesu s spremembo položaja v prostoru. Vzemimo telo z maso m in s težo $F_g = mg$, ki ga dvignemo vertikalno z višine h_1 na višino h_2. Sila, s katero dvignemo telo je enaka teži. Glede na to, je delo, ki pa potrošimo, da telo vzdignemo, enako:

$$A = mg(h_2 - h_1) = mgh_1 - mgh_1 = W_{p,1} - W_{p,2}.$$

Gravitacijska potencialna energija je torej enaka:

$$W_p = mgh.$$

V resnici ne moremo govoriti, kolikšna je ta energija. Višino lahko namreč merimo od tal navzgor ali pa npr. od vrha neke hiše nevzgor. Zato je pomembna samo sprememba višine.
Predpostavimo sedaj, da telo ne dvignemo navpično navzgor, ampak pod kotom $\alpha = 30^o$ glede na vodoravnico. Kot med smerjo premika $\vec{s}$ in pa težo $\vec{F}_g$ je enak $\varphi = 60^o$. Spremebo potencialne energije lahko sedaj izračunamo takole:

$$A = W_{p,2} - W_{p,1} = \vec{F}_g \vec{s} = F_g s \cos\varphi = mgs\cos\varphi.$$

Pri tem upoštevamo, da je $s\cos\varphi = \Delta h = h_2 - h_1$ pa dobimo spet:

$$W_{p,2} - W_{p,1} = mgh_2 - mgh_1.$$

Spremeba potencialne energije torej ni odvisna od poti. Odvisna je le od razlike med začetno in končno višino.

Primer: Kladnik str. 26

Elastična potencialna energija ali tudi **prožnostna energija** naj bo naš drugi primer potencialne enrgije. Telo s hitrostjo v se zaleti v vzmet s konstanto k, ki ga počasi zaustavi. Celotna kinetična energija telesa se je pri tem transformirala v potencialno energijo.
Razmislimo, kako zapišemo elastično potencialno energijo. Očitno je to energija, ki se je porabila pri raztezanju vzmeti za $\Delta x = x_2 - x_1$. Najlaže jo bomo izračunali tako, da izračunamo delo, ki ga porabi povprečna sila vzmeti

$$\overline{F} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

na poti $\Delta x = x_2 - x_1$. Takole:

$$A = W_{p,2} - W_{p,1} = \overline{F}\Delta x = k\frac{(x_1 + x_2)}{2}(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2.$$

Očitno elastično potencialno energijo lahko zapišemo kot

$$W_p = \frac{1}{2}kx^2.$$

Primer: Kladnik str. 32
Naloge: Kladnik str. 29 naloge 1 do 4

5.3 Zakon o ohranitvi energije

V mehaniki zelo pogosto obravnavamo **zaprte sisteme**, to so sistemi, na katere ne delujejo zunanje sile. V takih sistemih delujejo samo notranje sile. Vprašanje, ki si ga lahko postavimo je, ali se energija zaprtega sistema sčasoma spreminja ali morda ostaja konstantna.
Naše razmišljanje naj bo sledeče. Recimo, da na nek sistem - npr. neko telo, ki ima določeno kinetično energijo W_k in določeno potencialno energijo W_p delujemo z neko zunanjo silo F. Ta sila povzroči lahko tako **spremembo hitrosti, kot spremebo lege telesa**. Zaradi spremenjene hitrosti, se telesu spremeni kinetična energija:

$$\Delta W_k = W_{k,2} - W_{k,1},$$

zaradi spremembe lege pa se telesu spremeni tudi potencialna energija:

$$\Delta W_p = W_{p,2} - W_{p,1}.$$

Na neki poti s je torej sila telesu spremenila kinetično energijo za ΔW_k, potencialno energijo pa za ΔW_p. Ti dve energiji sta se lahko spremenili na račun opravljenega dela $A = Fs$. Veljati mora torej:

$$Fs = \Delta W_p + W_k.$$

Zdaj se spomnimo, kaj je zaprt sistem. V tem primeru je zunanja sila eneka 0, kar pomeni:

$$Fs = 0 = \Delta W_k + \Delta W_p$$

$$0 = (W_{k,2} - W_{k,1}) + (W_{p,2} - W_{p,1})$$

$$W_{k,1} + W_{p,1} = W_{k,2} + W_{p,2}$$

V zaprtem sistemu je vsota kinetične energije in potencialne energije konstantna. To pravilo se imenuje **zakon o ohranitvi mehanske energije**.

Primer: Kladnik str. 28
Naloge: Kladnik str. 29 naloge 5 do 9 (samo gravitacijska W_p, ter str. 34 naloge 1 do 4 (tudi prožnostna energija)

Primer: Plezalec je vpet na elastični vrvi, ki ima konstanto raztezanja k. Nenadmoma plezalcu na višini d spodrsne in pade v globino. Koliko se raztegne vrv?
Potencialna energija plezalca se začne spreminjati v kinetično energijo in pa prožnostno energijo vrvi:

$$mg(d + x) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2.$$

V končni legi, ko se plezalec zaustavi je kinetična energija enaka nič:

$$mg(d + x_{max}) = \frac{1}{2}kx_{max}^2,$$

od koder dobimo enačbo za x_{max}

$$x_{max}^2 - 2(mg/k)x_{max} - 2(mg/k)d = 0.$$

To enačbo rešimo in dobimo rešitvi:

$$x_{max} = (mg/k) \pm \sqrt{(mg/k)^2 + 2(mg/k)d}.$$

5.3.1 Prožni trki

V tem poglavju si bomo ogledali uporabo zakona o ohranitvi energije pri t.i. elastičnem ali prožnem trku. Za te trke je značilno, da se poleg gibalne količine ohranja tudi kinetična energija. Zakon o ohranitvi gibalne količine pravi:

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2},$$

zakon o ohranitvi kinetične energije pa pravi:

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2.$$

Ti dve enačbi preuredimo:

$$\frac{1}{2} m_A (v_{A1}^2 - v_{A2}^2) = -\frac{1}{2} m_B (v_{B1}^2 - v_{B2}^2),$$
$$m_A (v_{A1} - v_{A2}) = -m_B (v_{B1} - v_{B2})$$

in jih delimo eno z drugo:

$$(v_{A1} + v_{A2}) = (v_{B1} + v_{B2}).$$

Iz te enačbe in pa iz enačbe za ohranitev gibalne količine dobimo rešitve:

$$v_{A2} = \frac{2 m_B v_{B1} + v_{A1}(m_A - m_B)}{m_A + m_B},$$
$$v_{B2} = \frac{2 m_A v_{A1} + v_{B1}(m_B - m_A)}{m_A + m_B}.$$

Zanimivi so posebni primeri elastičnega trka. Najprej si poglejmo primer, ko telo B miruje pred trkom:

$$v_{A2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1},$$
$$v_{B2} = \frac{2 m_A}{m_A + m_B} v_{A1}.$$

Če pa ima telo B npr. zelo veliko maso, dobimo:

$$v_{A2} = -v_{A1}, \qquad v_{B2} = 0,$$

kar pomeni, da se je kroglica A odbila z isto hitrostjo, s kakršno se je zaletela.
Tretji primer pa je takrat, ko imata obe telesi isto maso. V tem primeru dobimo:

$$v_{A2} = 0, \qquad v_{B2} = v_{A1},$$

kar pomeni, da se je telo A zaustavilo in predalo svojo energijo telesu B, ki je odletelo naprej z isto hitrostjo, kot je priletelo prvo telo. Ta rezultat lahko eksperimentalno potrdimo z zelo enostavnim eksperimentom. (zaporedno obešene kroglice)...

Iz definicije elastičnega trka sledi, da se skupna kinetična energija ne spreminja. V nasprotju pa se kinetična energija posameznih kroglic spremeni. Iz enačb za primer, ko kroglica B pred trkom miruje lahko izračunamo kinetične energije kroglic po trku:

$$W_{k2}^{(A)} = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \right)^2 W_{k1}^{(A)},$$
$$W_{k2}^{(B)} = \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} W_{k1}^{(A)}.$$

Skupna kinetična energija se očitno ni spremenila, vendar se del energije iz A prenese na kroglico B:

$$\frac{W_{k2}^{(B)}}{W_{k1}^{(A)}} = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2},$$

kjer je $x = m_A/m_B$. Graf te funkcije ima obliko **resonančne krivulje** z vrhom pri $x = 1$. Pri tem je razmerje med kinetičnimi energijami enako 1, na osi x pa gremo od 0.01 do 100 v logaritemski skali.

5.4 Moč

Pri definiciji dela se nismo ukvarjali z vprašanjem, v kolikem času smo opravili neko delo, Nismo se vpraali, koliko časa so sile delovale na telo. V mnogih primerih, pa je v nasprotju potrebno razmišljati o hitrosti, s katero se vrši delo. Temu problemu bomo priredili količino, ki jo imenujemo **moč**.
Po definiciji moč vpeljemo kot merilo za porabljeno delo v nekem času, in sicer takole:

$$P = \frac{\text{izvršeno delo}}{\text{čas}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Enota za moč je v SI sistemu:

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = W \text{ watt}.$$

V tehničnih znanostih, npr. strojništvu ali gradbeništvu se pogosto uporablja enoto **konjska moč**, ki je enaka 746 W.

Primer: Kladnik str. 35 - vzpenjanje po stopnicah
Primer: Kladnik str. 36 - vodna črpalka
Primer: Kladnik str. 36 - delo elektrarne

5.4.1 Moč in hitrost

Relo konstantne sile F na poti s smo definirali kot:

$$W = Fs,$$

za njeno moč pa velja:

$$P = \frac{W}{t} = F\frac{s}{t}.$$

Vidimo, da je moč produkt sile in hitrosti:

$$P = Fv.$$

V primeru, da sila ne deluje vzporedno s smerjo gibanja pa uporabimo skalarni produkt:

$$P = \vec{F}\vec{v}.$$

1. Primer: Kako se telesu pri stalni moči spreminja hitrost? - Kladnik str. 36
2. Primer: Kladnik str. 36 drugi primer za moč.
3. Primer: Motor letala deluje s silo 15000 N. Kolikšno moč razvije pri hitrosti 900 km/h? ($P = 3750$ kW).
Naloge: Kladnik str: 38 naloge 1 do 12.
Naloge: Šolinc str. 113 do 188 gre za mešane naloge, ki jih je primerno reševati na koncu obravnave učne snovi Dela in energije.

Poglavje 6

Kroženje in vrtenje

6.1 Kinematika pri kroženju

6.1.1 Enakomerno kroženje - obodna in kotna hitrost

Delec, ki se giblje s stalno hitrostjo po krožni poti **kroži**. Delec v enaki časovnih intervalih prepotuje enake dele krožnice, pri čemer pa se mu stalno menja **smer gibanja**. Hitrost je po velikosti torej konstantna, stalno pa se ji spreminja smer. Po naših dosedanjih definicijah je takšno gibanje pravzaprav **pospešeno**, saj ni premoenakomerno. Prisotno mora biti pospešeno gibanje, ki menja smer gibanja delca.
Glede na to, da je pri enakomernem kroženju hitrost konstantna, bomo to hitrost, s katero se delec giblje po obodu kroga imenovali **obodna hitrost**. Kot vedno, je tudi obodna hitrost enaka kvocientu med potjo na obodu krožnice ter časom:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Tu je $\Delta\varphi$ sprememba kota, ki mora biti v tem primeru v radijanih. količina $\Delta\varphi/\Delta t$ se odslej pogosto pojavi v enačbah, zato jo je smiselno poimenivati, in sicer je to **kotna hitrost**. Ta nam ponazarja hitrost spreminjanja kota φ:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Med obodno in kotno hitrostjo torej velja enostavna zveza:

$$v = r\omega.$$

Za prepotovano pot na obodu krožnice pa velja:

$$\Delta s = v\Delta t = r\omega\Delta t.$$

Primer: Kladnik str. 64

6.1.2 Frekvenca kroženja in obhodni čas

Že v prejšnjem poglavju smo videli, da pri enakomernem kroženju telo v enakih časovnih razmakih preteče enake dele krožnice. Čas t_0 v katerem telo enkrat obkroži krožnico imenujemo **obhodni čas**. V določenem času Δt naredi telo N obhodov:

$$N = \frac{\Delta t}{t_0} = \nu\Delta t.$$

Količino ν imenujemo **frekvenca kroženja.** Vidimo, da velja:

$$\nu = \frac{1}{\nu}..$$

Enota za frekvenco je 1/s ali Hz - Hertz.
Zanimiva je povezava frekvence in kotne hitrosti ω. Pri vsakem obhodu opiše telo krožni lok 2π radijanov. En obhod traja čas t_0 Kotna hitrost je, kot že vemo:

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi\nu.$$

Primer: Kladnik str. 65

6.1.3 Pospešek pri kroženju

Čeprav se pri enakomernem kroženju telesu hitrost ne spreminja, tako gibanje ni premoenakomerno v smislu 2. Newtonovega zakona. Obstajati mora nek pospešek, ki stalno spreminja hitrost, in sicer tako, da se sama velikost hitrosti ne spreminja, spreminja pa se njena smer. Premislimo, kakšen je ta pospešek s sledečim zgledom.
Vzemimo točkasto telo, ki se v majhnem času Δt premakne za $\Delta\varphi = \omega\Delta t$. Pri tem se je spremenila smer hitrosti. Iz slike je razvidno, da je sprememba hitrosti enaka

$$\Delta v = v\Delta\varphi = v\omega\Delta t.$$

Pospešek pa je definiran kot kvocient spremembe hitrosti in spremembe časa, zato sledi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}.$$

Ta pospešek imenujemo najpogosteje **radijalni ali centripetalni pospešek**.

Primer: Kladnik str. 67

6.1.4 Kotni pospešek

Radijalni ali centripetalni pospešek ne spreminja same velikosti hitrosti. Lahko pa je kroženje tudi neenakomerno, kar pomeni, da se hitrost povečuje. Najpogosteje nas zanima t.i. **enakomerno pospešeno kroženje**, kjer se hitrost povečuje enakomerno s časom.
Tangencialni pospešek, ki pove, kako se obodna hitrost spreminja s časom izračunamo kot vedno z enačbo:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\alpha.$$

Tu je α **kotni pospešek**, ki pove, kako se pri kroženju spreminja kotna hitrost.
Pri enakomerno pospešenem kroženju ima pospešek torej dve komponenti. Radijalna komponenta ali tudi centripetalni pospešek spreminja smer hitrosti, tangencialna komponenta ali tudi tangencialni pospešek pa spreminja velikost hitrosti. Celoten pospešek je torej:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}.$$

6.1.5 Analogija med premim gibanjem in kroženjem

V zvezi s kroženjem smo vpeljali kar precej enačb, ki jih seveda še ne znamo racionalno razporediti in uporabiti. Vseskozi pa smo lahko opazovali podobnost med enačbami za premo gibanje in za kroženje. Če zamenjamo količine s, v in a z φ, ω in α dobimo naslednjo skupino enačb:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t, \tag{6.1}$$

$$\omega_k = \omega_z + \alpha\Delta t, \tag{6.2}$$

$$\varphi_k = \varphi_z + \omega_z\Delta t + \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2, \tag{6.3}$$

$$\omega_k^2 = \omega_z^2 + 2\alpha\Delta\varphi. \tag{6.4}$$

Primeri: Kladnik str. 68 in 69
Naloge: Kladnik str. 70 naloge od 1 do 12
Naloge: Šolinc str. 86

6.2 Dinamika pri kroženju

6.2.1 Centripetalna sila

Kroženje je pospešeno gibanje, pri katerem ima telo najmanj radijalni ali centripetalni pospešek:

$$a_c = \frac{v^2}{r}.$$

Tega pospeška telo nima samo po sebi, ampak mu ga vsiljuje sila, ki telo vleče proti središču kroženja. To silo imenujemo **centripetalna sila**, enaka pa je produktu mase telesa m in pospeška, kar nam pove 2. Newtonov zakon:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2.$$

V skladu s 3. Newtonovim zakonom krožeče telo deluje nazaj na povzročitelja kroženja z obratno silo, ki pa jo pogosto imenujemo **centrifugalna sila**.

Primera: Kladnik str. 107
Naloge: Kladnik str. 110 naloge od 1 do 7
Naloge: Šolinc str. 39

6.3 Vrtenje

Doslej smo se zanimali za kroženje, to je gibanje nekega telesa okrog središčne točke po krožnici. Vrtenje je na nek način sorodno gibanje, le da pri tem posamezne točke istega telesa krožijo okrog **osi telesa**. Zemlja se naprimer vrti okrog lastne osi, ki poteka skozi njeno središče. Tudi druga telesa se vrtijo okrog lastne osi. Posamezni deli vrtečih se teles imajo določeno energijo, ki jo imenujemo **rotacijska energija**. Kaj lahko intuitivno povemo o tej energiji? Jasno je, da je ta tem večja, hitreje, ko se telo vrti. Verjetno je rotacijska energija odvisna tudi od mase telesa in celo od njegove oblike. Zamislimo si neko poljubno telo in ga v mislih rastavimo na koščke z maso m_i, kjer indeks i pomeni $i-$ti košček. Če se telo vrti s kotno hitrostjo ω, je dejanska hitrost $i-$tega koščka enaka

$$v_i = \omega r_i.$$

Zaradi te hitrosti ima vsak $i-$ti košček svojo kinetično energijo

$$w_i = \frac{1}{2}m_i v_i = \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega^2.$$

Celotna energija telesa zaradi vrtenja je vsota energij posameznih koščkov telesa:

$$W_{rot} = \frac{1}{2}m_1 r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2 r_2^2\omega^2 + ... + \frac{1}{2}m_n r_n^2\omega^2 = \frac{1}{2}(m_1 r_1^2 + ... + m_n r_n^2)\omega^2 = \frac{1}{2}J\omega^2.$$

Izraz v oklepaju imenujemo **vztrajnostni moment telesa** in ga označimo z J. Vsako telo ima vztrajnostni moment, ki ima pri vrtenju podoben pomen, kot masa pri premem gibanju. Najpreprosteje izračunamo vztrajnostni moment krožeče kroglice z maso m, ki kroži okrog neke točke na razdalji r s kotno hitrostjo ω Po zgornji definiciji vztrajnostnega momenta sledi:

$$J = mr^2.$$

Za dve kroglici, ki sta si ena nasproti druge bi imeli $J = 2mr^2$. Za obroč z radijem R potemtakem sledi:

$$J_{obroča} = (m_1 + ... + m_n)R^2 = m_{obroča}R^2.$$

To je razumljivo, saj so vse točke na obroču enako oddaljene od središča obroča.

Primer: Kladnik str. 21 primer z obročem

Nekoliko teže je izračunati vztrajnostni moment diska oziroma valja. Izračun da:

$$J_{valja} = \frac{1}{2}m_{valja}R^2.$$

Primer: Kladnik str. 22 primer z valji na gredi.

Navedimo še vztrajnostni moment za palico in za homogeno kroglo:

$$J_{palice} = \frac{1}{3}m_{palice}l^2 \text{ in } J_{krogle} = \frac{2}{5}m_{krogle}R^2.$$

Morda še vztrajnostni moment diska, ki ga zavrtimo pravokotno na lastno os:

$$J = \frac{1}{4}mR^2.$$

Primeri in naloge: Kladnik str. 23 naloge 7-9
1. Primer: S kolikšno hitrostjo se mora gibati 10 g kroglica z radijem 2 cm, da ima energijo 300 J?
2. Primer: Z vrha 20 m visokega hriba spustimo avtomobilsko gumo z maso 50 kg in radijem 60 cm. S kolikšno hitrostjo se giblje kolo, ko prispe do dna hriba?
3. Primer: Horizontalno kolo z maso 10 kg in polmerom 40 cm je preko osi povezano z obešeno utežjo za 60 kg. Ko se vrvica, ki je navita okoli osi, odvije, se kolo vrti z določeno hitrostjo. Kolikšna je kotna hitrost vrtenja?
4. primer: Kolikšen je vztrajnostni moment sistema štirih kroglic z maso 1 kg, ki so na ogljiščih kvadrata s stranico 10 cm?

6.3.1 Moč pri vrtenju

Običjno telo zavrtimo tako, da naj delujemo z neko silo na razdalji r od osi vrtenja. Peri tem seveda povzročamo določen navor. Spomnimo se, da za navor velja:

$$M = Fr\sin\alpha,$$

kjer je α kot med silo in ročico. Delo, ki ga sila F opravi pri zasuku telesa za $\Delta\varphi$ je enako

$$\Delta A = Fr\Delta\varphi = M\Delta\varphi.$$

Če to enačbo na obeh straneh delimo s časom Δt dobimo moč:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = M\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = M\omega.$$

Zapišimo še enkrat

$$P = M\omega.$$

Primer: Sila $F = 10$ N vrti kolo z radijem 15 cm in maso 3 kg s frkvenco 30 Hz. Kolikšna moč je za to potrebna.
2. Primer: Krogla z maso 20 kg in radijem 20 cm se sama od sebe ustavi v 20 s. S kolikšnim navorom moramo vrteti kroglo pri frekvenci 10 Hz?
3. Primer: Kolikšna je sila trenja v ležaju za zgornji primer, če ima ležaj radij 2 cm?

6.4 Vrtilna količina

6.4.1 2. Newtonov zakon za rotacijo

Opazujmo neko poljubno točko z maso m_i v nekem telesu, ki ga vrtimo. Na to točko deluje sila F_i, ki povzroča navor $M_i = F_i r_i$. Silo po drugem Newtonovem zakonu izrazimo kot produkt mase in pospeška:

$$F_i = m_i a_i = m_i \alpha r_i.$$

Kotni pospešek je za vse delčke telesa enak. Zgornji izraz vstavimo v izraz za navor in dobimo:

$$M_i = r_i F_i = m_i r_i^2 \alpha.$$

Takšna relacija velja za vse delčke telesa, zato je celoten navor enak:

$$M_1 + M_2 + ... + M_n = (m_1 r_1^2 + ... + m_n r_n^2)\alpha.$$

V tem izrazu prepoznamo vztrajnostni moment, zato lahko pišemo:

$$M = J\alpha.$$

Ta enačba je pravzaprav **2. Newtonov zakon za rotacijo**, če v enačbi $F = ma$ namesto sile pišemo navor, namesto mase vztrajnostni moment, namsto pospeška pa kotni pospešek.

Primer: Disk z maso 3 kg in polmerom 30 cm vrtimo z navorom 600 Nm. S kakšnim kotnim pospeškom se vrti.
2. primer: S kolikšnim navorom moramo vrteti kovinsko kroglo z maso 20 kg in radijem 30 cm, da se po 15 s vrti z 12 obrati na sekundo?
3. Primer: Krogla z maso 20 kg in radijem 20 cm se sama od sebe ustavi v 20 s. S kolikšnim navorom moramo vrteti kroglo pri frekvenci 10 Hz?
4. Primer: Kolikšna je sila trenja v ležaju za zgornji primer, če ima ležaj radij 2 cm?

6.4.2 Vrtilna količina

Kadar se neko telo z maso m giblje s hitrostjo v ima določeno **gibalno količino** $G = mv$. Ta gibalna količina ostaja enaka, lahko pa se njena vrednost spremeni, ko na telo začne delovati sila. Pri tem velja **izrek o gibalni količini** $\Delta G = F\Delta t$. Sunek sile je enak spremembi gibalne količine. Kaj pa pri rotaciji? Ali tu obstaja količina, ki bi bila sorodna gibalni količini pri premem gibanju? Na to vprašanje je mogoče odgovoriti z naslednjim premislekom.
Vzamemo enačbo za 2. Newtonov zakon: $F = ma$. Glede na navidezno podobnost med premim gibanjem in rotacijo, ki smo jo nakazali v prejšnjem poglavju, zamenjamo silo z navorom, pospešek z kotnim pospeškom in maso z vztrajnostnim momentom. Če 2. Newtonov zakon pomnožim na obeh straneh s Δt, dobim izrek o gibalni količini:

$$F\Delta t = \Delta G = ma\Delta t = m\Delta v.$$

Podobno storimo v primeru rotacije:

$$M\Delta t = \Delta\Gamma = J\alpha\Delta t = J\Delta\omega.$$

Vpeljemo **vrtilno količino** Γ kot produkt med vztrajnostnim momentom in kotno hitrostjo:

$$\Gamma = J\omega.$$

S tako definirano vrtilno količino 2. Newtonov zakon za rotacijo zapišemo:

$$\Delta\Gamma = M\Delta t.$$

Z besedami ta zakon izrazimo nekako takole: Sunek navora je enak spremembi vrtilne količine.
Iz zgornje ugotovitve takoj sledi **izrek o ohranitvi vrtilne količine**. Če na sistem ne deluje noben navor, **se vrtilna količina ohrani**.

Primer: Prandtlov stol je vrteči se stol na katerem sedi oseba, ki v rokah drži uteži. Oseba roke najprej stegne, tako, da so uteži 0.5 m oddaljene od osi vrtenja. Oseba ima vztrajnostni moment približno kot valj s polmerom 30 cm in maso 80 kg. Stol zavrtimo z enim obratom na sekundo. S kolikšno kotno hitrostjo se vrti stol, če oseba roke pokrči in da uteži v samo os?
2. Primer: V palico z dolžino 2 m in maso 2 kg, ki se vrti okrog središča, se zaleti iztrelek z maso 100 g in hitrostjo 400 m/s. Izstrelek se v palico zarije. S kolikšno hitrostjo se zavrti palica? Palica na začetku miruje.
3. Primer: Na okroglo ploščo z maso 100 kg in radijem 5 m, ki se vrti z 3 obrati na 10 sekund, skoči človek z maso 80 kg. In sicer človek pristane 3 m od osi vrtenja. S kakšno kotno hitrostjo se na koncu vrti plošča?
4. Primer: Podobna naloga kot prej, le da plošča na začetku miruje. Človek se nenadoma začne po plošči premikati s hitrostjo 0.5 m/s. Kako se vrti pri tem plošča?

Poglavje 7

Nihanje

7.1 Harmonijsko nihanje

Kadar se telo giblje tja in nazaj okoli nekega položaja ravnovesja, pravimo, da telo **niha**. Poznamo različne vrste nihanja, od katerih se bomo omejili le na **sinusno nihanje**. To se odvija po načelu sinusa. Najenostavnejši primer je naprimer neko telo, ki je obešeno na nit in niha okoli ravnovesne lege. V naravi najdemo tudi druge primere. Vibracije strun na violini in zvok so naprimer ravno tako povezane z nihanjem. Glede na povedano sledi, da je harmonijsko nihanje osnova za razumevanje številnih pojavov, zato mu bomo posvetili del naše pozornosti.

Že takoj na začetku bomo uvedli nekatere količine, ki jih bomo uporabili za opisovanje vsakega nihanja, tudi harmoničnega. **Odmik od ravnovesne lege** je prva količina. Nekateri jo imenujejo **elongacija**. Maksimalen odmik je **amplituda**. Če je nihanje periodično, to pomeni, da se ponavlja v enakih pravilnih časovnih zaporedjih, potem čas enega nihaja imenujemo **perioda** ali **nihajni čas**. Število nihajev v sekundi imenujemo **frekvenca**. Če označimo periodo s t_0 in frekvenco z ν, potem velja:

$$t_0 = \frac{1}{\nu}.$$

7.1.1 Grafični prikaz harmoničnega nihanja

S preprostim poskusom lahko ugotovimo, da obstaja povezava med krožnim in harmoničnim gibanjem. Če se točka enakomerno giblje po krožnici z radijem R in s hitrostjo v, potem projekcije lege točke na koordinetne osi nihajo harmonično. Spomnimo se, da za frekvenco pri kroženju velja:

$$\nu = \frac{1}{t_0},$$

za kotno hitrost pa velja

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Pri tem se spreminja kot φ takole:

$$\varphi = \omega t.$$

Projekcija s na os y je enaka

$$s = R\sin\varphi = R\sin\omega t.$$

Vidimo, da se lega projekcije krožeče točke s časom spreminja sinusno. Odmik je največ R, ko je $\sin\omega t = 1$. Ta odmik označimo z $s_0 = R$, ki ga imenujemo **amplituda**. Nihanje sence enakomerno krožečega telesa je harmonično. Kotna hitrost ω je povezana s frekvenco kroženja in zato nihanja, zato se imenuje **krožna frekvenca**:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/t_0.$$

Naša naslednja naloga je narisati graf odmika odvisnosti od časa. Opazovanje nihal pokaže, da se nihala po določenem času - nihajnem času t_0 vrnejo v isto lego. Prepričajmo se, če je to res. V enačbo $s = R \sin \omega t$ vstavimo nov čas $t' = t + t_0$:

$$s(t' = t + t_0) = s_0 \sin \omega t' = s_0 \sin 2\pi \frac{1}{t_0}(t + t_0) = s_0 \sin(2\pi \frac{1}{t_0} t + 2\pi) = s_0 \sin \omega t.$$

Graf odmika od časa $s(t)$ narišemo zato takole...

Primer: Kladnik str. 119

Pri harmoničnem nihanju se ne spreminja le lega telesa, temveč se spreminja tudi **hitrost**, ta pa je povezana s pospeški, do katerih pride pri nihanju. **Hitrost in pospešek** sta naslednji dve količini, ki jih želimo opisati. Spet si pomagamo s projekcijo krožečega telesa na y os. Obodna hitrost je pri kroženju povezana s kotno hitrostjo oziroma krožno frekvenco takole:

$$v_0 = \omega R = \omega s_0.$$

Glede na sliko vidimo, da je projekcija enaka:

$$v = v_0 \cos \varphi = \omega s_0 \cos \omega t.$$

Spet lahko narišemo graf hitrosti v odvisnosti od časa $v(t)$. Hitrost je največja, ko je telo v **ravnovesni legi**, oziroma, ko je naprimer čas enak $t = 0 + nt_0$. takrat je $\cos \omega 0 = 1$ in je hitrost enaka:

$$v = v_0.$$

Hitrost v_0 se zato imenuje **amplituda hitrosti**. Hitrost pa je najmanjša, ko je telo maksimalno odmaknjeno od ravnovesne lege. Takrat se telo za kratek čas ustavi.

Primer: Kladnik str. 120

Na podoben način ugotovimo, kakšen je pospešek na nihajoče telo. Na krožeče telo deluje **centripetalni pospešek**, ki telo vleče proti središču kroženja. Za njegovo velokost velja:

$$a_0 = \omega^2 R = \omega^2 s_0.$$

Iz slike je razvidno, da velja:

$$a = -a_0 \sin \omega t = -\omega^2 s_0 \sin \omega t.$$

Graf pospeška v odvisnosti od časa je isti, kot graf odmika v odvisnosti od časa, le pomnožen z -1. Pospešek je enak nič v ravnovesni legi in največji, ko je telo najbolj odmaknjeno od ravnovesne lege. Takrat je $\sin \omega t = 1$ in je pospešek enak

$$a = a_0 = \omega^2 s_0.$$

Maksimalni pospešek imanujemo tudi **amplituda pospeška**. Pospešek vedno kaže **proti ravnovesni legi**, kar pomeni, da je približevanje ravnovesni legi **pospešeno**, oddaljevanje od ravnovesne lege pa je **pojemajoče**.
iz zgornje enačbe za pospešek ugotovimo še eno lastnost. Če upoštevamo, da je odmik enak

$$s = s_0 \sin \omega t,$$

vidimo, da je

$$a = -\omega^2 s,$$

kar pomeni, da je pospešek premosorazmeren z odmikom. Bolj, ko je telo izmaknjeno od ravnovesne lege, večji je pospešek.

Primer: Kladnik str. 121
Naloge: Kladnik str. 121 naloge od 1 do 4.

7.1.2 Elastična sila

Harmonično nihanje je pospešeno gibanje. Tako smer kot hitrost telesa se neprestano menjata. Glede na to, mora po 2. Newtonovem zakonu na nihajoče se telo delovati sila. Kakšna je ta sila je razvidno direktno iz računov, ki smo jih opravili v prejšnjem poglavju. Ugotovili smo, da za pospešek velja

$$a = -\omega^2 s_0 \sin \omega t = -\omega^2 s.$$

Pospešek je **premosorazmeren** z odmikom. Glede na 2. Newtonov zakon, ki pravi

$$F = ma,$$

kjer je m masa telesa, sledi:

$$F = -m\omega^2 s = -\text{konst.}\, s.$$

Tudi sila je premosorazmerna z odmikom telesa. Predznak - pa pomeni, da sila deluje vedno v nasprotno smer kot smo telo premaknili. Sila deluje proti ravnovesni legi. Takšno vrsto sile poznamo iz preučevanja **elastične vzmeti**. Pri harmoničnem nihanju imamo torej orpaviti z **elastično silo**. Enačba

$$F = ma = -ks$$

je popolnoma splošna za vsako harmonično nihanje. V konstanti k se seveda skrivajo lastnosti nihala, vendar zgornja enačba velja v veh primerih harmoničnega nihanja. Zato jo pogosto imenujemo **enačba harmoničnega nihanja** in jo zapišemo v obliki

$$ma = -ks.$$

7.2 Vrste nihal

Teorijo, ki smo jo opisali zgoraj za popolnoma splošno nihanje bomo sedaj uporabili za opis konkretnih nihal. Pomembna so **nihala na vijačno vzmet**, **matematična nihala** in **nihala na navadno vzmet**. Zadnja bomo spoznali najprej.

7.2.1 Nihalo na vzmet ali vzmetno nihalo

Vsako nihalo bomo poskušali razumeti na enak način. Poskušali bomo ugotoviti, od česa je odvisno nihanje telesa. V tem primeru je telo z maso m pritrjeno na vzmet s konstanto k. Vemo, da velja 2. Newtonov zakon:

$$ma = F = -ks.$$

Pri tem je k konstanta vzmeti. Poskus pokaže, da nihalo niha harmonično levo in desno. Rešitve za pospešek a in za odmik s že poznamo:

$$s = s_0 \sin \omega t,$$

$$a = -\omega^2 s_0 \sin \omega t.$$

To dvoje vstavimo v enačbo:

$$ma = -ks,$$

in dobimo

$$-m\omega^2 s_0 \sin \omega t = -ks_0 \sin \omega t.$$

Nekaj členov se pokrajša in dobimo:

$$m\omega^2 = k,$$

ali tudi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Ker velja

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0},$$

sledi za nihajni čas:

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Ta je tem večji, večja ko je masa nihala m in manjša ko je konstanta vzmeti k oziroma šibkejša ko je vzmet.

Pogosto nihalo obešeno visi na vzmeti, ki je zaradi teže nihala nekoliko raztegnjena. Tudi v tem primeru veljajo iste enačbe, le da nihalo niha okrog nove ravnovesne lege, ko je raztezek vzmeti enak

$$ky = mg$$

$$y = \frac{mg}{k}.$$

Primer: Kladnik str. 123

7.2.2 Težno ali matematično nihalo

Matematično nihalo je težka kroglica z maso m, ki visi na neraztegljivi niti z dolžino l in z zanemarljivo maso. Če kroglico premaknemo iz ravnovesne lege, bo le ta začela nihati sem in tja z nihajnim časom t_0. Zanima nas, od česa je odvisen ta nihajni čas. Izhajali bomo iz enačbe nihanja:

$$ma = -ks.$$

Ugotoviti moramo, katera sila povzroča nihanje in kako je ta odvisna od premika.
Recimo da kroglico premaknemo za s od ravnovesne lege. Pri tem se spremeni kot φ med navpičnico in nitjo, in sicer:

$$s = \varphi l.$$

Na kroglico deluje sila teže navzdol $F_g = mg$. Kroglica se giblje po krožnici in v novem položaju sila teže ni vzporedna z nitjo, zato lahko silo teže razstavimo na dve komponenti. Prva komponenta je vzporedna z nitjo, druga komponenta pa je pravokotna na vrvico. Prva komponenta vleže kroglico od središča navzven in samo razteguje vrvico, druga komponenta pa **kroglici daje pospešek**. Edino ta komponenta sile teže lahko povzroča nihanje. Velja:

$$F_\perp = mg\sin\varphi \approx mg\varphi = mg\frac{s}{l}.$$

V resnici moramo pisati

$$F_\perp = -mg\frac{s}{l}.$$

Če je premik s pozitiven, kaže sila v nasprotno stran in je negativna. Če je premik negativen, pa je sila pozitivna. Sila, ki povzroča nihanje je torej v približku premosorazmerna s premikom. vlogo konstante k v enačbi harmoničnega nihanja prevzame izraz mg/l. Ta sila telesu vsiljuje pospešek, ki ga izračunamo po 2. Newtonovem zakonu:

$$ma = -\frac{mg}{l}s.$$

Ker rešitve za pospešek in za odmik že poznamo, lahko vstavimo v to enačbo

$$s = s_0 \sin\omega t$$

$$a = -\omega^2 s_0 \sin\omega t$$

in dobimo:

$$-m\omega^2 s_0 \sin\omega t = -\frac{mg}{l} s_0 \sin\omega t.$$

Nekaj členov se pokrajša in dobimo:

$$\omega^2 = \frac{g}{l},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}},$$

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Nihajni čas nitnega ali matematičnega nihala je torej tem večji, daljša ko je vrvica, na katero je obešena kroglica. Zanimivo, da nihajni čas **ni odvisen od mase kroglice**, kot bi pričakovali. Logično bi se namreč zdelo, da je nihajni čas tem daljši, večja ko je masa kroglice.

Primer: Kladnik str. 125
Naloge: Kladnik str. 126, naloge od 1 do 10.

7.2.3 Fizično nihalo

Poljubno telo lahko vpnemo okrog določene osi tako, da se lahko vrti okrog te osi. Če telo premaknemo iz položaja ravnovesja, bo telo zanihalo z nihajnim časom t_0. Zavrtimo telo za kot φ. Pri tem deluje na telo navor sile teže, ki je enak:

$$M = -mgl\sin\varphi.$$

Tu je l razdalja težišča do točke, okoli katere se telo vrti. Predznak minus pride zato, ker navor nasprotuje povečanju kota φ. Iz poglavja o dinamiki vrtenja vemo, da se bo pri delovanju navora pojavil **kotni pospešek** α, za katerega veja:

$$M = J\alpha.$$

J pa je **vztrajnostni moment telesa**. Drugi Newtonov zakon za rotacijo se glasi:

$$M = J\alpha = -mgl\sin\varphi \approx -mgl\varphi.$$

Torej

$$J\alpha = -mgl\varphi.$$

Rešitve spet poznamo. Kot φ se spreminja sinusno s časom:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\omega t,$$

$$\alpha = -\omega^2\varphi_0 \sin\omega t.$$

Ko to dvoje vstavimo v 2. Newtonov zakon za rotacijo, dobimo:

$$-J\omega^2\varphi_0 \sin\omega t = -mgl\varphi_0 \sin\omega t.$$

Nekaj členov odpade in dobimo:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}},$$

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}.$$

Pri računanju nihajnih časov različnih teles moramo torej poznati vztrajnostne momente teles okoli različnih osi.

7.2.4 Nihalo na polžasto vzmet

To nihalo naj bo naslednji primer. Imejmo telo z vztrajnostnim momentom J, ki je vpeto na polžasto vzmet z enačbo

$$M = -D\varphi.$$

D je konstanta polžaste vzmeti, ki pove, s kolikšnim navorom moramo delovati na vzmet, če jo zasučemo za kot φ. Predznak minus pride zato, ker navor nasprotuje povečevanju kota φ. V tem primeru zapišemo 2. Newtonov zakon za rotacijo takole:

$$J\alpha = -D\varphi.$$

Ko vstavimo v to enačbo

$$\varphi = \varphi_0 \sin \omega t,$$

$$\alpha = -\omega^2 \varphi_0 \sin \omega t,$$

dobimo:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J}},$$

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}.$$

To zvezo lahko koristno uporabimo za merjenje vztrajnostnega momenta. Denimo, da poznamo D. Nihajni čas lahko izmerimo in za J dobimo:

$$J = \frac{t_0^2}{4\pi^2} D.$$

7.3 Dušeno in vsiljeno nihanje

7.3.1 Energija pri nihanju

Harmonično nihanje je posebna vrsta gibanja nekega telesa, pri kateri se telesu neprestano menja lega in hitrost. V tem poglavju nas zanima, kako je z energijo oziroma z energijskimi spremembami, ki spremljajo nihanje. To vprašanje bomo najprej osvetlili na primeru nihala na elastično vzmet.
Ugotovili smo, da klada z maso m, ki je pritrjena na vzmet s konstanto k niha harmonično, če jo izmaknemo iz ravnovesne lege. Pri tem se spreminjata odmik in hitrost klade takole:

$$s = s_0 \sin \omega t,$$

$$v = \omega s_0 \sin \omega t.$$

Klada niha z krožno frekvenco:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Ker se telesu neprestano spreminja hitrost, se mora hkrati spreminjati tudi **kinetična energija**, ki je povezana z hitrostjo takole:

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2.$$

V to enačbo vstavimo $v = v_0 \sin \omega t$ in dobimo:

$$W_k(t) = \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2 \omega t.$$

Na podlagi grafa vidimo, da kinetična energija niha **z dvakrat tolikšno frekvenco** kot samo nihalo:

$$\nu_{kin} = 2\nu,$$

$$\omega_{kin} = 2\omega.$$

Kinetična energija je največja, ko gre nihalo skozi ravnovesno lego in je enaka nič, ko je nihalo najbolj odmaknjeno od ravnovesne lege. Največja vrednost kinetične energije zanaša:

$$W_{k,max} = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Toda kam je šla kinetična energija, ko je le-ta enaka nič. Spomnimo se dinamike in zakona o ohranitvi energije, ki pravi, da se skupna energija ohranja. Očitno se pri nihanju kinetična energija ves čas transformira v neko drugo energijo in nazaj. Edina možnost je **potencialna energija vzmeti**. Ne smemo pozabiti, da se neprestano spreminja raztezek vzmeti. Potencialna energija je takole povezana z raztezkom:

$$W_p = \frac{1}{2}ks^2 = \frac{1}{2}ks_0^2 \sin^2 \omega t.$$

Tudi potencialna energija niha z dvakrat tolikšno frekvenco kot nihalo. Njena največja vrednost, ko je nihalo najbolj izmaknjeno iz ravnovesne lege je:

$$W_{p,max} = \frac{1}{2}ks_0^2.$$

Kaj pa skupna energija nihala? Ta je sestavljena **iz kinetične in potencialne energije**:

$$W_{celotna} = W_k + W_p.$$

Hitro se prepričamo, da je celotna energija konstantna:

$$\begin{aligned} W_{celotna} &= \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2}ks_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2 \sin^2 \omega t = \qquad (7.1) \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2. \qquad (7.2) \end{aligned}$$

V tej enačbi upoštevamo:

$$k = m\omega^2$$

in vidimo, da velja:

$$W_{celotna} = \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{k,max},$$

$$W_{celotna} = \frac{1}{2}m\omega^2 s_0^2 = \frac{1}{2}ks_0^2 = W_{p,max}.$$

Celotna energija je po eni strani enaka maksimalni kinetični energiji, po drugi strani pa maksimalni potencialni energiji. Pri nihanju **se energija neprestano spreminja iz kinetične v potencialno in nazaj**. Skupaj pa celotna energija ostaja konstantna, saj v končnem rezultatu ne nastopa čas t.

Primer: Na vrvici z dolžino 1 m je pritrjena kroglica z maso 1 kg. Kroglico premaknemo, tako, da vrvica v novem položaju oklepa kot 15^0 z navpičnico. s kolikšno hitrostjo se giblje nihalo skozi ravnovesno lego? Kolikšna je amplituda nihanja in kolikšna je frekvenca oziroma nihajni čas?

Primeri in naloge: Darko Zupanc, CD

7.3.2 Dušeno nihanje

V zgornjem poglavju smo pokazali, da je energija pri nihanju konstantna, se pa spreminja iz kinetične v potencialno in nazaj. V resnici veljajo zgornje ugotovitve la za **idealno nihalo**. Navadno pa je nihanje **dušeno**, ker se zaradi upora ali trenja manjša energija nihanja. Amplituda nihanja sčasom pojenja. Oglejmo si naprimer primer kroglice, ki visi na vrvici z dolžino l. Kroglica naj ima maso m in polmer r. Ko se kroglica giblje skozi zrak, deluje nanjo sila upora:

$$F_u = 6\pi\eta rv,$$

ki je premosorazmerna s hitrostjo v. Izkaže se, da amplituda nihanja pojenja eksponentno s časom:

$$s_{0,končna} = s_{0,začetna} e^{-\beta t}.$$

Tu je koeficient $\beta = 3\pi\eta r$. Običajno zakon upora zapišemo namreč kot

$$F_u = 2\beta v.$$

Nihalo torej niha takole:

$$s = s_0 e^{-\beta t} \sin \omega' t.$$

Frekvenca nihanja je pri dušenem nihanju nekoliko manjša kot pri nedušenem:

$$\omega'^2 = \omega^2 - \beta^2.$$

Za $\beta = 0$ je nihanje **nedušeno**, za $\beta < \omega$ je nihanje dušeno, za $\beta > \omega$ pa se nihalo aperiodično vrne v ravnovesno lego.

Kako pa je z energijo pri dušenem nihanju? Poskušajmo razumeti najenostavnejši primer klade na elastični vzmeti. Celotna energija nihanja je enaka maksimalni potencialni energiji:

$$W_{celotna} = W_{p,max} = \frac{1}{2} k s_0'^2 = \frac{1}{2} k s_0^2 e^{-2\beta t}.$$

Vidimo, da energija pada z $e^{-2\beta t}$. Energija pada torej **dvakrat hitreje kot amplituda**. Če naprimer pade amplituda v 10 s za polovico, je energija za polovico manjša že po 5 s.

Primeri in naloge: Darko Zupanc CD

7.3.3 Vsiljeno nihanje - resonanca

Do sedaj smo opazovali nihanje zaradi delovanje čiste elastične sile (harmonično nihanje). Opazovali smo tudi nihanje, ko je poleg elastične sile delovala še sila upora, ki je nihanje zavirala - dušeno nihanje. Sedaj si bomo ogledali še vsiljeno nihanje, to je nihanje, kjer poleg elastične sile in sile upora deluje še ena zunanja sila, ki nihanje ojačuje. Enačbo harmoničnega nihanja smo zapisali:

$$ma = -ks,$$

za vsiljeno nihanje pa mora poleg sile $-ks$ delovati še neka sila $F(t)$, torej:

$$ma = -ks + F(t).$$

Sila $F(t)$ ima lahko poljubno časovno odvisnost, vendar bomo zaradi enostavnosti predpostavili, da je sila enaka:

$$F(t) = F_0 \sin \omega t,$$

kjer je ω krožna frekvenca s katero nihalu vsiljujemo nihanje. Ta frekvenca je v splošnem različna od lastne frekvence nihala $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Rešitve enačbe vsiljenega nihanja poznamo:

$$s = s_0 \sin \omega t,$$

$$a = -\omega^2 s_0 \sin \omega t.$$

S poskusom se namreč lahko prepričamo, da nihalo niha s tako frekvenco, s kakršno mu vsiljujemo nihanje, torej s frekvenco ω. Ko zgornja izraza vstavimo dobimo:

$$-m\omega^2 s_0 \sin \omega t = -m\omega_0^2 s_0 \sin \omega t + F_0 \sin \omega t,$$

kjer smo upoštevali $k = \omega_0^2 m$. Iz zgornje enačbe izračunamo s_0:

$$s_0 = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Vidimo, da nihalo niha z amplitudo, ki je odvisna od krožne frekvence, s katero vsiljujemo nihanje. Za $\omega = 0$ nihalo niha z amplitudo:

$$s_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k},$$

med tem, ko za $\omega = \omega_0$ amplituda pobegne v neskončnost. V resnici se to ne zgodi, saj v zgornjem računu nismo upoštevali sile upora, ki zavira nihanje. V bolj skrbnem računu enačbo vsiljenega nihanja napišemo:

$$ma = -ks - 2\beta v + F_0 \sin \omega t.$$

Nihalo niha s faznim zaostankom δ:

$$s = s_0 \sin(\omega t - \delta),$$

kjer je amplituda enaka:

$$s_0 = \frac{F_0}{\sqrt{(2\beta)^2\omega^2 + m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}.$$

Graf odvisnosti amplitude od frekvence vsiljenega nihanja je **resonančna krivulja**. Za $\omega = 0$ nihalo niha z amplitudo

$$s_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}.$$

Za naraščajočo frekvenco ω amplituda narašča in je največja, ko je

$$\omega = \omega_0,$$

torej ko je frekvenca enaka lastni frekvenci. Takrat pravimo, da je nihalo **v resonanci**. Z nadaljnim naraščanjem ω amplituda pade proti 0. Če je dušenje zelo veliko, pa do resonance sploh ne pride.

Primeri in naloge: Darko Zupanc CD

7.3.4 Resonanca v naravi

Resonanca, ki smo jo spoznali pri obravnavi mehanskega nihanja je zelo razširjena in je običajen pojav v naravi. Do resonance lahko pride v povezavi z vsakim oscilatornim pojavom, npr. z zvokom, elektromagnetnim poljem itd. Tukaj se bomo omejili le na primere mehanskega nihanja, zvok in elektromagnetno valovanje bomo podorbneje obdelali v kasnejših poglavjih.
Resonanca pri vsiljenem nihanju je lahko škodljiva.

- Resonanca pri stavbah, mostovih - potresi,
- korakanje ljudi po mostu lahko most spravi v močno nihanje,
- zaradi zvonjenja zvona v cerkvenem zvoniku se lahko pojavijo razpoke.

Drug zanimiv primer resonance je **sklopljeno nihanje**. Vzamemo dve enaki nihali - naprimer matematični in ju povežemo z elastično vzmetjo. Levo nihalo odklonimo za neko amplitudo s_1, desno pa obdržimo v ravnovesni legi. Ko nihali spustimo, začneta nihati. Na začetku ima prvo nihalo največjo amplitudo, desno pa miruje. Sčasoma pa amplituda prvega nihala začne padati, drugo nihalo pa niha vse močneje. Energija prvega nihala se zmanjšuje, drugega pa se povečuje. Izgleda, kot da se energija nihanja pretaka iz enega nihala na drugega.
Čez čas se prvo nihalo povsem ustavi, drugo nihalo pa niha, kot je na začetku nihalo prvo nihalo. Nato se pojav ponovi v nasprotni smeri. Sklopljeni nihali si torej **podajata energijo**. To se dogaja praviloma čim hitreje, čim bolj sta nihali sklopljeni.

Poglavje 8

Valovanje

Valovanje je eno od najbolj razširjenih pojavov v naravi. Včasih je valovna narava pojava očitna, npr. pri valovanju na vodni površini. Včasih, npr. pri zvoku ali svetlobi, pa je valovna narava pojavov ostala skrita stoletja in so jo odkrili šele razmeroma zapleteni poskusi. V splošnem pri vseh različnih vrstah valovanja obstaja niz skupnih lastnosti, ki jih bomo spoznali v tem poglavju.

8.1 Širjenje motenj v prostoru

Osnovna lastnost valovanja je **širjenje po prostoru**. Širjenje valovanja ni identično z gibanjem delcev v mediju, po katerem se valovanje širi. Pri valovanju se delci snovi zelo malo premikajo iz ravnovesnega položaja, kljub temu pa se val širi. Vprašamo se, kaj sepotem pri valovanju sploh giba?
Odgovor na zgornje vprašanje poiščemo s pomočjo naslednjih dveh zgledov:

- Primer kroglic v vrsti.
- Kolona avtomobilov pred semaforjem.

Podobni primeri kažejo, da se pri valovanju širijo **motnje**. Motnje, ki se po sredstvu razširjajo **v pravilnih časovnih presledkih** imenujemo **valovanje**.

8.1.1 Transverzalne in longitudinalne motnje in valovanja

Vzamemo vrv, ki jo na enem koncu pritrdimo ob steno. Na drugem koncu pa vrv močno udarimo, tako, da na njej nastane valovanje. Valovanje ima obliko hriba ali doline, ki se zaradi elastičnih sil v vrvi širi. Pri širjenju se oblika valovanja ne spreminja. Fotografije pokažejo, da ima valovanje v različnih trenutkih isto obliko. Valovanje se tudi širi z neko konstantno hitrostjo. Delčki vrvi so pri tem nihali gor in dol, valovanje pa se je širilo v levo ali v desno. Takšno vrsto motenj ali valovanja, kjer delci nihajo pravokotno na smer širjenja valovanja imenujemo **transverzalno** valovanje.
Obstajajo pa tudi drugačni načini za povzročanje motenj ali valovanja v snovi. Plin v ozki in dolgi cevi zapremo. Nalevi strani imamo bat, ki se lahko premika levo in desno. Če bat nenadoma nahitro premaknemo, bo v plinu nastala motnja, ki se bo širila vzdolž cevi. Bat je delčke plina pomaknil v smeri širjenja valovanja. Ti delčki plina so premaknili naslednjo vrsto sosednjih delčkov plina itd. Delčki snovi pri takem valovanju torej nihajo v smeri širjenja valovanja. Takšnemu valovanju pravimo **longitudinalno** valovanje.
V snovi imamo lahko opraviti tudi s kombinacijo obeh tipov valovanja. Potresni valovi so deloma transverzalni, deloma pa longitudinalni.

8.2 Mehanska transverzalna valovanja

Ugotovili smo obstoj dveh vrst valovanja: transverzalnega in longitudinalnega. V sledečih poglavjih si bomo podorbneje ogledali obe vrsti valovanja. Določen del teorije je skupen za obe vrsti valovanja, kljub temu bomo valovanji obravnavali ločeno. Najprej si bomo ogledali najenostavnejši primer valovanja na vpeti vrvi, ki je tranverzalno valovanje. Zanimali pa se bomo tudi za valovanje na gladini vode, ki je prav tako transverzalno valovanje.

8.2.1 Hitrost širjenja transverzalnih valov na vpeti vrvi

Vzemimo elastično vrv z enakomerno gostoto. Običajno nas pri valovanju zanima **masa na enoto dolžine** μ.:

$$\mu = \frac{m}{l}.$$

Vrv naj bo napeta s silo F. V nekem trenutku levi konec vrvi začnemo hitro premikati navzgor s hitrostjo v. Po določenem času se je motnja razširila s hitrostjo u do razdalje ut. Levi konec vrvi pa se je navzgor premaknil za vt. Kot, ki ga oklepa vrv v novem položaju z vodoravnico je:

$$\tan\varphi \approx \varphi = \frac{vt}{ut} = \frac{v}{u}.$$

Opraviti imamo namreč z majhnimi koti. Tudi sila F oklepa z vodoravnico kot φ, zato je transverzalna komponenta sile enaka:

$$F_\perp = F\sin\varphi \approx F\varphi = F\frac{v}{u}.$$

Ta sila je žici v času t dala določen sunek

$$\Delta G = F_\perp t = F\frac{v}{u}t.$$

Zaradi tega sunka sile se je del vrvi, kot smo že ugotovili, začel gibati navzgor s hitrostjo v. Ta del vrvi je dolg ut in ima maso

$$m = \mu \cdot ut.$$

Sprememba gibalne količine tega dela vrvi je ravno enaka sunku sile:

$$F\frac{v}{u}t = (\mu \cdot ut)v,$$

torej

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Hitrost širjenja valovanja na vrvi ni odvisna od hitrosti premikanja delčkov vrvi. Odvisna je od sile, s katero napenjamo vrv in od dolžinske gostote vrvi. Skozi tanko vrv se valovanje širi hitreje.

Primer: Kladnik str. 135
Naloge: Kladnik str. 138 naloge 4-8
Naloge: Hribar str. 120, 4. naloga

8.2.2 Matematični opis valovanja

Periodične motnje v določenem sredstvu, naj bo to vrv ali pa naprimer zrak, se imenujejo **valovi**. Obe vrsti valovanja lahko matematično opišemo na skoraj enak način. Najprej nas zanimajo transverzalna valovanja na vrvi ali na gladini kapljevine.

Značilnosti tranverzalnih valovanj lahko eksperimentalno preučimo s pomočjo naprave za proizvajanje valov v kadi z vodo. Preseki valovanja, ki prihaja iz nekega izvora so **sinusne oblike**. Vsak delček vode niha sinusno gor in dol, valovi pa potujejo v neko smer s konstantno hitrostjo. Mimo neke točke gre v času t N valov. Število valov, ki gre v določenem času mimo neke točke opišemo s količino, ki jo imenujemo **frekvenca valovanja**:

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{t_0},$$

kjer je t_0 nihajni čas, to je čas, ki mine med dvema valovoma. Mimo dane točke prihajajo valovi v intervalih t_0, kot nastajajo valovi v izvoru. Poleg tega je ves čas razdalja med dvema valovoma ostala konstantna.
Razdaljo med dvema valovoma imenujemo **valovna dolžina**. Valovna dolžina je hkrati tudi razdalja med poljubnima dvema točkama na valu, ki zavzemata enak položaj.
Sedaj bomo poiskali temeljno relacijo, ki velja za vsako valovanje. Ta relacija povezuje valovno dolžino λ, frekvenco ν in hitrost širjenja valovanja u. Premislek pokaže, da v enem nihanem času t_0 valovanje prepotuje natančno eno valovno dolžino λ. Za hitrost velja:

$$u = \frac{\lambda}{t_0} = \lambda\nu.$$

Hitrost širjenja valovanja je enaka produktu valovne dolžine in vrekvence valovanja.

Primer: Kladnik str. 138, naloge 1-3
Naloge: Hribar str. 127 do 132, naloge 1-12
Naloge: Darko Zupanc, CD (potujoče sinusno valovanje, longitudinalno in tranverzalno valovanje)

Gibanje delov vrvi v sinusnem valovanju lahko zapišemo tudi z enačbo. Upoštevamo, da se valovanje širi od izvira in zajame bolj oddaljene dele vrvi kasneje kot bližnje. Del vzmeti, ki je za x oddaljen od izvira, se ob času t giblje enako, kakor se je gibal izvir ob času $t - x/u$. Izvir pri $x = 0$ sinusno niha po enačbi:

$$s(t) = s_0 \sin \omega t.$$

Del vzmeri v razdalji x niha enako, le da moramo namesto t vstaviti $t - x/u$:

$$s(x,t) = s_0 \sin \omega(t - \frac{x}{u}).$$

ko upoštevamo zvezo $u = \lambda\nu$ lahko zgornjo enačbo zapišemo:

$$s(x,t) = s_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x) = s_0 \sin(\omega t - kx).$$

Običajno zapišemo

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Naloge: Hribar str. 127 do 132
Naloge: Darko Zupanc, CD (potujoče sinusno valovanje, longitudinalno in tranverzalno valovanje)

8.2.3 Valovanje na gladini kapljevine

Enako kot opišemo valovanje na vpeti vrvi, lahko opišemo tudi valovanje na gladini kapljevine naprimer vode. Gladina vode ima obliko, zato se lahko po njej širijo valovi, ki so bolj ali manj transverzalni. Valovi se lahko širijo po gladini zato, ker dvig vodne gladine zaradi vala pomeni povišanje potencialne energije, čemur sledi nihanje oziroma valovanje. Ker valovi na vodni gladini nastanejo zaradi teže, se imenujejo **težni valovi**.
Hitrost širjenja valovanja na gladini dobimo, ko ugotovimo, kako se gibljejo posamezni delčki tekočine, tako na površini kot v globini. To je eden težjih problemov hidromehanike, zato navedimo le rezultat. V **plitki vodi** oziroma pri valovih, katerih valovna dolžina λ je velika v primerjavi z globino h, hitrost težnih valov ni odvisna od valovne dolžine, pač pa od globine:

$$u = \sqrt{gh}.$$

Tu je g težni pospešek.

Primer: Kladnik str. 146

V **globoki vodi** oziroma v primeru, ko je valovna dolžina valov majhna v primeri z globino, pa velja enačba:

$$u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}.$$

V tem primeru hitrost širjenja valov ni odvisna od globine temveč od valovne dolžine. Valovi z daljšo valovno dolžino se širijo hitreje, kot pa valovi s krajšo valovno dolžino.

Primer: Kladnik str. 147

Transverzalni valovi na vpeti vrvi se širijo le vzdolž vrvi. V nasprotju pa se valovi na gladini kapljevine širijo lahko po ploskvi v vse smeri. Grafično valovanja na gladini kapljevine ne zadosti predstaviti le z sinusno krivuljo, temveč si pomagamo z **valovnimi črtami**. Valovna črta je črta, ki povezuje sosednje točke valujoče gladine v katerih je enak odmik. Običajno narišemo več valovnih črt, ki so med seboj razmaknjene za valovno dolžino λ. Mislimo si, da valovne črte potujejo skupaj z valovanjem.
Glede na obliko valovnih črt ločimo valovanja v dve glavni skupini: **ravna in krožna**.

Valovanje je **ravno**, če so valovne črte **ravne in vzporedne**. Takšno valovanje nastane, če je izvor valovanja dolg in raven. Valovanje se širi **v smeri pravokotno na valovne črte**.

Valovne črte **krožnega valovanja** so **koncentrični krogi**, ki izhajajo iz skupnega središča, kjer je izvor valovanja. Ta mora pošiljati valove v vse smeri enako močno. Valovi se širijo navzven.
Običajno izvor valovanja ni niti dolg niti raven, da bi dobili ravno valovanje, niti točkast ali krožen, da bi dobili krožne valove. Valovne črte so zato v bližini izvora nepravilne in odvisne od oblike izvora. V večji oddaljenosti pa postanejo valovne črte krožne.

Naloge: Kladnik str. 149

-

FIZIKA 2. DEL

FIZIKA SNOVI

Poglavje 9

Statika tekočin

V tem poglavju bomo preučili obnašanje tekočine v ravnovesju. Pod pojmom tekočine imenujemo vsako snov, ki lahko teče. K tekočinam tako štejemo kapljevine in pline. Kljub temu, da se plini in kapljevine močno razlikujejo po stisljivosti, imajo niz skupnih lastnosti, ki jih si jih bomo ogledali v sledečih dveh poglavjih.

9.1 Tlak v mirujoči tekočini

Obstoj tlaka v tekočinah nam je jasen. Vsakdo ga občuti pri npr. potapljanju na morju. Zakaj nastane ta tlak. Predstavljamo si, da zgornja plast tekočine pritiska na spodnjo s svojo težo. Ta plast pritiska na plast, ki leži pod njo in tako dalje. Na neki globini torej na neko horizontalno ploskev s površino S pritiska teža vode z maso $m = Sh\rho$, kar povzroča tlak:

$$p = \frac{F_g}{S} = \rho g h.$$

Pogosto moramo temu tlaku dodati še atmosferski zračni tlak p_0, torej:

$$p = \rho g h + p_0.$$

Zračni tlak je posledica teže atmosfere, ki obdaja Zemljo. Sklepamo, da zračni tlak narašča bliže ko smo zemeljskemu površju. To je razumljivo, saj je nad nami več zraka. Največji zračni tlak je nad morsko gladino:

$$p_0 = 1013 \text{ mbar}.$$

Pri dvigu za 8 m pa se zračni tlak zmanjša za 1 mbar. Vendar je odvisnost tlaka zraka z višino zapletena, saj se z višino zmanjšuje tudi gostota zraka in njegova temperatura, približno za $6.5^0 C$ na vsak kilometer.
Predno se lotimo računskih zgledov omenimo še eno pomembno lastnost tlaka v tekočinah. Osnovna lastnost tekočin je, da se molekule lahko premikajo ena proti drugi. Trdna telesa nimajo takšnih lastnosti. Pri idealni tekočini si mislimo, da se molekule povsem svobodno gibljejo naokoli. Kadar je tekočina v ravnotežju, mora biti vsaka molekula z vsake strani podvržena enaki sili. To pa je zelo pomembno. če ne bi bilo tako, bi se tiste molekule, ki bi bile na mestu delovanja večje sile, pospešeno gibale proti mestom delovanja manjše sile. Vendar v ravnovesju to ne drži.
Pascalov zakon (1653) je direktna posledica tega razmišljanja. V tekočini na nekem mestu deluje tlak na vse smeri enako. Samo pod tem pogojem je tekočina v ravnovesju.

- **Tlak na dno** je trivialno eksperimentalno dejstvo. V obstoj tega tlaka se lahko vedno prepričamo, kadar tekočina izteka skozi luknjico na dnu neke posode.

- **Tlak na stene posode** Tudi v obstoj tega tlaka se lahko preričamo, če v stene posode izvrtamo luknjice. Tekočina v loku izteka iz posode. Dejstvo je tudi, da pri dnu posode tekočina izteka hitreje, kot pri vrhu. To je razumljivo, saj je na dnu posode večji tlak kot pri vrhu.

- **Tlak navzgor** Tudi v obstoj tega tlaka se lahko prepričamo z enostavnim eksperimentom. V posodo s tekočino potopimo do polovice stekleno cev pod katero pristavimo tanko ploščico. Če potopimo cev dovolj globoko se bo ploščica sama od sebe obdržala ob cevi.

Lahko zaključimo, da so vsi tlaki na dno, navzgor in na stene posode med seboj enaki. Če bi bil kateri izmed njih večji, kot ostala dva, bi se molekule tekočine gibale v smeri tega tlaka.

Primer: Kladnik str. 153, potapljanje, primer s Hg
Primer: Kladnik str. 157, primer z zračnim tlakom
Naloge: Kladnik str. 158 naloge 1-10
Primeri in naloge: Hinko Šolinc str. 49-76

Hidrostatični paradoks Iz enačbe $p = \rho g h$ sledi, da je tlak v tekočini odvisen le od globine, ne pa tudi od oblike posode. To dejstvo pojasni t.i. **hidrostatični paradoks**. To je pojav, pri katerem je tlak tekočine na dno posode enak neodvisno od oblike posode.

9.2 Vzgon

Na telo, ki je potopljeno v tekočini, pritiska tekočina z vseh strani. Tlak tekočine je ob spodnjem delu telesa večji kot ob zgornjem. Na spodnji del telesa tekočina pritiska močneje, kot na zgornji del. Rezultanta sile, s katero tekočina pritiska na telo ni nič, ampak kaže navzgor. To rezultanto imenujemo **vzgon**.
Velikost vzgona bomo izračunali s pomočjo kvadra, ki ga potopimo v tekočino. Zgornja stranica je na globini h, spodnja stranica pa je na globini $h + \Delta h$. Na zgornjo stranico deluje sila tekočine:

$$F_{zgoraj} = \rho g h S,$$

na spodnjo stranico pa deluje sila

$$F_{spodaj} = \rho g (h + \Delta h) S.$$

Rezultanta teh dveh sil je

$$F_v = \rho g \Delta h S = \rho g V.$$

Z besedami to enačbo zapišemo:

- Sila vzgona je enaka teži izpodrinjene tekočine.

Vsako telo, ki je potopljeno v tekočino na svoji teži izgubi toliko, kolikor tekočine izrine zaradi lastne prostornine. Ta princip je odkril že Arhimed (287-212 pred našim štetjem). Arhimedov princip seveda ni neodvisen princip mehanike, ampak je posledica Newtonovih zakonov in lastnosti tekočin.

Vzgon poskuša telo v tekočini dvigniti. Ali se telo zares dvigne pa je odvisno od njegove teže in drugih sil, ki delujejo nanj. Oglejmo si nekaj primerov, ko telo z gostoto ρ potopimo v vodo z gostoto ρ_0. Kaj se zgodi s telesom, ko ga izpustimo? Premislimo takole! Na telo delujeta dve sili: sila teže in sila vzgona. Skupna rezultanta je:

$$R = F_g - F_v = \rho g V - \rho_0 g V.$$

Telo je v ravnovesju, če je sila teže telesa enaka teži izpodrinjene tekočine:

$$F_g = F_v \longrightarrow \rho = \rho_0.$$

To pomeni, da mora biti gostota telesa enaka gostoti vode. Telo v tem primeru lebdi.
V primeru, ko je teža telesa večja od teže izpodrinjene tekočine:

$$F_g > F_v \longrightarrow \rho > \rho_0,$$

se telo potopi. Zadnji primer pa je, ko je teža telesa manjša od teže ipodrinjene tekočine:

$$F_g < F_v \longrightarrow \rho < \rho_0.$$

V tem primeru telo splava na površje. Pri tem del telesa pogleda iz vode, potopljen pa je toliksen del, da je vzgon telesa enak teži.

Primer: Kladnik str. 160, lebdeča krogla
Primer: Kladnik str. 162, navidezna teža
Primer: Kladnik str. 163, ledena gora
Naloge: Kladnik str. 164, naloge 1-11
Primeri in naloge: Šolinc str. 79-106

Poglavje 10

Dinamika tekočin

10.1 Tok idealne tekočine

V tem poglavju bomo obravnavali lastnosti tekočin v gibanju. Potrebno je imeti v mislih dejstvo, da **hidrodinamika**, to je poglavje fizike, ki se ukvarja s temi procesi, pripada tistim delom fizike, ki uporabljajo zelo kompliciran matematični aparat. Gibanje idealnih tekočin bomo zato obravnavali začenši z stacionarnim gibanjem. Pri **stacionarnem** gibanju se tekočina giblje v vzporednih plasteh. Vsaka tekočina lahko teče stacionarno, če so izpolnjeni določeni pogoji. Hitrost tekočine mora biti majhna in ovire ne smejo tekočine preveč naglo ustavljati. Če ta dva pogoja nista izpolnjena je gibanje tekočine mnogo bolj kompleksno in se imenuje **turbolentno**.
Značilnosti stacionarnega gibanja si lahko ogledamo po Hele-Shawu. Uporabimo posodo, ki v toku vode spušča tinto. Voda in tinta tečeta skozi luknjice v ozek prostor med dvema steklenima ploščama.Če voda in tinta tečeta počasi je gibanje stacionarno. Med ploščama nastanejo temne in svetle proge. Plasti se med sabo ne mešajo ampak lepo polzijo ena ob drugi. Temne proge ilustrirajo **tokovnice**, to so namišljene črte, ki prikazujejo smer gibanja tekočine. Tokovnice lahko definiramo tudi eksaktno. Rečemo, da so to črte, katerih tangenta v neki točki kaže na smer gibanja tekočine.
Zanimivo je proučiti vpliv ovir na gibanje tekočin. Če tekočina teče nemoteno, to pomeni, da v njej ni ovir, so tokovnice vzporedne. Krožna ovira razmakne tokovnice. Razmaknjene tokovnice se zgostijo na mestih, kjer se tekočina giblje z večjo hitrostjo.
Glavna značilnost stacionarnega gibanja tekočin je njegova časovna nespemenljivost. Delci tekočine seveda menjajo svojo hitrost in smer gibanja. Vendar je hitrost tekočine v dani točki vedno enaka, to pomeni, ima isto smer in hitrost. To dejstvo je koristno, saj lahko stacionarno gibanje tekočin opišemo tudi matematično.

10.1.1 Masni in prostorninski tok

Najosnovnejši problem, ki nas zanima v zvezi z gibanjem tekočin je vprašanje, koliko tekočine teče npr. skozi neko cev v določenem času. S "kolikoše nanašamo na dvoje: na maso tekočine in na volumen tekočine. Govorimo o **masnem pretoku** in o **volumskem pretoku**. Masni pretok bomo vpeljali kot maso tekočine v enoti časa:

$$\Phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Masni tok merimo v kg/s. Volumski pretok pa vpeljemo z enačbo:

$$\Phi_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Ta je enak prostornini tekočine, ki v enoti časa steče skozi nek presek cevi. Merimo ga v m^3/s ali tudi v l/s. Oglejmo si še zvezo med masnim in prostorninskim pretokom. Če v enačbi za masni pretok maso zapišemo kot $m = \rho \Delta V$, dobimo

$$\Phi_m = \rho \Phi_v.$$

Denimo, da tekočina teče po cevi s presekom S s hitrostjo v. V času Δt se tekočina premakne za $v\Delta t$, kar pomeni, da je v cev moralo priteči $\Delta V = Sv\Delta t$ tekočine. Volumski pretok je potemtakem

$$\Phi_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Sv\Delta t}{\Delta t} = Sv.$$

Tako volumski pretok povežemo z presekom cevi in hitrostjo gibanja tekočine.

10.1.2 Kontinuitetna enačba

Predno se lotimo pomembnejših računskih zgledov si poglejmo še en pomemben princip - kontinuitetno enačbo. Denimo, da tekočina teče po cevi s presekom S_1, ki se na nekem mestu zoži in dobi presek S_2. Vprašanje se ponuja samo od sebe. Kaj se na mestu zožitve zgodi s hitrostjo? Preprost poskus pokaže, da se tokovnice zožijo, to pa glede na naše prejšnje ugotovitve pomeni povečanje hitrosti. V širšem delu cevi je hitrost tekočine torej drugačna kot v ožjem delu. Naj bo v_1 hitrost tekočine v širšem delu cevi, v_2 pa naj bo hitrost tekočine v ožjem delu cevi. Izhodišče našega razmišljanja je predpostavka, daje količina tekočine, ki priteče v cev enaka količini tekočine, ki iz cevi izteka. Ohranjata se torej volumski in masni pretok. To zapišemo takole:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

To je do neke mere razumljivo. Nič tekočine se ne more v cevi nabirati. Zgornjo enačbo imenujemo **kontinuitetna enačba**. Hitrost tekočine v zoženem delu cevi izračunamo torej takole:

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1.$$

V zožanem delu cevi teče tekočina hitreje, v razširjenem delu pa tekočina teče počasneje.

Primer: Kladnik str. 168, primer z reko
Naloge: Kladnik str. 168, naloge 1-4
Primeri in naloge: Šolinc str. 121 P 2.41 do P 2.45

10.1.3 Delo tlaka

Vsakdo, ki je poskušal črpati vodo, ve, da je za poganjanje določenega volumskega oziroma masnega pretoka po ceveh potrebno dovajati stalno delo. Tega običajno dovajajo vodne črpalke. Te delujejo na tekočino v cevi s stalno silo F, ki potiska del tekočine naprej. Za pumpo nastane tlačna razlika $p = F/S$. Naj bo Δs pot tekočine v cevi. Delo, ki ga pri tem črpalka opravi j enako

$$\Delta A = Fs = pS\Delta s = p\Delta V.$$

Delo, ki ga črpalka opravi je torej premosorazmerno s pretočenim volumnom tekočine. Zdaj lahko izračunamo še moč:

$$P = p\frac{\Delta V}{\Delta t} = p\Phi_v.$$

Moč črpalke je tudi tem večja, z večjim tlakom ko črpa.

10.1.4 Enačba pretakanja idealne tekočine-Bernoullijeva enačba

Vsaka relana tekočina lahko v določenih pogojih po ceveh teče stacionarno. Pri večjih hitrostih pretakanja pridejo do izraza medmolekularne sile, ki se kažejo kot notranje trenje v tekočini. Pri idealnih tekočinah tem medmolekularne sile zanemarimo: idealna tekočina je za nas tista, pri kateri ni nobenega notranjega trenja. Pretakanje idelane tekočine je tako stacionarno, ker je, kot bomo videli kasneje, trenje glavni predpogoj za nastanek vrtincev.
Tisto, kar nas zanima je matematični opis gibanja tekočin po ceveh. Pri tem izhajamo iz dveh osnovnih predpostavk, ki naj bi veljali za tekočine:

- zakon o ohranitvi energije,
- kontinuitetna enačba.

Ker je v praksi kontinuitetna enačba skoraj vedno veljavna, sklepamo, da bo naš matematični opis gibanja tekočin splošno uporaben. Gledali bomo tekočino v sevi, ki ima na enem mestu presek S_1, na drugem mestu pa S_2. Hitrost tekočine ni povsod enaka, ampak znaša v_1 oziroma v_2. Sklepamo, da tudi tlak znotraj tekočine ni povsod enak, čeprav v tem trenutku o utemeljenost takšne trditve ne moremo biti prepričani. Vseeno naj bo tlak na prvem mestu p_1, na drugem mestu v cevi pa p_2. Delo, ki ga opravi zunanja sila na prvem mestu pri premiku l_1 je

$$\Delta A_1 = p_1 S_1 l_1.$$

Tekočina se na drugem koncu cevi zaradi kontinuitetnega principa sama premakne za l_2 in pri tem opravi delo

$$\Delta A_2 = p_2 S_2 l_2.$$

Celotno delo je enako

$$\Delta A = \Delta A_1 - \Delta A_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2.$$

Glede na kontinuitetno enačbo velja $\Delta V_1 = \Delta V_2 = m/\rho$, zato

$$\Delta A = \Delta A_1 - \Delta A_2 = \frac{m}{\rho}(p_1 - p_2).$$

Ta sprememba gre na račun spremebe kinetične in potencialne energije tekočine. Sprememba kinetične energije je enaka:

$$\Delta W_k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2.$$

Sprememba potencialne energije pa je povezana s premembo višine tekočine, saj cevi niso nujno horizontalne:

$$\Delta W_p = mgh_2 - mgh_1.$$

Celotno delo, ki je opravljeno zaradi pretakanja cevi mora biti enako spremembi kinetične in potencialne energije:

$$\frac{m}{\rho}(p_1 - p_2) = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1).$$

Zgornjo enačbo lahko delimo z m in zmečemo vse člene z istim indeksom na isto stran. Dobimo:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Indeksa 1 in 2 se nanašata na poljubno točko v tekočini, zato lahko zaključimo, da velja:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{konst.}$$

To enačbo imenujemo **Bernoullijeva enačba** za pretakanje idealnih tekočin. Količina $\frac{1}{2}\rho v^2$ se imenuje **gostota kinetične energije**, količina $\rho g h$ pa **gostota potencialne energije**. Bernoullijevo enačbo z besedami poenostavljeno povemo takole: vsota tlaka, gostote kinetične in potencialne energije vzdolž tokovnice je konstantna.

Primeri in naloge: Šolinc str. 126 od P 2.47 naprej.

10.2 Upor

10.2.1 Pretaknje relanih tekočin; viskoznost

Do sedaj smo gledali gibanje tekočin (kapljevin in plinov) le pod vplivom gravitacije in drugih zunanjih sil. Vendar pa delujejo znotraj tekočin tudi medmolekulske sile. Delovanje teh sil se kaže kot notranje trenje, in kot bomo videli kasneje kot površinska napetost.
Notranje trenje ali viskoznost si lahko predstavljamo kot trenje med dvema plastema tekočine, ki se ne gibljeta z enako hitrostjo. Molekule vsake plasti delujejo na molekule sosednje plasti s silo, ki je praviloma privlačna. Te sile potemtakem zavirajo medsebojno gibanje plasti tekočine. Viskoznost srečamo tako pri kapljevinah kot plinih, vendar je pri kapljevinah viskoznost precej večja.
Kvantitativno bomo lastnosti viskoznosti preučili s pomočjo naslednjega poskusa. Tekočina naj se nahaja med dvema ploščama. Ena plošča naj bo pritrjena na podlago, drugo pa premikajmo s hitrostjo v. Razmik med ploščama naj bo enak d, to je tudi debelina plasti tekočine. Sklepamo nekako takole. Zgornja plošča vleče za seboj tekočino, ki se nahaja tik ob njej. Ta zgornja plast tekočine vleče za seboj plast tekočine pod njo. Vendar se ta plast giblje nekoliko počasneje saj jo zavira trenje, ki deluje med to plastjo in še eno nižjo plastjo. Hitrost tekočine se torej zmanjšuje, bliže ko smo spodnji plošči. Predvidevamo lahko tudi, da je hitrost tekočine neposredno ob spodnji plošči enaka nič. Ker delujejo med posameznimi plastmi tekočine sile trenja, moramo zgornjo ploščo vleči z neko silo F. Velikost te sile lahko izmerimo. Natančna merjenja pokažejo, da velja:

$$F = \eta S \frac{v}{d}.$$

Konstanto sorazmernosti η imenujeo **koeficient viskoznosti**. Ta je majhen za tekočine, ki se razmeroma lahko pretakajo: npr. za bencin in vodo. Pri tekočinah, ki se razmeroma težko gibljejo pa je koeficient viskoznosti večji. Primera sta naprimer težko olje ali glicerin. Viskoznost merimo v $\mathrm{Ns/m^2}$. Voda ima pri temperaturi 20^0 C viskoznost 0.001 $\mathrm{Ns/m^2}$. Viskoznost zraka pa je približno 60 krat manjša od viskoznosti vode. Pri kapljevinah se viskoznost z naraščajočo temperaturo zmanjšuje. Za pline pa velja ravno nasprotno.

10.2.2 Upor

Viskoznost tekočin prinaša s seboj pomembne posledice glede gibanja tekočin po ceveh. Tega problema si na tej stopnji ne bomo ogledali. Omejili se bomo na upor, ki ga lahko za silo razložimo s preprostimi enačbami.
Mirujoča tekočina zavira gibanje telesa s silo, ki jo imenujemo **upor**. Upor ima vedno nasprotno smer kot hitrost telesa. Upor se pojavlja tudi, ko telo miruje v gibajoči se tekočini (npr. dimnik v vetru). V tem primeru ima enako smer kot je smer hitrosti tekočine. Silo upora v primeru kroglastega telesa z radijem r ugotovimo približno s sledečim razmislekom. Ob telesu je prilepljena tanka plast tekočine, ki se giblje s hitrostjo v skupaj s telesom. Telo vleče sosednje plasti tekočine za sabo, zaradi česar nastane sila trenja oziroma v tem primeru upora. Približno na razdalji r od telesa tekočina skoraj ne potuje več, zato lahko napišemo:

$$F_u = \eta S \frac{v}{r} = \eta 4\pi r^2 \frac{v}{r} = 4\pi\eta r v.$$

Natančna merjenja kažejo, da je sila upora nekoliko večja:

$$F_u = 6\pi r \eta v.$$

Viskozni upor je sorazmeren s hitrostjo telesa. Zgornjo enačbo zato imenujemo tudi **linearni zakon upora**. Ta velja le toliko časa, dokler tekočina telo obteka približno laminarno oziroma stacionarno. Pri večji hitrosti za telesom nastajajo vrtinci, kar pomeni, da je gibanje tekočine za telesom turbolentno. Na prednji strani telesa se tekočina praktično ustavi. Bernoullijevo enačbo za ta primer zato napišemo

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_2 \longrightarrow p_2 > p_1.$$

Tlak ob telesu je torej nekoliko večji. Ta tlačna razlika pritiska na telo s silo

$$F_u = (p_2 - p_1)S = \frac{1}{2}\rho v^2 S,$$

kjer je S presek telesa v smeri njegovega gibanja. Merjenja kažejo, da je sila upora v resnici nekoliko drugačna, vseeno pa jo zapišemo v obliki:

$$F_u = \frac{1}{2}c\rho v^2 S.$$

Količini c pravimo **koeficient upora**, v katerem je zajeta oblika telesa. Zaobljena telesa (aerodinamična) imajo manjši koeficient upora, kot naprimer oglata telesa. Najmanjši koeficient upora ima telo z ribjo obliko.
Zgornji zakon upora velja le pri večjih hitrostih. Sila upora je pri tem premosorazmerna s kvadratom hitrosti. Ta zakon zato imenujemo **kvadratni zakon upora**. Kateri zakon upora je primeren za posamezni primer, presodimo s pomočjo **Reynoldsovega števila**

$$Re = \frac{\rho d v}{\eta},$$

kjer d pomeni značilno prečno dimenzijo telesa (pri krogli $2R$). Pri majhnih Reynoldsovih številih velja linearni zakon upora, pri velikih pa kvadratni. Pri krogli velja linearni zakon pri $Re < 0.5$ in kvadratni pri $Re > 1000$.

Primeri in naloge: Šolinc str.m 137 do 142

10.3 Sila curka

Curek tekočine (vodni curek, rečni tok, veter itd.) je tok delcev, ki se gibljejo z dano hitrostjo (v) drug ob drugem. Če curek tekočine zadene ob oviro, ki zmanjša njegovo gibalno količino, odriva curek oviro z neko silo, ki jo imenujemo **sila curka**. To silo izračunamo po izreku o gibalni količini, ki pravi:

$$F = -\frac{\Delta G}{\Delta t} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}(v_k - v_z) = -\Phi_m(v_k - v_z).$$

Predznak minus pride od tega, ker računamo silo na oviro, ne pa silo na curek. Sila curka je zmnožek masnega toka vpadnega curka in spremembe hitrosti v dani smeri.
Podrobneje si poglejmo dva primera. V primeru, da se tekočina ob oviri ustavi je $v_k = 0$ in sila curka je enaka:

$$F = \Phi_m v_z.$$

V primeru, da se tok tekočine od ovire odbije z enako hitrostjo kot jo je imel na začetku, torej $v_k = -v_z$ pa sledi:

$$F = 2\Phi_m v_z.$$

Primeri in naloge: Kladnik str. 172 naloge 1-2

10.4 Sile pri gibanju tekočin

10.4.1 Uporaba v meteorologiji

Poleg morja poznamo na Zemlji še en ocean tekočine - atmosfero. Teorijo tekočin bomo v tem poglavju uporabili na nekaterih zanimivih zgledih v zvezi z gibanjem zračnih mas. V splošnem je stanje v atmosferi odvisno od količin, kot so pritisk, temperatura in vlaga. Nanje vplivajo med rugim geografske in biološke razmere, pa tudi obsevanje zaradi sonca. Razlike v vrednosti teh parametrov povzročajo **vreme**, s katerim se ukvarja meteorologija.
Meteorologija je razmeroma široka disciplina, napovedovanje vremena, pa temelji na zapletenih matematičnih in fizikalnih zakonih. Tu si bomo pogledali le najenostanejše primere s katerimi razložimo nastanek vetrov v atmosferi.

10.4.2 Coriolisova sila

Na zračne gmote v atmosferi vplivajo različne sile: npr. sila teže, razlike tlakov (gradientna sila) in naprimer Coriolisova sila. Razumevanje te sile je razmeroma zapleteno in zahteva nekaj znanja matematike. Mi se je bomo lotili nekoliko poenostavljeno.
Coriolisova sila nastane kot posledica vrtenja Zemlje okoli lastne osi. Točke na ekvatorju so od osi bolj oddaljene, kot točke v zmernih geografskih širinah. Iz teorije vrtenja vemo, da je obodna hitrost v odvisna od kone hitrosti ω in radija r, in sicer

$$v = \omega r = \omega R \sin \alpha.$$

Kadar se zračne gmote premikajo po zemlji, pogosto od ekvatorja proti zmernim geografskim širinam, prihajajo na mesto, kjer se tla vrtijo okrog osi vrtenja nekoliko počasneje. Recimo, da se zrak premakne iz točke A v točko B (slika X) za ΔR. Potem se radij kroženja zmanjša za

$$\Delta r = \Delta R \cos \alpha.$$

V točki A je hitrost kroženja

$$v_A = \omega r_A,$$

v točki B, pa je

$$v_B = \omega r_B.$$

Sprememba hitrosti kroženja, ko gre zrak od točke A v točko B je

$$\Delta v = \omega \Delta r = \omega \Delta R \cos \alpha.$$

Sedaj delimo zgornjo enačbo z Δt in dobimo t.i. Coriolisov pospešek:

$$a_{cor} = \omega v \cos \alpha.$$

Zaradi tega pospeška deluje na zrak neka sila, ki ji pravimo Coriolisova sila F_{cor}:

$$F_{cor} = m\omega v \cos \alpha.$$

V resnici bi morali računati nekoliko drugače. Pravilen rezultat je

$$F_{cor} = (2\omega \cos \alpha) m v.$$

Zgornjo enačbo zapišemo takole

$$F_{cor} = mKv,$$

kjer je K Coriolisova konstanta, ki pri nas meri okrog $10^{-4} s^{-1}$. Coriolisova sila je glede na zgornje rezultate odvisna od hitrosti gibanja zraka. Vedno deluje pravokotno glede na hitrost, in sicer upoštevamo pravilo desnega vijaka.

10.4.3 Gradientna sila

Druga pomembna sila, ki deluje na zrak je v zvezi z različnim zračnim tlakom. Naj bo v točki A tlak p_A, v točki B pa p_B. Potem definiramo **gradient tlaka** ∇p takole:

$$\nabla p = \frac{\Delta p}{\Delta r},$$

kjer je Δp razlika tlakov med točkama, r pa je razdalja med njima. Gradient tlaka pove, kako hitro se tlak spreminja na zemeljskem površju od kraja do kraja.

Zdaj si zamislimo delček zraka z dimenzijami Δx, Δy in Δz. Ta delček zraka ima maso $m = \rho(\Delta x \Delta y \Delta z)$. Nanj deluje sila zaradi razlike tlakov na desni in levi (slika X):

$$F_{grad} = \nabla p \Delta x S = \nabla p V = \nabla p \frac{m}{\rho} = \frac{\nabla p m}{\rho}.$$

To silo imenujemo gradientna sila in potiska zračne gmote v smeri manjšega tlaka.

10.4.4 Centrifugalna sila

Tretja sila, ki bistveno vpliva na gibanje zraka v atmosferi je centrifugalna sila, ki jo poznamo iz kroženja. Denimo, da zrak kroži s hitrostjo v po krožnici z radijem R. Potem na delček zraka z maso m deluje sila:

$$F_{cf} = m\frac{v^2}{R}.$$

Ta sila je zlasti pomembna pri manjših zračnih vrtincih, kot so tornadi, hurikani in taifuni.

10.4.5 Sila trenja

To silo poznamo iz statike. Za telesa, kot so razne klade na podlagi velja zakon v obliki

$$F_{tr} = kN.$$

Pri zraku je zakon trenja nekoliko drugačen. Trenje je odvisno od hitrosti zraka ter od lastnosti tal preko katerih piha veter. Stepa povzroča manjše trenje kot naprimer tropski gozd. Velja taka zveza:

$$F_{tr} = mkv,$$

kjer je k koeficient trenja.

Antitriptični ali protitrenjski vetrovi

Prvi zgled gibanja zraka naj bodo prototrenjski vetrovi, ki nastanejo kot posledica razlik v zračnem pritisku. Ti vetrovi pihajo v smeri od večjega tlaka proti manjšim tlakom. Pri gibanju se pojavlja tudi trenje, tako da v ravnovesnem stanju izenačimo gradientno silo ter silo trenja:

$$F_{grad} = F_{tr},$$

$$\frac{\nabla pm}{\rho} = mkv,$$

sledi za hitrost:

$$v = \frac{\nabla p}{\rho k}.$$

Hitrost takšnih vetrov je torej odvisna od gradienta tlaka ter od koeficienta trenja.
Zgled antitriptičnih vetrov sta naprimer **burin in maestral**. Maestral piha v smeri od morja proti kopnemu. Zrak nad morjem se popoldan manj segreje kot zrak nad kopnim, zato se nad kopnim zrak začne dvigovati, posledično se zmanjša tudi pritisk. To povzroči premikanje zraka od morja proti kopnu.Burin piha v obratni smeri od kopnega proti morju, in sicer piha ponoči. Zrak nad morjem se počasneje ohladi kot zrak nad kopnem. Tako je nad morjem manjši zračni tlak, kar povzroči gibanje zraka proti morju. Burin in maestral lahko nastaneta le v anticiklonih, ko ni velikih gradientov zračnega pritiska. Hitrost tehh dveh vetrov ponavadi dosega do 10 m/s.

Primer: Burin piha s hitrostjo 10 m/s. Nad morjem je tlak 1000 mbar, nad kopnim pa 1015 mbar. Kolikšen je koeficient trenja, če je gostota zraka 1.3 kg/m^3?

Tornadi, taifuni in hurikani

V tropskih predelih, redkeje v zmernih geografskih širinah nastanejo v nestabilni atmosferi večji ali manjši zračni vrtinci, ki so posledica lokalnega zelo majhnega zračnega tlaka. Na zrak deluje močna gradientna sila, zaradi hitrega vrtinčenja pa tudi močna centrifugalna sila. V ravnovesju sta ti dve sili enaki:

$$F_{grad} = F_{cf},$$

$$\frac{\nabla pm}{\rho} = m\frac{v^2}{r},$$

od koder sledi za hitrost:

$$v = \sqrt{\frac{\nabla p}{\rho}}\sqrt{r}.$$

Hitrost narašča z razdaljo od središča kroženja in lahko doseže enormne vrednosti. Vrtinčaste vetrove, kot so tornadi, taifuni in hurikani imenujemo tudi **ciklostrofski vetrovi**.

Primer: Tornado ima premer 100 m in se vrti s hitrostjo 200 km/h. Izračunaj gradient tlaka v tornadu. Za koliko je tlak znotraj tornada manjši kot zunaj tornada?

Geostrofski vetrovi

Kadar pihajo vetrovi na kontinentalnih razsežnostih, je potrebno poleg gradientne sile upoštevati tudi Coriolisovo silo, saj je v takem merilu potrebno upoštevati vrtenje Zemlje. Najenostavnejši primer je, ko so izobare ravne (Slika X). V tem primeru vetrovi pihajo tako, da se vzpostavi **geostrofsko ravnotežje**. Pričakovali bi, da geostrofski vetrovi pihajo v smeri proti nizkemu zračnemu tlaku. Vendar premislek pokaže, da se v tem primeru ne more vzpostaviti ravnovesje med gradientno in Coriolisovo silo. To ravnovesje se lahko vzpostavi le tako, da vetrovi pihajo v smeri izobar, torej pravokotno na gradient tlaka. Pri tem velja zveza:

$$F_{cor} = F_{grad},$$

$$mKv = \frac{m\nabla p}{\rho}.$$

Od tod dobimo za hitrost vetra:

$$v = \frac{\nabla p}{K\rho}.$$

Primer: Na razdalji 1000 km je razlika zra"nega tlaka 30 mbar. S kolikšno hitrostjo piha geostrofski veter ob izobarah. Kolikšna pa je razlika tlakov na tej razdalji, če piha veter s hitrostjo 100 km/h?

Če Zemljo pogledamo v smeri proti severu, opazimo, da so izobare v povprečju usmerjene v smeri vzhod-zahod. V takšni smeri pihajo tudi vetrovi. Tako na severni polobli v povprečju pihajo zahodni vetrovi, na južni pa vzhodni. Govorimo o t.i. cirkopolarnih vrtincih. Zaradi vpliva sončnega obsevanja morajo vetrovi na Zemlji pihati tako, da prenašajo energijo od ekvatorja proti poloma. Cirkopolarni vrtinci so zato pogosto nekoliko valoviti. Na temenih valov nastanejo anticikloni (območja visokega zračnega pritiska), na temenih dolin pa nastanejo cikloni (območja nizkega zračnega pritiska). Občasno so valovi cirkopolarnih vetrov tako izraziti, da se bodisi doline ali sami valovi odcepijo od cirkoplarnih vetrov in nastanejo samostojni vrtinci zraka, ki imajo kontinentalne razsežnosti. V te primeru nad nekim ozemljem nastane obsežno območje visokega ali nizkega zračnega pritiska, kar povzroči dolgotrajno slabo ali lepo vreme. Ti samostojni cikloni ali anticikloni se le počasi premikajo nad tlemi, zato govorimo o blokadah splošnih cirkopolarnih vrtincev.

Cikoni - območja nizkega zračnega pritiska

Izobare večinoma niso ravne, temveč bolj ali manj ukrivljene. Kadar je v središču območje nizkega zračnega pritiska govorimo o ciklonu. Vetrovi pihajo v tem primeru tako, da se vzpostavi ravnovesje med gradientno, centrifugalno in Coriolisovo silo:

$$F_{grad} = F_{cor} + F_{cf}.$$

$$\frac{m\nabla p}{\rho} = mKv + m\frac{v^2}{r}.$$

Rešitev te kvadratne enačbe je:

$$v = \frac{-Kr + \sqrt{(Kr)^2 + 4(\nabla p/\rho)r}}{2}.$$

V povprečju vetrovi pihajo vzdolž krožnih izobar, zaradi česar nastanejo veliki vrtinci kontinentalnih razsežnosti. Zaradi sile trenja vetrovi v resnici ne pihajo popolnoma vzporedno z izobarami, temveč rahlo navznoter proti centru nizkega zračnega tlaka. Območje ciklona se tako sčasoma zapolni. Zaradi konvergence zraka pri tleh, se v višjih legah zrak dviguje. To povzroči nastanek oblačnega vremena in padavin.

Anticikloni - območja visokega zračnega pritiska

O anticiklonu govorimo takrat, ko je v središču krožnih izobar območje z višjim zračnim pritiskom. Tudi v tem primeru vetrovi pihajo tako, da se vzpostavi ravnovesje med gradientno, Coriolisovo in centrifugalno silo. Tokrat velja:

$$F_{grad} + F_{cf} = F_{cor},$$

$$\frac{m\nabla p}{\rho} + m\frac{v^2}{r} = mKv.$$

Rešitev te kvadratne enačbe je

$$v = \frac{Kr + \sqrt{(Kr)^2 - 4(\nabla p/\rho)r}}{2}.$$

Determinanta v zgornjem izrazu mora biti pozitivna, kar pomeni:

$$(Kr)^2 > 4(\nabla p/\rho)r.$$

Od tod izrazimo gradient tlaka in dobimo

$$\nabla p = \frac{K^2\rho r}{4}.$$

Gradient tlaka je torej premosorazmeren z razdaljo od središča anticiklona. V njegovem središču so gradienti tlaka majhni, na robu pa razmeroma veliki. To pomeni, da močni vetrovi pihajo predvsem na robu anticiklona. Kadar ob lepem vremenu pihajo močni vetrovi smo torej na robu anticiklona. Zgornja enačba pove še nekaj. Coriolisova konstanta K je odvisna od geografske širine. Na ekvatorju je K zelo majhna. Gradient tlaka ∇p je odvisen od kvadrata Corilisove konstante, zato so v splošnem gradienti tlaka ob ekvatoru majhni. To pa hkrati pomeni, da so območja visokega zračnega pritiska tem večja, bližje ko gremo proti ekvatorju. Vidimo, da ima vrtenje Zemlje in z njim Coriolisova sila bistven vpliv na klimo na Zemlji.

Poglavje 11

Površinska napetost

11.1 Uvod

Včasih se zgodi, da predmeti, gostejši od vode, obstanejo na vodni površini, če jih previdno položimo nanjo. Tako lahko na vodi plava celo šivanka, čeprav bi po Arhimedovem zakonu morala potoniti. Prosta površina tekočin tudi vode, se obnaša, kot da bi bila prek njene površine napeta tanka opna. Ta opna se nahaja samo na površini. Ko šivanka to opno prebode, naglo potone. Znan podoben primer v naravi so recimo vodni letalci.
Ti in tudi številni drugi pojavi kažejo, da je prosta površina tekočin v stanju napetosti. Obstoj te površinske napetosti lahko ilustriramo z nekaterimi fizikalnimi eksperimenti. V krožni okvir zavežemo vrvico s pentljo. Nato vse skupaj potopimo v milnico in prebodemo milnico znotraj pentlje. Ta takoj nato privzame krožno obliko. Milnica izven pentlje namreč vleče vrvico radialno navzven.
Kako pa lahko smiselno pojasnimo površinsko napetost. Izkaže se, da moramo upoštevati molekularno strukturo materije. Tekočina je sestavljena iz molekul in vsaka molekula je obdana s sosednjimi molekulami. Med molekulami tekočine obstaja privlačna sila, zaradi katere imajo vse molekule določeno potencialno energijo. Ta je seveda negativna. Zato imajo molekule znotraj tekočine manjšo potencialno energijo kot na površini tekočine. Če želimo naključno izbrano molekulo pripeljati na površino, ji moramo dodati določeno energijo. Kot bomo videli, ja prav ta energija tista, ki povzroči nastanek površinske napetosti. Torej tisto, kar bomo pokazali je, kako je površinska napetost povezana z energijo.

11.2 Kvantitativno določanje površinske napetosti; površinska energija

Do fizikalnega opisa površinske napetosti se dokopljemo s pomočjo enostavnega poskusa z žicnim okvirom in prečko, ki je premična. Poskus pokaže, da na pomično prečko deluje sila, ki jo označimo z F. Jasno je, da mora biti ta sila premosorazmerna z dolžino prečke l. Označimo sorazmernostni koeficient z γ, dobimo:

$$F = \gamma \cdot 2l.$$

Zakaj je v tej površini faktor 2? Dejstvo je, da je prosta površina tekočine tako na prednji kot zadnji strani, zato imamo v resnici dve površini tekočine. Sorazmernostni koeficient γ se imenuje **koeficient površinske napetosti**. Njegov pomen je dan z izrazom:

$$\gamma = \frac{F}{2l}.$$

Torej ta koeficient predstavlja silo na enoto dolžine. Njegove enote so tako N/m.
Koeficient površinske napetosti lahko definiramo tudi s pomočjo površinske energije. Da bi premično prečko premaknili za Δs v smeri nasprotni delovanju površinskih sil, moramo dovesti delo:

$$\Delta W = F\Delta s = \gamma 2l\Delta = 2\gamma\Delta S,$$

kjer je ΔS sprememba površine proste tekočine. Napišemo lahko še:

$$\gamma = \frac{\Delta W}{2\Delta S}.$$

Koeficint površinske napetosti torej lahko interpretiramo tudi kot delo, ki je potrebno, da se prosta površina tekočine poveča za enoto. Dimenzije koeficienta površinske napetosti so torej tudi J/m^2.

11.2.1 Minimalne površine

Površinska napetost je torej posledica dodatne energije, ki jo ima površina tekočine zaradi delovanja medmolekulskih sil. Glede na dejstvo, da vsi naravni procesi težijo k stanju najmanjše potencialne energije kot stabilnem stanju, lahko predvidevamo, da tudi prosta površina tekočine privzame najmanjšo vrednost glede na okoliščine v kozarcu npr. Za dani volumen ima najmanjšo površino krogla. Dejansko vsaka tekočina, če izničimo vpliv gravitacije pridobi obliko krogle. Voda se naprimer lahko razprši v kapljice.

- zanimiv poskus: voda in alkohol z enako gostoto kot olje. Kapljice olja se bodo združevale v eno kroglo, ki im za dani volumen olja najmanjšo površino.

11.3 Površinska napetost na meji tekočina - trdno telo

Eksperimentalno lahko pokažemo, da je gladina nekaterih tekočin ob steni posode višja kot v sredini posode. Pri nekaterih drugih pa je ravno obratno. Gladina je ob steni nižja kot v sredini. Takšno anomalijo v gladini tekočin pojasnimo z obstojem medmolekulskih sil med tekočino in stenami posode. Govorimo o t.i. **adkohezijskih silah**. Da bomo razumeli obliko površine tekočine na meji tekočina - stena, se bomo spomnili hidrostatike, ki pravi, da je prosta površina tekočine vedno pravokotna na rezultanto delovanja vseh sil, ki delujejo na tekočino. Na meji tekočina - stena delujejo gravitacija, sile med molekulami tekočine (kohezija) in sile med tekočino in steno (adkohezija).
Na sliki X lahko vidimo shemo delovanja teh sil. Na neko molekulo v tekočini delujejo le najbližje molekule. Konkretno nas zanimajo sile na molekulo na samem robu tekočine ob steni. Nanjo deluje sila stene posode, ki jo vleče proti steni. To silo bomo označili z A. Na molekulo deluje še sila teže, ki pa jo bomo zanemarili. Zadnja sila je sila tekočine, ki deluje proti tekočini. To silo označimo z Q. Gladina tekočine se postavi pravokotno na rezultanto teh dveh sil. Zdaj lahko razumemo, zakaj se gladina enkrat ob steni dvigne, drugič pa spusti. Če je sila stene A mnogo večja od sile tekočine Q, se gladina ob steni dvigne, v nasprotnem primeru pa se gladina spusti.

11.3.1 Kapilarnost

Sile med tekočino in steno posode imajo za posledico pomemben pojav - kapilarnost. Potopimo tanko cevko v tekočino in tekočina se dvigne. Nasprotno se lahko pri nekaterih drugih tekočinah gladina tudi spusti. V prvem primeru govorimo o kapilarnem dvigu, v drugem pa o kapilarnem spustu. Kapilarni dvig je morda eden najpomembnejših pojavov za obstoj visokih rastlin, npr. dreves. V steblih dreves so majhne kapilarice v katerih se tekočina zaradi kapilarnega dviga dvigne prav do vrha krošnje.
Kapilarnost pojasnimo s pomočjo površinske napetosti. Kapilarni stolpec vode z višino h zadržuje napetost površine, ki se s steno kapilare dotika v krožnem loku $2\pi r$. Sila, ki deluje na stolpec v kapilari je glede na prejšnje enačbe

$$F = 2\pi r\gamma.$$

Seveda ta sila ne deluje navpično navzgor, ampak deluje pod kotom α. Navpična komponenta te sile je

$$F_n = F\cos\alpha = 2\pi r\gamma\cos\alpha = \pi r^2 h\rho g.$$

kjer je $\pi r^2 h\rho g$ ravno teža stolpca tekočine v kapilari. Iz te enačbe lahko izračunamo višino stolpca:

$$h = \frac{2\gamma\cos\alpha}{r\rho g}.$$

Ista enačba seveda velja tudi za kapilarni spust, le da sila zaradi površinske napetosti stolpec tišči navzdol.

11.3.2 Kapljice

Že zgoraj smo povedali, da zaradi površinske napetosti in z njo povezane energije tekočina privzame obliko kroglic, če izničimo efekt gravitacije. Ker površinska napetost stiska kapljico je v njej povečan tlak za Δp. Zdaj nas seveda zanima koliko je to. Izhajamo iz spremembe površinske energije, če kapljico malo napihnemo. Velja:

$$\Delta W = F\Delta r = \Delta p S \Delta r = \gamma \Delta S.$$

Ker ΔS lahko napišemo kot $\Delta S = 8\pi r \Delta r$ dobimo iz zgornje enačbe

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{r}.$$

Podobna enačba velja za **mehurček**, kjer sta dve plasti tekočine, saj je znotraj mehurčka tudi zrak. Velja:

$$\Delta p = \frac{4\gamma}{r}.$$

S pomočjo te enačbe lahko razumemo en zanimiv poskus. Dva mehurčka povežemo s cevko, tako da zrak iz enega mehurčka lahko prehaja v drugega. Imejmo dva različno velika mehurčka. Ker sklepamo, da tlak v mehurčkih ni popolnoma enak, se en mehurček napihne, drugi pa spusti. Kateri mehurček se napihne in kateri susti, to je zdaj vprašanje! Po zdravi pameti bi se zdelo, da sigurno večji mehurček začne napihovati manjšega. Pričakovali bi namreč, da je večjem mehurčku večji tlak. Toda skrben eksperiment pokaže, da je ravno obratno. To je razvidno tudi iz enačbe. Tlak znotraj mehurčka je obratnosorazmeren z njegovim polmerom. V manjšem mehurčku je tako večji tlak, kar pomeni, da manjši mehurček napihuje večjega dokler se sam popolnoma ne izprazni. Zanimiv pojav, spominja nekoliko na moderni kapitalizem, ki je neizprosen do revnih!

Primeri in naloge: Šolinc str. 110

Poglavje 12

Elastičnost

12.1 Uvod

Pojem togega telesa, ki je homogeno in vedno obdrži svojo obliko, je matematična abstrakcija, ki smo jo uvedli, da bi opisali delovanje zunanjih sil na realna telesa. V resnici pa vsako telo, ki je izpostavljeno delovanju sile, menja tako svojo lego kot svojo obliko. V zadnjem primeru govorimo o **deformaciji** telesa. Kolikšna je ta deformacija je odvisno od notranjih lastnosti snovi iz katere je telo. Primerno je definirati izraz **elastično telo**, ki dobijo prejšnjo obliko, ko sila poneha. Nasprotje elastičnim so **plastična telesa**, ki obdržijo novo obliko tudi po tem, ko sila poneha. Realna telesa so praviloma nekje vmes. Guma je morda najbliže elastičnim telesom, plastelin pa plastičnim.
Danes vemo, da so elastične lastnosti snovi posledica njihove molekularne zgradbe, ali točneje, medmolekulskih sil. Še danes mehanizem elastičnosti v nekaterih situacijah ni v celoti znan. Seveda preučevanje mikroskopske teorije elastičnosti presega naš namen. Omejili se bomo le na makroskopske elastične lastnosti.

12.1.1 Tlak na površini trdnega telesa

Kadar se dve telesi dotikata, navadno med njima deluje sila. Ta sila ne deluje le v eni točki temveč po celotni končni stični površini. Kvocient sile inpovršine imenujemo **tlak**

$$p = \frac{F}{S}.$$

Tako definiran tlak je skalarna količina. V resnici podrobnejša matematična razmišljanja pokažejo, da je tlak tenzorska količina. Vendar bomo tule zaradi enostavnosti privzeli, da je tlak skalarna količina. Pogosto sila med dvema telesoma ne deluje popolnoma pravokotno na ploskev. To pomeni, da jo lahko razstavimo na pravokotno komponento $F_\perp$ in vzporedno komponento $F_\|$. Govorimo tudi o **normalni napetosti**

$$\sigma_n = \frac{F_\perp}{S}$$

in **strižni napetosti**

$$\tau = \frac{F_\|}{S}.$$

Tlak kot vemo merimo v paskalih Pa ali pa v barih bar. Pri tem velja

$$1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}.$$

Pgosto uporabljamo mbare, za katere pa velja 1 mbar=100 Pa.

Primer: Sila deluje pod kotom 30^0 glede na površino telesa. Izračunaj normalno in strižno napetost, če je sila velika 40 N, ploskev pa 2 cm^2.
Primer: Kladnik str. 144, primer s kvadrom

12.2 Deformacije in elastične lastnosti trdnih teles

12.2.1 Zveza med napetostjo in deformacijo

Povezavo med napetostjo in deformacijo najlaže opazujemo s pomočjo enostavnega poskusa. Valj s presekom S obremenimo s silo F in merimo njegov skrček Δl. Pogosto nas ne zanima absolutna deformacija ampak relativna $\varepsilon = \Delta l/l$. Odvisnost napetosti v materialu od relativne deformacije prikazuje graf X. Celoten graf razdelimo nekako v tri območja. Prvi del grafa kaže, da je pri majhnih deformacijah napetost približno premosorazmerna z deformacijo. Ta del imanujemo **območje sorazmernosti**, oziroma govorimo o **linearni elastičnosti**. Značilno za to območje je, da po ponehanju sile telo dobi prvotno obliko. Pri **meji sorazmernosti** odvisnost napetosti od deformacije ni več premosorazmerna. Govorimo o **območju prožnosti**. Tu se v telesu pojavijo drobne **ireverzibilne spremembe** oziroma poškodbe v obliki drobnih razpokic. V tem območju se po ponehanju sile telo ne vrne več v prvotno obliko. Če deformacijo še naprej povečujemo napetost narašča do maksimalne vrednosti, ki jo imenujemo **meja prožnosti**. Od tu dalje sledi **območje plastičnosti**. Telo se v tem območju obnaša plastično. V nem se pojavljajo makroskopske razpoke in prelomi ob katerih je skoncentrirana večina deformacije. To pomeni, da se deformacija izvrši predvsem s premiki ob teh razpokah.
Oblika grafa X ni vedno enaka ampak je odvisna od okoliščin to je od Temperature in bočnega tlaka na valj. Prav tako je deloma odvisna od hitrosti deformacije. Vidimo, da je razumevanje zveze med deformacijo in napetostmi izpostavljeno velikom komplikacijam. Dejansko dobro razumemo obnašanje snovi le v nekaterih okoliščinah. Prav tako je oblika grafa odvisna od vrste snovi.

12.2.2 Hookov zakon

Videli smo, da je pri majhnih deformacijah napetost približno premosorazmerna z napetostjo. V območju sorazmernosti zato med deformacijo in napetostjo napišemo enostavno matematično zvezo:

$$\sigma_n = E\varepsilon.$$

Sorazmernostno konstanto E imenujemo **Youngov modul**, sam zakon pa imenujemo **Hookov zakon** po Robertu Hooku (1635 do 1703). Običajno Hookov zakon napišemo v malo bolj pregledni obliki:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}.$$

Pri tem je l začetna dolžina telesa, Δl sprememba dolžine, F je sila s katero stiskamo telo, S pa je površina na kateri deluje sila. V konkretnem primeru je to presek valja.
Hookov zakon zapišemo tudi za **elastično vzmet**. Kot poznamo že iz Statike je raztezek vzmeti premosorazmeren s silo, s kateo raztegujemo vzmet:

$$F = kx.$$

Količino k smo imenovali **konstanta elastične vzmeti**. Tudi zgornja enačba je Hookov zakon. V območju sorazmernosti se trdna telesa obnašajo kot prožne vzmeti. To je do neke mere razumljivo. Med molekulami telesa delujejo medmolekulske sile, katerih karakteristiko prikazuje graf XX. V ravnovesju so molekule ena od druge oddaljene za r_0. V takšni oddaljenosti so medmolekulske sile enake nič. Če telo začnemo stiskati, molekule na silo zbližamo, zato se med njimi pojavi odbojna sila. V nasprotnem primeru telo raztegujemo in molekule na silo razmikamo. V tem primeru se med molekulami pojavi privlačna sila.

Naloge: Kladnik str. 150, naloge 1-9 (brez energije)

12.2.3 Elastična potencialna energija

O tej vrsti energije smo že govorili v poglavju Delo in energija. Vendar ne bo nič hudega, če naše ugotovitve tule ponovimo in povežemo z novo vednostjo.

Z razmislekom kar takoj pridemo do zelo pomembne ugotovitve. Denimo, da telo stiskamo oziroma raztezamo. Z drugimi besedami, telo deformiramo. V vsakem primeru, ne glede na to ali telo stiskamo ali raztegujemo, porabimo določeno energijo. Kaj to pomeni? Videti je, da se trdna snov nahaja **v stanju minimalne energije**. V vsakem drugem stanju ima snov večjo energijo. In seveda se vprašanje ponuja samo od sebe. Za koliko se spremeni energija telesa ob znani deformaciji? Na vprašanje je možno odgovoriti z enostavno matematiko. In sicer bomo nanj najprej odgovorili za primer elastične vzmeti, ker to že poznamo.
Razmislimo, kako zapišemo elastično potencialno energijo. Očitno je to energija, ki se porabi pri raztezanju ali krčenu vzmeti za $\Delta x = x_2 - x_1$. Najlaže jo bomo izračunali tako, da izračunamo delo, ki ga porabi povprečna sila vzmeti

$$\overline{F} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

na poti $\Delta x = x_2 - x_1$. Takole:

$$A = W_{p,2} - W_{p,1} = \overline{F}\Delta x = k\frac{(x_1 + x_2)}{2}(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2.$$

Takole, elastično potencialno energijo lahko zapišemo kot

$$W_p = \frac{1}{2}kx^2.$$

Za trdna telesa ne bo potrebno računati še enkrat. Iz Hookovega zakona izrazimo silo F in poglejmo, katere količine predstavljajo ekvivalent elastične konstante vzmeti k. Torej:

$$F = \frac{ES}{l}\Delta l = k\Delta l.$$

Tudi v tem primeru za elastično energijo uporabimo $W_p = \frac{1}{2}k\Delta l^2$, konstanto k pa izračunamo kot $k = ES/l$.

Primeri in naloge: Šolinc str. 28 naloge P 1.9 do P 1.15
Primeri in naloge: Kladnik str. 150 naloge od 1 do 9

12.2.4 Strižna deformacija

V zgornjem poglavju smo ugotavljali povezavo med deformacijo in napetostjo v telesu. Pozorni bralec je verjetno že ugotovil, da smo se pravzaprav zanimali le za **normalno napetost**, ki bodisi stiska ali razteza telo. Toda silo na telo običajno zapišemo kot vsoto normalne in strižne komponente. Kakšno deformacijo pa povzroča strižna sila? Na to vprašanje odgovorimo s preprostim eksperimentom, ki je prikazan na sliki XX. Takšno deformacijo imanujemo **strižna deformacija**. Tudi zanjo velja Hookov zakon:

$$\tau = G\alpha, \quad \text{oziroma} \quad \frac{F}{S} = G\frac{x}{l}.$$

kjer je α izražen v radianih, G pa je **strižni modul**. Pri strižni deformaciji se posamezne plasti telesapremaknejo vzporedno, zato se celotna prostornina telesa ne spremeni.

Primeri in naloge: ???

12.2.5 Stisljivost tekočin

V poglavjih, kjer smo obravnavali tekočine smo privzeli, da tekočin ne moremo stiskati. Ta predpostavka dobro drži le za kapljevine, splošno znano pa je, da zrak lahko zelo lahko stiskamo. Vendar se izkaže, da tudi kapljevine, kot je npr. voda lahko stiskamo, le da je njihova stisljivost zelo majhna. Eksperiment pokaže, da je sprememba volumna tekočine premosorazmerna s spremembo tlaka in začetnim volumnom (kra je razumljivo):

$$\Delta V = \chi V \Delta p.$$

Sorazmernostni koeficient χ imenujemo **stisljivost**. Njena enota je 1/Pa. Stisljivost kapljevin je zelo majhna, reda velikosti 10^{-10} Pa^{-1}. Stisljivost plinov pa je odvisna od tlaka, pri normalnem tlaku pa znaša okoli 10^{-5} Pa^{-1}. Običajno nas zanima relativna sprememba prostornine $\Delta V/V$, zato zgornjo enačbo zapišemo v obliki:

$$\frac{\Delta V}{V} = \chi V.$$

primeri in naloge: Kladnik str. 149, primer in str. 150 naloga 10.
Primeri in naloge: Šolinc str. 36 naloge od P 1.17 do P 1.19

-

FIZIKA 3. DEL

TOPLOTA IN TERMODINAMIKA

Poglavje 13

Fenomenološka kalorika

13.1 Toplotno stanje - temperatura

13.1.1 Termometrija

Z dotikom roke lahko ugotovimo, da je neko telo toplejše od nekega drugega telesa. Merilo za relativno toplotno stanje bomo imenovali **temperatura**. Pravimo, da ima toplejše telo večjo temperaturo kot hladnejše. V fiziki se seveda ne zadovoljimo s tako ohlapno definicijo temperature. Le - to točno definiramo in poiščemo tudi metodo za njeno merjenje. Vendar je točna definicija temperature možna le na podlagi poglobljenega razmišljanja, ki nam je s preprosto matematiko nedosegljivo. Zato se zadovoljimo le z merjenjem temperature. S tem pravzaprav definiramo preprosto delavno definicijo temperature.
Za merjenje temperature poiščemo neko lastnost telesa, ki se s temperaturo menja, podobno, kot za merjenje sil uporabljamo lastnosti, ki so se spreminjale s silo (naprimer dolžino elastične vzmeti). Ta lastnost mora biti **reverzibilna**, kar pomeni, da se pri isti temperaturi telo vrne v začetno stanje. V naravi najdemo več primernih lastnosti: npr. dolžina palice, volumen tekočine, električni upor žice, barva žareče nitke itd. Z vsemi temi posebnostmi si pomagamo pri merjenju temperature v določenih intervalih.

13.1.2 Termometri

Naprava, ki meri temperaturo glede na zgoraj omenjene lastnosti se imenuje **termometer**. Najobičajnejši termometer je tak s tekočino v stekleni cevi.

- Zgradba in delovanje živosrebrnega ali alkoholnega termometra

13.1.3 Temperaturne skale in fundamentalne točke

Zaradi enotnosti merjenja temperature je potrebno definirati temperaturno razliko med dvema določenima temperaturama. Na tak način definiramo **merilo za temperaturo**. To je pravzaprav definicija temperature s pomočjo merjenja, podobno kot prostor definiramo na podlagi merjenja razmikov, ne da se spuščamo v samo bit prosora.
Kot temeljno temperaturno razliko vzamemo razliko med lediščem in vreliščem vode. Te dve temperaturni točki vzamemo kot fundamentalni točki saj sta lahko merljivi. Nižja referenčna točka je temperatura ledišča, ki je definirana **kot temperatura mešanice ledu in vode pri tlaku ene atmosfere**. Višja referentna točka je **temperatura vrelišča vode pri tlaku ene atmosfere**.
Tem fundamentalnim točkam lahko pripišemo poljubne številčne vrednosti in razmik razdelimo na poljubne delčke. Uveljavile so se tri skale:

- *Celsiusova skala*: ledišče ima temperaturo 0^0 C, vrelišče pa 100^0 C.
- *Reamurjeva skala:* 0^0 oziroma 80^0.

- *Fahrenheitova skala:* 32^0 in 212^0 F.

Celsiusova skala se uporablja v večini držav sveta, Fahrenheitova skala se uporablja v anglosaških državah, Reamurjeva pa se je do neke mere uporabljala v Franciji.
Spet je potrebno poudariti, da je izbor številčnih vrednosti povsem poljuben in je odvisen od praktičnosti. Obstaja pa spodnja meja temperature, ki jo imenujemo absolutna ničla pri -273,15^0 C.

Primeri in naloge: Šolinc str. 15

13.2 Toplotno raztezanje trdnih teles in kapljevin

13.2.1 Toplotno raztezanje trdnih teles

Sprememba volumna trdnih teles se odvija v skladu z enostavnimi zakoni. Večina teles se termično razteza v vseh smereh enako. V primeru, če je dimenzija telesa v eni smeri mnogo večja kot v srugi smeri (npr. palica) govorimo o **linearnem raztezanju**. V tem primeru se raztezanje v ostalih smereh lahko zanemari.
Linearno raztezanje prikažemo s poskusi, kjer segrevamo palice iz različnih materialov (lahko tudi **bimetalni trak**). Poskusi pokažejo, da se različni materiali različno raztezajo. Interpretiramo pa jih na sledeč način. Recimo, da dolžina palice pri tmeperaturi T_0 meri l_0. Z naraščajočo temperaturo $\Delta T = T - T_0$ se dolžina palice poveča za $\Delta l = l - l_0$. Poskusi kažejo, da je spremeba dolžine premosorazmerna s spremembo temperature:

$$\Delta l = \beta l_0 \Delta T.$$

Količina β se imenuje **linearni koeficient raztezanja**. Njegova enaota je K^{-1}.

Primera: Kladnik 2. del str. 97, primera 1 in 2
Primeri in naloge Šolinc, poglavji Termično raztezanje snovi in Termometri (str. 77)

Volumsko raztezanje Poglejmo si še raztezanje v vseh treh smereh. Vzemimo kocko s stranico a_0. Segreta kocka pa ima stranico

$$a = a_0 + \Delta a = a_0(1 + \beta \Delta T).$$

Volumen segrete kocke je a^3 oziroma

$$V = V_0(1 + 3\beta \Delta T),$$

kjer vzamemo samo člen, ki vsebuje najnižjo potenco β. Iz zgornje zveze sledi:

$$\Delta V = V_0(3\beta)\Delta T = V_0 \alpha \Delta T.$$

Koeficient α se imenuje **koeficient volumskega raztezanja** in je trikrat večji kot koeficient linearnega raztezanja.
Volumsko raztezanje prikažemo s kroglico, ki jo spuščamo skozi metalni prstan.

13.2.2 Volumsko raztezanje tekočin

Enako kot volumsko raztezanje trdnih teles opišemo tudi volumsko raztezanje tekočin. Zanimivost pa predstavlja **anomalno obnašanje vode**. V temperaturnem območju med 0^0 C in 4^0 C, se volumen vode zmanjšuje s segrevanjem, kar pomeni, da je volumski koeficient raztezanja v tem področju negativen.

Primeri in naloge: Šolinc str. 77
Naloge: Kladnik 2. del str. 99, naloge 1-12

Poglavje 14

Energijski zakon termodinamike

14.1 Notranja energija teles

14.1.1 Dovajanje in odvajanje toplote s segrevanjem in ohlajanjem

Pojem toplote poznamo iz vsakodnevnega življenja, kjer naprimer govorimo o toploti, ki jo dobivamo od sonca, o toploti, ki jo naprimer oddaja ogenj itd. Videti je, da smo v vsakodnevnem življenju navajeni operirati z dvema izrazoma: temperaturo in toploto. Vprašanje je, ali je to smiselno, zato si poglejmo naslednji fenimen v zvezi s plinskim gorilnikom.
1 l vode grejemo na gorilniku določen čas. Temperatura naraste za ΔT. Nato vodo ohladimo na prejšnjo temperaturo in jo hladimo dvakrat dalj časa. Poskus pokaže, da je temperatura narasla za dvakrat. Vzemimo sedaj 1/2 litra vode in jo segrevajmo enako dolgo, kot v prvem delu poskusa. Ugotovimo, da se temperatura dvigne za $2\Delta T$, v dvakrat daljšem času pa se dvigne za $4\Delta T$. Kako to interpetirati? Smiselno se zdi, da smo vodi predali določeno **toploto**, ki je povzročila dvig temperature. Sprememba temperature je premosorazmerna s dovedeno toploto in obratno sorazmerna z maso:

$$\Delta T = \text{konst.}\frac{\Delta Q}{m}$$

$$\Delta Q = \text{konst.}m\Delta T.$$

Tako definirana toplota je čisto fenomenološka količina in nam ne pove ničesar o naravi toplote. Preostane nam, da določimo še konstanto v zgornji enačbi. Predvidevamo, da bo ta konstanta odvisna od materiala.

14.1.2 Pretvarjanje dela v toploto in obratno

Vsakodnevno življenje kaže, da obstaja cel niz pojavov, kjer se pri mehaničnem delu troši kinetična energija in pojavlja toplota. V to nas prepričajo naprimer segrevanje pri trenju lesene palice ob drugo leseno palico. S palicama naredimo podoben poskus, kot zgoraj s segrevanjem vode. Ugotovimo, da velja za delo, ki ga vložimo za segrevanje palic podobna relacija:

$$A = \text{konst.}m\Delta T.$$

Ta rezultat nam da misliti, da med delom in toploto mora obstajati neka pomembna povezava, oziroma, da sta toplota in delo na nek način ekvivalentna.

14.1.3 Notranja energija: absolutna temperatura

Glede na energijski zakon, ki pravi, da se v zaprtem sistemu energija ohranja, sklepamo, da se delo, ki ga opravimo pri drgnjenju palic, pretransformira v neko drugo obliko energije. To imenujemo **notranja energija** in jo označimo z W_n. Vsako telo ima določeno notranjo energijo. Ta se povečuje, ko telo segrevamo in zmanjšuje, ko telo ohlajamo. Ker opravičeno lahko domnevamo, da nobeno telo nima neskončne notranje energije, sledi, da mora obstajati stanje telesa, ko le to nima nobene notranje energije. To pomeni, da telesa ne moremo še bolj ohladiti. To temperaturo definiramo, kot **absolutno ničlo**. Danes vemo, da je absolutna ničla pri pri"bližno -273^0 C. Ta temperatura je za vsa telesa enaka. Kako to vemo? Spomnimo se vsem znanega pojava prehajanja toplote iz bolj vročega telesa na hladnejšega. Recimo, da imamo dve različni telesi iz različnih snovi, za kateri je absolutna ničla različna. Naj bo T_1 absolutna ničla za prvo telo in T_2 absolutna ničla za drugo telo. Hkrati izberemo

$$T_1 > T_2.$$

Obe telesi pri tej temperaturi nimata notranje energije. Sedaj telesi staknemo. Toplejše telo se bo pri tem ohladilo, hladnejše pa segrelo. To pa je nemogoče, saj telesi nimata notranje energije in toplota ne more teči iz enega telesa na drugega. Zagato rešimo le tako, da domnevamo

$$T_1 = T_2.$$

Absolutna ničla je zato za vse snovi enaka. Temperaturno skalo zato navajamo v **Kelvinovi temperaturni lestvici**. Absolutna temperatura je pri 0^0 K. Tališče vode pa je pri 273^0 K. Iz praktičnih razlogov namreč izberemo:

$$1^0C = 1^0K.$$

Temperatura je ena osnovnih fizikalnih količin. Enota K pa je osnovna enota.

14.2 Energijski zakon termodinamike

Zgornji zgledi kažejo, da telesa lahko segrevamo bodisi tako, da jim dovajamo toploto, ki je posebna oblika energije, ali pa jim dovajamo delo. S tem telesom dovajamo energijo, zato lahko pišemo

$$W' - W = \Delta A + \Delta Q,$$

kjer je W' energija telesa po spremembi, W pa energija telesa pred spremembo. Ta energija seveda lahko sestoji iz potencialne, kinetične in notranje energije. V okviru termodinamike navadno raziskujemo le pojave, pri katerih se spremeni le notranja energija telesa W_n, kinetična in potencialna energija pa ostajata nespremenjeni. Energijski zakon zapišemo zato takole:

$$\Delta W_n = \Delta A + \Delta Q.$$

Imenujemo ga **prvi zakon termodinamike.**

Primeri: Kladnik str. 53, trije primeri

14.2.1 Specifična toplota

Segrevanje telesa spremljajo številni pojavi, ki smo jih zgoraj omenili v zvezi z merjenjem temperature. Tule je pomembno predvsem raztezanje telesa. Imejmo telo v sobi, kjer je zračni tlak p in ga segrejmo za ΔT. Pri tem se telo raztegne za ΔV. Recimo, da je površina telesa S, pi segrevanju pa se stranice telesa premaknejo navzven za δs. Ker pri tem telo odrine okoliški zrak, ki nanj deluje s silo pS, sledi, da telo opravi delo

$$A = -pS\delta s = -p\Delta V.$$

To delo je negativno, saj ga je telo oddalo.
Sedaj se spomnimo, da telo lahko segrejemo na dva načina. Bodisi mu dodamo samo toploto, samo delo ali oboje. Recimo, da telo v našem primeru segrevamo tako, da mu dodajamo le toploto. Na račune dovedene toplote Q se telesu spremeni notranja energija ΔW_n pri tem pa se telo raztegne in odda delo $-p\Delta V$. Sprememba notranje energije mora biti očitno enaka:

$$\Delta W_n = \Delta Q - p\Delta V.$$

Najenostavneje je, ko telesu preprečimo, da se raztegne, v tem primeru je $\Delta V = 0$ in velja:

$$\Delta W_n = \Delta Q.$$

Sprememba notranje energije je v primeru, ko telo segrevamo pri konstantnem volumnu enaka dovedeni toploti. Še od prej pa vemo, da velja:

$$\Delta Q = \text{konst.} m \Delta T.$$

Konstanto označimo z c_v in jo imenujemo specifična toplota pri konstantnem volumnu. Dobimo:

$$\Delta W_n = c_v m \Delta T.$$

To pa je strahotno pomemben rezultat.
Druga možnost pa je, ko telo pustimo, da se razteza in se pri tem raztegne za ΔV. Pri tem velja:

$$\Delta W_n = \Delta Q - p\Delta V = \Delta Q - pV_0 \alpha \Delta T.$$

Za ΔW_n vstavimo $c_v m \Delta T$ in izrazimo ΔQ:

$$\Delta Q = c_v m \Delta T + p\frac{m}{\rho}\alpha \Delta T = (c_v + p\frac{\alpha}{\rho}) m \Delta T.$$

V primeru konstantnega tlaka p je izraz v oklepaju konstanten. Označimo ga z c_p in ga imenujemo **specifična toplota pri konstantnem tlaku**. Dobimo:

$$\Delta Q = c_p m \Delta T.$$

Dobili smo dva zelo pomebna rezultata, ki ju povzamemo takole:

- V primeru konstantnega volumna je dovedena toplota enaka spremembi notanje energije telesa. Z enačbo zapišemo to takole: $Q = \Delta W_n = c_v m \Delta T$. Sorazmernostno konstanto imenujemo specifična toplota pri konstantnem volumnu.

- V primeru, ko teleu dopustimo, da se pri segrevanju termično razteza, moramo dodati toploto $Q = c_p m \Delta T$. Sorazmernostno konstanto imenujemo specifična toplota pri konstantnem tlaku. Pri tem se telesu spremeni notranja energija za $\Delta W_n = c_v m \Delta T$. Preostanek toplote je šel na račun izgub, ker je telo pri raztezanju odrivalo okoliški zrak in pri tem opravljalo delo.

Pri trdninah in kapljevinah se c_p in c_v tako malo razlikujeta, da razljiko prerosto zanemarimo. Pri plinih pa je razlika pomembna in jo bomo še posebej obravnavali.

Primera: Kladnik str. 55, dva primera

14.2.2 Toplotna kapaciteta

Označimo specifični toploti c_v in c_p, ki sta približno enaki, z c in jo imenujmo **specifična toplota snovi**. Enota zanjo je

$$\frac{J}{kgK}.$$

Pogosto uporabljamo tudi količino, ki jo imenujemo **toplotna kapaciteta**:

$$C = mc.$$

Enota zanjo pa je

$$\frac{J}{K}.$$

Toplotna kapaciteta pove, kolikšno tolpoto moramo telesu dovesti, da ga segrejemo za en K.

Primer: Kladnik str. 57, en primer
Primeri in naloge: Šolinc str. 103.

14.3 Kalorimetrija

Kalorimetrija je del termodinamike, ki se ukvarja z merjenjem specifične toplote in toplotne kapacitete snovi. Razlikujemo merjenja pri trdnih, tekočih in plinastih snoveh.
Specifično toploto merimo s **kalorimetrom**. Pogosto uporabljamo **vodni kalorimeter**.

Primer: Kladnik str. 56, razlaga vodnega kalorimetra in en primer
Razlaga kalorimetra je s primeri: Šolinc str. 136 do 137, primera P3.22, P3.23

V Kalorimetru mešamo različno topla telesa in računamo tudi ravnovesne temperature, ki se vzpostavijo pri toplotnem stiku ali mešanju različno tolih teles. To so tako imenovane **mešalne naloge**.

Naloge: Kladnik str. 58, naloge 1-12
Primeri in naloge: Šolinc str. 134

Poglavje 15

Fazne spremembe snovi

Snov se pojavlja v treh agregatnih stanjih ali v treh fazah: trdni, kapljevinski in plinski fazi. Snov lahko prehaja iz enega agregatnega stanja v drugo ali, kot tudi pravimo, iz ene faze v drugo, če jo segrevamo ali ohlajamo.

15.1 Taljenje

Trdne snovi delimo na **kristalne trdne snovi** in **amorfne trdne snovi**. Te se pri segrevanju in ohlajanju ne obnašajo na enak način.
Kristalne trdne snovi so naprimer led, sladkor, kositer, svinec, železo, kuhinjska sol itd.

- Razlaga grafa dovedene toplote in temperature $T(Q)$.

Toploto, ki jo mora prejeti snov z maso m, segreta na temperaturo **tališča**, da se popolnoma stali, imenujemo **talilna toplota**. Talilna toplota Q_t je premosorazmerna z maso snovi:

$$Q_t = q_t m.$$

Sorazmernostna konstanta q_t se imenuje **specifična talilna toplota**. Ta je snovna lastnost kristalne snovi. Pove nam, koliko toplote mora prejeti 1 kg do tališča segrete snovi, da se stali. Eanota je

$$[q_t] = \frac{J}{kg}.$$

Amorfne snovi se obnašajo popolnoma drugače. To so naprimer vosek, maslo, mast, čokolada itd. Amorfne snovi se pri segrevanju vedno bolj mehčajo in ob naraščanju temperature **zvezno preidejo v kapljevinsko fazo**. Amorfne snovi nimajo določenega tališča in talilne toplote.

primeri: Kladnik 2. del str. 110, 1. primera.

Strjevanje Če kapljevini odvzemamo toploto se njena temperatura znižuje. Pri temperaturi tališča se začne kapljevina strjevati. Med strjevanjem se temperatura zmesi trdne in kapljevinske faze ne spreminja. Kapljevina oddaja toploto na račun svoje notranje energije. Toplota, ki jo mora tekočina oddati, je

$$Q_t = q_t m.$$

Ta je enaka kot talilna toplota. Drugače rečeno: med strjevanjem snov odda toliko toplote, kot jo prejme med taljenjem.

Podhlajena kapljevina je stanje kapljevine, ki ima temperaturo pod tališčem. Naprimer kemično čista voda. Dežne kaplje imajo včasih temperaturo pod -10^0 C.

15.2 Vrenje in kondenzacija

Kapljevini v odprti posodi enakomerno dovajamo toploto (graf!). Temperatura akpljevine narašča do temperature T_v, ki ji pravimo **vrelišče**. Tu začne kapljevina prehajati iz kapljevinske faze v plinasto fazo ali **paro**. V notranjosti kapljevine neurejeno nastajajo mehurč"ki pare, ki se zaradi vzgona dvigajo proti gladini. Pravimo, da kapljevina vre. Med izparevanjem se temperatura ne spreminja. Dodana toplota gre na račun notranje energije. Če žwelimo, da izpari vsa tekočina, moramo dodati toploto

$$Q_i = q_i m,$$

kjer je Q_i **izparilna toplota**, q_i pa **specifična izparilna toplota**. Ta je snovna lastnost kapljevin. Vrelišče je močno odvisno od tlaka. Pri manjšem tlaku kapljevina vre pri nižji temperaturi. Pri tlaku 0.75 bar, kot je zračni tlak na Triglavu, voda vre pri 90^0 C. Vrelišče je odvisno tudi od primesi. Slana voda vre pri višji temperaturi.
V izjemnih okoliščinah se kapljevina lahko segreje nad temperaturo vrelišča in pri tem ne vre. Taki kapljevini pravimo **pregreta kapljevina**. Ta ni obstojna. Že majhen treslaj povzroči, da kapljevina zavre, njena temperatura pa se zniža na temperaturo vrelišča.

Kondenzacija Če paro segreto nad vrelišče postopoma ohlajamo, njena temperatura pada do vrelišča. Pri tej temperaturi se začne para spreminjati v kapljevino. Pravimo, da prara **kondenzira**. Med kondenzacijo je temperatura konstantna.
Toplota, ki jo odda para, ko se utekočini se imenuje **kondenzacijska toplota**. Ta je enako velika kot izparilna toplota.

Primeri: Kladnik str. 105 in 106, trije primeri + str. 110, 2. primer

15.3 Izhlapevanje in sublimacija

Izhlapevanje je prehajanje kapljevine v plinasto fazo pri temperaturah, ki so nižje od vrelišča. V zraku se nabirajo hlapi. Izhlapevajo vse kapljevine ene počasi (npr živo srebro), druge hitro (npr. bencin). Hlape zaznamo z vohom. Izhlapevanje je tem večje, na tem večji površini kapljevina lahko izhlapeva.

- Razlaga izhlapevanja s stališča kinetične enrgije.
- Kaj je s temperaturo?

Poleg izhlapevanja kapljevin, poznamo še **sublimacijo**. Tudi led se počasi posuši. Sublimacijo poznamo tudi pri jodu, naftalinu, kafri...

Primeri in anloge: Kladnik str. 112
Primeri in naloge: Šolinc str. 199

Poglavje 16

Prevajanje toplote

Pretakanje toplote ponazorimo z nekaterimi zgledi, npr. s kovinsko ponvo in ročajem, ki postane vroč, če ponvo segrevamo. Podobni poskusi kažejo, da se toplota lahko pretaka, in sicer **iz toplejših predelov proti hladnejšim**. To pretakanje je samodejno in ga ne moremo preprečiti. Ustavi se, ko so temperature izenačene oziroma, ko je snov **v termičnem ravnovesju**. Toplota prehaja na tri različne načine: **s prevajanjem (kondukcijo), konvekcijo in s sevanjem.**
Pri pretakanju toplote nas zanima **toplotni tok** P, s katerim izrazimo količino toplote Q, ki se v enoti časa pretoči skozi naprimer prečni prerez neke palice. Toplotni tok definiramo takole:

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Enota za toplotni tok je

$$\frac{J}{s} = W \ \text{(vat)}.$$

V primeru, da je toplotni tok znan, računamo, koliko toplote pride skozi snov v določenem času.:

$$\Delta Q = P \Delta t.$$

Lahko se toplotni tok v času spreminja (recimo podnevi in ponoči). Zato lahko celoten časovni interval razdelimo na manjše:

$$Q = P_1 \Delta t_1 + P_2 \Delta t_2 + ...$$

Primer: Kladnik str. 60

16.1 Kondukcija

O kondukciji govorimo, ko toplota teče iz enega telesa na drugega, ko sta ti dve telesi v stiku. Najlaže ponazorimo prevajanje toplote s primerom palice z dolžino l, presekom S, ki je izpostavljena razliki temperatur ΔT. Skozi palico teče toplotni tok P. Vzemimo dve enaki palici in jih postavimo najprej vzporedno, nato pa še zaporedno:

- Vzporedno vezani palici prevajata vsaka toplotni tok P, skupaj torej $2P$. Lahko ju nadomestimo z eno samo palico, ki ima presek $2S$. Faktor 2 pokaže, da mora biti toplotni tok premo sorazmeren s presekom S.

- Zaporedno vezani palici prevajata skupaj toplotni tok P, ki teče sedaj skozi obe palici. Skupna dolžina je $2l$, skupna razlika temperatur pa je $2\Delta T$. Sklepamo, da večja temperaturna razlika povzroči tudi večji toplotni tok. Razmislek pokaže, da mora biti toplotni tok premo sorazmeren z ΔT in obratno sorazmeren z l.

Očitno torej velja:

$$P = \lambda S \frac{\Delta T}{l}.$$

Konstanta λ je **toplotna prevodnost snovi**. Njena enota je

$$\frac{W}{mK}.$$

Kovine imajo kot dober toplotni prevodnik veliko toplotno prevodnost, več 100 W/mK, običajne snovi pa le nekaj W/mK. Dobri toplotni izolatorji imajo le nekaj stotink W/mK.

Primer: Kladnik str. 63

16.1.1 Toplotni upor

Enačbo za prevajanje toplote zapišemo tako, da združimo parametre, ki podajajo vrsto in obliko snovi:

$$P = \frac{\Delta T}{d/\lambda S} = \frac{\Delta T}{R}.$$

Tu je

$$R = \frac{d}{\lambda S}$$

toplotni upor snovi. Interpretiramo ga kot količino, ki pove, kako se neka snov upira pretakanju toplote skoznjo.

Primer: Kladnik str. 64

Vpeljava toplotnega upora se izkaže posebej koristna, če je snov sestavljena iz več zaporednih plasti (zid hiše naprimer). V tem primeru je celoten toplotni upor vsota:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + ...$$

V tem primeru pravimo, da imamo **zaporedno vezane toplotne upore**.

Primer: Kladnik str. 64 spodaj

Toplotni tok lahko teče tudi skozi **vzporedno vezane toplotne upornike**. Primer je stena in okno v njej. Določen toplotni tok teče skozi steno, določen pa skozi okno. Celotni tok je v tem primeru:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{\Delta T}{R_1} + \frac{\Delta T}{R_2} + ... = \Delta T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \right).$$

Primer: Kladnik str. 65
Naloge: Kladnik str. 67
Naloge: Šolinc str. 173

Zanimivi so še sledeči primeri:

- primeri toplotnih izolatorjev so plini, volneno blago (ker vsebuje zrak)
- primer kapljice na štedilniku
- kotlovec
- rudarske svetilke in metan: mrežica preprečuje eksplozijo

16.2 Konvekcija

Segreta voda v kotlu centralnega ogrevanja prenaša toploto tako, da se sama pretaka po ceveh in rebrih radiatorja. Takšen način pranašanja toplote imenujemo **konvekcija**. Razlikujemo **naravno konvekcijo** in **prisiljeno konvekcijo**. Pri naravni konvekciji se tekočina pretaka sama od sebe, saj so hladnejši deli tekočine gostejši, toplejši pa redkejši. Pri prisiljeni konvekciji tekočino poganjamo s črpalko ali pumpo. Konvekcija je mogoča samo pri tekočinah.
Matematična teorija toplotne konvekcije ni enostavna. Ni mogoče postaviti ene same enačbe, kot naprimer pri kondukciji. Konvekcija je odvisna od številnih faktorjev, npr.:

- ali je površina ravna ali zakrivljena
- ali je površina horizontalna ali ne od gostote, viskoznosti, specifični toploti, toplotni prevosdnosti tekočine
- ali je pretakanje tekočine laminarno ali turbolentno

V praksi konvekcijo toplote izračunamo z enačbo:

$$P = hS\Delta T.$$

P je toplotni tok, ki se izgublja s konvekcijo, S pa je površina kjer se godi konvekcija. Problem konvekcije prevedemo na eksperimentalno določanje konstante h. Navedimo nekaj primerov:

- horizontalna plošča pri tlaku 1 atmofera: $h = 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T^{1/4}$
- vertikalna plošča: $h = 1.75 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T^{1/4}$

V vseh primerih je enota za konstanto h kJ/sm^2K
Temperatura tanke plasti ob naprimer peči je enaka kot temperatura preči. Temperatura sosednjih zračnih plasti se zmanjšuje, dokler se v določeni oddaljenosti od peči ne ustali pri povprečni temperaturi zraka v sobi. Plast zraka, kjer se temperatura spreminja imenujemo **toplotna mejna plast**.

Naj bo v sobi temperatura 25^0C, zunaj pa -15^0C. Koliko toplote se prenese skozi okno s površino $2m^2$ in z debelino šipe 2 mm?

Primeri: Šolinc P.4.17
Naloge: Kladnik str. 72 (niso računske)

16.3 Sevanje

Vsa telesa sevajo toploto v obliki **toplotnih valov**, ki so infrardeči elektromagnetni valovi. Sevanja teles, ki imajo sobno temperaturo človek ne zazna. Zazna pa ga lahko fotografska kamera, ki ima film občutljiv na infrardeče valovanja. Pri višji temperaturi pa sevanje že zaznamo s čutnicami, ki jih imamo v koži. Pri temperaturi okoli 800^0C začnejo telesa sevati tudi vidno svetlobo in to lahko zaznamo z našimi očmi. Primer je lahko močno segreta plošča kuhalnika, ki žari temno redeče.

Telo seva infrardeče valove s površine. Izsevani toplotni tok je odvisen od sevalne sposobnosti površine, velikosti površine in temperature telesa. Telo, ki pri dani temperaturi seva največji možni toplotni tok imenujemo **črno telo**. To telo seva toplotni tok:

$$P = \sigma S T^4.$$

Ta enačba se imenuje **Stefanov zakon**. Konstanta σ je Stefanova konstanta:

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ W/m^2K^4.$$

Absolutno črnih teles v naravi ni. Približno tako kot črno telo sevajo telesa, ki so premazana s sajami ali črno matirano barvo. Tudi nekatera telesa, ki niso videti črna (npr. Sonce ali človeška koža) sevajo približno tako, kot črno telo. V splošnem telo seva manjši toplotni tok, kot bi ga sevalo enako veliko črno telo z enako temperaturo. Nečrno (sivo) telo s površino S in temperaturo T seva toplotni tok

$$P = e\sigma S T^4.$$

Količino e imenujemo **emisivnost**. Emisivnost črnega telesa je $e = 1$. Medenina ima emisivnost 0.6, polirano srebro pa 0.02.
Telo s sevanjem oddaja toploto na račun svoje notranje energije. Če telo energije ne prejema od kakega drugega vira, se njegova notranja energija zmanjšuje, zaradi česar se telo ohlaja. Telo lahko prejema toplotni tok, ki ga oddajajo telesa v njegovi okolici. Avto na soncu se segreje, ker absorbira toplotni tok, ki ga oddaja Sonce. Recimo, da na telo vpada P_{vpad} toplotnega toka. Od tega ga telo absorbira P_{abs}. Razmerje

$$\frac{P_{abs}}{P_{vpad}} = a$$

imenujemo **absorbtivnost telesa**. **Absorbtivnost je enaka emisivnosti.**

Primeri in naloge: Šolinc str. 178 primeri P 4.6 do P 4.16

Poglavje 17

Toplotne lastnosti plinov

Zaradi velikega teoretičnega in praktičnega pomena bomo toplotne lastnosti plinov preučili posebej. Vemo, da se atomi ali molekule v plinih nahajajo bolj daleč vsaksebi kot v tekočini ali v trdnih telesih. Glede na to so tudi sile med njimi mnogo manjše. Zakoni, ki določajo toplotne lastnosti plinov so zato drugačni od tistih za trdna telesa in kapljevine.

17.1 Boyle-Moriottov zakon

Prve kvantitativne meritve plinov sta neodvisno izvedla R. Boyle (irski fizik 1627-1691) in E. Moriotte (francoski fizik 1620-1684). Njune ugotovitve lahko ponazorimo s poskusom, kjer pri konstantni temperaturi plin stiskamo ali raztezamo in merimo tlak. Ugotovimo, da se **ob vsakem zmanjšanju volumna za polovico tlak podvoji**. Matematično to zvezo lahko zapišemo:

$$pV = \text{konst.}$$

Zakon imenujemo **Boyle-Moriottov zakon**. Na drug način ga zapišemo tudi

$$p_z V_z = p_k V_k.$$

Tu sta p_z in V_z začetni tlak in volumen plina, p_k in V_k pa končni tlak in volumen plina.

V neki posodi, zaprti z batom je $m = 1.293kg$ zraka. Prostornina znaša $V = 1$ m^3, absolutni tlak $p = 1.01325$ bar. Izračunaj tlak p', če se prostornina zmanjša na $V' = 0.1$ m^3. Predpostavi, da je temperatura konstantna.

Boyle-Moriottov zakon lahko zapišemo v smislu gostot. Gostoto merimo z enoto mase, ki jo ima določena prostorninska enota:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Če izrazimo volumen pa dobimo

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

To vstavimo v enačbo $p_1V_1 = p_2V_2$ in dobimo:

$$p_1\frac{m}{\rho_1} = p_2\frac{m}{\rho_2},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Pri manjšem volumnu se gosotota poveča, kar pomeni tudi večji tlak.

Nadaljevanje prejšnje naloge. Kolikšna je gostota plina v prevem in drugem delu eksperimenta?

Boyle-Moriottov zakon velja pravzaprev le približno. Produkt pV se rahlo spreminja pri velikih tlakih. Zato vpreljemo pojem **idealni plin** za namišljeno substanco, ki eksaktno ustreza Boyle-Moriottovemu zakonu. Pri sobni temperaturi je pravzaprav vsak plin zelo blizu idealnemu plinu.
Grafično Boyle-Moriottov zakon predstavlja hiperbolo v $p-V$ diagramu. V koordinatnem sistemu $p-V$ za vsako vrednost konstante lahko narišemo svojo hiperbolo. Lahko predvidevamo, da **vrednost konstante zavisi od temperature**. Vsaka hiperbola predstavlja proces, pri katerem se ob spreminjanju volumna plinu povečuje tlak, temperatura pa ostaja konstantna. Takšne procese imenujemo **izotermne**, hiperbole na $p-V$ diagramu pa imenujemo **izoterme**.

17.2 Gay-Lyssacovi zakoni

Boyle-Moriottov zakon nam je dal pravilo, po katerem se spreminja stanje plina pri konstantni temperaturi. Eksperiment pa pokaže, da se volumen plina povečuje, če plin segrevamo. Če pa po drugi strani držimo volumen konstanten, pa se bo s segrevanjem povečeval tlak. Razlikujemo torej dva primera:

- sprememba volumna povzročena s spremembo temperature pri konstantnem tlaku
- sprememba tlaka povzročena s spremembo temperature pri konstantnem volumnu

Ustrezne poskuse je prvi opravil francoski fizik Gay-Lyssac (1778-1850), po njem imenujemo dva zakona, ki ju bomo opisali v sledečih vrsticah.

17.2.1 1. Gay-Lyssacov zakon

Opisuje spremembo stanja plinov pri konstantnem tlaku. Take spremembe imenujemo **izobarne spremembe**. Gay-Lyssacova naprava za poskuse je steklenička v kateri je zaprta določeno količina plina. To ogrevamo v nosilcu toplote- v vodi. S takšno izvedbo poskusa dosežemo, da temperatura plina ustreza temperaturi vode in jo lahko izmerimo. Živosrebrni zamašek, ki pa se zaradi razširjajočega se plina vendarle lahko premika brez kakšnega posebnega upora. S tem je v posodi zagotovljen konstanten tlak plina. V tem primeru je prostornina plina odvisna le od temperature.
Opisan poskus je Gay-Lyssac izvajal z več različnimi plini. Ugotovil je, da se prostornina enako poveča pri enakem zvišanju temperature pri vseh plinih. Danes zapišemo njegov zakon v obliki

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{konst.}$$

Primer: Na začetku ima plin volumen 250 cm^3 in temperaturo 24^0 C, nato pa plin raztegnemo na 300 cm^3. Kolikšna je sedaj temperatura plina?

17.2.2 2. Gay-Lyssacov zakon

Ta zakon povezuje spremembo stanja plina v odvisnosti od temperature pri konstantnem volumnu. Take spremembe imenujemo **izohorne spremembe**. Plin zapremo v posodo, ki jo segrevamo in merimo tlak v njej. Enako kot pri 1. Gay-Lyssacovem zakonu je rezultat poskusa neodvisen od vrste plina. Vedno znova lahko ugotovimo, da je zvišanje tlaka premosorazmerno s spremembo temperature. Danes 2. Gay-Lyssacov zakon zapišemo:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{konst.}$$

Primer: Na začetku ima plin tlak 2 bara in temperaturo 20^0 C. Plin segrejemo na 80^0 C. Kolikšen je tlak plina sedaj?

17.3 Enačba stanja idealnega plina

Boyle-Moriottov in Gay-Lussacovi zakoni povezujejo tri osnovne količine povezane s stanjem plina: tlak, volumen in temperaturo. Vendar so te količine v teh zakonih povezane v parih pri čemer je ena izmed njih vedno konstantna. Sedaj nas zanima splošna povezava med vsemi tremi količinami. Do te povezave se najlaže dokopljemo, če analiziramo dve spremembi stanja plina: eno pri konstantni temperaturi in drugo pri konstantnem tlaku ($p-V$ diagram !). Pri konstantni temperaturi T_1 naj se stanje plina spremeni od začetnega tlaka in volumna p_1 in V_1 do končnega tlaka in volumna p in V'. Pri tem velja:

$$p_1V_1 = pV'.$$

Nato pri konstantnem tlaku p plin ohladimo na temperaturo T, pri čemer se volumen plina zmanjša na V:

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V}{T}.$$

Iz enačb izločimo vmesno prostornino V' in dobimo:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1} = \text{konst.}$$

Ta enačba povezuje vse tri količine tlak, temperaturo in volumen, imenujemo pa jo **Boylov zakon**. Lahko jo zapišemo tudi takole:

$$pV = \text{konst.}T$$

Konstanta v tej enačbi je lahko odvisna le od **vrste in količine** plina, vendar sedaj o tem šele ugibamo. Če pri določeni temperaturi in volumnu v posodo zapremo dvekrat več plina, potem je očitno, da bo tlak dvakrat večji. Vrednost konstante je torej očitno odvisna od količine oziroma **množine** plina, ki jo izražamo v **molih**. Definicijo mola poznamo že od prej. To je množina snovi, ki vsebuje N_A delcev snovi (Avogadrovo število). Število molov označimo z n. Vrednost konstante v zgornji enačbi določimo eksperimentalno za nek izbrani plin, npr. vodik. Pri temperaturi 0^0 C oziroma 273 K, in pri tlaku 1 atmosfere (to je $1.01325 \cdot 10^5$ Pa) ima en mol vodika prostornino 22.414 l od koder dobimo za konstanto

$$\text{konst.} = \frac{p_0V_0}{T_0} = 8.31441\ \frac{J}{molK} = 8314.41\ \frac{J}{kmolK}.$$

Izkušnje kažejo, da je volumen 1 mola plina pri 0^0 C in tlaku 1 atmosfere enak za vse pline. Zato je zgornja konstanta enaka za vse pline. Imenujemo jo **univerzalna plinska konstanta**, označimo pa jo z R. Za en mol kateregakoli plina lahko torej zapišemo:

$$pV = RT,$$

za poljubno količino n molov plina pa

$$pV = nRT.$$

To je oblika v kateri bomo enačbo plinskega stanja uporabljali najpogosteje. Enačba je znana pod imenom **Clapeyronova enačba**.

Navedimo še dva matematična zapisa splošnega plinskega zakona. Število moliv plina plovežamo z maso in molsko (oziroma kilomolsko) maso $n = m/M$ in dobimo:

$$pV = \frac{mRT}{M}.$$

Takšen zapis je včasih koristen. Sedaj pa obe strani delimo še z V in dobimo:

$$p = \frac{\rho RT}{M}.$$

Takšen zapis neposredno pove, da je tlak plina premosorazmeren z gostoto.

Primer: Kladnik str. 87, 2. primer + str. 88, dva primera + 91 en primer z batom
Naloge: Kladnik str. 93, naloge 1-10

17.3.1 Zmes plinov

Zmes plinov je mešanica različnih plinov, ki med seboj kemično ne reagirajo. Mislimo si, da v prazno posodo s prostornino V načrpamo N_1 molekul prvega plina, N_2 molekul drugega in N_3 molekul tretjega plina. Celotno število plinskih molekul je

$$N = N_1 + N_2 + N_3.$$

Ugibamo lahko, da je zmes idealnih plinov tudi idealni plin, kar se da potrditi eksperimentalno. Torej lahko za mešanico plinov uporabimo splošni plinski zakon v obliki

$$p = \frac{N}{N_A} \frac{RT}{V},$$

saj je N/N_A število kilomolov plina. V zgornjo enačbo vstavimo $N = N_1 + N_2 + N_3$ in dobimo:

$$p = \frac{N_1}{N_A} \frac{RT}{V} + \frac{N_2}{N_A} \frac{RT}{V} + \frac{N_3}{N_A} \frac{RT}{V} = n_1 \frac{RT}{V} + n_2 \frac{RT}{V} + n_3 \frac{RT}{V}.$$

Člene $n_i \frac{RT}{V}$ interpretiramo kot tlak, ki ga povzroča posamezen $i-$ti plin. To je **delni tlak** posameznega plina v mešanici. Tlak plinske zmesi je torej enak vsoti delnih tlakov posameznih plinov:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + ...$$

Ta zakon imenujemo **Daltonov zakon**.

Primera: Kladnik str. 92, dva primera
Primeri in naloge: Kladnik str. 93 naloge 10 do 13
Primeri in naloge: Šolinc str. 32 P.2.15 do P.2.17

Poglavje 18

Kinetično molekularna teorija toplote

18.1 Molekularna teorija materije

Dejstvo, da se materija lahko komprimira, kaže na dejstvo, da imajo vse snovi granularno strukturo, oziroma, da med temeljnimi gradniki materije obstaja prazen prostor, v katerega lahko drugi delci vstopijo, ko se spremeni zunanji tlak. Stotine fizikalnih in kemičnih pojavov govori v prid predpostavke, da se materija sestoji iz majhnih delcev, molekul ali atomov. Na osnovi te mikroskopske slike lahko pojasnimo niz makroskopskih lastnosti materije, npr. elastičnost, površinsko napetost, kondenzacijo, izparevanje itd.
Smatramo, da so molekule iste snovi medsebojno enake. Imajo isto strukturo, isto maso, iste mehanične in električne lastnosti. Za razumevanje toplotnih pojavov pa zadostuje, da molekule dojemamo kot čvrste kroglice, podobne biljardnim kroglicam, ki se lahko gibljejo, se zaletavajo druga ob drugo in ob stene posode (če gre za plin), in ki se medsebojno privlačijo ali odbijajo.
Obstaja niz pojavov s pomočjo katerih se lahko diraktno ali indirektno opazuje gibanje delcev v materiji. Najstarejši znan pojav v zvezi s toplotnim gibanjem je **Brownovo gibanje** (1827). Opazujoč zrnca peloda pod mikroskopom, je Brown opazil, da se njihovo gibanje odvija v povsem nepravilnih smereh in časovnih razmakih. Nepravilno gibanje je bilo kasneje tolmačeno kot rezultat stohastičnih trkov molekul vode s pelodom. Zrnca peloda so sicer relativno velika glede na molekule vode, vendarle se lahko dogodi, da neka molekula vode pridobi dovoljšnjo kinetično energijo in pri trku premakne zrnce peloda.
Termično gibanje drobnih delcev se dobro vidi tudi v dimu, predvsem pri bočnem osvetljevanju. Prav tako že dolgo znani pojavi, npr. **difuzija plinov in tekočin** govorijo v prid gibanju molekul v materiji. V kozarec napolnjen z vodo kapnemo kapljico tinte. Če z nekaj časa opazimo nepravilne nitaste strukture, ki se razraščajo iz kapljice tinte. Po daljšem časovnem razmaku pa se tintna enakomerno razširi po celotni tekočini v kozarcu.

18.2 Kinetična teorija idealnega plina

Glede na povedano je razvidna povezava med toploto in mehanskim gibanjem molekul. Najlaže to povezavo raziščemo pri plinih, kjer je razdalja med molekulami precej velika. V idealnim primeru si lahko zamislimo, da je razdalja med molekulami tako velika, da molekule ena na drugo ne delujejo z nobeno silo, razen v trenutku trka. Takšen pristop je osnova **kinstično-molekularni teoriji plinov**. Uvedel jo je Clausius leta 1857. S to teorijo lahko pojasnimo niz pojavov, v prvem redu tlak plina na stene posode. Ta tlak nastane zaradi elastičnih trkov molekul plinaob stene posode. Molekule se od stene odbijejo z isto hitrostjo, kot priletijo in pod istim kotom. Rezultat trkanja vseh molekul na stene posode je tlak. Eksaktna matematična formulacija tega principa je zapletena. Molekule nimajo vse iste hitrosti, poleg tega v steno priletijo pod vsemi možnimi koti. Našo predstavo zato precej poenostavimo, kljub temu pa dobimo pravilen rezultat.
Zamislimo si okroglo posodo z radijem r, torej volumnom $4\pi r^3/3$ in površino $4\pi r^2$ v kateri je plin s

skupaj N molekulami. Zaradi enostavnosti predpostavimo, da se vse molekule vrtijo vzdolž posode, torej krožijo po krožnicah z radijem r in to vse z isto hitrostjo. To seveda ni res, vendar se pokaže kot čisto uporabna predpostavka. Ena molekula deluje na steno posode s **centrifugalno silo**

$$f = \frac{mv^2}{r}.$$

Celotna sila F je N krat večja, saj na steno deluje N molekul:

$$F = N\frac{mv^2}{r}.$$

Tlak je definiran z enačbo $p = F/S$, kar da

$$p = N\frac{mv^2}{4\pi r^3} = N\frac{2w_{kin}}{3V}.$$

Tu je w_{kin} kinetična energija ene molekule $w_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$. Produkt Nw_{kin} je celotna kinetična energija molekul plina, ki jo interpretiramo kot **notranjo energijo**, saj molekule nimajo še kakšne druge energije. Torej

$$p = \frac{2W_n}{3V},$$

$$pV = \frac{2}{3}W_n.$$

Zadnja enačba je Boyle-Moriottov zakon. Sedaj razumemo, kakšen je temeljni vzrok, da je produkt pV pri konstantni temperaturi konstanten. Ker je notranja energija odvisna od temperature, se pri konstantni temperaturi ne spreminja, zato $pV = konst.$
Količinam, ki smo jih uvedli v našo teorijo, poskušajmo dati fizikalne dimenzije. Danes vemo (kasneje bomo to tudi izračunali), da so hitrosti molekul plina pri 0^0C reda velikosti 500 m/s, odvisno od velikosti molekul. Kljub majhni gosoti je število molekul plina v npr. 1 cm^3 nepojmljivo veliko. Tako je v 1 cm^3 zraka pri normalnem tlaku približno $3 \cdot 10^{19}$ molekul. Razdalja med molekulami znaša približno $3 \cdot 10^{-7}$ cm. Zato je pogostnost trkov zaradi velikega števila molekul kljub vsemu razmeroma velika. Povprečno doživi posamezna molekula v 1 cm^3 plina $5 \cdot 10^9$ trkov v sekundi, kar pomeni, da med dvema trkoma molekula prepotuje neverjetno razdaljo okoli 10^{-5} cm. To razdaljo imenujemo **prosta pot**.

Primer: Kolikšna je notranja energija 1 m^3 zraka pri 20^0 C?

18.2.1 Temperatura plina

Temperaturo smo v teorijo toplote vpeljali kot čisto fenomenološko količino, ne da bi se spuščali v njeno samo bit. Razumevanje pravega pomena temperaure zahteva tehten fizikalni premislek, kinetična teorija plinov pa omogoča prvi korak. V enem izmed prejšnjih računov smo izplejali enačbo

$$pV = \frac{2}{3}W_n,$$

še prej pa

$$pV = nRT.$$

Torej lahko napišemo

$$\frac{2}{3}W_n = nRT.$$

Za notranjo energijo idelanega plina dobimo:

$$W_n = \frac{3}{2}nRT.$$

Vidimo, da je notranja energija plina premosorazmerna s temperaturo in je nič, ko je temperatura 0 K. Sedaj upoštevamo, $n = N/N_A$ in $W_n = Nw_{kin}$ in izračunajmo še w_{kin}:

$$w_{kin} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T = \frac{3}{2}kT.$$

Uvedli smo novo konstanto

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.375 \cdot 10^{-23} \ \ J/K,$$

ki jo imenujemo **Boltzmannova konstanta**. Ta konstanta ima fundamentalen pomen v termodinamiki in statistični mehaniki. Povprečna kinetična energija molekule plina je torej

$$w_{kin} = \frac{3}{2}kT.$$

V luči kinetične energije plinov postane pomen absolutne ničle jesen. To je temperatura pri kateri poneha kaotično gibanje molekul. To seveda ne pomeni, da ponehajo vsa gibanja, ker se še vedno gibljejo orbitalni elektroni v atomih. Prav tako postane jasen proces izenačenja temperature oziroma toplotnega prevajanja. S trkanjem molekule predajajo energijo ena drugi. Po trku molekule z večjo energijo predajo del svoje energije molekulam z manjšo energijo in na ta način se izenačuje energija. Važno je pripomniti, da do uravnoteženja prihaja z izenačevanjem energije oziroma temperature in ne hitrosti molekul.

Primer: Kladnik str. 83, primer - hitrost molekul zraka
Primeri in naloge: Šolinc str. 23 primeri P.2.1 do P.2.7

18.3 Van der Waalsova enačba

V predhodnih poglavjih smo izpeljali enačbo stanja idealnega plina. To enačbo lahko izpeljemo iz Kinetično molekularne teorije plionov s pomočjo zelo enostavnih predpostavk. Mislimo si, da so molekule plina točkaste in ena na drugo ne delujejo z nobeno silo, razen ob trkih. Vendar so te predpostavke le idealizacija realne fizikalne situacije. Tako molekule niso točkaste ampak zavzemajo določen volumen. Medmolekularne sile niso enake nič, ampak imajo določeno prostorsko odvisnost.
Uvedimo v enačbo plinskega stanja porpavke zaradi končnega volumna molekul in zaradi medmolekulskih sil. Najprej popravek zaradi končnega volumna molekul. Vsako molekulo bomo prikazali kot kroglico s polmerom r. Znotraj tega radija je molekula nedostopna. Določena molekula se lahko giblje po celotni posodi, razen po volumnu, ki ga zavzemajo ostale molekule. Dve molekuli se lahko približata kvečjemu za razdaljo $r + r$, ko se dotakneta. Nedostopen prostor je krogla s polmerom $d = r + r$, vendar le njen zgornji oziroma spodnji del. Za nedostopen volumen torej vzamemo polovico krogle z radijem d. Ker je v enem molu plin N_A molekul je skupaj nedostopen prostor enak

$$b = N_A \frac{1}{2}\frac{4\pi d^3}{3}.$$

Enačbo stanje torej popravimo tako, da od celotnega volumna odštejemo nedostopni b:

$$p(V - b) = RT,$$

oziroma za n molov

$$p(V - nb) = nRT.$$

Sedaj uvedimo še popravek zaradi memolekularnih sil. Predpostavimo, da je efekt teh sil majhen. Te sile delujejo le med molekulami, ki so ena zraven druge. Podobno kot pri površinski napetosti imajo molekule v mejnem sloju pri steni posode za seboj plast molekul, ki jih privlačijo in katerih privlačna sila se ne kompenzira s stenami posode. Na molekule v mejnem sloju deluje rezultanta proti

notranjosti plina. Tlak s katero plin deluje na stene posode bo zato nekoliko manjši kot v primeru idealnega plina.
Kolikšen je torej popravek k tlaku? Ta mora biti vsekakor sorazmeren s številom molekul v mejni plasti in v plasti pod njim. Število molekul v teh dveh plasteh je odvisno od gostote molekul plina:

$$\Delta p = a' \left(\frac{nN_A}{V}\right)^2 = a\left(\frac{n^2}{V^2}\right),$$

kjer je $a = a'N_A^2$. Torej je tlak plina zmanjšanj za zgornjo vrednost. Pisati moramo:

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2},$$

oziroma

$$(p + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT.$$

Enačbo je postavil Johannes van der Waals (1837-1923) in jo imenujemo zato Van der Waalsova enačba. Ta enačba velja za realne pline.
Izoterme, ki sledijo iz Van der Waalsove enačbe so zapletene krivulje tretje stopnje in nakazujejo prehod plina v kapljevino. Izotermo, ki približno ustreza izotermi idealnega plina dobimo, če z vodoravno črto povežemo levi del Van der Waalsove izoterme z desnim, tako da je ploščina nad dolino enaka ploščini pod vrhom. Ravni del izoterme ustreza stanjem, v katerih sta v ravnovesju plin in kapljevina. Desni del izoterme opisuje plin, levi del pa kapljevino.
Toda tudi idrezani del Van der Waalsove izoterme ni brez pomena. Desni del izoterme nad ravnim delom ustreza prenasičeni pari, levi del pa podhlajeni kapljevini. Ti dve stanji sta metastabilni stanji. Deli Van der Waalsove izoterme s pozitivno strmino pa ne ustrezajo stanjem, ki bi jih bilo mogoče uresničiti.

Poglavje 19

Termodinamika

V enem izmed prejšnjih poglavij smo izpeljali 1. zakon termodinamike, ki je pokazal na ekvivalentnost toplote in dela. Če upoštevamo le toplotne in mahanske pojave se oblika tega zakona glasi:

$$\Delta Q = \Delta W_n + p\Delta V.$$

Vsaka sprememba toplote se kaže kot sprememba notranje energije, pri čemer gre del toplote lahko na račun dela, ki ga plin odda pri razpenjanju. V prejšnjem poglavju smo te spremembe pojasnili s stališča kinetično-molekularne teorije, kjer smo jih povezali z mikroskopskimi količinami. V naših sledečih razmišljanjih bomo podrobneje preučili povezavo med toploto in drugimi oblikami energije. Takšna razmišljanja so del posebnega poglavja nauka o toploti, termodinamike.

19.1 Specifične toplote plinov

19.1.1 Prostostne stopnje

Kinetična energija molekule plina znaša

$$w_{kin} = \frac{3}{2}kT.$$

To energijo bomo razstavili na tri komponente, glede na komponente hitrosti:

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) \longrightarrow v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2,$$

kar za kinetično energijo v splošnem da:

$$w_{kin} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2.$$

Komponente hitrosti v smeri osi x,y in z so **glavni med seboj neodvisni načini gibanja**. Govorimo o treh neodvisnih **prostostnih stopnjah**. Pri drugačnih gibanjih bomo imeli drugačno število prostostnih stopenj in v splošno bo definicija prostostnih stopenj precej bolj splošna. Govorili bomo naprimer o rotacijskih, vibracijskih in drugih prostostnih stopnjah.
Vrnimo se k našim molekulam plina. V zgornji enačbi smo kinetično energijo w_{kin} zapisali kot vsoto treh členov, ki vsak pripada svoji prostostni stopnji. Na eno prostostno stopnjo odpade torej 1/3 energije, ali:

$$w_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}kT.$$

Energija na prostostno stopnjo za en mol plina je

$$W_i = N_A w_i = \frac{1}{2}N_A kT = \frac{1}{2}RT.$$

Pomembno je, da se v termodinamskem ravnotežju toplotna energija enakomerno razporedi na vse prostostne stopnje.

19.1.2 Specifična toplota plina pri konstantnem volumnu; c_V

V poglavju Temperatura plina smo izpeljali enačbo za notranjo energijo plina:

$$W_n = \frac{3}{2}nRT.$$

Na eno prostostno stopnjo odpade 1/3 te energije torej:

$$W_i = \frac{1}{2}nRT.$$

Energija na prostostno stopnjo se torej spreminja premosorazmerno s temperaturo:

$$\Delta W_i = \frac{1}{2}nR\Delta T.$$

Glede na definicijo specifične toplote pri konstantnem volumu $\Delta W = mc_{v,i}\Delta T = nC_{v,i}\Delta T$ sledi za specifično toploto pri konstantnem volumnu in na prostostno stopnjo:

$$nMc_v\Delta T = \frac{1}{2}nR\Delta T \longrightarrow v_{v,i} = \frac{1}{2}\frac{R}{M}.$$

Ločimo štiri primere: enoatomni plin, dvoatomni plin in večatomni plin in trdna snov. Pri enoatomnem plinu imamo **tri prostostne stopnje.** To pomeni, da je specifična toplota c_v enoatomskega plina enaka:

$$c_{v,enoatomen} = 3 \cdot c_{v,i} = \frac{3}{2}\frac{R}{M}.$$

pri dvoatomnemu plinu imamo poleg treh prostorskih prostostnih stopenj še eno rotacisko in eno vibracijsko prostostno stopnjo, skupaj torej 5 prostostnih stopnej. Specifična toplota dvoatomnega plina je torej

$$c_{v,dvoatomen} = 5 \cdot c_{v,i} = \frac{5}{2}\frac{R}{M}.$$

Pri troatomnem plinu imamo dve vrsti možnega nihanja, dve smeri rotacije in tri prostorske smeri, kar skupaj da 7 prostorskih stopenj. Specifična toplota troatomnega ali večatomnega plina je torej:

$$c_{v,večatomen} = 7 \cdot c_{v,i} = \frac{7}{2}\frac{R}{M}.$$

In še molekule v trdni snovi. Eksperiment pokaže, da je specifična toplota trdne snovi približno:

$$c_{v,trdna} = 3\frac{R}{M}.$$

To zadnjo zvezo imenujemo **Dulong-Petitov** zakon.

19.1.3 Specifična toplota plina pri konstantnem pritisku; c_p

Že pri trdnih snoveh in tekočinah smo ločili dve specifični toploti: prva pri konstantnem volumnu (c_v) in druga pri konstantnem tlaku (c_p). Prva pove, za koliko se določeni snovi spremeni notranja energija ΔW_n, če se temperatura spremni za ΔT:

$$\Delta W_n = mc_v\Delta T.$$

druga specifična toplota pri konstantnem tlaku, pa pove, koliko toplote moramo telesu dovesti ΔQ, pri spremembi temperature ΔT, da se njegova notranja energija spremeni za $\Delta W_n = mc_v\Delta T$. Dobili smo rezultat:

$$\Delta Q = mc_p\Delta T,$$

kjer je $c_p > c_v$. Del toplote se namreč porazgubi, ker telo pri razpenjanju odriva okoliški zrak in pri tem oddaja delo. Ker je linearni koeficient volumskega razpenjanja za trdna telesa in tekočine zelo majhen, velja

$$c_p \approx c_v.$$

V nasprotju pa se plinom pri segrevanju volumen znatno spreminja, zato predvidevamo, da se bosta obe specifični toploti močno razlikovali.
Delo, ki ga plin opravi pri razpenjanju je

$$\Delta A = -p\Delta V.$$

Z upoštevanjem zveze $pV = nRT = m\frac{R}{M}T$ dobimo za delo

$$\Delta A = -p\Delta V = -m\frac{R}{M}\Delta T.$$

Sedaj vstavimo tole v 1. zakon termodinamike $\Delta W_n = \Delta Q + \Delta A$ in dobimo:

$$mc_v\Delta T = mc_p\Delta T - m\frac{R}{M}\Delta T.$$

Vidimo, da očitno velja:

$$c_p = v_v + \frac{R}{M}.$$

Za pline z različnim številom atomov v molekulah tako dobimo:

$$c_{p,enoatomen} = \frac{5}{2}\frac{R}{M},$$

$$c_{p,dvoatomen} = \frac{7}{2}\frac{R}{M},$$

$$c_{p,večatomen} = \frac{9}{2}\frac{R}{M}.$$

Primeri in naloge: Šolinc str. 143 P.3.24 do P.3.32

19.2 Adiabatne spremembe

V dosedanjih razmišljanjih smo se dotaknili treh različnih možnosti spremembe stanja plinov: pri konstantni temperaturi (izotermne spremembe), pri konstantnem volumnu (izohorne spremembe) in pri konstantnem tlaku (izobarne spremembe). Pri ozotermnih spremebah se notranja energija plina ne spreminja, v nasprotju pa se pri izohornih in izobarnih spremembah notranja energija spremeni premosorazmerno s spremebo temperature: $\Delta W_n = mc_v\Delta T$. Pri tem vselej velja energijski zakon:

$$\Delta W_n = \Delta Q + \Delta A.$$

Notranja energija plina se spremeni na račun dovedene toplote in dela, ki ga mi opravimo na plinu (če ga naprimer stiskamo) ali ki ga plin sam opravi, ko se razpenja. Sedaj nas zanimajo takšne spremembe stanja plina, kjer plin stiskamo ali razpenjamo, ne da bi mu pri tem dodajali ali odvajali toploto, torej:

$$\Delta Q = 0.$$

Takšne spremembe se imenujejo **adiabatne ali izentropne spremembe**, o njih pa govorimo naprimer pri zračni tlačilki ali naprimer pri eksploziji. V tlačilki zrak stisnem tako hitro, da pri tem ni mogoča toplotna izmenjava z okolico. Plin se segreva na račun dela, ki ga mi opravimo pri stiskanju. Matematično ta princip zapišemo:

$$\Delta W_n = \Delta A.$$

Po krajšem računanju lahko izpeljemo **Poissonovo enačbo**:

$$pV^\kappa = konst.$$

Tu je $\kappa = c_p/c_v$ **adiabatni koeficient**. V $p - V$ diagramu so krivulje, ki ustrezajo Poissonovi enačbi strmejše kot izoterme, ki predstavljajo Boylov zakon $pV = konst.$ Ker je $\kappa > 1$ sledi, da je pri adiabatnih spremebah za isto spremembo volumna sprememba tlaka znatno večja kot pri izotermnih.

Poissonovo enačbo dobimo po sledečem postopku.

$$\Delta W_n = \Delta A \longrightarrow \frac{3}{2}d(pV) = -pdV,$$

$$\frac{3}{2}(pdV + Vdp) = -pdV \longrightarrow \frac{5}{3}pdV + Vdp = 0,$$

kar po deljenju s pV da:

$$\kappa\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \text{ oziroma po integriranju } \kappa \ln V + \ln p = konst.$$

$$\ln(pV^\kappa) = konst. \longrightarrow pV^\kappa = konst.$$

Iz Poissonove enačbe in enotnega plinskega zakona $pV/T = konst.$ lahko izpeljemo še enačbe, ki povezujejo temperaturo in tlak ter tepmeraturo in volumen. Po krajšem preurejanju dobimo:

$$TV^{\kappa-1} = konst.$$

$$\frac{T^\kappa}{p^{\kappa-1}} = konst.$$

V atmosferi pri gibanju zraka pogosto ni časa, da bi se deli zraka izmenjevali toploto. V teh primerih potekajo spremembe adiabatno. Zrak se pri dviganju proti predelom z manjšim tlakom razširja in ohlaja. Zato temperatura v ozračju z naraščajočo višino pojema.

Primeri in naloge: Šolinc str. 150: P.3.33, P.3.34, P.3.35, P.3.36, naloge 3.83, 3.86, 3.87, 3.88, 3.89

19.3 *Delo plina pri plinskih spremembah

Sedaj bomo izračunali delo, ki ga plin prejme ali odda pri spremebi prostornine od V_1 do V_2. Delo plina je vselej enako:

$$\Delta A = -p\Delta V \longrightarrow A = -\int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

Pri **izotermni spremembi** velja Boylov zakon $p_1V_1 = p_2V_2 = nRT$. Za tlak p v odvisnosti od volumna dobimo $p = nRT/V$, zato:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}dV = nRT \ln\frac{V_2}{V_1} = nRT \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Predznaka - v tej enačbi nismo pisali, vendar opozorimo, da je treba vedno premisliti ali plin delo prejme ali odda. Pri stiskanju plin delo prejme, pri razširjanju pa odda. Pri tem pa se mu notranja energija ne spremeni, kar lahko komentiramo takole. Pri raztezanju plin opravlja delo. To delo prihaja od notranje energije plinam, ki se na ta račun ohlaja. Če se po drugi strani plinu de dovaja toploto, se bo plin z raztezanjem ohladil. Raztezanje je izotermno, kar pomeni, da smo plinu toploto dodajali in to natanko toliko, kolikor je plin opravil dela. Drugače temperatura ne bi bila konstantna. **Pri zelo počasni izotermni spremembi ima plin vlogo medija, preko katerega se dovedena toplota spreminja v mehanično delo**. Na tem principu temeljijo toplotni stroji.

Pri **izohorni spremembi** plin dela ne prejme in ne odda, saj je sprememba volumna enaka nič. Sprememba notranje energije pa je enaka dovedeni ali odvedeni toploti.

$$\Delta Q = mc_v \Delta T = \Delta W_n.$$

Pri **izobarni spremembi** je delo enako:

$$A = p(V_2 - V_1),$$

odvedena ali dovedena toplota pa

$$\Delta Q = nR(T_2 - T_1).$$

Sprememba notranje energije je:

$$\Delta W_n = mc_v(T_2 - T_1).$$

pri **adiabatni spremembi** je dovedena toplota enaka nič, dovedeno delo pa je enako spremembi notranje energije:

$$A = \Delta W_n = mc_v(T_2 - T_1).$$

Celotno delo, ki ga plin opravi pri adiabatni spremembi, izvira iz notranje energije. Pri tem se seveda plinu temepratura spremeni. Potrebno je poudariti, da je delo pri adiabatnih procesih za isto spremembo volumna manjše, kot pri izotermnih spremembah. To pa zato, ker je pri adiabatnih procesih ista sprememba tlaka vezana na **manjšo** spremembo volumna. Sprememba tlaka je ne samo posledica spremembe volumna ampak tudi posledica spremembe temperature.

19.4 **Krožni procesi

19.4.1 Reverzibilni in ireverzibilni procesi

Sprememba stanja nekega telesa ali sistema je praviloma povezana z istočasno spremembo notranje energije, pri čemer se del te energije pretvori v drugo obliko energije. Tako se naprimer pri raztezanju plinov notranja energija pretvarja v mehanično delo ali pa naprimer pri elastični deformaciji, kjer se potencialna energija pretvori v kinetično. Če pri teh spremembah telo vrnemo v začetno stanje pri čemer se je energija vrnila v začetno vrednost in obliko, rečemo da je telo ali sistem izvršil krožni proces. Tipični primer krožnega procesa je nihalo, pri katerem kinetična energija neprestano prehaja v potencialno in obratno.

Obstajajo pa procesi, pri katerih se le del sistema, ki sodeluje v procesu, vrne v začetno stanje. Ostali deli sistema pa se spremenijo bodisi v smislu energije ali kako drugače. Če sedaj proces obrnemo in se vsi deli sistema vrnejo v začetno stanje, govorimo o **reverzibilnem procesu**. V nasprotnem primeru govorimo o **ireverzibilnem procesu**.

Ne obstaja splošnega pravila, po katerem bi procese ločili na ireverzibilne ali reverzibilne. Morda bi lahko rekli, da so reverzibilni procesi tisti, pri katerih materija ne sodeluje direktno. To je naprimer prehajanje električne energije v magnetno pri elektromagnetnem valovanju. Če pa sodeluje materija, se vedno določen del energije pretvori v kaotično gibanje molekul - toploto - s procesi trenja, električnega upora itd.

19.4.2 **Carnotov krožni proces

Takoj po iznajdbi parnega stroja, ki je omogočil pretvarjanje toplote v mahanično delo, se je izkazalo, da se lahko v mehanično delo pretvori le del prisotne toplote. Iz čisto praktičnih razlogov je bilo potrebno ta del čim bolj povečati. Carnot (1796-1832) je proučeval delovanje idealnega toplotnega stroja in pogoje pri katerih je izkoristek toplote največji. Vpeljal je pojem **toplotnega izkoristka** ν, ki ga definiramo kot:

$$\nu = \frac{\text{proizvedeno mehanično delo}}{\text{porabljena toplotna energija}}.$$

Carnot je teoretično obdelal pogoje krožnega procesa, pri katerih se doseže maksimalni toplotni izkoristek. **Carnotov krožni proces** je osnova za celotno teorijo toplotnih strojev, pomemben pa je tudi za razvoj termodinamike in statistične mehanike.
Carnotova krožna sprememba je sestavljena iz dveh izotermnih in dveh adiabatnih sprememb. Delovna snov je idealni plin. Vzemimo, da ima n kilomolov plina na začetku temperaturo T_t, prostornino V_1 in tlak p_1. Navedene količine povezuje splošni plinski zakon $p_1V_1 = nRT_t$. Na grafu $p(V)$ ponazarja začetno stanje plina točka 1.

- Prehod 1 v 2 je **izotermna sprememba** ($T_t = konst.$ Plin se razpne s prostornine V_1 na V_2 pri stalni temperaturi T_t. Med razpenjanjem plin odda delo A_{12}. Da se njegova temperatura ne spremeni, mora prejeti enako množino toplote $Q_{12,prejeta}$:

$$Q_{12,prejeta} = A_{12} = nRT_t \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

- Prehod 2 v 3 je **adiabatna sprememba** ($Q = 0$). Plin se razpne s prostornine V_2 na V_3. Pri tem odda delo A_{23} zaradi katerega se ohladi na temperaturo T_h. velja $A_{23} = \Delta W_n = mc_v(T_t - T_h)$. Temperaturi in volumna povezuje enačba:

$$T_t V_2^{\kappa-1} = T_h V_3^{\kappa-1}.$$

- Prehod 3 v 4 je **izotermna sprememba** pri temperaturi T_h. Plin se stisne s prostornine V_3 na V_4 in pri tem prejme delo A_{34}:

$$A_{34} = -nRT_h \ln \frac{V_4}{V_3} = nRT_h \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

  Da se temperatura plina ne spremeni, mora oddati enako množino tolpote Q_{oddana}:

$$Q_{oddana} = A_{34} = nRT \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

- Prehod 4 v 1 je **adiabatna sprememba**. Plin se stisne s prostornine V_4 na V_1. Pri tem prejme delo in se segreje na začetno temperaturo T_t. Prejeto delo je

$$A_{41} = \Delta W_n = mc_v(T_t - T_h).$$

  To je enako kot v prehodu med stanjema 2 in 3. Volumna V_4 in V_1 povezuje enačba:

$$T_t V_4^{\kappa-1} = T_h V_1^{\kappa-1}.$$

  Vidimo, da velja

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Delo, ki ga plin odda na prehodu med 2 in 3 je enako delu, ki ga plin prejme med 4 in 1. Pri računanju izkoristka tega dela zato ni potrebno upoštevati. Pomembno pa je, da je delo, ki ga plin odda pri prehodu med 1 in 2 večje od dela, ki gaplin prejme med 3 in 4. Pri tem prejme toploto le med stanjema 1 in 2. Izkoristek je zato enak:

$$\nu = \frac{A_{12} - A_{34}}{Q_{prejeta}} = \frac{A_{12} - A_{34}}{A_{12}} = 1 - \frac{nRT_h \ln \frac{V_3}{V_4}}{nRT_t \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_h}{T_t}.$$

Po drugi strani pa je izkoristek v smislu toplot enak:

$$\nu = \frac{A_{12} - A_{34}}{Q_{prejeta}} = \frac{Q_{prejeta} - Q_{oddana}}{Q_{prejeta}} = 1 - \frac{Q_{oddana}}{Q_{prejeta}}.$$

Očitno velja

$$\frac{T_h}{T_t} = \frac{Q_{oddana}}{Q_{prejeta}} \longrightarrow \frac{Q_{oddana}}{T_h} = \frac{Q_{prejeta}}{T_t}.$$

Zgornji izrazi kažejo, da bo toplotni izkoristek tem večji, večja ko bo razlika temperatur. Izkoristek ne more dos2Ci vrednosti 1. Temperatura T_h, pri kateri stroj oddaja toploto je v najboljšem primeru enaka temperaturi okolja, to je okoli 300 K. Izkoristek lahko povečamo, če toploto dovajamo pri čim višji temperaturi.

Primeri in naloge iz krožnih procesov: Šolinc str. 154: P.3.37, P.3.38, P.3.39, številni primeri so tudi od strani 162 naprej

19.5 Zakoni termodinamike

V tem poglavju bomo sistematizirali naše dosedanje ugotovitve o prehajanju toplote v delo in obratno.

19.5.1 Prvi zakon termodinamike

S tem principom smo se srečali že prej pod imenom zakona o ohranitvi energije. V termodinamiki ta zakon lahko napišemo v obliki:

v vsakem zaprtem sistemu je vsota mehanske in toplotne energije konstantna

V matematični obliki pa ta zakon napišemo

$$\Delta Q = \Delta W_n + p\Delta V.$$

Energijski zakon nam pravzaprav pove le to, da je vsota mehanske in toplotne energije konstantna; nič ne govori o smeri v kateri se izmenjave energije lahko dogodijo. Prvi princip termodinamike dopolnjuje energijski zakon tako, da se mehanska energija lahko vedno spremeni v toplotno, oziroma določeni vrednosti mehaničnega dela odgovarja točno določena vrednost toplotne energije. Delo se pri toplotnih in mehanskih spremembah ne more izgubiti, temveč se v sistemu vedno pojavi določena količina toplotne energije, tako da celotna energija sistema ostaja konstantna. Ta zakon onemogoča obstoj **perpetuma mobile** prve vrste, to je stroja, ki bi delo proizvajal iz ničesar.

19.5.2 Drugi zakon termodinamike

Prvi princip termodinamike pove, da delo lahko prehaja v toploto v neomejeni količini. Kaj pa je s prehajanjem toplote v delo? Videli smo, da direktno toplota lahko prehaja v delo le v okviru krožnih procesov, vendar se pri tem ne more v delo spremeniti kar celotna toplota. Po drugi strani nam je znano, da toplota pravzaprav predstavlja notranjo energijo sistema, to je energijo molekul sistema. Delo lahko iz toplote pridobivamo le preko toplotnih strojev.

Osnovno teorijo toplotnih strojev nam predstavlja Carnotov krožni proces. Ta pokaže, da se toplota v delo ne more pretvarjati sama od sebe. Po drugi srani pa obratno ne velja. Delo se v toploto lahko pretvarja samo od sebe. Pri toplotnih strojih dobimo delo kot posledico prehajanja toplote iz rezervoarja z višjo temperaturo proti rezervoarju z nižjo temperaturo. Če je ta proces reverzibilen, se prehajanje dela iz toplote izvaja z določeno stopnjo izkoristka ν. Maksimalna vrednost toplotnega izkoristka je dana s Carnotovo formulo:

$$\nu = \frac{T_t - T_h}{T_t}.$$

V principu je nemogoče narediti stroj, katerega toplotni izkoristek bi bil večji od ν. Izkoristek pa lahko povečamo, če povečamo razliko temperatur toplega in hladnega rezervoarja. Vendar kljub temu ne moremo v delo spremeniti celotne toplote. Vedno pri vsakem procesu prehajanja toplote v delo ostane določena toplota degradirana v rezervoarju z nižjo temepraturo.

Zgrnje ugotovitve lahko strnemo v misel, da ne obstaja perpetum mobile druge vrste. To bi bil stroj, ki bi naprimer s krožno spremembo odvajal toploto iz rezervoarja in jo direktno pretvarjal v delo. Na osnovi tega dejstva je Clausius (1822-1888) formuliral 2. princip termodinamike na sledeči način:

Toplota ne more sama od sebe prehajati iz rezervoarja z nižjo temperaturo v rezervoar z višjo temperaturo

Dejstvo, da se delo lahko v celoti pretvori v toploto, medtem ko se toplota ne more popolnoma pretvoriti v delo, kaže na temeljno usmerjenost določenih naravnih procesov. Vsi do sedaj poznani spontani naravni procesi se pokoravajo 2. zakonu termodinamike. Tako toplota vedno prehaja iz toplejšega telesa na hladnejše telo. Plini vedno prehajajo skozi razpoke s področja višjega tlaka v področja z nižjim tlakom. Različni plini in tekočine se vedno premešajo, če jih prepustimo same sebi. Živi organizmi se starajo in umrejo. Zdi se tudi, da celotno vesolje kaže določeno smer razvoja. Procesi v naravi pri katerih materija izmenjuje energijo so ireverzibilni. Sami od sebe se odvijajo le v eni smeri. To njihovo usmerjenost določa 2. zakon termodinamike.
Povezanost ireverzibilnih procesov in njihove usmerjenosti z mikroskopsko sliko je proučeval Boltzmann. Vzemimo naprimer sol in vodo. Kristal soli predstavlja dobro urejen sestav molekul, ki so zložene v kristalno rešetko. Spontano se bo sol vedno v vodi razstopila; sama od sebe se sol ne bo izkristalizirala in ločila od vode (razen v posebnih pogojih pri kristalizaciji). Z rastapljanjem soli v vodi dobimo sistem, katerega urejenost je dosti manjša kot je urejenost kristala soli in vode posebej. Narava torej v tem primeru teži k stanju večjega nereda. Z generalizacijo teh procesov in z uvedbo t.i. **verjetnosti stanja** je Boltzmann ugotovil, da so stanja večjega molekularnega nereda verjetnejša od stanj molekularne urejenosti. Tako naprimer dobiti vse molekule le v eni polovici posode predstavlja določeno stopnjo urejenosti. Plin seveda zavzema celotno posodo in pri tem je stanje, kjer je pol posode prazne in pol polne, bolj urejeno, kot pa stanje, kjer plin zapolnjuje celotno posodo. Ker je stanje večjega nereda verjetnejše, bo plin spontano težil od stanja manjše k stanju večje neurejenosti. Boltzmann je na osnovi teh razmišljanj formuliral 2. zakon termodinamike na sledeč način:

Narava teži od neverjetnih k verjetnejšim stanjem

Boltzmannova formulacija 2. zakona termodinamike ima statistični značaj. To pomeni, da usmerjenost naravnih procesov velja za veliko množico molekul. Lahko se zgodi, da lokalno za majhen del molekul ta zakon ne velja. Statistične fluktuacije lahko pripeljejo do odstopanj. Globalno pa za veliko množico molekul 2. zakon termodinamike vedno velja.

19.5.3 Tretji zakon termodinamike

Drugi zakon termodinamike nam je pokazal, da pri naravnih zakonih vedno obstaja določena usmerjenost. Pri vsakem procesu se del energije degradira v toploto pri nižji temepraturi. Vsak proces v naravi prinaša torej določeno toplotno izenačenje. Po drugi strani pa je pretvarjanje toplote v delo mogoče le, če obstajajo razlike v temperaturi. Lahko bi torej zaključili, da bo daleč v prihodnosti v vesolju prišlo končno do izenačenja temperature, kar bi povzročilo ponehanje vseh naravnih procesov. Energije bi bilo v vesolju dovolj, vendar bi vseeno prišlo do ponehanja procesov, oziroma do t.i. **toplotne smrti** vesolja.
Ta problem je bil eden glavnih znanstveno-filozofskih problemov v 19. stoletju. Mogoče ga je rešiti ob ugotovitvi, da materija ni nespremenjljiva, ampak zadržuje v sebi določeno energijo. Tak primer je naprimer radioaktivni razpad atoma. Njegova notranja energija se na koncu pretvori v toplotno energijo. Obstoj radioaktivnih atomov hipotetično toplotne smrti vesolja ne more preprečiti ampak jo lahko le preloži. Vendar v vesolju nastaja vedno nova materija in novi radioaktivni atomi, ki s svojo notranjo energijo spet povzročijo nastanek novih temperaturnih razlik.
Notranja energija radioaktivnih atomov izvira od potencialne enrgije protonov in nevtronov zaradi obstoja t.i. jedrskih sil. Te sile delujejo na še manjšem redu velikosti kot smo obravnavali toploto v kinetično molekularni sliki. Tudi v absolutni ničli atomi lahko vsebujejo notranjo energijo, to pa omogoča formulacijo 3. zakona termodinamike:

Energija termalne nulte točke ($T = 0$) je različna od nič.

Praktična posledica 3. zakona termodinamike je onemogočenost doseganja absolutne ničle, kar je tudi alternativna formulacija tega zakona. 3 zakon termodinamike v klasični fiziki pravzaprav nima pravega pomena. Svoj polni smisel dobi šele v kvantni fiziki oziroma v kvantni statistiki.

19.6 **Entropija

19.6.1 Reducirana toplota

Pri izpeljevanju izkoristka Carnotovega krožnega cikla smo ugotovili, da velja:

$$\frac{\Delta Q_{oddana}}{T_h} = \frac{\Delta Q_{prejeta}}{T_t}.$$

V našem računu nismo pazili na predznak toplote, sedaj pa bomo uvedli naslednjo konvencijo:

- toplota, ki jo telesu **dovedemo** bo pozitivna
- toplota, ki jo telesu **odvedemo** bo negativna

Zgornjo enačbo sedaj napišemo v nekoliko spremenjeni obliki. Namesto ΔQ_{oddana} pišimo ΔQ_2, namesto $\Delta Q_{prejeta}$ pišimo ΔQ_1, namesto T_t pišimo T_1 in namesto T_h pišimo T_2. Z upoštevanjem zgornje konvencije o predznakih dobimo:

$$-\frac{\Delta Q_2}{T_2} = \frac{\Delta Q_1}{T_1}.$$

ΔQ_2 je toplota, ki jo je sistem pri Carnotovi krožni spremembi oddal in je zato negativna; $-\Delta Q_2$ pa je pozitivno, prav tako pa ΔQ_1 - toplota, ki jo je sistem prejel. Sledi:

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} = 0.$$

Podobno enačbo lahko dobimo pri kakršni koli krožni spremembi, neodvisno od oblike poti na pV diagramu. Mislimo si, da poljubno spremembo stanja plina izvedemo z množico majhnih izotermnih in adiabatnih sprememb (slika!). Pri vsaki izotermni spremembi plin bodisi prejme ali odda delo in hkrati toploto pri temperaturi T_i. Pri adiabatni spremembi pa je izmenjava toplote enaka nič. V splošnem zgornjo enačbo lahko napišemo:

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + ... + \frac{\Delta Q_n}{T_n} = 0,$$

ali tudi v integralni obliki:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

Potrebno je pripomniti, da velja to za reverzibilno krožno spremembo. V primeru, da gledamo le del krožne spremembe pa dobimo naprimer:

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + ... + \frac{\Delta Q_i}{T_i} = -\frac{\Delta Q_{i+1}}{T_{i+1}} - ... - \frac{\Delta Q_n}{T_n},$$

torej

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + ... + \frac{\Delta Q_i}{T_i} \neq 0.$$

V diferencialni obliki pa zapišemo to takole

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} \neq 0.$$

Vrednost vsote oziroma integrala je odvisna le od začetne in končne točke. Kako to lahko dokažemo? Imejmo krožni spremembi AHEZA in ABEZA na pV diagramu. Ti dve krožni spremembi se razlikujeta le v zgornjem delu poti. glede na zgornje račune imamo:

$$\int_{(AHE)} \frac{dQ}{T} = -\int_{(EZA)} \frac{dQ}{T}.$$

P drugi strani pa mora pri krožni spremebi ABEZA veljati

$$\int_{(ABE)} \frac{dQ}{T} = -\int_{(EZA)} \frac{dQ}{T}.$$

Torej je očitno:

$$\int_{(AHE)} \frac{dQ}{T} = \int_{(ABE)} \frac{dQ}{T}.$$

Sklepamo, da smo na sledi neki fizikalni količini, ki je povezana s stanjem telesa. To količino bomo smatrali kot **funkcijo stanja** sistema. V točki A ima ta količina vrednost S_A, v točki B pa vrednost S_B. Torej:

$$S_B - S_A = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + ... + \frac{\Delta Q_i}{T_i},$$

ali

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Za posamezno izotermno spremebo pri temperaturi T pa lahko zapišemo

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}.$$

Količina S se imenuje **entropija**, v fiziko pa jo je uvedel Clausius.
Na tem mestu se je koristno spomniti na potencial v mehaniki. Tudi potencial je predstavljal količino odvisno le od določene točke v prostoru. Sprememba potenciala je neodvisna od poti. Pri tem pa velja, da potencialu ne moremo določiti kake enolične numerične vrednosti, ampak ga lahko določimo le do neke neznane aditivne konstnante. Ponavadi zato računamo le spremebe potenciala. Enako velja za entropijo. Tudi entropija je odvisna od lege v prostoru oziroma na pV diagramu. Ta količina je prav tako kot potencial funkcija stanja. Enako kot potencialu tudi entropiji ne moremo določiti enolične numerične vrednosti, ampak jo lahko določimo le do neke neznane aditivne konstante natančno. Zato ponavadi računamo le spremembo entropije.

19.6.2 Sprememba entropije pri ireverzibilnih spremembah

Zgornji računi veljajo le za reverzibilne spremembe. V splošnem pa so procesi v naravi, pri katerih sodeluje materija ireverzibilni, kar pomeni, da se vedno nekaj toplote degradira kot izgubljena energija. V primeru reverzibilne spremebe izračunamospremembo entropije kot:

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Pri ireverzibilnih spremembah spremembe entropije ne znamo izračunati. Celotno spremembo stanja telesa zato razstavimo na reverzibilen del in na ireverzibilen del, vendar v splošnem le teoretično. Spremeba entropije je zato enaka:

$$\Delta S = \int_{(rev.)} \frac{dQ}{T} + \Delta S_{(irev.)}$$

Prvi člen znamo izračunati, drugega pa ne. Zato raje zapišemo:

$$\Delta S \geq \int \frac{dQ}{T}.$$

Naravni procesi se torej odvijajo tako, da se entropija povečuje. Tu spet najdemo določeno usmerjenost naravnih procesov, kot pri 2. zakonu termodinamike, ki ga zato zapišemo tudi takole:

$$S_{končna} - S_{začetna} \geq 0.$$

Naravni procesi se odvijajo v smeri naraščajoče entropije.

-

FIZIKA 4. DEL

GRAVITACIJSKO, ELEKTRIČNO IN MAGNETNO POLJE

Poglavje 20

Gravitacijsko polje in astronomija

20.1 Uvod

Od vseh sil, s katerimi se srečamo v življenju, je teža najočitnejša. Vsako telo na Zemlji ima težo, kar pomeni, da vsako telo, prepuščeno samemu sebi, prosto pade pravokotno na zemeljsko površino. Po drugi strani poznamo še en pojav, ki ni nič manj očiten. To je krožno gibanje nebesnih teles. Dnevno gibanje zvezd, dnevno in letno gibanje Sonca, ter mnogo bolj zapletena gibanja Meseca in planetov so burili duhove ljudi že od pamtiveka. Ideja, da sta teža in gibanje planetov, Sonca in Lune povezana, pa je relativno mlada in izvira iz obdobja pred približno 300 let. Newton je bil tisti, ki je leta 1686 pokazal, da sta pojava povezana in sta posledica istega fizikalnega zakona.

20.2 Zgodovinski pregled

Izdelava takšnega planetnega modela, ki bi zadovoljivo pojasnjeval gibanje nebesnih teles, je bila za človeštvo ena najbolj pomembnih in zapletenih znanstvenih nalog. Njena rešitev je bila sad večtisočletnega sistematičnega natančnega opazovanja neba, zahtevnega tolmačenja zbranih podatkov, oblikovanja novih teorij in njihovega kritičnega preverjanja ter izpopolnjevanja raziskovalnih in merilnih naprav. V preteklosti so znanstveniki uporabljali različne planetarne modele, da bi opisali bližnje vesolje. Po Pitagoru (6. stoletje pr.n.š.) so imeli planeti (Merkur, Venera, Mars, Jupiter, Saturn), Sonce in Luna vsak svojo kroglo, ki so se vse vrtele okoli Zemlje in so se razlikovale od krogle, na kateri so bile zvezde. Gibanje teh krogel naj bi proizvajalo človeškemu ušesu neslišne harmonične tone. Platon (4. stoletje pr.n.š.) si je zamišljal okroglo vesolje z Zemljo v središču. Sonce, Luna in planeti naj bi se gibali v prostoru med Zemljo in območjem zvezd po tirih, ki nastajajo s kombinacijo ižključno krožnih in enakomernih gibanj, zaradi svoje popolnosti edinih, ki naj bi ustrezali božanski naravi nebesnih teles. Platonovo pojmovanje vesolja, v tesni zvezi z enakomernim krožnim gibanjem, je še dolgo vplivalo na razvoj astronomije. Tako so v naslednjih stoletjih Evdoksij, Kalip in Aristotel poskušali razlagati gibanje nebesnih teles z nizom istosrediščnih krogel, od katerih se je vsaka vrtela enakomerno okoli osi, ki je šla skozi središče Zemlje. Vendar je bila ta teorija preveč zapletena - morali so upoštevati kar 55 krogel - pa še niso mogli popolnoma razložiti opazovanih pojavov. Spodrinila jo je teorija epiciklov in deferentov, zasnovana že v 3. stoletju pr.n.š., ki jo je poglobil Hiparh, dokončno pa izdelal Ptolemej (2. st. n.š.) v svojem Almagestu. V Ptolemejevem sistemu (sl. 1) je bila Zemlja negibno središče ve solja. Vseh pet planetov se je enakomerno gibalo po krožnicah, imenovanih epicikli; središča teh petih epiciklov ter Luna in Sonce pa so opisovali okoli Zemlje krožnice, deferente, katerih središča so, v preprostejši izvedbi, sovpadala s središčem Zemlje. čeprav je Ptolemejev sistem v svojih poskusih razreševanja pojavov postajal sčasoma vse bolj zapleten, je ostal splošno priznan še 13 stoletij. Šele po zaslugi Kopernikovega dela (objavljenem leta 1543) in valu filozofskih, zgodovinskih, političnih, verskih in psiholoških sprememb v zahodni družbi si je začela utirati pot podoba sveta, ki je temeljila sicer na ne povsem novi, vsekakor pa na do tedaj popolnoma drugačni hipotezi. Ta je namreč postavljala v središče vesolja Sonce, Zemlja in planeti pa so krožili okoli njega. Heliocentrični sistem, ki ga je brezuspešno predlagal že Aristarh s Samosa v 3. stoletju pr.n.š., se je razlikoval od geocentričnega tudi po preprostosti, s katero mu je uspelo opisati gibanja nebesnih teles. Heliocentrični sistem je dokončno uveljavil Kepler (1571-1630): na podlagi Kopernikove teorije in natančnih opazovanj leg planetov, ki jih je izmeril Tycho Brahe, je po številnih poskusih in opustitvi domneve o enakomernem kroženju nebesnih teles strnil značilne lastnosti gibanja planetov v naslednje tri zakone:

1. Tiri planetov so elipse, kjer je v enem gorišču Sonce (sl. 2).
2. Zveznica Sonce-planet popiše v enakih časih enake ploščine (sl. 2).
3. Kvadrati obhodnih dob planetov (okoli Sonca) so premo sorazmerni s kubom velikih polosi njihovih tirov.

Iz prvega zakona sklepamo, da se oddaljenost planeta od Sonca spreminja kljub majhni ekscentričnosti skoraj vseh planetnih elips, od najmanjše, ko je v periheliju, do največje vrednosti v afeliju. Drugi zakon nas pouči, da se planet giblje po tiru s spremenljivo hitrostjo, z največjo v periheliju in najmanjšo v afeliju, saj mora pri periheliju preiti večji del tira kot pri afeliju. ln naposled, s tretjim zakonom lahko izrazimo razdalje planetov od Sonca z eno izmed njih; omogoča nam torej model Osončja v merilu. Za izračun dejanskih razdalj moramo vedeti, koliko meri ena od njih npr. v kilometrih. Kot astronomsko enoto (a.e.) so izbrali veliko polos Zemljinega tira, ki meri približno 150 x 106 km.

20.3 Sončni sistem; Titius - Bodejev zakon

Sončev sistem ali Osončje sestavljajo Sonce in nebesna telesa, ki se zaradi gravitacijske privlačnosti gibljejo okoli njega. V Osončju so poleg Sonca, planetov in njihovih satelitov še mali planeti (asteroidi oz. planetoidi), kometi, meteoriti ter medplanetni plin in prah. Planeti, razvrščeni po oddaljenosti od Sonca, so: Merkur, Venera, Zemlja, Mars, Jupiter, Saturn, Uran, Neptun in Pluton. Prvih šest so poznali že v antični dobi. Uran je odkril leta 1781 W. Herschel, Neptun leta 1846 Galle, Pluton pa leta 1930 C. Tombaugh. Povprečne oddaljenosti planetov od Sonca približno ustrezajo empiričnemu pravilu, ki ga je leta 1766 našel Titius, Bode pa potrdil, in je prikazano z naslednjim obrazcem:

$$d = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n,$$

kjer je $n = \infty, 0, 1, 2, 4, 5, 6$. Po njem dobimo oddaljenosti od Sonca vseh planetov od Merkurja do Urana. Z n = 3 dobimo povprečno oddaljenost asteroidov. Obrazec pa ne velja za Neptun in Pluton. Ravnine planetnih tirov skoraj sovpadajo z ravnino ekliptike, zato vse planetne poti na nebesni krogli (razen Plutonove) tečejo znotraj traku zodiaka ali živalskega kroga. Vsi planeti krožijo okoli Sonca v napredni smeri, torej za opazovalca na Soncu (z glavo obrnjeno proti severnemu ekliptičnemu polu) v nasprotni smeri urnega kazalca. V isto smer se vrtijo okoli svojih osi skoraj vsi planeti in tako kroži večina satelitov okoli svojih planetov. Planete lahko po izbrani lastnosti različno razvrstimo. Po legi glede na Zemljo razlikujemo notranje, ki se gibljejo med Soncem in Zemljo, in zunanje planete. V prvi skupini sta Merkur in Venera, v drugi pa. vsi ostali. Po fizikalnih lastnostih se Merkur, Venera, Zemlja in Mars povsem razlikujejo od Jupitra, Saturna, Urana in Neptuna. Prvi, ki jim pravimo tudi planeti Zemljinega tipa, imajo naslednje skupne lastnosti: razmeroma majhno maso, veliko gostoto in trdno površje, majhno vrtilno hitrost, atmosfero, revno z vodikom in helijem ter bogato s kisikom, dušikom in ogljikovim dioksidom. Vse druge iz t.i. skupine Jupitrovega tipa pa označujejo razmeroma velika masa, majhna gostota, precejšnja vrtilna hitrost, atmosfera, bogata z vodikom, helijem, amoniakom in metanom. Pluton ni v nobeni izmed omenjenih skupin, ker je še premalo raziskan, da bi ga lahko z gotovostjo razporedili. Lastnosti Osončja kot celote so: a) skoraj vsa masa je zbrana v Soncu (99,9 %); b) prostornina Sonca predstavlja 99,8 % celotne prostornine nebesnih teles v Osončju; c) če upoštevamo, da svetloba s Sonca potuje 5,5 ure do Plutona, ko je ta v afeliju, in okoli štiri leta, da doseže najbližjo zvezdo Proksimo kentavro, sledi, da je sončni sistem praktično osamljen.

Nastanek Osončja

Na podlagi hipotez, ki so jih v zadnjih treh stoletjih izdelali številni učenjaki, kot Descartes, Buffon, Kant, Laplace, Hoyle in drugi, sta se izoblikovali v bistvu dve vrsti teorij o nastanku Osončja. Po prvi naj bi planeti nastali zaradi učinkov prehoda neke zvezde blizu Sonca: natančneje, planeti naj bi bili deli snovi, ki se je dvignila in odtrgala od neke zvezde zaradi plime, ki jo je povzročila druga zvezda. To teorijo so zavrgli, kajti zaradi razdalj med zvezdami (v povprečju štiri svetlobna leta) in velikosti zvezd (v povprečju štiri svetlobne sekunde) je zelo majhna verjetnost, da bi se to moglo zgoditi. Danes na splošno priznavajo nebularno teorijo (sl. 3), ki temelji na Kant-Laplaceovi hipotezi, da so vsa telesa v Osončju nastala pred kakšnimi 4,5 milijarde let iz meglice medzvezdne snovi. Pod vplivom vrtenja naj bi v središču meglice nastala sredica iz plinov in prašnih delcev. Ko je dosegla potrebne fizikalne lastnosti, so se sprožili procesi jedrskih zlitij in sredica je začela svetiti (Sonce). V oddaljenih in hladnejših zunanjih območjih naj bi iz meglice nastali trdni planetezimali, iz katerih so z nalaganjem meglične snovi nastali planeti.

20.4 Newtonov zakon gravitacije

Na osnovi Keplerjevih zakonov ter svojih zakonov gibanja je Newton izpeljal matematično obliko sile, ki povzroča gibanje planetov okoli Sonca. Zakon gravitacije je objavil leta 1686 v epohalnem delu svojih Principov narave.
Gravitacijski zakon bomo izpeljali iz tretjega Keplerjevega zakona, ki ga v matematični obliki lahko zapišemo:

$$T^2 = kr^3.$$

Sila, ki deluje na planete je centripetalna in ima smer proti Soncu:

$$F = m\frac{v^2}{r}.$$

Ker je obhodni čas dan z enačbo

$$T = \frac{2\pi r}{v},$$

z eliminacijo T iz zgornjih treh enačb dobimo:

$$F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right) \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Sila, ki deluje na planete je torej premosorazmerna njihovi masi in je obratno sorazmerna z kvadratom oddaljenosti od Sonca. Zgornji izraz predstavlja že kar zakon gravitacije. Preostane le še vprašanje od kje sila, ki deluje na planete. Newton je predpostavil, da ta sila prihaja od Sonca. Če je tako, mora biti sila sorazmerna sončevi masi M, saj velja zakon o vzajemnem učinku. Kaj to pomeni? izkaže se, da člen $(4\pi^2)/k$ zapišemo kot $G \cdot M$, kjer je G neka konstanta. Na ta način zakon dobi obliko:

$$F = \frac{GMm}{r^2}.$$

Prehod na to obliko zakona ni tako nepomeben, kot bi to na prvi pogled lahko izgledalo.. Zaključek, da ima sila, ki deluje na planete izvor v samem Soncu je zaključek z globoko fizikalno vsebino.. Sonce postane center sile, ki deluje na daljavo brez vidne fizične zveze.. Z uvedbo gravitacijske sile je Newton generaliziral pojem sile, ki je bil do tedaj vezan izključno na sile na dotik. Pojem sile na daljavo je bil zelo pomemben kasneje pri vpeljavi pojma polja.
z genialno intuicijo je Newton prišel tudi di sklepa, da zakon gravitacije ne določa le gibanje planetov. Gravitacijska sila je temeljno delovanje med telesi. Katerikoli telesi z maso m_1 in m_2, ki se nahajata v razdalji r delujeta eden na drugega s silo

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}.$$

Ta izraz predstavlja zato zakon univerzalne gravitacije, ki ga lahko formuliramo na sledeč nacin:

- *Vsako materialno telo privlači vsako drugo materialno telo v bližini s silo, ki je premosorazmerna s produktom mas obeh teles in obratnosorazmerna s kvadratom razdalje med telesoma.*

Zakon gravitacije velja za gibanje planetov, zvezd, galaksij pa tudi za padanje predmetov na Zemlji. Danes vemo, da je Newtonov zakon gravitacije samo prva aproksimacija (vendar zelo precizna) splošnega zakona gravitacije v okviru splošne teorije relativnosti.

20.4.1 Eksperimentalno določanje gravitacijske konstante G; Cavendishova tehtnica

Newtonov zakon gravitacije je univerzalen zakon, ki velja za vsa telesa v vesolju, ki imajo maso. Velikost sile je odvisna od vrednosti univerzalne gravitacijske konstante G. Vendar iz astronomskih meritev njene vrednosti ni bilo mogoče določiti. Eksperimentalno se njeno vrednost lahko določi tako, da se izmeri gravitacijsko silo med dvema telesoma z znano maso na znani oddaljenosti. Prvo natančno merjenje te konstante je izvedel Cavendish 1798. leta, eprav je mersko napravo že pred njim razvil J. Michell.

Opis Cavendishovega poskusa...
Točna merjenja so pokazala, da je vrednost te konstante

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2.$$

Primera: Kladnik str. 112, Masa Sonca in masa Zemlje. Tudi gravitacijski pospešek na površini Zemlje.
Primeri in naloge: Hribar str. 139
primeri in naloge: Kladnik str. 114, naloge 1-7

20.4.2 Kroženje nebesnih teles

Na vsa nebesna telesa, ki krožijo naprimer okrog Sonca, daluje gravitacijska sila Sonca, ki tako predstavlja centripetalno silo. Hitrost kroženja nebesnih teles v sončnem sistemu dobimo tako, da izenačimo gravitacijsko in centripetalno silo:

$$\frac{MmG}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{MG}{r}}.$$

Obodna hitrost (kakor tudi imenujemo to hitrost) pada torej z razdaljo od Sonca. Najhitreje okrog Sonca kroži Merkur, najpočasneje pa Pluton.

Primer 1: Kolikšen je obhodni čas satelita, ki kroži okoli Zemlje na višini 20 km?
Primer 2: Na kolikšni višini nad površjem Zemlje krožijo geostacionarni staeliti. Ti krožijo z enako kotno hitrostjo, kot se vrti Zemlja okoli lastne osi. Zato vidimo geostacionalrne staelite na nebu ves čas na istem mestu.

20.4.3 Gravitacijska potencialna energija

Newtonov zakon gravitacije odpre poglobljen pogled na naravo gravitacijske potencialne energije, ki smo jo vpeljali že davno tega. Vzevši pospešek prostega pada konstanten g, potencialna energija telesa z maso m na višini h znaša po definiciji:

$$g = mgh.$$

Zdaj se malo poigrajmo in namesto konstantnega gravitacijskega pospeška vstavimo $g = GM/r^2$, namesto h pa vstavimo r. Dobimo

$$W_p = \frac{GMm}{r}.$$

Ta izraz še ni povsem dokončen. Če gre r proti nič, gre potencialna energija v neskončnost. To pomeni, da bi telo lahko oddalo neskončno veliko dela. V resnici moramo mi dodati delo, če hočemo telesi razmakniti. Iz zagate se rešimo tako, da definiramo zgornjo energijo kot negativno:

$$W_p = -\frac{GMm}{r}.$$

Povejmo, da smo ta izraz izpeljali na popolnoma napačen način, vendar je naš rezultat pravilen, zato ga sprejmemo. Kaj pa pomeni negativna energija? To pomeni, da moramo telesoma energijo dodati, če ju hočemo ločiti.
Pomen negativnega predznaka bo jasen šele pri naslednjem zgledu. Kolikšno kinetično energijo moramo telesu na Zemlji dodati, če hočemo, da zapusti zemeljsko gravitacijsko polje. Na zemlji ima telo potencialno energijo $W_p = -GMm/r$ in kinetično energijo $W_k = \frac{1}{2}mv^2$. V neskončni daljavi pa ima telo energijo najmanj nič. Torej:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0. \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Če bi vzeli potencialno energijo pozitivno, bi imeli težave pri korenjenju. Povejmo še nekaj. V zgornjem računu smo rekli, da je v neskončnosti energija telesa najmanj nič. Lahko je seveda tudi večja in ima telo nekaj kinetične energije.

20.4.4 Virialni teorem

V prejšnjem poglavju smo uvedli pojem **celotne energije telesa v gravitacijske polju**. Ta je sestavljena iz kinetične energije in potencialne energije. V tem poglavju ne se ne bomo ukvarjali z novimi pojmi, temveč bomo za primer izračunali celotno energijo telesa z maso m, ki kroži okoli telesa z maso M.
Vemo, da telo m kroži okoli telesa M z obodno hitrostjo:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Zato ima to telo kinetično energijo

$$w_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{GMm}{R} = -\frac{1}{2}w_p.$$

Kinetična energija **je torej po absolutni vrednosti polovica potencialne**. Sedaj izračunajmo še celotno energijo, ki je vsota kinetične in potencialne energije:

$$w_c = w_k + w_p = -\frac{1}{2}\cdot\frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}w_p.$$

Celotna energija je torej enaka polovici potencialne energije. Izpeljali smo dva pomembna rezultata:

$$w_k = -\frac{1}{2}w_p,$$
$$w_c = \frac{1}{2}w_p.$$

Ta dva rezultata imata velik pomen v astronomiji. Iz njiju sledi nekaj pomembnih posledic:

1. Telesa, ki so bolj vezana na gravitacijsko polje nekega večjega telesa, imajo bolj negativno potencialno energijo in posledično **večjo kinetično energijo**.
2. Če močno gravitacijsko vezanim telesom dodamo energijo, jim povečamo potencialno energijo in s tem zmanjšamo kinetično energijo.

Pomen teh dveh ugotovitev bomo bolje razumeli kasneje pri astronomiji.

Podatki o osončju

Merkur

Planet Merkur nima satelitov. Je najmanjši in Soncu najbližji planet. Ker ga težko opazujemo (od Sonca se namreč navidezno oddalji za najvet 28 in je viden le, ko je nizko nad obzorjem, torej pred Sončevim vzhodom oziroma po Sončevem zahodu), smo spoznali Merkurjeve fizikalne lastnosti šele po preučevanju slik dela njegovega površja, ki jih je posnela ameriška sonda Mariner 10 (1974- 75), in po raziskavah v infrardeči svetlobi.

Podobno kot na Luni so tudi na Merkurju ravnine in območja močno posuta s kraterji (sl. 3). Merkur zaradi majhne gravitacije nima atmosfere, zato je podvren neposrednim trkom s skalami in prahom, ki jih sreča na svoji poti. Posledica odsotnosti atmosfere so tudi velike temperaturne razlike (okoli 600 C) med osvetljeno in temno stranjo planeta.

Najvidnejša tvorba na Merkurjevem površju je Kotlina toplote (Planitia Caloris), ki je nastala pred 3,5 milijarde let po vsej verjetnosti zaradi trka z velikim meteoritom. Ima premer 1300 km, glede na srednji površinski nivo pa see v globino 9 km. Domnevajo, da ima Merkur jedro iz eleza s premerom 3600 km (80 % planetovega premera); to je vir šibkega magnetnega polja, ki so ga zaznale naprave na Marinerju 10.

Venera

Venero obdaja gost plašč oblakov z veliko odbojnostjo (sl. 1), zaradi česar je zelo svetel planet. Za Venero so dolgo menili da je podobna Zemlji, saj se veliko njenih fizikalnih lastnosti (premer, masa, gostota, tenost) priblino ujema z lastnostmi našega planeta. Domnevali so, da je na Veneri celo ivljenje, vendar so se vse domneve razblinile, ko so postali znani rezultati raziskav z Zemlje (spektroskopske in radarske meritve) in iz vesolja (s sovjetskimi venerami, ameriškimi marinerji in misijo Pioneer-Venus), ki so razkrili, da so med planetoma temeljne razlike. Venerina atmosfera sestoji iz 97 odstotkov ogljikovega dioksida, preostanek pa sestavljajo dušik, argon in sledi drugih plinov. Nad oblaki, tj. 60 km nad površjem, meri tlak le 1/10 zračnega tlaka na Zemlji, temperatura pa dosee -30 C. Pri površju je tlak 90-92 atmosfer in temperatura skoraj 500 C. Tako visoko temperaturo lahko pojasnita bliina Sonca in pojav tople grede: ta nastane zaradi visokega odstotka ogljikovega dioksida v Venerini atmosferi, ki ne prepušča infrardečega sevanja iz planetovega površja. Venera se vrti v smeri urnega kazalca, to je nasprotno kot večina drugih nebesnih teles v Osončju (na Veneri bi videli Sonce vzhajati na zahodu in zahajati na vzhodu). Vrtilna doba na površju se razlikuje od tiste za zgornjo mejo oblakov. Ko opazujemo oblake v ultravijolični svetlobi, odkrijemo posebne strukture ki potrebujejo za poln zasuk nekaj več kot štiri dni, medtem ko traja na planetu vrtilna doba ki jo ugotovimo po mikrovalovih, odbitih od površja, 243 dni. Tolikšna razlika v hitrosti vrtenja je sproila domnevo, ki je bila za zgodnjo atmosfero tudi dokazana, da na Veneri pihajo vetrovi s hitrostjo 300-400 km/h. Podatke o površini planeta, skriti pod gosto plastjo oblakov, so omogočile radarske raziskave z Zemlje in iz vesolja. Venerino površje je v glavnem ravninsko, niso pa redkost niti globoke doline, kot je velika razpoka, globoka 3-4 km in dolga 1400 km, ter hribi visoki čez 1000 m. Venera nima ne satelitov ne magnetnega polja.

Zemlja

Kako privlačen pogled na Zemljo se nam odpira iz vesolja: krogla v preteno belo-sinjih odtenkih, večinoma zakrita z oblaki, skozi katere se vidijo obrisi celin. Z Lune bi Zemljo videli pod kotom okoli 154', torej 3,8-krat večjo, kot vidimo Luno z Zemlje. Ker pa je Luna (v prvem pribliku) obrnjena proti Zemlji vedno z isto stranjo, bi opazovalec na Luni videl Zemljo vedno v isti legi glede na določeno točko svojega obzorja. Če bi z Venere opazovali Zemljo in Luno ob opoziciji, bi ju videli kot članici dvojnega sistema največ 0,5 vsaksebi.

Mars

Mars je znan kot rdeči planet zaradi svoje barve, ki je vidna tudi s prostim odesom. Ko ga opazujemo z daljnogledom, vidimo beli polarni kapici, temnordeča polja in vrsto tankih, temnih raz, t.i. kanalov, ki jih je leta 1877 odkril Schiaparelli in ki so s svojo enakomerno porazdelitvijo spodbudili ugibanja o obstoju zunajzemeljskih civilizacij. Pozneje so ugotovili, da so ti kanali samo optično slepilo, ki ga povzroča atmosferska turbulenca. Polarni kapici sestojita iz plasti vodnega ledu, pokritegas suhim ledom iz ogljikovega dioksida: ta se med Marsovim poletjem stopi, ker je v Marsovi atmosferi temperatura (-68 C) višja od njegovega tališča (- 125 C) pri tamkajšnjem tlaku. Marsova atmosfere sestoji v glavnem iz ogljikovega dioksida s sledmi dušika in vodnih par; je zelo redka (njena gostotaje stokrat manjša od gostote Zemljinega ozračja), kar precej olajša preučevanje Marsovega površja. Posnetki, ki so nam jih od šestdesetih let naprej dajale sonde tipa Mariner in Viking, so pokazali, da se lastnosti Marsovega površja razlikujejo od območja do območja (sl. 1 in 2). Tako prevladujejo na severni polobli ravnine in puš'cave, pokrite z rdečkastimi kamninami in drobci, bogztimi z železom in železovimi hidroksidi. Južna polobla pa je videti veliko bolj razgibana in pokrita s številnimi kraterji, ki so posledica pradavnih meteoritnih bombardiranj. Na tem področju je npr. Hellas, ki je s premerom 1800 km in globino 3 km eden od največjih kraterjev v Osončju, nastalih ob trku. Značilni sta tudi prostrani območji nad Marsovim ekvatorjem Tharsis in Elysium, na katerih je skupina precej visokih ognjenikov, kot npr. več kot 26 km visoki Olimp. Ju ni del Tharsisa, prek katerega poteka dolina Marineris, je pravzaprav 5000 km (1 /6 Marsovega obsega) dolga in na nekaierih mestih več kot 100 km široka velikanska razpoka. Mars ima dva satelita, Fobos in Deimos, ki ju je leta 1877 odkril Asaph Hall. Oba sta zelo majhna in nepravilne oblike; srednji premer Fobosa je 25 km, Deimosa pa 13 km, Njuno površje je skoraj povsem pokrito s kraterji različnih velikosti.

Jupiter

Jupiter je največji planet v Osončju. Ima desetkrat manjši premer kot Sonce, približno tisočkrat manjšo maso, zato pa skoraj enako srednjo gostoto. Za opazovalca z Zemlje je Jupiter ob opoziciji za Venero najsvetlejši planet. Pogled skozi daljnagled nam odkrije občutno sploščenost in vrsto izmenic"no svetlih in temnih prog, vzporednih z ekvatorjem. To vse je tudi posledica kratke Jupitrove vrtilne dobe 36 (9h 50min) oziroma velike vrtilne hitrosti, ki znaša na ekvatorju 12,6 km/s. Ker je na ekvatorju vrtenje hitrejše kot na višjih širinah, sklepamo, da Jupiter ni trdno telo. Pri njem lahko neposredno opazujemo le višje plasti atmosfere: tam se pojavljajo po videzu in legi zelo spremenljive tvorbe, ki izginejo v nekaj dneh ali urah (sl. 3). Izjema je le Velika rdeča pega, ogromna tvorba, ki je dosegla velikost 39.000 km x 14.000 km in je vidna na Jupitrovi južni polobli vsaj že tri stoletja (odkril jo je leta 1664 R. Hooke). Atmosfero Jupitra sestavljata vodik in helij v podobnih odstotkih kot na Soncu ter v manjših količinah metan in amoniak. V najbolj zunanji plasti oblakov je temperatura okoli - 150 C, v notranjosti pa zraste do 30 C. Gosta atmosfera, ki obdaja planet, sicer ovira opazovanje v globino, vendar pa nam podatki, posredovani z vesoljskih sond tipa Voyager in Pioneer, omogočajo, da sestavimo model Jupitrove notranjosti. Tako naj bi Jupitrovo jedro sestavljale kamnine iz železovih silikatov, okrog pa naj bi bil ovoj iz tekočega kovinskega vodika, ki bi bil lahko vzrok Jupitrovega močnega magnetnega polja. Jupiter se tudi po malem krči, kakšen milimeter na leto, kar pa zadostnje, da oddaja več energije, kot jo sprejema od Sonca. Jupiter ima kolobar, ki sta ga zaznala voyagerja leta 1979: debel je le 4 km in poteka 60.000 km nad zadnjimi oblaki Jupitrove atmosfere. Do sedaj je znanih 15 Jupitrovih satelitov. Največji med njimi so po oddaljenosti od planeta: Amaltea, Io, Evropa, Ganimed in Kalisto. Amaltea je majhen, podolgovat kamnit satelit, velikosti 250 km x 140 km. Naslednje štiri satelite, znane tudi kot Medičejske zvezde, je odkril leta 1610 Galileo Galilei. Tako kot Amaltea obračajo Jupitru vedno isto stran, vendar se po videzu in drugih bistvenih lastnostih med seboj zelo razlikujejo. Io je npr. poln delujočih ognjenikov, a brez kraterjev, medtem ko je Evropa skoraj povsem pokrita z ledom (sl. 4).

Saturn

Saturnje po masi in velikosti drugi planet Osončja. Zaradi svetlega kolobarja, ki ga obdaja in zaradi katerega je včasih videti kot spiralna galaksija (sl. 1), je eno izmed najzanimivejših nebesnih teles. Pogled skozi daljnogled nam odkrije, da ima tudi Saturn sistem prog, ki pa so manj poudarjene in spremenljive kot na Jupitru. Njegova vrtilna doba se spreminja s širino (v povprečju pa znaša okoli 10 ur), kar dokazuje, da njegovo površje ni v trdnem stanju. Za Saturn je značilna majhna gostota, manjša od gostote vode. Atmosfero sestavljata pretežno vodik in helij ter v zelo skromnih količinah metan in amoniak. Na površju (oblaki) je povprečna temperatura okoli - 170^0 C. Veliko podatkov o Saturnovih fizikalnih lastnostih so nam, podobno kot za Jupiter, posredovale sonde voyager in pioneer. Te med drugim dovoljujejo domnevo o kamnitem jedru, obdanem s tekočim vodikom v kovinskem stanju, ki naj bi bil tudi izvor magnetnega polja tega planeta. Ugotovili so še, da tudi Saturn ustvarja energijo s krčenjem. Saturnove kolobarje je prvi opazil Galilei. Posnetki s sond voyager so potrdili, da niso nič drugega kot sistem ledenih in kamnitih delcev različnih velikosti in mas, ki krožijo okoli Saturna kot ogromna množica drobnih satelitov. Sistem kolobarjev se razteza v ravnini planetovega ekvatorja. Sirok je 65.000 km, debel pa komaj kilometer. Zaradi te skromne debeline opazovalec z Zemlje ne vidi kolobarjev, ko gleda v smeri njihove ravnine. Nastanek kolobarjev še ni povsem jasen, za zdaj sta verjetni dve domnevi: prva ga pripisuje razpadu satelita, ki se je preveč približal planetu, druga meni, da vsebujejo kolobarji prvobitno snov, ki se zaradi bližine planeta ni mogla združiti v eno samo telo. Saturn je planet z največ sateliti: do zdaj so jih odkrili 23. Devet največjih v smeri od planeta navzven je: Mimas, Encelad, Tetis, Dione, Rea, Titan, Hiperion, Japet in Febe. Največji med njimi je Titan (sl. 38 3), ki je še posebej zanimiv, saj je edini satelit v Osončju, ki ima atmosfero.

Uran

Uran so pozno odkrili, ker je zaradi majhnega sija (5,7 magnitude) na meji vidnosti človeškega očesa. Odkril ga je leta 1781, povsem naključno in ko so že uporabl,jali daljnogled, W. Herschel, ki je med običajnim opazovanjem neba zagledal nenavadno nebesno'telo. Po njegovem počasnem gibanju med zvezdami je sklepal, da gre za planet. Uran je skozi daljnogled videti kot majhna zelenkasta ploščica z navideznim premerom 4", premajhnim, da bi na njegovem površju lahko razločili kakšne pomembne podrobnosti. Uran kroži okoli Sonca v nasprotni smeri in njegova os je naklonjena proti navpičnici na ravnino tira za 82. Sonda Voyager 2, ki se je 24. januarja 1986 približala Uranu na 73000 km, je obogatila naše znanje o tem planetu. Zvedeli smo, da se Uran zavrti okoli svoje osi v l5 ali 17 urah, da je temperatura na meji zunanjih oblakov -210 C in da je jakost njegovega magnetnega polja 0,25 gaussa. Uran ima sistem desetih kolobarjev: pet so jih odkrili leta 1977 med okultacijo zvezde s planetom (ko je zvezda "ugasnila"ob prehodu vsakega kolobarja), štiri na podoben način leta 1978, desetega pa je leta 1986 odkrila sonda Voyager 2. Miranda, Ariel, Umbriel, Titania in Oberon so Uranovi sateliti po rastoči oddaljenosti od planeta. Odkrili so jih pred izstrelitvijo sonde Voyager 2. Krožijo v planetovi ekvatorski ravnini v nasprotni smeri. Najmanjši med njimi je Miranda s premerom kakšnih 500 km, največji pa Oberon, ki v premeru meri okoli 1600 km. Doslej poznamo 15 Uranovih satelitov, vendar je zelo verjetno, da jih je še več.

Neptun

Neptun so odkrili leta 1846, čeprav so o njegovem obstoju že prej sklepali iz nepravilnosti v gibanju Urana, saj se njegove dejanske lege niso ujemale z izračunanimi po zakonih nebesne mehanike. Po videzu, velikosti, masi in kemični sestavi je Neptun zelo podoben Uranu. V zgornji plasti atmosfere je povprečna temperatura -215 C, deset stopinj višja od predvidene po oddaljenosti od Sonca, iz česar sklepamo, da ima notranji vir toplote. Pri Neptunu so odkrili dva satelita, Triton in Nereido. Triton je bliže planetu, kroži v obratni smeri in se s premerom 3800 km uvršča med največje satelite v Osončju. Nereido je leta 1949 odkril Kuiper; je precej manjši satelit in se giblje po močno ekscentričnem tiru (0,75).

Pluton

Pluton je med do sedaj odkritimi planeti od Sonca najbolj oddaljen. S Plutona bi bilo Osončje videti kot prazen, zapuščen prostor. Glavni značilnosti tega daljnega planeta sta naklon njegovega tira proti ravnini ekliptike ($17{,}2^0$) in velika ekscentričnost tira (0,25), zaradi katere se Pluton, ko je v periheliju, bolj približa Soncu kot Neptun. Čeprav je C. Tombaugh odkril Pluton že leta 1930, je ta planet zaradi majhnega navideznega premera še premalo raziskan. Nekateri astronomi menijo, da je bil Pluton Neptunov satelit, ki je zašel na nenavaden tir, ker se je preveč približal Tritonu. Po nizki povprečni temperaturi na površju (pod -220^0 C) sklepamo, da je večina snovi v tekočem in trdnem stanju. Nove podatke o Plutonu smo dobili potem, ko je J. Christy (22. junija 1978) odkril satelit Haron, ki je omogočil natančnejšo določitev fizikalnih parametrov planeta. Danes vemo, da Plutonov premer ni večji od 2300 km, da je njegova masa le 1/400 Zemljine in je torej njegova povprečna gostota majhna ($0{,}7$ g/cm^3). Haronov premer meri okoli 1000 km, njegova obhodna doba je enaka Plutonovi vrtilni dobi, zaradi česar je Haron na Plutonovem nebu vedno v isti legi. Haron je oddaljen od Plutona komaj 17000 km; to nam pojasnjuje, zakaj je Haron videti na slikah le kot deformacija Plutonovega roba (str. 39, sl. 6).

Asteroidi

Asteroidi Med Marsom in Jupitrom, pri 2,8 a.e. od Sonca, kjer bi po Titius-Bodejevem pravilu moral biti planet, krožijo številna nebesna telesa, imenovana asteroidi, planeioidi ali mali planeti. Prvi znani asteroid je bil Ceres, ki ga je v Palermu 1. januarja 1801 odkril G. Piazzi; naslednje tri, Palas, Juno in Vesla, pa so odkrili v letih 1802 do 1807. Pozneje so ta telesa sistematično iskali s pomočjo astronomske fotografije. Danes je katalogizirano več kot 2000 asteroidov: večina jih je med Marsom in Jupitrom (asteroidni pas), nekaj jih najdemo znotraj Marsovega tira in za Jupitrovim tirom, enega (Hiron) med Saturnovim in Uranovim tirom (sl. t). Asteroidi so razmeroma majhna nebesna telesa: premer največjega, Cerere, je 1000 km, pri drugih pa meri le nekaj kilometrov. Skupna masa asteroidov naj bi bila 1/2500 Zemljine. Srednja vrednost ekscentričnosti tirov je 0,14, srednji naklon tirov pa $9{,}7^0$. So seveda tudi večja odstopanja: ravnina Betulijinega tira je npr. nagnjena za 52^0, Hidalgo ima tako ekscentričen tir, da doseže v afeliju skoraj Saturnov tir, v periheliju pa Marsovega. Mnenja o nastanku asteroidov se razhajajo: nekateri menijo, da so asteroidi ostanki razpadlega planeta, drugi pa, in njihova domneva se zdi danes verjetnejša, da so se v sedanje oblike zgostiti iz prvobitne snovi.

Kometi (repatice)

Kometi so zaradi svoje nepredvidljivosti in včasih pozornost vzbujajočega videza najbolj nenavadna nebesna telesa. Komet ima rep in glavo, ta pa je sestavljena iz jedra in megličaste ovojnice, kome. Domnevajo, da je jedro iz meteoritske snovi (kamnin in železa) in iz metanovega, amoniakovega, ogljikodioksidnega in vodnega ledu. V jedru kometa je zgoščena vsa njegova masa. Ko se komet približa Soncu na nekako 2 a.e., zaradi porasta temperature led v jedru sublimira in nastane plinast oblak, ki sestavlja komo. Sončevo sevanje izriva pline iz kome v vesolje in tako nastaja kometov rep, ki je usmerjen proč od Sonca (sl. 3). Ponavadi so kometi precej veliki: premer glave je lahko 200 000 km, rep pa lahko doseže na stotine milijonov kilometrov. O nastanku kometov še razpravljajo. Njihovi tiri so lahko zaključeni (elipse) ali odprti (parabole oziroma hiperbole) in samo v prvem primeru lahko govorimo 0 povratnih knmetih. Pri kratkoperindičnih kometih traja obhodna doba okoli Sonca manj kot 200 let; pri dolgoperiodičnih kometih, ki pa so številnejši, trajajo od 200 do več sto tisoč let. Med najbolj znane povratne komete štejemo Enckejev komet z doslej najkrajšo znano obhodno dobo (3,3 leta), Halleyjev komet (približno 76 let) in komet Biela (6,6 let), ki se je leta 1846 razcepil v dva dela.

Meteoriti

Meteoriti so trdna telesa, ki zaidejo v Zemljino ozračje: pogosto zaradi trenja zažarijo (v atmosfero vstopajo s hitrostjo 40 000 do 250 000 km/h) in ustvarijo svetlobni pojav, ki mu pravimo meteor. Meteoriti so zelo različnih velikosti: od velikanskih skal do kot prah majhnih delcev ali kamenčkov, ki na svoji poti skozi ozračje hitro zgorijo in tako ustvarijo t.i. utrinke. Na Zemljo pade vsak dan nekaj ton drobnih meteoritov, vendar samo tisti z večjo začetno maso od mejne vrednosti kakšnih sto ton zvrtajo krater, kakršen je npr. Barringerjev v Arizoni, s premerom 1200 m in globino 200 m. Meteorite razvrščamo glede na njihovo kemično sestavo v tri skupine:

1. sideriti vsebujejo nikelj in železo;
2. aeroliti vsebujejo predvsem sitikate;
3. sideroliti so mešane sestave.

Medplanetna snov

Prostor, v katerem se gibljejo planeti, ni prazen. V njem je veliko plina, prahu in delcev. Dokaz za obstoj medplanetnega prahu je zodiakalna svetloba, tista medla svetloba, ki jo na jasnem nebu vidimo vzdolž ekliptike kmalu po zahodu ali malo pred vzhodom Sonca. To je Sončeva svetloba, ki se siplje na delcih medplanetnega prahu. Medplanetni prostor je izpolnjen še s stalnim tokom Sončevega vetra (elektroni in protoni) ter z visokoenergetskimi delci, ki sestavljajo kozmične žarke (vodikova in helijeva jedra ter jedra težjih elementov).

20.5 Vpliv Gravitacije na nastajanje zvezd

20.5.1 Plinske meglice

Opazovanja z močnimi teleskopi so pokazala, da je najpogostejša snov v vesolju vodik. Iz vodika so pretežno zgrajene zvezde, pojavlja pa se tudi v medzvezdnem prostoru v obliki velikih oblakov plina. Na nebu opazimo številne medle lise, katerih pravo obliko in pomen ugotovimo šele skozi teleskop. Mnoge med njimi so razsežni oblaki svetlečega medzvezdnega plina ali, kot jih tudi imenujemo, **svetle meglice**.
Razlikujemo dve glavni vrsti svetlih meglic: prve sevajo svetlobo z značilnimi emisijskimi črtami (**emisijske meglice**), druge pa odbijajo svetlobo sosednjih zvezd (**refleksne meglice**). Svetle meglice so predvsem iz vodika in prahu. Vodik je na splošno najbolj razširjen element v vesolju, prašni delci pa so krivi za močno absorbcijo svetlobe v meglicah. Nekatere meglice skrivajo v svoji notranjosti objekte, ki jih lahko odkrije le infrardeča fotografija. Primer je naprimer Becklinov objekt v Orionovi meglici. Verjetno je to svetla zvezda, ki jo debele plasti plinov in prahu zakrivajo našim očem.
Kljub vsej razsežnosti meglic je snov v njih izjemno redka. Gostota plinov je več milijonkrat manjša od gostote zraka
Po novejših teorijah so plinske meglice pomembne zato, ker je to prostor, kjer nastajajo nove zvezde. Te nastajajo s krčenjem medzvezdne snovi. Meglice so za ta proces najbolj primerne, saj je drugje v vesolju snov preveč redka. V povprečju vsebuje medzvezdni prostor le en atom na kubični centimeter. Gostota snovi v meglicah je znatno večja. Ocenjujejo, da je v njih okoli 100 atomov v kubičnem centimetru. Gostota snovi pa potemtakem znača 10^{-22} do 10^{-24} g/cm^3. To je v resnici hud vakuum. V njih je kljub temu dovolj snovi za nastanek zvezd, saj so zelo velike, npr. 1000 kubičnih svetlobnih let. Njihova masa je tako do 10 000 mas Sonca. Meglice imajo nizke temperature nekaj 10 K. Orionova meglica M42, meglica Laguna v Strelcu in npr. Trifidna meglica so kraji, kjer se sedaj rojevajo zvezde. V meglicah najdemo tudi veliko nestabilnih zvezd, ki sčasom spreminjajo svoj sij. Po zvezdi T Bika, ki je za te spremenjlivke značilna predstavnica, jih imenujemo spremenljivke tipa T Bika. To so verjetno razmeroma mlade zvezde, ki se zaradi gravitacijske sile še vedno krčijo.

Jeansova masa, stabilnost meglic

Pogoj, da v meglici lahko začnejo nastajati zvezde, je stabilnost meglice. Atomi snovi v meglicah imajo neko povprečno kinetično energijo w_k, ki je odvisna od temperature meglice:

$$w_k = \frac{3}{2}kT,$$

kjer je k Boltzmannova konstanta. Zaradi mase, ki jo ima meglica, pa ima vsak atom tudi potencialno energijo

$$w_p = -\frac{mMG}{R}.$$

Pogoj, da atomi meglice ne ubežijo gravitacijskemu polju meglice je

$$\frac{3}{2}kT - \frac{mMG}{R} = 0.$$

Radij meglice lahko izrazimo z gostoto. Velja namreč

$$M = \frac{4\pi R^3}{3}\rho \longrightarrow R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3}.$$

Ko to upoštevamo v prvi enačbi za celotno energijo, lahko zrazimo ven maso:

$$M = \left(\frac{3kT}{2mG}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2},$$

ki je najmanjša masa meglice, da je ta še stabilna. To maso imenujemo **Jeansova masa**. Če je masa meglica večja, kot je Jeansova, potem je meglica stabilna. Na voljo je dovolj časa, da v njej začnejo nastajati nove zvezde. Zaradi gravitaciske sile, se začnejo posamezni deli meglice gostiti. Nastanejo velike zgoščine imenovane **protozvezde**.

20.5.2 Hitrost nastajanja zvezd, Kelvinov čas

Hitrost nastajanja protozvezd lahko ocenimo na zelo enostaven način. Najprej se spomnimo virialnega teorema, ki pravi, da je v vezanih sistemih celotna energija w_c delca kar polovica gravitacijske potencialne energije, oziroma:

$$w_{cel} = \frac{1}{2} w_p.$$

Hkrati velja, da je kinetična energija določena s podobno enačbo:

$$w_k = -\frac{1}{2} w_p.$$

Pri krčenju protozvezde z maso M narašča absolutna vrednost gravitacijske potencialne energije delcev na njenem površju:

$$\frac{\Delta w_c}{\Delta t} = -\frac{\Delta |w_p|}{\Delta t} < 0 \longrightarrow \frac{\Delta |w_p|}{\Delta t} > 0 \longrightarrow \frac{\Delta w_k}{\Delta t} > 0.$$

Ker se sčasoma povečuje kinetična energija posameznih atomov, **se povečuje tudi temperatura protozvezde**. Ta kmalu začne svetiti močno svetlobo z močjo, ki je reda velikosti $P = 10^{26}$ W, kolikor močno svetijo povprečne zvezde. Ta energija gre na račun segrevanja zaradi naraščajoče gravitacijske energije protozvezde. To lahko približno cenimo z enačbo:

$$|W_{gra}| = |W_{p,zvezde}| = \frac{GM^2}{R}.$$

Zvezda z radijem sonca $R = 7 \cdot 10^8$ m in z maso Sonca $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg ima gravitacijsko energijo rada velikosti 10^{41} J. Približno takšno energijo protozvezda odda v nekem času T, ki ga izračunamo iz enačbe:

$$P = \frac{W_{gra}}{T} \longrightarrow T = \frac{W_{gra}}{P} = ...$$

Ta čas imenujemo **Kelvinov čas**. Približno toliko časa nastajajo zvezde. Nekoliko natančnejši račun da za Kelvinov časo 30 milijonov let. Torej, da se zvezda dokončno izoblikuje, potrebuje nekaj 10 milijonov let.

Zvezdne kopice

V plinskih meglicah ponavadi ne nastane ena sama zvezda, temveč več zvezd hkrati. Če je meglica velika, lahko nastane v njej na tisoče zvezd, takrat govorimo o **zvezdnih kopicah**. Najbolj znana kopica so Gostosevci (Plejade) v ozvezdju Bika. Še nekaj kopic je vidnih s prostim očesom, s teleskopom pa jih odkrijemo še zelo veliko.

Zvezdne kopice so v glavnem dveh vrst: **razsute in kroglaste**. Razsute kopice najdemo v spiralnih rokavih Galaksije. So nepravilnih oblik. Bogate vsebujejo nekaj tisoč zvezd, revne pa samo kakšen ducat članov.

Kroglaste kopice so precej drugačne od razsutih. V Galaksiji jih doslej poznamo le okoli 120. Kot pove že ime so simetrične okoli središča, vsebujejo lahko stotisoče zvezd. V kroglastih kopicah se zvezde kopičijo proti središču. Čeprav so zvezde v središču zelo blizu, je verjetnost trkov med njimi zelo majhna. Razsežnosti kroglastih kopic so namreč zelo velike, npr. 100 parsekov.

Kroglaste kopice najdemo večinoma nad galaktično ravnino in pod njo, pravimo, da spadajo h **galaktičnemu haloju**. Okoli jedra Glaksije se gibljejo po močno nagnjenih ekscentričnih tirih.
Na vprašanje, zakaj imamo dve vrsti kopic, je razmeroma lahko odgovoriti. Razsute zvezdne kopice imajo mnogo manj zvezd kot kroglaste. Razsute kopice so torej nastale iz manjših meglic, katerih gravitacijsko polje je razmeroma šibko. Zato so zvezde v razsutih kopicah mnogo manj vezane na kopico, kot zvezde v kroglastih kopicah. Gravitacijsko polje sosednjih zvezd zlahka kopico z malo zvezd deformira, razsuje. Kroglaste kopice so velike tvorbe in imajo v primerjavi z razsutimi kopicami močno gravitacijsko polje. Zvezde so v teh kopicah razmeroma močno vezane na kopico. Gravitacijsko polje drugih zvezd zato na kroglasto kopico nima velikega vpliva.

20.5.3 Planeti okoli zvezd

Nastajanje zvezd pojasnimo z zamislijo o krčenju plinskega oblaka pod vplivom lastne gravitacije. Tako je nastalo tudi Sonce in naš planetni sistem. Okoli Sonca kroži devet planetov in na tisoče drugih večjih ali manjših objektov. Vprašanje je, ali so planeti tudi okoli drugih zvezd.
Pri odgovoru na to vprašanje se bomo spet malo naslonili na virialni teorem. Posamezne molekule plina iamjo maso m. Pri krčenju plina, postajajo molekule vedno bolj gravitacijsko vezane, saj se zmanjšuje radij nastajajoče zvezde R. To pa pomeni, da imajo vedno večjo kinetično energijo:

$$w_k = \frac{1}{2} \cdot GMmR = -\frac{1}{2} w_p.$$

Kinetična energija je v termodinamiki merilo za temperaturo. Velja enačba

$$w_k = \frac{3}{2} kT,$$

kjer je k Boltzmannova konstanta. Iz zgornjih dveh enačb izrazimo temperaturo:

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} \cdot \frac{GMm}{R} \longrightarrow T = \frac{GMm}{3Rk}.$$

Z zmanjšanjem radija protozvezde **se torej povečuje njena temepratura**. Ko temperatura doseže neko vrednost T_c, začnejo v notranjosti zvezde teči **jedrske reakcije**, pri katerih se vodik zliva v helij. Zvezda se do takrat že skoraj v celoti oblikuje. Zaradi velike temperature zečne z zvezde pihati piš naelektrenih delcev, to je t.i. **kozmični veter**. Ta odpihne plin v okolici zvezde stran, iz tega plina pa se kasneje postopoma oblikujejo manjše gmote, imenovane **protoplaneti**. Ti so premajhni, da bi pri krčenju temperatura narasla zadosti za jedrske reakcije. Zato ne oddajajo lastne svetlobe ali zelo malo.
Glede na zgornjo teorijo bi planete pričakovali v okolici vsake zvezde. Problem pa je, ker so planeti premajhni, da bi jih videli okoli drugih zvezd. Že planete našega osončja dobro vidimo le z večjimi teleskopi. Planeti namreč ne oddajajo lastne svetlobe, temveč le odbijajo svetlobo s Sonca. Da bi odkrili planete v okolici drugih zvezd, je torej potrebno iznajti druge metode.
V zadnjem času so odkrili precej planetov okoli drugih zvezd na podlagi natančnega opazovanja gibanja teh zvezd. Predpostavimo, da okoli zvezde kroži kakšen velik planet Jupitrovega tipa. Zvezda in planet krožita pravzaprav okoli **skupnega težišča**. Naj bo razdalja med planetom in zvezdo R. Razdalja skupnega težišča od središča zvezde x je

$$x = \frac{mR}{M+m} \approx \frac{m}{M} R.$$

Zradi vrtenja okoli težišča se zvezda na nebu glede na druge zvezde premika levo in desno. Iz takšnega premikanja je torej možno sklepati na obstoj planeta okoli zvezde.
Dosedanja opazovanja so pokazala, da planeti okoli zvezd niso nič nenavadnega. Odkrili so jih okoli številnih zvezd. Mozno je, da okoli številnih zvezd kroži po več planetov. Mozno je tudi, da so na mnogih živa bitja.

20.6 Gravitacijski kolaps

20.6.1 Življenje zvezd

O nastanku zvezd smo že povedali nekaj besed. Zvezde nastajajo v plinskih meglicah, ki se zaradi gravitacijske sile začnejo krčiti. Pri krčenju se plin segreva in začne svetiti svetlobo zaradi sproščene gravitacijske energije. Ko temperatura protozvezde dovolj naraste, se v njej sprožijo jedrske reakcije. Ob tem se sprošča ogromna energija, ki ustavi nadaljnje krčenje zvezde. V takem stanju zvezda preživi večino svojega življenja. Zvezda je pretežno sestavljena iz vodika, ki se s jedrskimi reakcijami zliva v helij.
Razmeroma dolgo stanje, ko se vodik zliva v helij, traja lahko od nekaj milijonov let do več milijard let, kar je odvisno od mase zvezde. Življenjska pot zvezd pa gre h koncu takrat, ko vodika v sredici zvezde začne primankovati. Jedrske rakcije so takrat manj pogoste, zato se sredica zaradi gravitacije začne krčiti. Pri tem se notranjost zvezde še bolj segreje in jedrske rakcije (zlivanje vodika v helij) lahko stečejo tudi v lupini okrog sredice, kjer je vodika še dovolj. Pri tem se močno napihnejo zunanje plasti zvezde, ki tako postane **rdeča orjakinja**, kasneje pa **bela pritljikavka**.
Razvoj masivne zvezde je drugačen. Ko izčrpa vse svoje gorivo, eksplodira kot **supernova** in konča svojo življensko pot kot izredno gosta **nevtronska zvezda ali pulzar** v oblaku raztezajočega se plina. V naši galaksiji z več kot sto milijardami zvezd pride do eksplozij supernov v povprečju enkrat na stletje. Doslej so opazovali štiri supernove: kitajski astronomi leta 1054, Tzcho Brache leta 1572 in Johanes Kepler leta 1604. Zadnja pa je eksplodirala leta 1987. Pri eksplozijah supernov se sprosti tako velika energija, da lahko primerjamo izsev supernove pri maksimumu z izsevom celotne galaksije. Nevtroni, ki se sprostijo pri eksploziji, lahko v zunanjih plasteh povzročijo jedrsko sintezo težkih elementov, tudi tistih, katerih atomska masa je večja od železa. Težki elementi, ki jih najdemo na Zemlji verjetno vsaj deloma izvirajo od eksplozije supernove.

Bele pritljikavke

Snov bele pritljikavke sestavljajo atomska jedra, ki so tesno naložena eno ob drugega. V tej kristalni mreži jeder se giblje plin elektronov. Tlak tega elektronskega plina nasprotuje nadaljni krčitvi zvezde. V nevtronski zvezdi pa je gravitacijska sila tako močna, da se ji plin elektronov ne more upreti. Struktura jeder se poruši. Elektroni in protoni se združijo v nevtrone. Nevtronska snov je v taki, komaj 20 km veliki zvezdi s skoraj vso prvotno zvezdino maso veliko gostejša kot v beli pritljikavki. Nadaljnemu krčenju zaradi gravitacije se upira tlak plina nevtronov. Nevtronske zvezde se pogosto zelo hitro vrtijo in oddajajo snope radijskih signalov. Če snop kroži v ravnini na kateri se nahaja tudi Zemlja, vidimo nevtronsko zvezdo kot **pulzar**. Znan je naprimer pulzar v Rakovici.

Gravitacijski kolaps - črne luknje

Pri zelo masivnih zvezdah je gravitacijska sila tako močna, da krčenja zvezde ne more ustaviti niti tlak nevtronskega plina. Krčenja zvezde ne more zaustaviti nobena v naravi znana sila. Snov v zvezdi postaja bolj in bolj gosta, gravitacijska sila na njeni površini pa izredno močna. *John Michell* je že leta 1783 predpostavil, da bi bila na zelo gostih zvezdah ubežna hitrost večja od svetlobne. Potemtakem s površja take zvezde svetloba ne bi mogla uiti. Podobno je sklepal leta 1798 tudi **Pierre Simon de Laplace**. Uvidel je, da bi pri zvezdi z dano maso ob dovolj majhnem radiju ubežna hitrost lahko presegla hitrost svetlobe. Pri dani masi je poiskal radij zvezde, pri kateri bi ubežna hitrost dosegla svetlobno. Danes mu pravimo **gravitacijski radij**. Po njegovem mnenju svetloba zvezd, ki imajo radij manjši od gravitacijskega, teh zvezd ne more zapustiti. Trdne teoretične temelje o takšnih zvezdah je postavil šele **Karl Schwarzhild** leta 1916 na osnovi **Einsteinove splošne teorije relativnosti, ki je teorija gravitacije**. Od tedaj imenujemo gravitacijski radij tudi **Schwarzhildov radij**. Če se zvezda skrči na radij, ki je manjši od Schwarzhildovega radija, postane nevidna in tedaj govorimo o **črni luknji**.
Gravitacijski radij bomo izpeljali v tem besedilu tako, kot sta ga izpeljala Michell in Laplace. Njuna pot

je sicer popolnoma napačna, vendar je ta izpeljava presenetljiv primer, ko se rezultat stare Newtonove teorije ujema z rezultatom nove Einsteinove teorije. Za ubežno hitrost smo v enem izmed prejšnjih poglavij dobili enačbo:

$$v_u = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Gravitacijski radij dobimo, če za ubežno hitrost postavimo svetlobno hitrost $c_0 = 300000$ km/s:

$$c_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \longrightarrow R_{gra} = \frac{2GM}{c_0^2}.$$

Primer: Kolikšen je gravtacijski radij Sonca?

Ker so črne luknje nevidne, jih ne moremo neposredno opazovati skozi teleskop. Zato še danes ni povsem jasno ali sploh obstajajo. Zadnje raziskave pa so pripeljale do zelo dobrih kandidatov za obstoj črnih lukenj.
Eno izmed možnosti za odkritje črnih lukenj ponujajo **tesna dvozvezdja**, kot je naprimer dvozvezdje Epsilon Voznika. Leta 1821 so ugotovili, da se njen sij spreminja, saj jo na vsake toliko časa prekrije nek drug neviden objekt. Mrk zvezde nastopi enkrat v 27 letih, traja pa več kot 700 dni. Objekta, ki prekrije zvezdo, niso nikoli videli, izračuni pa kažejo, da ima maso 23 krat večjo od Sonca. Ta objekt bi morala biti torej zelo svetla zvezda. Ker pa te zvezde ne vidimo, sklepajo, da gre za črno luknjo.

Druga možnost za odkritje črnih lukenj so močni izviri rentgenskih žarkov. Domnevajo, da lahko rentgenske žarke oddaja plin, ki z veliko hitrostjo pada proti črni luknji. V enem izmed zgornjih poglavij smo zapisali enačbo za temperaturo gravitacijsko vezanega plina:

$$T = \frac{GMm}{3Rk}.$$

Če za R vstavimo gravitacijski radij

$$R_{gra} = \frac{2Gm}{c_0^2},$$

dobimo:

$$T = \frac{c_0^2}{6mk} = 7 \cdot 10^{65} K.$$

Po Vienovem zakonu bi plin oddajal svetlobo z valovno dolžino:

$$\lambda = 0.0029mK/T = 5 \cdot 10^{-69} m.$$

To pa je rentgenska svetloba.
Rentgenska astronomija je zelo mlada veja astronomije, saj morajo merilne naprave ponesti s sateliti nad Zemljino ozračje. Razvila še je šele po letu 1960, vendar so do danes odkrili že veliko število rentgenskih virov. Močan rentgenski vir je naprimer Rakovica. Večina rentgenskih virov so tesna dvozvezdja, sestavljena iz nevtronskih zvezd in rdečih orjakinj. Večina odkritih rentgenskih virov je v Galaksiji. Razporejeni so okrog galaktične ravnine. Rentgenske žarke sevajo tudi nekatere druge galaksije. Taka je naprimer masivna galaksija M57 v Devici, ki poleg rentgenskih seva tudi radijske valove.

20.7 Galaksije

20.7.1 Galaksija Rimska cesta - Galaksija

Sončev sistem je s Soncem v svojem središču in z vsemi planeti, ki ga obkrožajo, le neznaten del mnogo večjega sistema okoli 100 milijard zvezd, ki mu pravimo **Galaksija**. Glede na druge zvezde v tej ogromni množici ni Sonce niti posebno svetlo, niti posebno šibko.

Brez dvoma je Sonce starejše od Zemlje, zato ne more biti mlajše od 5 milijard let. Galaksija je verjetno še veliko starejša. Galaksija je močno sploščen sistem zvezd, zato vidimo, kadar gledamo vzdolž njene glavne ravnine, mnogo zvezd praktično v isti smeri. Na nebo se nam Galaksija projecira kot širok, mlečno bel pas - **Rimska cesta**. Dozdeva se nam, da so si zvezde v Rimski cesti tako blizu, da se skoraj dotikajo.
Opazovanja astronomov so po drugi svetovni vojni pokazala, da je Galaksija sestavljena iz **galaktičnega jedra** in **spiralnih rokavov**. Središča Galaksije ne bomo mogli nikoli videti, ker ga zastira obilica medzvezdne snovi. Vse današnje znanje sloni na radioastronomskih opazovanjih, saj se radijski valovi nemoteno širijo skozi medzvezdno snov. Z radijskimi teleskopi zlahka identificirajo središče Galaksije; leži za svetlimi zvezdnimi oblaki v ozvezdju Strelca, kjer je Rimska cesta še posebej močno posejana z zvezdami. Na podlagi radijskih valov, ki prihajajo iz središča Galaksije nekateri menijo, da je tam **kvazar oziroma supermasivna črna luknja**.
Okrog galaktičnega jedra krožijo spiralni rokavi, ki so sestavljeni iz zvezd, medzvezndega plina in prahu. Ti spiralni rokavi se ne vrtijo kot trdna telesa, ampak kažejo diferencialno rotacijo. Bolj oddaljeni deli se vrtijo počasneje, kot tisti blizu središča. Sonce je približno 32 000 svetlobnih let oddaljeno od središča. V njegovi soseščini je obhodni čas okoli središča približno 225 milijonov let. Temu času pravimo **kozmično leto**. Pred enim kozmičnim letom je bila Zemlja na začetku triasa. Takrat so začeli velikanski plazilci izpodrivati dvoživke kot prevladujočo obliko življenja.

Primer: Izračnaj maso jedra Galaksije!

Nastanek Galaksije

Na kratko bi lahko rekli, da je Galaksija nastala pred približno 15 milijardami let iz plinskega oblaka z maso okoli sto milijard Sončevih mas. Sprva se je oblak hitro krčil. Pri tem so se najglobje plasti gibale hitreje od površinskih. Ko je plin dosegel zadostno stopnjo gostote, so začele nastajati zvezde, najprej v jedru, nato še v zunanjih delih. Ker se ostanek plina zaradi turbolentnega gibanja v njem in zvezdnega vetra od novorojenih zvezd ni mogel ves zgostiti in ustvariti novih zvezd, se je polegel na galaktično ravnino in se tam zaradi vrtenja izoblikoval v galaktični disk.
Priznati je treba, da je kljub ogromnemu napredku v zadnjem desetletju teorija nastanka Galaksije še vedno nepopolna.

20.7.2 Morfologija galaksij

Po letu 1925 se je s hitrim razvojem opazovalnih naprav in tehnik nabralo veliko podatkov o fizikalnih lastnostih in strukturnih značilnostih galaksij: tako se je rodila nova veja astronomije, **zunajgalaktična astronomija**.
Kot je v navadi pri vsaki empirični vedi, so se astronomi najprej lotili študija morfologije in sistematične klasifikacije opazovanih teles. Prvo vsesplošno sprejeto klasifikacijo, po kateri so bile galaksije razdeljene v štiri tipe, je predlagal *Hubble* leta 1929.

Eliptične galaksije so okrogle ali eliptične oblike. Ni videti strukturnih podrobnosti, so brez zgostkov ali prašnih oblakov, sestavljajo jih samo zvezde.

Normalne spiralne galaksije so podobne naši Galaksiji. Njihove opaznejše značilnosti so ukrivljene, podolgovate in izredno svetle tvorbe - **spiralne veje**, ki se vijejo iz svetlega jedra. Galaksije se razlikujejo med seboj po velikosti diska in jedra ter števila, oblike in debeline spiralnih rokavov. Zato jih še dalje delijo v podskupine.

Spiralne galaksije s prečko imajo poleg jedra in diska še tretji sestavni del, valjaste oblike, imenovan **prečka**. v splošnem je prečka simetrična glede na jedro in iz njenih koncev se vijejo spiralne veje. Velikosti jedra, prečke in spiralnih vej so zelo različne, zato jih prav tako delijo v podskupine.

Nepravilne galaksije nimajo simetričnih oblik. V njih je veliko prahu in druge medzvezdne snovi. V splošnem imajo majhno maso in šibek sij.

Lečaste galaksije. Pozneje so ugotovili, da je med eliptičnimi in spiralnimi galaksijami še ena vrsta, ki je podobna normalnim spiralnim galaksijam, le da je brez plinov in prahu.

Statistične lastnosti in porazdelitev galaksij

Različne vrste galaksij se pojavljajo različno pogosto. V povprečju pride na 100 galaksij 13 eliptičnih, 22 lečastih, 61 spiralnih, normalnih ali s prečko; vse druge so nepravilne.
Galaksije niso enakomerno porazdeljene po vesolju. Združujejo se v bolj ali manj številčne skupine, **jate**. Naša Galaksija je le del majhne jate, imenovane **Krajevna skupina**, v kateri je v prostornini 10 kubičnih megaparsekov nekaj deset galaksij. Med temi so poleg naše oba Magelanova oblaka, Andromedina galaksija s spremljevalkama M 32 in NGC 205, M33 in še več drugih. Krajevna skupina je navzlic svojim razsežnostim precej skromna jata, saj jate, ki v podobni prostornini vsebujejo nekaj tisoč galaksij, niso nobena redkost.
Jate galaksij se združujejo v še večje skupine, **nadjate**, ki štejejo več deset ali stotisoč galaksij. Razsežnosti tipične nadjate merijo 100 megaparsekov.

20.7.3 Temna snov

Najpomembnejši izsledki zunajgalaktične astronomije so odkritja pojavov, ki zadevajo vesolje kot celoto. Eno izmed takšnih je odkritje možnosti obstoja nevidne, t.i. **temne snovi**.
Na možnost obstoja temne snovi so naleteli pri opazovanju hitrosti kroženja spiralnih rokavov okoli jedra različnih galaksij. Večina snovi galaksij je zbrana v jedru. Ta ima neko povprečno gostoto

$$\rho_j = \frac{\text{masa jedra}}{\text{volumen jedra}} = \frac{M_j}{4\pi R_j^3/3}.$$

Zvezde v notranjosti jedra, na razdalji r, čutijo gravitacijski privlak samo tiste snovi, ki je med središčem in razdaljo r. Masa tega dela jedra je po logičnem računu:

$$M = M_j \frac{V(r)}{V_j} = M_j \frac{r^3}{r_j^3}.$$

To enačbo vstavimo v enačbo za obodno hitrost

$$v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} = \sqrt{\frac{GM_j r^2}{r_j^3}} = \sqrt{\frac{GM_j}{r_j^3}} \cdot r$$

Potemtakem bi morala hitrost kroženja zvezd okoli središča galaksije znotraj jedra naraščati linearno z razdaljo od središča galaksije. Največjo hitrost imajo zvezde na robu jedra, ki so od središča galaksije oddaljene za r_j. Njihova obodna hitrost je

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_j}{r_j}}.$$

V spiralnih rokavih so zvezde bolj oddaljene, zato je njihova hitrost kroženja podana z enačbo:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_j}{r}}.$$

Hitrost bi morala torej z nasraščajočo razdaljo padati.
Že od 70. let 20. stoletja je znano, da obstaja neskladje med izmerjenimi rotacijskimi hitrostmi zvezd v zunanjih predelih spiralnih galaksij in njihovimi izračunanimi hitrostmi, kakršne bi pričakovali glede na Newtonov zakon gravitacije in razporeditev vidne snovi (zvezd) v galaksijah. Namesto, da rotacijska hitrost z naraščajočo razdaljo r od središča galaksije pada, je od roba jedra do zunanjega roba galaksije približno vesčas enaka hitrosti, s katero krožijo zvezde na robu jedra. Z drugimi besedami; vse zvezde v

spiralnih rokavih se gibljejo približno z isto hitrostjo. To neskladje nakazuje, da mora biti v zunanjih predelih spiralnih galaksij mnogo več snovi, kot je vidimo. Rotacijske hitrosti so namreč bistveno večje, kot bi smele biti, če zvezde drži v njihovih orbitah le gravitacijska sila mase vidnih zvezd.
Ocenimo razmerje med maso vidne snovi in maso nevidne snovi v spiralni galaksiji, ki ima razmerje med celotnim radijem in radijem jedra enako $r : r_j = 3 : 1$. Iz enačbe za rotacijsko hitrost izrazimo maso

$$M = \frac{v_0^2 r}{G} = M_j \frac{r}{r_j}.$$

Tu smo namreč upoštevali, da je hitrost kroženja zvezd na robu jedra enaka $v_0 = \sqrt{\frac{GM_j}{r_j}}$. Zvezde na robu galaksije potemtakem krožijo okoli mase

$$M = M_j \frac{r}{r_j} = 3M_j.$$

V taksšni galaksiji je torej trikrat več nevidne snovi kot vidne.
Zgornji računi skupaj z opazovanji kažejo, da v zunanjih predelih spiralnih galaksij prevladuje **temna snov**, ki je neposredno ne moremo videti, medtem ko v notranjih predelih spiralnih galaksij prevladujejo običajne zvezde. Eden ključnih nerešenih problemov pa je odkriti naravo prevladujoče oblike temne snovi. Pred letom 1980 je veljalo prepričanje, da je temna snov po svoji naravi običajna snov, sestavljena iz prtonov , nevtronov in elektronov, ki pa se ne da enostavno zaznati; naprimer kot oblak plinov, objekt MACHO (masivni kompaktni halo objekti) kot naprimer bele pritljikavke, nevtronske zvezde ali celo črne luknje. Na osnovi nedavnih preučevanj nastanka galaksij pa so kozmologi začeli verjeti, da mora biti znaten del temne snovi v obliki, ki je drugačna od običajne snovi. Morda gre za maso zelo lahkih delcev, kot so **aksioni ali nevtrini** Morda jo sestavljajo celo še bolj eksotične vrste delcev, kot so WIMP-i (šibko interagirajoči masivni delci), ki jih napovedujejo sodobne teorije osnovnh delcev, niso pa še eksperimentalno zaznani.

20.8 Kozmologija - razširjanje vesolja

Med vsemi vprašanji, ki si jih je zastavilo človeštvo in so še vedno brez odgovora, je eno najbolj privlačnih in najbolj zagonetnih ravno tisto o nastanku vesolja.

20.8.1 Pomen Dopplerjevega pojava

Z analizo svetlobe, ki jo seva telo, lahko ugotovimo, ali se telo oddaljuje ali približuje. Če se nam približuje, se valovna dolžina svetlobe nekoliko skrajša in telo je navidezno bolj modro. Če se telo oddaljuje, se valovna dolžina podaljša in telo je bolj rdeče. Po avstrijskem fiziku Christianu Dopplerju (1803-53), ki je leta 1842 tej spremembi valovne dolžine prvi posvetil več pozornosti, imenujemo ta pojav **Dopplerjev premik**. Dopplerjev premik lahko opazimo v spektru vsakega svetlega nebesnega telesa. Če so spektralne črte pomaknjene proti rdečemu, dolgovalovnemu delu spektra, pomeni, da se telo oddaljuje. Spekter oddaljene galaksije sestavljajo spektri milijonov zvezd v njej, vendar v njem kljub temu še lahko prepoznamo najpomembnejše spektralne črte. Ugotovili so, da kažejo spektri vseh galaksij, z izjemo galaksij v naši jati, premik proti rdečemu delu. Če je ta premik posledica Dopplerjevega pojava, potem se vesolje širi. Ugotovili so še, da je premik proti rdečemu delu večji z oddaljenostjo - to pomeni; da je z oddaljenostjo večja tudi hitrost oddaljevanja. Povezavo med hitrostjo oddaljevanja in oddaljenostjo galaksij opišemo z **Hubblovim zakonom**:

$$v = Hd,$$

kjer je $H = 100km/sMpc$ Hubblova konstanta, d pa je oddaljenost v megaparsekih.

Primer: Izrazi Hubblovo konstanto v km/s na svetlobno leto! Upoštevaj, da je parsek enak 3.262 svetlobnega leta. (rešitev $H = 3.0656 \cdot 10^{-5} km/s(sv.leto)$)

Primer: Koliko je oddaljena galaksija, ki se od nas oddaljuje s hitrostjo 1000 km/s. (rešitev 32620000 svetlobnih let)

Hubblov zakon je pomemben za ocenjevanje velikosti vesolja. Če se galaksije od nas oddaljujejo s tem večjo hitrostjo, bolj ko so oddaljene, potem se v neki oddaljenosti R_{max} od nas oddaljujejo s svetlobno hitrostjo c_0. Teh galaksij ne moremo videti, ker je svetloba zaradi Dopplerjevega efekta prešibka. Glede na vrednost Hubblove konstante lahko izračunamo, kako daleč so takšne galaksije. Izračun da približno 10 milijard svetlobnih let. To pomeni, da vidimo kvečjemi 10 milijard svetlobnih let daleč v vesolje. Ta del vesolja imenujemo tudi **vidni del vesolja**. Vesolje, ki je še bolj oddaljeno od nas, je za nas nevidno. Vprašanje je, kolikšen del vesolja vidimo.

20.8.2 Kozmološke teorije

Nekaj let preden so Hubblova opazovanja spodbudila domnevo o širjenju vesolja, je holandski astronom Williem de Sitter (1872-1934) našel rešitev kozmoloških enačb, ki jih je leta 1917 objavil Albert Einstein (1879-1955). Kmalu zatem je ruski znanstvenik A. Friedmann (1888-1925) našel celo množico rešitev Einsteinovih enačb, ki napovedo spreminjanje polmera in povprečne gostote snovi v vesolju. Teoretični modeli so zelo raznoliki, tako da je mogoče najti rešitve Einsteinovih enačb, ki napovedujejo neskončno razširjanje vesolja, medtem ko pri drugačnih parametrih dobimo rešitve, ki napovedujejo, da se bo vesolje nekoč začelo krčiti. Številni znani teoretiki, kot Arthur Eddington (1882-1944) in George Lemaitre (1894-1966), so tazvili številne različice modelov razširjajočega se vesolja. Vsi ti modeli pa imajo skupno točko, začetek, ko je bila vsa snov stisnjena v neskončno majhnem prostoru. Leta 1946je George Gamow (1904-68) predložil domnevo, da je vesolje nastalo s praeksplozijo in da je bila tedaj temperatura zelo visoka. To domnevo poznamo danes kot teorijo velikega poka. Menil je tudi, da je bil na začetku le vodik, iz katerega so nato nastali drugi elementi. Težko dojemljiv nastanek vesolja, nepredstavljivi prvi trenutki in primerjava med starostjo Zemlje in napovedano starostjo vesolja (teorije so dajale premajhno starost vesolja), vse to je vodilo Freda Hoyla in T. Golda, da sta leta 1948 predložila domnevo, da vesolje nima začetka in da se nenehno širi. Ker zaradi širjenja vesolja oddaljene galaksije nenehno uhajajo iz našega vidnega območja, mora neprestano nastajati nova snov, vodikovi atomi se morajo združevati v zvezde in te v galaksije, ki nadomeščajo pobegle. Količina snovi ostaja tako v našem delu vesolja stalno ista. Mnogo let so razpravljali o tem, katera od teorij, teorija velikega poka ali stacionarna teorija, je pravilnejša. Odgovor, čeprav nezanesljiv, bi lahko dala odstopanja oddaljenih galaksij od Hubblovega zakona in porazdelitev kvazarjev v vesolju. V povojnem obdobju radijskih raziskav oddaljenih delov vesolja so se nizali številni novi argumenti o tem, ali meritve podpirajo to ali ono teorijo. Na najmočnejši dokaz proti stacionarni teoriji pa so morali počakati. Leta 1965 so raziskovalci v Bellovih telefonskih laboratorijih v New Jerseyu povsem naključno odkrili sevanje, ki prihaja enakomerno z vseh delov neba in ima maksimum pri valovni dolžini 7 cm. Merjenja spektra tega mikrovalovnega sevanja so v naslednjih letih še okrepila mnenje, da gre za ostanke prasevanja iz časa, ko je bilo vesolje še zelo vroče in gosto, tako kot je domneval Gamow.

20.8.3 Vprašanje o razvoju vesolja

Po odkritju mikrovalovnega prasevanja so koncept, da vesolje ni stacionarno, temveč da je v nekem trenutku nastalo in se nato razvijalo naprej, na široko sprejeli, vendar vsi problemi še niso rešeni. Sprašujemo se npr. o obnašanju vesolja v prihodnosti. Ali je v njem dovolj snovi, da bo s svojo privlačno silo zavrla širjenje? Galaksije se nahajajo v gravitacijskem polju drugih galaksij in imajo zato gravitacisjko potencialno energijo w_p. Zaradi razširjanja vesolja imajo tudi kinetično energijo w_k, celotna energija posamezne galaksije pa je

$$w_c = w_k + w_p = w_k - |w_p|.$$

Če ima vesolje veliko maso, je gravitacijska potencialna energija močno negativna in je zato tudi celotna energija galaksij negativna. V tem primeru galaksije ne morejo ubežati gravitacijskemu privlaku celot-

nega vesolja. Širjenje vesolja bi se nekoč končalo in vesolje bi se začelo krčiti. Če pa ima vesolje premajhno maso, je celotna energija galaksij pozitivna. V tem primeru bi galaksije ubežale gravitacijskemu privlaku vesolja. Vesolje bi se v nedogled razširjalo.
Na vprašanje o prihodnosti vesolja bi bilo torej možno odgovoriti, če bi poznali maso vesolja oziroma povprečno gostoto vesolja. Kritična gostota je $2 \cdot 10^{-26} kg/m^3$. Le malo je verjetno, da bi z merjenjem te gostote lahko razrešili sporno vprašanje, saj ne moremo zanesljivo vedeti, koliko nam nevidne snovi je še v vesolju. Verjetno bodo pri rešitvi problema odločilna opazovanja zelo oddaljenih objektov, kot so kvazarji; pomembno bi bilo npr. vedeti, kako se njihove hitrosti spreminjajo z oddaljenostjo. Trenutno imamo še premalo podatkov za kakršnekoli zaključke. Še bolj pomembno se zdi vprašanje o stanju vesolja ob njegovem začetku. Moderne teorije namreč predlagajo hipotezo, da naj bi bilo ob začetnem trenutku vesolje neskončno gosto. Izmerjeno mikrovalovno sevanje se verjetno nanaša na dobo komaj minuto po eksploziji. Današnje fizikalne teorije pa lahko sežejo v še zgodnejši čas; komaj delček sekunde po začetku razširjanja vesolja.

Poglavje 21

Električno polje in električni pojavi

21.1 Električni naboj

Poskusi iz elektrostatike

- Privlak glavnika in papirčkov,
- privlak glavnika in curka vode,
- elektrometer,
- drgnenje balona: balon se pripopa na steno.

Pridemo do spoznanja, da se telesa naelektrijo. Naelektreno telo bodisi privlači, bodisi odbija druga naelektrena telesa. Sledi, da obstajajo **naboji dveh vrst: pozitivni in negativni**
Eksperiment pokaže, da se istoimenski naboji odbijajo, nasprotnoimenski pa privlačijo.

Kaj so električni naboji: vezani so na delce z maso - nabiti delci. Ponovimo zgradbo atoma. Kaj so anioni, kationi.
Kdaj je sistem električno nevtralen
Kako merimo električni naboj
Osnovna enota električnega naboja
V SI je osnovna enota električnega naboja **coulomb** po *Charlesu Coulombu* (1736 do 1806). Vsak naboj je večkratnik osnovnega naboja $e_0 = 1.602 \cdot 10^{-19}$ As. Obstajajo sicer kvarki s tretjinskim nabojem, vendar so ujeti v barionih in mezonih in ne morejo biti prosti.

21.1.1 Zakon o ohranitvi naboja

V izoliranem sistemu se skupni naboj ohrani. Število pozitivnih nosilcev naboja ostane enako številu negativnih nosilcev naboja, če je bilo izolirano telo spočetka nevtralno. Na takem telesu se hrati pojavi enako velik naboj, če se pojavi naboj prvega predznaka.

Kaj je ionizacija

21.2 Coulombov zakon

Tu govorimo o sili med naibitima delcema Ponovimo, kdaj je silaprivlačna in kdaj odbojna.

Poskus: s kroglicami pokažemo, da sila narašča, bliže sta si telesi. Velja Coulombov zakon:

$$F = \text{konst.}\frac{e_1 e_2}{r^2} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{21.1}$$

Konstanta ε_0 je **influenčna konstanta** $\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ As/Vm. Določena je z dogovorom o metru in amperu.

Primeri: Kladnik str. 18 en primer z dvema nabojema in en primer s tremi naboji v ogljiščih kvadrata.
Naloge: Kladnik str. 20 naloge 1 do 9.
Primer: Primerjava med močjo električne in gravitacijske sile. Vzamemo dva lektrona v razdelji en meter. Masa elektrona je pribli"no $9.1095 \cdot 10^{-31}$ kg. Ugotovimo, da je razmerje okrog 10^{40}. Zakaj je v vesolju dominantna gravitacija?

Poglavje 22

Električno polje

22.1 Jakost električnega polja

Namesto, da bi mislili, da deluje naelektreno telo na drugo naelektreno telo skozi prazen prostor, vzamemo, da se prostor okoli nalelektrenega telesa spremeni v **električno polje**.

Kaj to pomeni? s tem delovanje na daljavo zamenjamo z delovanjem polja.
Polje je vpeljal Michael Faraday (1791 do 1867), matematično ogrodje pa je razvil James Clarck Maxwell (1831 do 1879)

V električnem polju deluje na naelektreno telo električna sila. Vsaki točki polja priredimo **jakost električnega polja** $\vec{E}$, tako da velja:

$$\vec{F} = e\vec{E}.$$

Jakost el. polja se po smeri ujema s silo na točkasto pozitivno naelektreno telo. **Električno polje ponazorimo s silnicami** Tangenta na silnice kaže smer sile na pozitivno točkasto naelektreno telo

Električno polje v okolici točkastega naboja
izpeljemo enačbo za E:

$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

in narišemo sliko silnic okoli pozitivnega in negativnega nabitega telesa. Dobimo tudi enačbo za enoto elekrične jakosti.

Električno polje v okolici večih točkastih nabojev
Tu si pogledamo polje v okolici dveh istoimenskih nabojev: pozitivnih in negativnih, ter polje v okolici dipola.

Polje v okolici nabite krogle
Z logičnim sklepanjem sledi, da je v okolici krogle polje simetrično in je enako kot v okolici točkastega telesa. V notranjosti krogle ni polja!.

Faradayeva kletka: je votlina v ozemljenem vodniku. V statičnem električnem polju v njej ni električnega polja, če v njej ni izoliranih naelektrenih teles. Namesto zaprte kovinske posode je uporabna kovinska mreža.

Definiramo **površinsko gostoto naboja** kot

$$\sigma = \frac{e}{S}.$$

Pogledamo si primer dveh krogel ene okoli druge in z nasprotnim predznakom.

Električno polje v kondenzatorju

Polmera koncentričnih kroglastih lupin iz prejšnjega primera povečamo v neskončnost tako, da ostane površinska gostota naboja enaka

$$\lim_{R\to\infty} \frac{e}{4\pi R^2} = \sigma$$

V limiti postanejo silnice vzporedne, električno polje pa **homogeno**. Velja:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Polje v okolici enakomerno nabite plošče

Na podlagi rezultata za polje kondenzatorja sklepamo, kakšno je polje v okolici plošče. Pridemo do spoznanja, da je polovica polja kondenzatorja. Velja torej:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Primera: Kladnik str. 26
Naloge: Kladnik str. 27, naloge 1 do 12

22.2 Električni potencial in električna napetost

22.2.1 Električni potencial: potencialna energija delca v električnem polju

Vzamemo homogeno električno polje. Pri premikanju naboja iz točke (1) v točko (2) opravi električna sila na naboj e delo:

$$A = F\Delta s = eE\Delta s.$$

Enačba nas spominja na spremembo potencialne energije telesa pri premikanju v gravitacijskem polju, kjer velja

$$A = \Delta W_{potencialna} = mg\Delta h = W_{p,2} - W_{p,1}.$$

Podobno sklepamo v električnem polju, da ima vsak nabiti delec svojo potencialno energijo W_p, ki se pri premikanju v električnem polju spreminja. Sledi:

$$A = eE\Delta s = W_{p,2} - W_{p,1}.$$

Ker je delo električne sile A odvisno od naboja e sklepamo, da je trudi potencialna energija delca v električnem polju premosorazmerna z e. Torej:

$$W_p = e\phi,$$

kjer je ϕ **električni potencial**.

Enota za potencial

Sklepamo takole

$$[A] = [e][E][\Delta s] = [e][\phi]$$

Sledi

$$[\phi] = [E][\Delta s] = V$$

22.2.2 Električna napetost

Električno polje opišemo lahko torej na dva načina. Bodisi z jakostjo električnega polja $\vec{E}$ ali pa s potencialom ϕ. Oba opisa sta enakovredna, saj je jakost el. polja neposredno odvisna od potenciala in obratno. Na naboj v električnem polju deluje sila $\vec{F} = e\vec{E}$, hkrati pa ima naboj energijo $W_p = e\phi$. Pri premikanju naboja v električnem polju se naboju potencialna energija spreminja:

$$\Delta W_p = W_{p,2} - W_{p,1} = e(\phi_2 - \phi_1) = eU.$$

Količina U je uporabna pri računanju in jo imenujemo **električna napetost** Enota zanjo je ista kot enota za potencial, torej volt V.

Iz zgornje enačbe sledi, da je razlika potencialne energije oziroma delo, ki ga opravi električna sila **neodvisno od poti**. Delo je odvisno le od začetne in končne točke.

Pri preletu napetosti U dobi delec energijo eU.

Primeri
Kladnik str. 35 in 36 in 38
Naloge: Kladnik str. 44, naloge 1-5 (brez kondenzatorjev)

22.2.3 Ekvipotencialne ploskve

Pogovor o okvipotencialnih ploskvah sledi direktni iz prejšnjega primera. Pri premikanju električnega naboja pravokotno na električne silnice, se potencialna energija naboja nič ne spremeni. Potencial je torej v smeri pravokotno na silnice konstanten. Govorimo o **ekvipotencialnih ploskvah**.

Primeri na folijah!

22.2.4 Viri električne napetosti

Galvanski člen: Dober opis skupaj z slikami je v Atlasu fizike tabela 171

Akumulatorji: Isto kot zgoraj.

Kontaktna napetost: Atlas fizike tabela 169. To je razmeroma težko poglavje in je primerno le v najboljših razredih.

Termokinetični pojavi: Atlas fizike tabela 173!

22.3 Kondenzator

22.3.1 Ploščni kondenzator: kapaciteta

Dve kovinski plošči priključimo na napetost U. Med ploščama se vzpostavi električno polje E tako, da velja

$$U = Ed,$$

če je d razmik med ploščama. Na ploščah se je torej nabral naboj. Vemo, da velja:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{U}{d}$$

oziroma:

$$E = \frac{e}{S\varepsilon_0} = \frac{U}{d},$$

kar pomeni, da se je na ploščah nabral naboj:

$$e = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U.$$

Dve plošči, ki ju priključimo na napetost imenujemo **kondenzator**. Kondenzator je naprava za shranjevanje naboja. Na eni od plošč se nabere naboj e, na drugi pa $-e$.

Kapaciteta kondenzatorja
Zgornjo enačbo zapišemo tudi takole:

$$e = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U = CU,$$

kjer je C **kapaciteta**.
Enota za kapaciteto je:

$$[C] = \frac{[e]}{[U]} = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} = \mathrm{F} \;\; \text{farad.}$$

Farad je zelo velika enota, bolj pripravni sta pikofarad, 1 pf $= 10^{-12}$ F, in mikrofarad 1 μF $= 10^{-6}$ F.

Primer: Kladnik str. 41/42, naloge 6-10 (brez vezave kondenzatorjev)

22.3.2 Vrste kondenzatorjev

Kapaciteta ploščnega kondenzatorja narašča, če se razdalja med ploščama zmanjšuje. Pri zelo mahjnem razmiku je polje v kondenzatorju v približku homogeno in zelo veliko. Pri jakosti polja 30 kV/m pride do preboja, zato med plošči kondenzatorja vstavimo izolatorska trakova, tako, da celoten kondenzator lahko zvijemo v rolado.

Vrtljivi kondenzator
Kapaciteto kondenzatorja najlaže spreminjamo tako, da spreminjamo površino njegovih plošč, kot npr. pri vrtljivem kondenzatorju. Uporaba - v radiju in televiziji.

22.3.3 Vezava kondenzatorjev

V električnih vezjih kondenzatorje pogosto priključimo na vir napetosti po več hkrati. Lahko jih vežemo **zaporedno** ali **vzporedno**.

Pri vzporedno vezanih kondenzatorjih se celoten naboj porazdeli med oba kondenzatorja tako, da je na obeh kondenzatorjih ista napetost U. Velja:

$$e = e_1 + e_2$$

ter

$$U = \frac{e_1}{C_1} = \frac{e_2}{C_2}.$$

Od tod izračunamo $e_1 = C_1 U$ in $e_2 = C_2 U$ in ::

$$e = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U = CU.$$

S C smo označili skupno kapaciteto obeh vzporedno vezanih kondenzatorjev; imenujemo jo **nadomestna kapaciteta**. **Z vzporedno vezavo se kapaciteta poveča**.

Zaporedno vezani kondenzatorji: Naboj se porazdeli tako, da je na vseh ploščah isti naboj e. Skupna napetost je vsota napetosti na posameznih kondenzatorjih:

$$U = \frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2} + ... = e(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...).$$

Pri zaporedno vezanih kondenzatorjih je nadomestna kapaciteta vsota obratnih vrednosti posameznih kapacitet. **Z zaporedno vezavo se kapaciteta zmanjša.**

Naloge: Kladnik str. 44 naloge od 1 do 14. To so naloge iz napetosti, potencialov in kondenzatorjev. Od 1 do 5 so brez kondenzatorjev. Naloge z vezavo kondenzatorjev so od 11-14

22.4 Energija električnega polja

V dosedanji obravnavi smo električno polje opisali z jakostjo električnega polje $\vec{E}$ ali pa s potencialom φ. Sedaj nas zanima, če električno polje vsebuje enrgijo. Pri tem si bomo pomagali s poljem kondenzatorja, ki je v približku homogeno in zato olajša računanje.

Sila med ploščama kondenzatorja je: $F = Ee$. Oziroma:

$$F = \frac{(e/S)}{2\varepsilon_0}e = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 S} \cdot \frac{d}{d} = \frac{e^2}{2Cd} = \frac{CU^2}{2d} = \frac{eU}{2d}.$$

Pri razmikanju plošč je sila konstantna, zato je delo, ki ga pri tem opravimo enako $A = Fd$:

$$A = Fd = \frac{eE}{2}d = \frac{eU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{e^2}{2C}.$$

Sklepamo, da se ta energija shrani v obliki energije lektričnega polja med ploščama. Ker je prostornina kondenzatorja enaka Sd sledi za **gostoto energije električnega polja**:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{eEd}{2Sd} = \frac{\sigma E}{2} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_o E^2}{2},$$

torej:

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Primer: Atlas fizike str. 149

Poglavje 23

Nabiti delci v električnem polju

23.1 Elektronvolt

Ponovitev: kaj že vemo o sili na nabite delce, o njihovi potencialni energiji. Kaj je to potencial in napetost? Enačba

$$\Delta W = eU$$

pove, za koliko se delcu spremeni energija pri preletu napetosti U.. Velja torej:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + eU$$

Energijo v svetu delcev pogosto izrazimo v eV - elektronski voti. To je energija, ki jo delec z osnovnim nabojem prejme po preletu napetosti 1 V:

$$1\text{eV} = e_0 \cdot 1\text{V} = 1.6 \cdot 10^{-16}\text{J}.$$

Večji enoti sta **kiloelektronvolt** in **megaelektronvolt**.

Primeri: Kladnik str. 47 dva primera.

23.2 Gibanje električnih delcev v električnem polju

S pojmom električni delec razumemo osnovni delec z električnim nabojem, npr. elektron, proton, ion ipd.
Na el. delec deluje sila $\vec{F} = e\vec{E}$, ki delcu vsiljuje pospešek:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e}{m}\vec{E}$$

Pozitivni delci se pospešujejo vzdolž silnic, negativni pa v tej smeri zavirajo.
Zaradi pospeška se hitrost spreminja. Veljajo klasične enačbe:

$$v = v_0 + at \qquad (23.1)$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2}at^2, \qquad (23.2)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ah. \qquad (23.3)$$

Primer: Kladnik str. 48

23.2.1 Gibanje električnih delcev v kondenzatorju

Gibanje je podobno kot pri vodoravnem metu. Hitrost razstavimo na vodoravno komponento v_x in na vertikalno komponento v_y v smeri navzdol. V smeri osi x se hitrost ohranja, v smeri osi y pa hitrost narašča. Velja $x = v_0 t$ in $y = \frac{1}{2}at^2$ Iz prve enačbe izračunamo $t = \frac{x}{v_0}$ in vstavimo v drugo. Dobimo:

$$y = \frac{a}{2v_0^2}x^2.$$

Primer: Kladnik str. 49

23.2.2 Katodna cev

- Kje se uporablja vpliv električnega polja na gibanje električnih delcev?
- Kakšna je zgradba katodne cevi?
- Kaj je elektronski top?
- Termično izhlapevanje elektronov.
- Vpliv katode in anode.
- Kakšna je kinetična energija in hitrost elektronov v curku?
- Kako krmilimo tok curka - krmilna napetost.
- Kaj so elektronske leče?
- Uporaba katodne cevi pri merjenju električne napetosti n merjenja časa.

Naloge iz gibanja el. delcev: Kladnik str. 56 naloge 1 do 6.

Poglavje 24

Električni tok

24.1 Uvod

V prejšnjem poglavju smo se zanimali bolj za električna polja, ki jih ustvarjajo električni delci.

Elektrostatika: raziskuje sile med mirujočimi naelektrenimi telesi.
Elektrodinamika: raziskuje sile med gibajočimi se telesi.

Nekaj pojavov iz elektrodinamike smo iscer že spoznali, sedaj pa si bomo elektrodinamiko podrobneje ogledali.

24.2 Definicija električnega toka

Kakšna je zgradba snovi? Ponovimo kako so razporejeni naboji npr. v kovinah in kristalih. V kovinah imamo **oblak prostih elektronov**. Ti so v kovini gibljivi skoraj kot prosti in jih obravnavamo kot elektronski plin. Proste elektrone prispevajo skoraj vsi atomi, tako, da oddajo zunanji elektron. Gostota prostih elektronov v bakru je približno enaka kot gostota atomov in meri nekaj $10^{28}\mathrm{m}^3$. Prosti elektroni se zaradi **termičnega gibanja** neurejeno gibljejo sem ter tja.

Če damo kovino v električno polje ali če nanjo priključimo vir napetosti, se termičnemu gibanju pridruži še **urejeno gibanje v smeri električne sile**.

Z urejenim gibanjem električnih delcev se v snovi pretaka naboj. Govorimo o **električnem toku**, ki poda, koliko naboja se pretoči npr. skozi neko žico v določenem času. Velja:

$$I = \frac{\Delta e}{\Delta t}.$$

Enota za tok je **amper** A. Uporabljamo tudi enote **kiloamper, miliamper in mikroamper**.

Primer: Kladnik str. 59

Električni tok je v SI osnovna količina in enota zanj je osnovna enota. 1 A je določen z dogovorom:

Tok 1 A poganjamo po dveh zelo dolgih, ravnih, tankih vodnikih v razdalji 1 m, ko prvi vodnik deluje na en meter dolg odsek drugega s silo $2 \cdot 10^{-7}$ *N.*

Pomembno je še:

- Kdaj teče tok skozi prevodnik - le če imamo opraviti s sklenjenim el. krogom.
- Kam se gibljejo pozitivni delci in kam negativni, kaj je s potenciali - **električni tok teče v smeri zmanjševanja potenciala.**

- S čim je definirana smer električnega toka in kakšna je smer gibanja elektronov?

Primeri iz el. toka: Kladnik str.62 naloge 1 do 8.

24.2.1 Tok v elektrolitih

Kaj so elektroliti. Primer: vodna razstopina soli.
Kaj je **elektrolitična disociacija?** - kritali ali molekule kapljevine ali plina se pri razstaljanju v topilu razdelijo v ione: katione in anione.
Kam se gibljejo kationi in kam anioni?

Na elektrodah se pri tem izločajo snovi. Pojav imenujemo **elektroliza**.
Velja **Faradayev zakon**, ki pravi, da je masa na elektrodi izločene snovi je sorazmerna s pretočenim nabojem.

24.3 Električni upor

Zanima nas, kako je električen tok odvisen od napetosti U zunanjega vira napetosti.
S poskusom lahko ugotovimo, da velja:

$$I = \text{konst.}U = \frac{1}{R}U.$$

Sorazmernostni konstanti pravimo **električni upor**.
Električni upor merimo v ohmih: $1\ \Omega = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$. Enota je po Georgu Ohmu (1789 do 1854), ki je odkril zakon o sorazmernosti toka in napetosti leta 1826. Upornik ima upor 1 ohm, če pri napetosti 1 V po njem teče tok 1 A.

- Kako si razlagamo električni upor - elektroni pri gibanju zadevajo ob atome kovine, ki jih zaustavljajo.
- Kako označimo upor v električnih vezjih?

Sklepamo, da v povprečju elektroni potujejo s konstantno potovalno hitrostjo, ki je povprečje trenutne hitrosti preko daljšega časovnega intervala. V tem primeru električni tok lahko izrazimo z gostoto elektronov, njihovim nabojem in s potovalno hitrostjo. Velja:

$$I = \frac{\Delta e}{\Delta t} = e_0 \cdot \frac{nS\Delta l}{\Delta t} = e_0 n < v_p > S.$$

Izmerjena gostota prevodniških elektronov v bakru je $11.4 \cdot 10^{28}\mathrm{m}^{-3}$ in je nekaj večja od gostote ionov bakra $8.5 \cdot 10^{28}\mathrm{m}^{-3}$. Kolikšna je hitrost potovanja elektronov v 1 mm debeli žici pri toku 10 mA in pri toku 1 mA?

Primer: Kladnik str. 63

24.3.1 Vezava upornikov

V električnih vezjih v tokokrogih najpogosteje nimamo le enega električnega upora ampak več. Podobno, kot smo vezali kondenzatorje, lahko tudi upore na vir napetosti priključimo bodisi **zaporedno** bodisi **vzporedno**.

Zaporedna vezava upornikov: Pri zaporedno zvezanih upornikih teče skozi vse upornike enak tok I. Vsota napetosti na vseh upornikih mora biti enaka gonilni napetosti. To je razumljivo. Napetosti so namreč razlike v potencialih. Vsota razlik potencialov na posameznih upornikih mora biti enaka razliki potenciala med pozitivnim in negativnim priključkom vira napetosti:

$$U = IR_1 + IR_2 + ... = I(R_1 + R_2 + ...).$$

Nadomestni upor zaporedno vezanih upornikov je torej vsota upornosti posameznih upornikov.

Vzporedna vezava upornikov: Pri vzporedni vezavi upornikov je na vsakem od upornikov enaka napetost U. Tok pa se v **razvejišču** razdeli med vzporedno vezane upornike. Velja:

$$I = I_1 + I_2...$$

Ta enačba je znana pod imenom **pravilo razvejišča**. Vemo da velja:

$$I_i = \frac{U}{R_i}$$

torej:

$$I = I_1 + I_2.. = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + ... = U(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = U\frac{1}{R_n}.$$

Pri vzporedni vezavi upornikov je nadomestna upornost vsota obratnih vrednosti posameznih upornosti.

24.3.2 Kirchoffova pravila

Tokove, napetosti in gonilne napetosti v razcepljenem električnem vezju računamo s Kirchoffovimi pravili.
Prvo pravilo: Algebrajska vsota tokov v vseh vejah vezja, ki se stikajo v razvejišču, je enaka nič. (Sledi iz zakona o ohranitvi naboja.)
Drugo pravilo: V poljubni zaključeni zanki električnega vezja je algebrajska vsota padcev napetosti na priključenih upornikih enaka algebrajski vsoti vseh gonilnih napetosti v tej zanki. (Sledi iz zakona o seštevanju napetosti - vsota napetosti v sklenjenem krogu).

Primer: Kladnik str. 66, naloge 1,2,3,6,8,9,10,11

24.3.3 Specifična električna upornost

Glede na zgornje ugotovitve lahko povemo nekaj več o Ohmovem zakonu in o upornosti posameznih upornikov.
Ugotovili smo, da je nadomestna oziroma skupna upornost zaporedno vezanih upornikov vsota upornosti posamznih upornikov. Sedaj ni težko ugotoviti, od česa je odvisna npr. upornost žice. Žico si predstavljamo kot množico zaporedno vezanih majhnih odsekov, kjer vsak odsek predstavlja majhen upornik. Sklepamo lahko, da je upornost žice premosorazmerna z dolžino. Kakšna je odvisnost od debeline žice pa zahteva nekoliko napornejši premislek. Vzemimo najprej eno žico s presekom S, nato pa žico s presekom $2S$. V resnici ni pomembno, kakšna je oblika žice, zato si zadnjo lahko predstavljamo kot dve vzporedno zvezani žici s presekom S. Skupna upornost vzporedno vezanih žic je polovica upornosti ene žice, torej z dvakrat večjim presekom dosežemo dvakrat manjšo upornost. Upornost žice je torej obratnosorazmerna s presekom. Zapišemo lahko:

$$R = \text{konst.}\frac{l}{S} = \zeta\frac{l}{S}.$$

Konstanta ζ je **specifična električna upornost**, ki je odvisna od snovi in temperature. Merimo jo v Ωm. Kovine so dobri prevodniki elektrike, izolatorji pa slabi. Polprevodniki ležijo po specifičnem uporu med kovinami in izolatorji.

Primer: Kladnik str. 66
Naloge: Kladnik str. 70, naloge 3,4,5 in 7

Specifična električna prevosdnost je obratna vrednost upornosti:

$$\sigma = \frac{1}{\zeta}$$

Enota je $\frac{1}{\Omega \mathrm{m}}$. **Električna prevodnost** pa je obratna vrednost upornosti. Merimo jo v siemensi po Wernerju von Siemensu (1816 do 1892). Velja

$$1S = \Omega^{-1}$$

Električna prevodnost in toplotna prevodnost sta povezani (Atlas fizike str. 159).

Temperaturna odvisnost upora: Upor je odvisen od temperature. Velja:

$$\Delta R = \alpha_\zeta R \Delta T,$$

in sicer zato, ker se spremeni specifični upor:

$$\Delta \zeta = \alpha_\zeta \zeta \Delta.$$

Pri tem je α_ζ **temperaturni koeficient specifičnega upora** in ga merimo v K^{-1}.
Kovine imajo pozitivno karakteristiko, njihov temperaturni koeficient je pozitiven: PTC. Polprevodniki in elektroliti imajo nagativno karakteristiko, njihov temperaturni koeficient je negativen: NTC. Nekatere zlitine, naprimer konstantan in manganin, imajo zelo majhen temperaturni koeficient.

Uporovni termometer: izkorišca temperaturno odvisnost upora za merjenje temperature. Pripravna snov je platina v obliki žice s konstantnim presekom. Z njo lahko merimo v območju od -250^0 C do 800^0 C.

Kako uporabljamo voltmetre in ampermetre? Kaj je to notranji upor vira napetosti?

Primeri in naloge: Kladnik str. 70 do 72, naloge 1 do 17 (v teh niso vključene naloge z voltmetri in ampermetri).

24.3.4 Superprevodnost

Specifični upor nekaterih kovin in drugih snovi pri zelo nizki temperaturi tako pade, da ga ni mogoče meriti. Ohmov zakon preneha veljati, pravimo da telo preide v **superprevodno stanje**. Temperaturo, pri kateri postane snov superprevodna, imenujemo **temperatura prehoda**.
Superprevodnike uporabljamo za prevajanje zelo velikih tokov in za ustvarjanje zelo gostih magnetnih polj.
Nekatere keramike so superprevodne nad temperaturo 100 K - govorimo o visokotemperatrni superprevodnosti.

24.4 Električna moč

Pri električnem toku je potovalna hitrost elektronov približno konstantna. Trenutna hitrost elektronov pa se spreminja iz trenutka v trenutek. Električno polje elektrone pospešuje, ker pa ti zadevajo ob atome kovine, se zaustavljajo in izgubljajo energijo. Iz povedanega sledi, da se zaradi zadevanja elektronov v uporniku sprošča energija, oziroma za vzpostavljanje toka je potrebna določena električna moč.

Prevodnik naj ima upor R, napetost naj bo U, skozi upornik pa naj teče tok $I = U/R$. V kratkem časovnem intervalu preteče skozi upornik naboj $\Delta e = I\Delta t$. Pri tem se opravi lektrično delo:

$$\Delta A = U\Delta e = UI\Delta t.$$

Električna moč je $P = \Delta A/\Delta t$, torej:

$$P = UI.$$

Električna moč je produkt toka in napetosti Za enoto velja:

$$1\mathrm{W} = 1\mathrm{VA}.$$

Z upoštevanjem Ohmovega zakona $U = RI$, lahko električno moč izrazimo tudi takole:

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Pri dani napetosti je moč tem večja, tem manjši je upor, ker manjšemu uporu ustreza večji tok.

Primer: Kladnik str. 74

Zaradi električne moči, se **povečuje notranja energija prevodnika**, ki se zato segreva - **Joulova toplota** Q. Velja:

$$Q = Pt = I^2R\Delta t.$$

Nazivna napetost in moč žarnice: V žarnici se troši moč, ki je enaka nazivni moči P_0, ko je priključena na napetost enaki nazivni napetosti U_0. Namesto teh dveh podatkov , bi lahko podali tudi upor žarnice R, saj velja $R = U_0^2/P_0$, vendar ta podatek ni nazoren.

Primeri: Kladnik str. 74

Kako deluje varovalka? Varovalka je žička, ki je obdana s toplotno izolacijo iz peska in porcelana, da se izgubi čim manj Joulove toplote. Varovalka je vključena v tokovni krog tako, da teče skozi žičko enak tok kot skozi napravo, ki jo želimo zaščititi pred prevelikim tokom. Temperatura žičke se veča s kvadratom toka in lahko pri prevelikem toku doseže tališče, se čimer varovalka pregori.

Primer: Kladnik str 74 - primer z varovalko.
2. Primer: Termično raztezanje žice. Vzamemo žico dolgo 100 m, napetost 200 V in iz bakra. Polmer naj bo 0.25 cm. Koliko se raztegne? Specifična toplota $c = 390$ J/kgK. Specifična upornost je 0.02 10^{-6} Ωm. Temperatura zraka naj bo 20^0 C. Upoštevamo Stefanov zakon.

Naloge: Kladnik str. 76, naloge 1 do 12.

24.5 Električni tok v plinih

- Kaj so plini: močno razredčena mešanica različnih električno nevtralnih molekul. Plini praviloma ne morejo prevajati el. polja.

- Praznenje kondenzatorja skozi zrak: Hitrost praznenja ustreza upornosti zraka okrog 30 10^{13} Ωm.

- Kdaj se hitrost praznenja močno poveča: če zrak med ploščama obsevamo z rentgenskimi ali žarki gama. Nastajajo pari elektron-kation. Elektroni se združujejo z nevtralnimi atomi in molekulami in jih spreminjajo v anione.
- Kaj je **rekombinacija**?
- Kdo prevaja električni tok v plinih: kationi, anioni in elektroni.
- Kdo povzroča nastajanje ionov v zraku: kozmično sevanje, radioaktivne snovi (predvsem uran in torij), dim iz tovarniških dimnikov in vozil, občasni požari in vulkanski izbruhi, predvsem pa **nevihtni oblaki in strele**.
- Kakšna je ravnovesna koncentracija ionov v normalnem zraku: okrog 1000 ionskih parov v cm^3 zraka.

24.5.1 Tokovna karakteristika plina

Zaradi obsevannja nastanejo v zraku ionski pari, ki prevajajo električni tok. Zanima nas, kako je električni tok I odvisen od napetosti med ploščama kondenzatorja U.

- **katoda:** je plošča, ki sprejema katione
- **anoda:** je plošča, ki sprejema anione

Izkaže se, da približno velja **Ohmov zakon**. Pri majhni napetosti je rekombinacija večja, zato je tok manjši... Pri dovolj veliki napetosti pride do nasičenja - vsi nastali ionski pari prispejo do elektrod. Velja

$$I_{nas} = 2n_0eSD.$$

Tok nasičenja je premosorazmeren z izdatnostjo izvora ionov n_0 Mereč tok nasičenja, lahko določimo število ionov, ki jih sproži izvor v enoti časa na enoto prostornine n_0. Do nasičenja imenujemo tok v zraku **nesamostojni tok**.

Če napetost še naprej večamo do **prebojne napetosti** U_{pr}, se začne tok močno večati in postane neodvisen od izvora ionov - **samostojni tok**. V plinu opazimo spremembe: plin sveti in se kemično spreminja.

24.5.2 Samostojni tok

- Samostojni tok nastane pri dovolj visokem električnem polju. Samostojni elektroni se v tem polju močno pospešujejo in pri trkih razbijejo nevtralne plinske molekule na pozitivni kation in na nov elektron. Del kinetične energije elektrona se porabi za izbijanje elektrona, del pa za vzbujanje atomov ali molekul, ki nato oddajajo **svetlobo.**
- Zaradi stalnega izbijanja elektronov koncentracija kationov in elektronov narašča - plaz elektronov in ionov. Kondenzator se izprazni v hipu - **iskra ali električni preboj.**
- Najmanjša napetost,pri kateri pride do preboja se imenuje **prebojna napetost.**
- Prebojna napetost je odvisna od vrste plina in od tlaka. Pri velikem tlaku se elektroni pogosteje zaletavajo, vendar se med trki manj pospešijo. Prebojna napetost je zato približno premosorazmerna s tlakom. V zraku pri tlaku 1 bar je približno 30 kV/cm.
- Elektroni s precejšnjo energijo priletijo v elektrode in izbijejo nove elektrone - **sekundarna emisija elektronov** Izbiti elektroni nadaljujejo ionizacijo plinskih molekul in ustvarjajo nove plazove. Tako električni tok vzdržuje samega sebe - samostojni tok.
- Samostojni tok spremljajo: segrevanje plina, sevanje svetlobe in ultravioličnih žarkov ter kemične reakcije.

- Uporaba samostojnega toka: neonske cevi, fluorescenčne svetilke. Barva svetlobe je odvisna od vrste plina. Neon oddaja svetlordečo svetlobo, zrak modrikastozeleno, helij rumeno, živo srebro vijolično. Pri teh svetilih je samostojni tok razmeroma šibak: nekaj destink ampera tako da se plin skorajda ne segreva - hladna svetila.

24.5.3 Električni pojavi v atmosferi

Splošno znano je, da nas obdaja magnetno polje Zemlje, manj znano pa je, da je v ozračju tudi razmeroma močno električno polje.
Površina zemlje je navadno naelektrena negativno, zgornje plasti ozračja pa pozitivno. Silnice so usmerjene navzdol. Jakost polja je na različnih krajih različna, odvisna od višine in od dnevnega in letnega časa, predvsempa od vremena. Povprečna vrednost je pri jasnem vremenu okrog 100 V/m (pozimi npr. 120 V/m, poleti 80 V/m).

Kaj to piomeni za razliko napetosti med nogami in glavo človeka: telo je dober prevodnik elektrike, zato je površina telesa ekvipotencialna ploskev.

Z zračnimi konvekcijskimi tokovi se skozi zrak premikajo vodne kapljice, ledeni kristalčki, prah in druge primesi, ki se drgnejo med sabo in ob zračne molekule, s čimer se naelektrijo. Tako nastanejo predvsem v nevihtnem oblaku območja s precejšnjim pozitivnim ali negativnim nabojem.
Kako se v posameznih primerih naelektrijo vodne kapljice v ozračju, še ni povsem raziskano. Močan dež ter toča sta večinoma negativno naelektrena, lahek dež in sneg pa večinoma pozitivno.

Kako vpliva prihod nevihtnega oblaka, ki je spodaj negativno zgoraj pozitivno naelektren, na električno polje? Kje je polje najmočnejše - ob koničastih predmetih. Tu lahko polje preseže prebojno vrednost, zaradi česar pride do ionizacije in do razelektrenja. Tu nastane tudi **Elijev ogenj**.

Strele: Elijev ogenj kaže na prihod močno naelektrenega oblaka. Napetost med zemljo in oblakom doseže lahko več sto ali več tisoč milijonov voltov. Tak oblak se prej ali slej razelektri - strela. Strela se začne v notranjosti oblaka (med žepi pozitivnih in negativnih nabojev) in se nadaljuje skozi ozračje do drugega (nasprotno) naelektrenega oblaka ali do zemlje. Pri tem se razveji, ubere različne poti, kjer je električna prevodnost boljša. Razelektritve si sledijo hitro druga za drugo.

Povprečni tok strele je 10 do 20 kA, taja pa približno 1 ms. Ena strela da zemlji do 20 As negativnega naboja.

- Kako nastane grom?
- Zakaj strela sveti - ker močno ionizira zrak. Pri tem nastanejo ozon in dušikovi oksidi pomembni za gnojenje zemlje.
- Kaj se zgodi, !ce strela zadane suho in mokro drevo in kaj če zadene človeka. Kaj se zgodi z bljižnimi kravami?
- Kako deluje strelovod?

Primera: Kladnik str. 82 vprašanja 1 do 7 in nalogi 1, 2.

Poglavje 25

Snov v električnem polju

Električno polje vpliva na snov, ki jo položimo vanj, in sicer tako, da z električno silo vpliva na električne delce v njej. Če so ti gibljivi (prevodnik), se lahko premaknejo in snov se lahko spremeni.

- Kaj se dogaja z kationi in anioni v raztopini elektrolitov?
- Kako lahko vpliva električno polje na človeško telo?

25.1 Prevodnik v električnem polju

25.1.1 Influenca

Influenco opazimo, ko damo izolirano kovinsko telo, prevodnik, v električno polje ali ko vključimo električno polje. Elektroni lahko potujejo po kovini in se lahko naberejo na mejni ploskvi nasproti pozitivne elektrode. Nasproti negativne elektrode se pojavi primankljaj elektronov oziroma presežek pozitivnega naboja. Pri influenci električno polje loči naboja nasprotnih predznakov. Velja:

$$|+e| = |-e|.$$

V prevodniku se pojavi kratkotrajen električni tok, ko damo prevodnik v električno polje, potem pa ni v notranjosti prevodnika ne električnega toka ne električnega polja.
Ker v notranjosti prevodnika ni električnega polja, na naboje ne deluje nobena sila, ki bi povzročala tok. To je možno le, če so silnice električnega polja pravokotne na površino kovine inje površina kovine ekvipotencialna ploskev.

Primer: v kondenzator damo dve kovinski plošči in ju razmaknemo. Med ploščama ni električnega polja, kar pomeni, da se je na ploščah nabral naboj z površinsko gostoto:

$$\sigma = D = E_0\varepsilon_0.$$

Polje, ki ga ustvarja influirani naboj je po velikosti enako, po smeri pa obratno od polja kondenzatorja.

2. Primer: Zraven kovinske plošče damo točkast naboj Q v razdaljo r od plošče. Kakšna je sila med nabojem Q in ploščo?

25.2 Izolatorji v električnem polju

Izolator je zgrajen iz električno nevtralnih atomov ali molekul. Če vsebuje še dodatne električne delce, so ti zamrznjeni v njegovo zgradbo in se pod vplivom zunanjega električnega polja ne morejo premikati.

Inducirani električni dipoli: Pri snoveh s simetrično zgrajenimi molekulami se težišči negativnega naboja (elektronov) in pozitivnega naboja (atomskih jeder) pokrivata. Če pa takšno snov položimo v električno polje, deluje to s el. silo na posamezne atome ali molekule in jih nekoliko razpotegne v smeri silnic. Težišči pozitivnega in negativnega naboja se ločita in nastane **inducirani električni dipol**. Pravimo, da se snov v električnem polju polarizira. Efektivno se na površini izolatorja inducira naboj, vendar ne tolikšen kot pri kovini.

Permanentni električni dipoli: Molekule nekaterih snovi (npr. vode, različnih organskih snovi) so že same po sebi polarizirane Težišče pozitivnega in negativnega naboja se ne pokrivata. Izolator s polarnimi molekulami se imenuje **dielektrik**. Če dielektrik ni v zunanjem polju ima podobne lastnosti kot izolator. Zaradi termičnega gibanja se se smeri posameznih dipolov stalno spreminjajo. Drugače je, če damo dielektrik v zunanje električno polje. Molekularni dipoli se usmerijo v smeri silnic. Usmerjanje je zaradi medmolekularnih trkov in termičnega gibanja le delno. Na površini se influira naboj. Ta je tem večji tem močnejše je polje in tem nižja je temperatura (zaradi počasnejšega termičnega gibanja).

25.2.1 Električni dipol v električnem polju

Za razumevanje obnašanja izolatorjev in dielektrikov v električnem polju je potrebno najpej razumeti obnašanje električnih dipolov v el. polju.
Na pozitivni in negativni naboj v električnem polju deluje električna sila $\vec{F} = e\vec{E}$. V homogenem polju sta sili nasprotno enaki in sestavljata **dvojico sil**. Njen navor je:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} = e\vec{s} \times \vec{E}.$$

Velikost navora je $M = esE \sin\varphi$, če je φ kot med osjo dipola in smerjo električnega polja. Navor vrti dipol v smeri električnega polja. V takem stanju ima dipol najmanjšo potencialno energijo. Največjo potencialno energijo pa ima takrat, ko je pravokotern na silnice el. polja. Velja:

$$W_{ep} = -p_e E \cos\varphi.$$

25.2.2 Polarizacija

Električna polarizacija meri gostoto električnega dipolnega momenta, ki nastane v didelektriku v električnem polju. Polarizacijo vpeljemo kot

$$P = np_e,$$

če je n gostota dipolov in p_e električni dipolni moment ene molekule.
V dielektriku se električni dipolni momenti polarnih molekul usmerijo, in to tem izdatneje, čim močnejše je polje. Nepolarne molekule pa ga dobijo, in to tem večjega, čim močnejše je polje. Na površini telesa se influira naboj, ki efektivno zmanjša polje v snovi vendar ga ne izniči. Polje znotraj snovi je za ε krat manjše od polja zunaj snopvi:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

oziroma

$$E_0 = \varepsilon E.$$

Za polaruzacijo pa velja:

$$\varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 \varepsilon E.$$

Torej:

$$P = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E.$$

Količino $\varepsilon - 1 = \chi_e$ imenujemo **električna susceptibilnost**.

Primer: Kaj se zgodi, če v kondenzator damo dielektrik? S poskusom in z razmišljanjem ugotovimo, da se je napetost zmanjšala. Polje znotraj kondenzatorja je $E = E_0/\varepsilon$, napetost pa je $U = Ed = U_0 d/\varepsilon$. Napetost je torej εkrat manjša. Naboj na ploščah kondenzatorja je ostal enak e. Ker hočemo, da še vedno velja enačba $e = CU$, moramo popraviti enačbo za kapaciteto. Ta je

$$C = \varepsilon C_0. = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

2. primer: Kakašna je gostota energije električnega polja v dielektriku? Sklepamo podobno kot prej. Delo ki ga opravimo, ko razmikamo plošči kondenzatorja v dielektriku je:

$$A = Fd = \frac{eE}{2} d = \frac{1}{\varepsilon} \frac{eE_0}{2} d = \frac{1}{\varepsilon} A_0.$$

Velja torej

$$W = W_0/\varepsilon, \qquad w = w_0/\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 E^2 \varepsilon^2}{2\varepsilon} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2.$$

3. Primer: Kakšna je višina vodnega stolpca, ki ga potegne navzgor kondenzator priključen na napetost U?

25.3 Električne lastnosti snovi

Atlas fizike str. 154, 155

Poglavje 26

Magnetni pojavi

26.1 Trajni magneti

Izkušnje v vsakdanjem življenju nas učijo, da poleg gravitacijske in električne sile obstaja tudi **magnetna sila**. Z magnetno silo se bodisi privlačita bodisi odbijata **magneta**.

- Magnet je dobil ime po **magnetitu**, železovi rudi Fe_3O_4, ki so ga verjetno najprej odkrili v bližini naselbine Mgnesie v današnji zahodni Anatoliji v Turčiji. Magnet so za orientacijo najbrž prvi uporabili Kitajci v 10. stoletju. Kdaj je prišel **kompas** v Evropo, ni mogoče ugotoviti, ker je bila naprava v tajnosti. V 13. stoletju ga prvič omenjajo v pisani besedi. Prva merjenja je naredil Charles - Augustin de Coulomb (1736 do 1806).

Okoli trajnih magnetov se brezličen prostor spremeni v **magnetno polje**. Sklepamo, da magnetno polje deluje s silo in navorom na druge trajne magnete.

Namesto, da govorimo o delovanju magnetov na daljavo vpeljemo torej magnetno polje. Tangenta na **magnetno silnico** kaže v vsaki točki smer magnetnega polja. Na krajih kjer je magnetno polje močnejše so silnice gostejše, na krajih, kjer je magnetno polje šibkejše, so silnice redkejše. Magnetno polje je **homogeno**, če so silnice povsod enako goste in med seboj vzporedne.

Magnetne silnice lahko ponazorimo z železnimi opilki, ki delujejo v magnetnem polju kot magnetnice in se postavijo v smeri magnetnega polja. Magneti imajo **par ali več magnetnih polov**. Magnet z dvema poloma je **magnetni dilpol**. Silnice magnetnega polja so **vedno sklenjene**.

Magnetnih polov magnetnega dipola ni mogoče ločiti. Ko dipol prelomimo, dobimo dva dipola. Poskusi, da bi našli delec z osamljenim magnetnim polom, **magnetni monopol**, doslej niso bili uspešni.

V bližini magnetnih polov postanejo telesa iz nekaterih snovi sma magnetni dipoli. To so **trajni ali permanentni dipoli**, naprimer **magnetnica**. Z zunanjimi učinki lahko magnet oslabimo ali dosežemo, da preneha biti magnet, npr če udarjamo po njem s kladivom ali ga segrejemo.

26.2 Zemeljsko magnetno polje

Zemlja ima močno magnetno polje. Igla kompasa - magnetnica se umiri tako, da z enim koncem kaže proti zemeljskemu severnemu magnetnemu polu, z drugim pa proti južnemu. Magnetno polje zemlje deluje torej z navorom na magnetnico.

26.2.1 Izvor zemeljskega magnetnega polja - teorija dinama

Nastanek zemeljskega magnetnega polja še ni povsem pojasnen. Po teoriji dinama imajo odločilno vlogo sklenjeni tokovi snovi v notranjosti Zemlje, ne vrtenje zemlje

Ostala razlaga je na folijah.

26.3 Magnetna sila na električne delce

Poskus z magnetnico ali z železovimi opilki pokaže, da je magnetno polje tudi v okolici **vodnikov**, ki prevajajo **električni tok**.

Poskus: Prikaz magnetnega polja v okolici ravne žice in v tuljavi.

Magnetno polje povzročajo tudi tokovi. Ker pa električni tok pomeni premikanje električnih delcev, je **magnetno polje povezano z gibanjem električnih delcev**. Sklepamo, da gibajoči električni delci poleg električnega polja okrog sebe ustvarjajo tudi magnetno polje in delujejo drug na drugega še z **magnetno silo**.

26.3.1 Magnetna sila na tokovni vodnik

Glede na zgornje ugotovitve bi bil logičen sklep torej ta, da pri gibanju električni delci okrog sebe ustvarjajo magnetno polje in da gibajoči električni delci delujejo drug na drugega z magnetno silo. Ta preprost sklep lahko preverimo s enostavnim poskusom.

Med pola podkvastega magneta pravokotno na smer silnic namestimo žico in jo priključimo na izvir enosmerne napetosti, tako, da po žici steče tok. Žica se odkloni v smeri, ki je pravokotna na smer silnic in pravokotna na smer žice. Magnetna sila, ki deluje na žico deluje pravzaprav na gibajoče se električne naboje v žici in je pravokotna na smer gibanja teha nabojev oziroma na žico ina na smer magnetnaga polja. Če bi imeli v magnetnem polju dvakrat toliko dolgo žico, bi bila sila dolga dvakrat toliko. Z natančnim merjenjem ugotovimo, da velja:

$$F = \text{konst.} Il = BIl.$$

Sorazmernostni konstanti pravimo **gostota magnetnega polja.**

Iz zgornje enačbe razberemo naslednjo zvezo:

$$[B] = \frac{[F]}{[I][l]} = \frac{\text{VAs}}{\text{Am}^2} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{tesla}\ \ (T).$$

Zdaj pojasnimo še eno ugotovitev v zvezi z magnetnim poljem in silo na vodnik. V prejšnjem poskusu smo ugotovili, da deluje sila pravokotno na smer električnega polja in električnega toka. Zgornjo enačbo v vektorski obliki zapošemo takole:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B},$$

kjer je $\vec{l}$ v smeri toka, ki ima za velikost dolžino vodnika. Za velikost sile velja pravzaprav enačba

$$F = IlB \sin\varphi,$$

kjer je φ kot med smerjo vodnika in smerjo magnetnega polja.
Magnetno polje torej matematično lahko opišemo z **gostoto magnetnega polja** $\vec{B}$. Enota je v SI tesla T po Nikoli Tesli (1856 do 1943). V geofiziki uporabljajo enoto 1 $\gamma = 10^{-9}$ T. Negdaj so uporabljali enoto gauss po Carlu Frederichu Gaussu (1777 do 1855). 1 gauss $= 10^{-4}$ T.

Primer: Kladnik str. 98 en primer in naloge 1 do 6.

26.3.2 Magnetna sila na električne delce

Iz enačbe za silo na vodnik v magnetnem polju lahko ugotovimo, kakšna je sila na gibajoče se naboje v magnetnem polju. Za električni tok velja $I = Snev$, iz česar sledi:

$$\vec{F} = Snev\vec{l} \times \vec{B}.$$

Ker ima vektro $\vec{l}$ isto smer kot hitrost v lahko zgornjo enačbo zapišemo tudi takole:

$$\vec{F} = Snel\vec{v} \times \vec{B},$$

kjer pa produkt $Snl \cdot e$ lahko razlagamo kot **celoten naboj, na katerega deluje magnetna sila**. Velja torej:

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}.$$

Zdaj, ko imamo enačbo za magnetno silo na električne delce vidimo, da le - ta popolnoma drugače deluje, kot pa električna sila. Magnetna sila je vedno pravokotna na smer gibanja električnih delcev in na smer magnetnega polja. To pomeni, da **magnetna sila niti ne pospešuje niti ne zavira električnih delcev**. Spreminja le smer njihovega gibanja.

Gibanje, pri katerem je sila, ki spreminja smer gibanja, ne pa njegove hitrosti, je kroženje ali pa gibanje po spirali. Električni delec, ki vstopi pravokotno v magnetno polje torej zakroži, pri čemer magnetna sila **opravlja vlogo centripetalne sile**. Poskušajmo ugotoviti, kakšen je radij kroženja R. Za centripetalno silo pri kroženju velja $F_c = m\frac{v^2}{R}$ in ta sila je enaka magnetni sili $F_m = evB$:

$$evB\sin\varphi = m\frac{v^2}{R} \longrightarrow R = \frac{mv_x}{eB}.$$

$$d = v_y t_0 = v_y\frac{2\pi R}{v_x} = v_y 2\pi\frac{m}{eB}.$$

Polmer kroženja je torej tem večji, tem večja sta masa delca in njegova hitrost. Magnetno polje tem bolj zakrivi tirnico gibajočega se delca, tem močnejše je, čim večji naboj ima, čim lažji je delec in čim manjšo hitrost ima.

Primer: Kladnik str. 92 primer iz gibanja v magnetnem polju.
Naloge: Kladnik str. 96 naloge od 1 do 5
Poskus: Gibanje v magnetnem polju lahko pokažemo s pomočjo Teltronove zbirke.

Pospeševalniki

- Kaj so pospeševalniki?
- Kaj je **ciklotron**? Je škatla v obliki hlebca, ki leži v magnetnem polju, tako da jo silnice prebadajo pravokotno. V špranji je električno polje, ki pospešuje električne delce. Ti se pospešijo do kinetične energije nekaj MeV.
- Kaj je **sinhrociklotron**? Deluje podobno kot ciklotron. Pot delcev je razdeljena na več etap. Električni delci se pospešujejo na ravnih odsekih, njihova pot pa se ukrivlja v magnetnem polju velikih magnetov. Krožni lok ima lahko v premeru več kilometrov. Delci se pospešijo do kinetične energije več GeV.

Masni spektrometer

- Kakšna je zgradba masnega spektrometra?
- Kako izločimo delce z zaželjeno hitrostjo? Delci se gibljejo skozi električno in magnetno polje. Električno polje deluje nanje s silo eE, magnetno pa s nasprotno silo evB. Ti dve sili sta enaki za delce s hitrostjo $v = E/B$, ki se neovirano gibljejo skozi polji in vstopajo v glavno magnetno polje z gostoto B. Radij krožnice po kateri se gibljejo delci je odvisen od njihove mase.
- Za kaj se uporablja masni spektrometer?
- Primer: Določanje paleoklime na podlagi merjenja kisikovega izotopa v lupinicah morskih organizmov.
- Naloga 3 na strani 96

26.3.3 Hallov pojav

Če je vodnik z električnim tokom v magnetnem polju, katerega silnice so pravokotne nanj, deluje na gibajoče se delce magnetna sila, ki jih potosne v prečni smeri. Zaradi tega se na eni strani vodnika nagomili pozitivni, na drugi strani pa negativni naboj. V vodniku se pojavi **Hallovo električno polje** E_h, ki deluje na naboje s silo eE_h v nasprotni smeri kot pa magnetna sila $F_m = evB$. V ravnovesju sta ti dve sili enako veliki:

$$eE_h = evB \qquad\qquad E_h = vB.$$

Med prečnima stenama vodnika se vspostavi električna napetost, t.i. **Hallova napetost** (nekaj μV do mV):

$$U_h = E_h d = vBd = \frac{j}{en} Bd.$$

Predznak Hallove napetosti oziroma smer silnic Hallovega električnega polja je odvisna od predznaka naboja električnih delcev v vodniku. Mereč Hallovo napetost lahko ugotovimo, kakšni delci se z električnim tokom pretakajo skozi vodnik.

S **Hallovo sondo** - ploščico lahko merimo gostoto magnetnega polja. Velja:

$$B = \frac{U_h Sen}{Id}.$$

26.4 Navor magnetne sile

Pri opazovanju magnetnov in magnetnic smo opazili, da magnetno polje deluje nanje tudi z **navorom**. Zdaj poskušajmo bolje razumeti ta pojav. V pomoč nam bo krožna zanka ali tuljava, katere magnetno polje je podobno kot magnetno polje paličastega magneta.

Krožno zanko, po kateri teče tok postavimo v magnetno polje, in sicer tako, da je **smer magnetnega polja v ravnini zanke**. Na stranici zanke, ki sta vzporedni z gostoto magnetnega polja B ne deluje nobena sila. Na stranizi, ki pa sta pravokotni na B, pa deluje sila

$$F_m = Bib,$$

kjer je b dolžina stranic. Celoten navor je:

$$M = F_m \frac{a}{2} + F_m \frac{a}{2} = F_m a = BIab = BIS.$$

Produkt ab je ploščina zanke. Produkt IS imenujemo **magnetni moment** in ga označimo z p_m. Pri tuljavi, kjer imamo N navojev je magnetni moment enak:

$$p_m = NIS,$$

navor pa je enak:

$$M = NBIS.$$

Navor magnetne sile je največji, če je smer magnetnega polja v ravnini zanke. Če pa je smer magnetnega polja pravokotna na zanko, je navor enak nič, saj je sila, ki deluje na stranici vzporedna ročici. Zato je smiselno magnetni moment definirati kot vektor $\vec{p}_m$, navor pa kot vektorski produkt:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}.$$

Domenimo se, da smer magnetnega momenta $\vec{p}_m$ določimo **po pravilu desnega vijaka**. Velikost navora je:

$$M = p_m B \sin\varphi,$$

kjer je kot φ kot med smerjo $\vec{p}_m$ in $\vec{B}$. **Navor magnetne sile zavrti zanko tako, da kaže njen magnetni moment v smeri magnetnega polja.**

Navor na magnetno silo izkoriščamo pri inštrumentih na vrtljivo tuljavico. (Slika: Hribar - nova knjiga str. 56) Tuljavica je v polju podkvastega magneta in z železnim jedrom v sredini. Polje je v vseh legah pravokotno na ovoje, tako, da navor ni odvisen od zasuka. Tuljavica je povezana z ohišjem preko polžaste vzmeti, ki pri zasuku uravnovesi navor s svojim navorom. Velja

$$NIBS = D\varphi,$$

kjer je D koeficient vzmeti. Tuljavico lahko npr. uporabljamo za merjenje električnega toka.

Naloge: Kladnik str. 103 naloge 1,2,3,5,6

26.5 Magnetno polje vodnikov

V prejšnjih poglavjih smo ugotovili, da je nastanek magnetnega polja povezan z gibanjem električnih delcev. Ugotovili smo, kakšna je sila na gibajoče se električne delce in kakšna je sila na vodnik v magnetnem polju. Zdaj se vprašajmo drugače. Kakšno magnetno polje povzročajo električni tokovi?

Nastanek magnetnega polja ne moremo razložiti v okviru Newtonove mehanike. Globja teoretična razmišljanja pokažejo, da je magnetno polje relativističen pojav. V relativnostni mehaniki sta električna in magnetna sila le dva obraza iste interakcije. V našem nadaljnem razmišljanju se bomo omejili le na najenostavnejše primere, ki jih lahko razumemo s pomočjo enostavnih eksperimentov.

26.5.1 Magnetno polje v okolici ravnega vodnika

Eksperiment pokaže, da so magnetne silnice v okolici ravnega vodnika koncentrične krožnice, ki potekajo v ravninah pravokotnih na smer električnega toka. Gostoto magnetnega polja B v odvisnosti od razdalje od vodnika lahko izmerimo npr. s pomočjo Hallove sonde. Ugotovimo, da velja:

$$B = \text{konst.}\frac{I}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

Gostota magnetnega polja torej pada z razdaljo od vodnika in je premosorazmerna s tokom, ki teče po vodniku. Sorazmernostno konstanto po dogovoru zapišemo kot $\mu_0/2\pi$, kjer je

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Vs/Am}$$

influenčna konstanta.

Dva dolga vzporedna vodnika, po katerih teče tok v isti smeri se **privlačita**, dva dolga vzporedna vodnika po katerih teče tok v nasprotnih smereh, pa se odbijata. Naj bosta tokova enaka. Tedaj je sila:

$$F = IlB = Il\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r}.$$

Za **primer**, ko teče po žicah tok 1 A in ko sta žici 1 m narazen se privlačita s silo:

$$F = 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}.$$

To je vrednost s katero je definirana enota za električni tok, 1 A. Na osnovi te vrednosti je določena indukcijska konstanta.

26.5.2 Magnetno polje v tuljavi

Potek silnic v tuljavi smo ugotovili že na začetku obravnavanja magnetnih pojavov. Magnetno polje krožne zanke in tuljave je podobno magnetnemu polju paličastega magneta. Znotraj tuljave je magnetno polje približno **homogeno**. Silnice so **vzporedne z osjo tuljave, gostota magnetnega polja pa se ne spreminja s krajem**. V okolici so silnice močno razredčene, kar pomeni, da je magnetno polje tu razmeroma majhno.

Za začetek se omejimo na zelo dolge tuljave, pri katerih je presek glede na dolžino zelo manjši. S pomočjo Hallove sonde ugotovimo, da velja:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}.$$

Gostota magnetnega polja v dolgi tuljavi je premosorazmerna s tokom in številom navojev in obratnosorazmerna z dolžino tuljave.

Primer: Kladnik str. 105 primer

S podobnim merjenjem lahko ugorovimo, da pa v tuljavi, ki je razmeroma kratka velja naslednja enačba:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\sqrt{l^2 + (2R)^2}}.$$

Tu je R polmer tuljave. Ta enačba velja le na sredini te tuljave.

Iz zgornje enačbe lahko ugotovimo, kakšno je magnetno polje v sredini krožne zanke, to je tuljave z dolžino $l = 0$ in z enim ovojem $N = 1$. Vstavimo v zgornjo enačbo $l = 0$ in dobimo:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}.$$

Naloge: Kladnik str. 108 naloge od 1 do 10.

Poglavje 27

Magnetna indukcija

V prejšnjih poglavjih smo ugotovili, da je magnetno polje v okolici vodnikov odvisno od električnega toka, ki teče po teh vodnikih. Za magnetno polje v okolici ravnega vodnika smo dobili enačbo:

$$B = \mu_o \frac{I}{2\pi R}.$$

Vidimo, da je gostota magnetnega polja na nekem mestu premosorazmerna z električnim tokom. Spreminjanje električnega toka povzroči spreminjanje magnetnega polja. Zdaj se vprašajmo, ali velja tudi obratno. Ali spreminjanje magnetnega polja lahko povzroči spreminjanje električnega toka?

Osnovni poskusi Ampermeter zvežemo med priključka tuljave . Ampermeter pokaže **induciran tok**, ko primaknemo tuljavi pol trajnega magneta. Tok je enak nič, če magnet miruje. Vseeno je, ali premikamo magnet v mirujoči tuljavi ali premikamo tuljavo v okolici mirujočega magneta. Pomembna je **relativna hitrost**. Smer električnega toka je odvisna od tega v katero smer premikamo magnet ali tuljavo. Tok je večji, če uporabimo močan magnet. Tok je tudi večji pri tuljavi z večimi ovoji. **Sklepamo, da je sprememba električnega toka odvisna od gostote magnetnega polja in od števila navojev.**

Tuljavo vrtimo v magnetnem polju okoli osi pravokotne na smer magnetnega polja. Pri zasuku za 180^0 induciran tok najprej naraste, nato pade. Pri nadaljnem zasuku za 180^0 električni tok spet naraste in nato pade, vendar teče v nasprotno stran. Tok je tem večji, večji ko je presek tuljave, hitreje, ko tuljavo vrtimo in močnejše ko je magnetno polje.

Razlaga: Sklepamo, da spreminjanje magnetnega polja, ki gre skozi tuljavo v tuljavi povzroči nastanek **električne napetosti - inducirane napetosti**, ki nato v tuljavi požene električni tok - **induciran električni tok**. Inducirana napetost in tok sta povezana s spremembami magnetnega polja, kot smo predvidevali na začetku.

27.1 Magnetni pretok

Naj zaenkrat izgleda nepomembno, toda še predno razložimo naravo indukcije, uvedemo količino z imenom **magnetni pretok**. Z njim lahko namreč preprosto izrazimo velikost inducirane napetosti pri magnetni indukciji.

Magnetni pretok definiramo podobno, kot smo definirali **volumski pretok** pri gibanju tekočin skozi cevi. Spomnimo se, če ima cev presek S in se giblje tekočina skozi cev s hitrostjo v, je volumen vode, ki preteče skozi cev na enoto časa

$$\Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S\Delta l}{\Delta t} = Sv.$$

Volumski pretok smo torej definirali kot produkt preseka in hitrosti. Podobno storimo v primeru magnetnega pretoka, le da namesto hitrosti vzamemo kar gostoto magnetnega polja B. Magnetni pretok je torej:

$$\Phi = BS.$$

Omenili smo, da magnetno polje ponazorimo s silnicami, pri čemer večja gostota silnic pomeni cvečjo gostoto magnetnega polja. **Gostoto magnetnega polja lahko torej ponazorimo kot ploskovno gostoto silnic** to je s številom silnic, ki prebadajo neko ploskev, ki je pravokotna na silnice. Iz zgornje enačbe dobimo

$$B = \frac{\Phi}{S},$$

kar interpretiramo kot **ploskovno gostoto magnetnega pretoka**. Magnetni pretok je torej merilo za število silnic, ki prebadajo ploskev s površino S v pravokotni smeri.

Enote za magnetni pretok so v SI wbri po Wilhelmu Webru (1804 do 1891):

$$1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{Tm}^2 = 1\,\mathrm{Vs}.$$

Magnetni pretok skozi ploskev S se zmanjša, če ploskev nagnemo glede na silnice, tako da zajame manj silnic. Vidimo, da je pri določanju pretoka skozi nagnjeno ploskev pomembna njena projekcija $S' = S\cos\varphi$ na ravnino, pravokotno na silnice:

$$\Phi = S'B = SB\cos\varphi = \vec{B}\vec{S}.$$

To enačbo smo zapisali v vektorski obliki. Če ima zanka N ovojev pa definiramo pretok kot

$$\Phi = N \cdot \vec{B}\vec{S}.$$

Primer: Kladnik str. 124
Naloge: Kladnik str. 124 naloge od 1 do 4.

27.2 Indukcijski zakon - Faradayev zakon

27.2.1 Indukcija pri premikanju vodnika v magnetnem polju

Naravo indukcije bomo najlaže razumeli s pomočjo preprostega primera, ko v magnetnem polju spreminjamo lego prečke na krožni zanki (SLIKA!) V prečki so prosti nosilci naboja, npr elektroni, ki se premikajo v magnetnem polj7u skupaj s prečko. Nanje deluje magnetna sila:

$$F_m = evB,$$

, zaradi česar se elektroni nakopičijo na spodnji strani prečke. Steče kratek tok a le toliko časa, da zaradi neenakomerno razporejenega naboja znotraj prečke ne nastane dovolj močno električno polje, ki tok elektronov ustavi. V prečki torej nastane električno polje E ki deluje na elektrone s silo

$$F_e = eE.$$

V ravnovesnem stanju sta električna in magnetna silaa enaki:

$$F_m = F_e \qquad \text{oziroma} \qquad eE = evB,$$

$$E = vB$$

Med koncema prečke se vzpostavi inducirana električna napetost

$$U_i = Eb = vBb.$$

Primer: Kladnik str. 126
Naloge: Kladnik str. 128 naloge od 1 do 3

27.2.2 Faradayev zakon

V prejšnjem poglavju smo si pogledali le poseben primer indukcije, ki nekoliko spominja na dogajanje pri Hallovem efektu. Zdaj poskušajmo najti splošno obliko indukcijskega zakona.

Ugotovili smo, da velja:

$$U_i = bvB.$$

Kakor je razvidno iz slike, se zaradi premikanja vodnika povečuje preprez zanke. Povečuje se tudi magnetni pretok skozi to zanko. Vodnik se v kratkem časovnem intervalu Δt premakne za $\Delta x = v\Delta t$, pri čemer se površina zanke poveča za $\Delta S = b\delta x = bv\Delta t$. Inducirano napetost lahko izrazimo torej takole:

$$U_i = bvB = B \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}.$$

Tako zapisano enačbo za inducirano napetost imenujemo **Faradayev zakon**. Zdaj lahko razumemo vse pojave, ki smo jih spoznali na začetku poglavja o magnetni indukciji...

27.2.3 Lenzev izrek

Izpeljali smo enačbo za inducirano električno napetost, nič pa se nismo vprašali, v kateri smeri inducirana napetost požene električni tok. Spomnimo se še enkrat na indukcijo pri premikanju vodnika na kvadratni zanki. Analizirajmo nekoliko natančneje ta primer.

$\longrightarrow$ Ugotovimo, da velja Lenzev izrek:
Inducirana napetost požene tok v taki smeri, da njegovo magnetno polje nasprotuje spremembi magnetnega pretoka, zaradi katere se napetost inducira.

Primeri Natančna analiza primerov s tuljavo in magnetom in z vrtenjem tuljave ali zanke. Ogledamo si tudi **Vrtinčaste tokove - folija**

Naloge: Kladnik str. 133 naloge od 1 do 7

27.3 Lastna indukcija

Tok po tuljavi ustvari v tej tuljavi magnetno polje in s tem magnetni pretok. Spremembe magnetnega pretoka povzročijo, da se na tej tuljavi inducira napetost. Pojav imenujemo **lastna indukcija**. Gostota magnetnega polja v tuljavi je:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l},$$

magnetni pretok pa je

$$\Phi = NBS = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} I = LI.$$

Količino $L = \mu_0 N^2 S/l$ imenujemo **induktivnost tuljave.** V SI jo merimo v henryjih (H) po Josephu Henryju (1791 do 1878):

$$[L] = \frac{[\mu_0][S]}{[l]} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = \mathrm{H}.$$

Pri indukciji uporabimo indukcijski zakon v obliki:

$$U_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Lenzev izrek pove, da inducirana napetost na tuljavi požene tok v taki smeri, da ta nasprotuje spremembi, zaradi katere je napetost nastala. **Če tok narašča, mu je induciran tok nasproten, če pa tok pojenja ima induciran tok isto smer.**

Primer: Tuljava ima 1000 ovojev, dolžino 10 cm in presek 5 cm^2. Kolikšna je induktivnost tuljave? Kolikšna napetost se inducira na tuljavi, če se tok v časovnem intervalu 1 ms spremeni za 2 A?

Naloge: Kladnik str. 136 naloge od 1 do 6

27.3.1 Vpliv tuljave na tok v električnih vezjih

Tu pokažemo sliko, kaj se dogaja z napetostjo na tuljavi v sklenjenem krogu, če tok vklopimo ali izklopimo.
Z grafa razberemo, da se tok na tuljavi eksponentno približuje končni vrednosti $I_0 = U_0/R$. Karakteristični čas τ pa je odvisen od induktivnosti in upora. Pričakujemo, da velja:

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau}),$$

zato z dimenzijsko analizo ugotovimo:

$$\tau = \frac{L}{R}.$$

27.3.2 Medsebojna indukcija

Magnetno polje toka I_1 po prvi tuljavi povzroča magnetni pretok Φ_2 po drugi tuljavi. V tem primeru velja sorazmernost

$$\Phi_2 = L_{21} I_1,$$

v kateri je L_{21} **medsebojna induktivnost** prve in duge tuljave. Magnetno polje toka I_2 povzroča magnetni pretok Φ_1 po prvi tuljavi:

$$\Phi_1 = L_{12} I_2.$$

Če se v prvi tuljavi tok spreminja, se v drugi tuljavi inducira napetost U_{i2}:

$$U_{i2} = L_{21} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Medsebojno idukcijo bomo še bolje spoznali pri transformatorjih.

27.4 Energija magnetnega polja

Podobno kot pri električnem polju, se tudi v primeru magnetnega polja vprašamo ali je magnetno polje nosilec energije. Odgovor na to vprašanje poskušajmo najti s sledečim razmislekom.

Pri potiskanju toka skozi tuljavo opravi izvir napetosti delo. Spomnimo se enačbe za električno moč:

$$P = UI.$$

V primeru tuljave je napetost na tuljavi kar inducirana napetost $U_i = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, tok pa je kar povprečni tok $\overline{I}$, ki teče skozi tuljavo. Upoštevati moramo, da se po vklopu tuljave tok povečuje. Delo, ki ga opravi izvir napetosti je

$$A = P\Delta t = U_i \overline{I} \Delta t \approx L\frac{\Delta I}{\Delta t}\frac{I_k + I_z}{2} = L\frac{I_k^2 - I_z^2}{2} = \frac{1}{2} L I_k^2.$$

Začetni tok je namreč enak nič.

Sedaj poznamo, kakšna je energija tuljave, če po njej teče tok I. Ta je

$$W = \frac{1}{2} L I^2.$$

Sklepamo, da je nosilec te energije magnetno polje tuljave. Upoštevamo približek, da je v dolgi prazni tuljavo polje samo v notranjosti tuljave s prostornino $V = Sl$. Z enačbo za induktivnost dobimo za **gostoto energije magnetnega polja:**

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{2lSl} = \frac{\mu_0^2 N^2 I^2}{2l^2 \mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Poglavje 28

Snov v magnetnem polju

28.1 Magnetizacija

Magnetno polje ustvarjajo električni tokovi in to polje deluje nanje. Koliko magnetno polje vpliva na snov in kako se zaradi tega spremeni samo magnetno polje, je torej odvisno od tokov v snovi. Ker magnetno polje v splošnem le malo vpliva na snov, sklepamo, da so v snovi le šibki tokovi. Snov sicer vsebuje veloko električnih delcev, vendar se ti ne gibljejo urejeno.

Električno polje se v vseh snoveh **oslabi ali celo uniči** . Magnetno pole pa se oslabi le v **diamagnetnih snoveh**, v drugih, to je v **paramagnetnih snoveh** pa se ojači. Posebno močno se ojači v **paramagnetnih** snoveh.

Naj bo magnetno polje zunaj snovi enako B_0, znotraj snovi pa B. Spremembo gostote magnetnega polja zaradi snovi izrazimo s količino **permeabilnost snovi** μ, ki jo definiramo z enačbo:

$$B = \mu B_0.$$

Za večino snovi je permeabilnost snovi približno enaka ena. Od te vrednosti se razlikuje za manj kot promil.

- $\mu < 1$ **diamagnetne snovi** (H_2=, Hg, Cu, CO_3)
- $\mu > 1$ **paramagnetne snovi** (Al, Zn, Pt)
- $\mu >> 1$ **feromagnetne snovi** (Fe, Co, Ni).

Primera: Kladnik str. 110 dva primera

Magnetizacijo vpeljemo v snovi kot:

$$M = \frac{1}{\mu_0}(\mu - 1)B_0 = \frac{1}{\mu_0}\chi_m B_0,$$

kjer je $\chi_m = (\mu - 1)$ **magnetna susceptibilnost**.

28.2 Diamagnetne, paramagnetne in feromagnetne snovi

28.2.1 Diamagnetne snovi

- Permeabilnost diamagnetnih snovi je neodvisna od magnetnega polja in je neznatno manjša od 1
- Gostota magnetnega polja v snovi je neznatno manjša kot zunaj snovi.

Diamagnetizem izvira od negativnega naboja elektronov, ki se v atomih gibljejo okoli atomskih jeder. Zaradi magnetnega polja se ti gibljejo tako, da se **magnetni moment** v smeri polja zmanjša. Ker velja to za vse snovi, so pravzaprav vse snovi diamagnetne, vendar v nekaterih snoveh prevladajo drugi pojavi.

28.2.2 Paramagnetne snovi

- Permeabilnost paramagnetnih snovi je neodvisna od gostote magnetnega polja in je neznatno večja od 1.
- Gostota magnetnega polja v paramagnetni snovi je neznatno večja od gostote magnetnega polja zunaj snovi.

Paramagnetizem izvira iz magnetnega momenta atomov in molekul. Atomi nekaterih elementov in spojin imajo magnetni moment in se vedejo kot drobne magnetnice. Ta magnetni moment ne izvira iz gibanja elektronov okoli atomskega jedra ampak od **spina**. To je nekakšna lastna vrtilna količina elektrona. Elektron se vede kot drobna magnetnica ali kot drobna naelektrena vrtavka.

28.2.3 Feromagnetne snovi

- Permeabilnost feromagnetnih snovi je odvisna od gosote magnetnega polja in od tega, kaj se je s snovjo v magnetnem polju dogajalo prej.
- Feromagnetne snovi so samo trdnine: železo, kobalt,nikelj, nekatere zlitine.

Kaj je HISTEREZA?

Zgradba feromagnetnih snovi Magnetni momenti atomov v makroskopskih območjih, ki jih je mogoče videti pod mikroskopom, z 10^{17} do 10^{21} atomi, so zaradi medsebojnega delovanja popolnoma urejeni. To so **Weissove domene** po Pierru - Ernstu Weissu (1865 do 1940). V snovi, ki še ni bila v magnetnem polju ali ki smo jo razmagnetili, kažejo magnetni momenti posameznih domen v vse mogoče smeri in se med seboj izravnajo. V zunanjem magnetnem polju pa rastejo domene z magnetnimi momenti v smeri zunanjega magnetnega polja na račun drugih domen. V močnem zunanjem magnetnem poilju se tudi drugače usmerjene domene obračajo tako, da kažejo magnetni momenti atomov v njih v smeri zunanjega magnetnega polja. V tuljavici ob magnetu nastanejo pri tem majhni sunki inducirane napetosti, ki jih je mogoče slišati kot šumenje - **Barkhausenov pojav**. Tuljavico moramo preko ojačevalnikov priključiti na zvočnik. **Do histereze pride zaradi trenja med domenami na površju**.

28.3 Temperaturna odvisnost permeabilnosti

Permeabilnost diamagnetnih snovi se ne spreminja s temperaturo, permeabilnost paramagnetnih snovi pa je odvisna od temperature. Za paramagnetne snovi velja **Curiejev zakon**:

$$\mu - 1 = \frac{C}{T},$$

kjer je C **Curiejeva konstnata**, ki je od snovi do snovi drugačna. Tudi permeabilnost feromagnetnih snovi je odvisna od temperature. Nad **Curiejevo temperaturo** postane snov paramagnetna. Za permeabilnost feromagnetnih snovi velja:

$$\mu - 1 = \frac{C}{T - T_c}.$$

- kobalt, $T_c = 1404$ K
- železo, $T_c = 1043$ K
- nikelj, $T_c = 631$ K

Zakaj se manjša magnetna susceptibilnost oziroma $\mu - 1$?

Naloge: Kladnik str. 112 naloge od 1 do 3

Poglavje 29

Izmenična napetost in izmenični tok

29.1 Izviri izmenične napetosti

Videli smo, da je inducirana napetost povezana s spreminjanjem magnetnega pretoka skozi nek tokokrog. Recimo, da tuljavo z N ovoji in presekom S postavimo v homogeno magnetno polje, katerega silnice so horizontalne. Tuljava je taka, da se lahko vrti okrog osi, ki je pravokotna na silnice (SLIKA)

Ko oklepa simetrijska os tuljave s silnicami kot φ, teče skozi tuljavo magnetni pretok

$$\Phi = NBS' = NBS\cos\varphi.$$

Zaradi vrtenja se kot φ spreminja, spreminja se tudi magnetni pretok skozi tuljavo, zato se v njej inducira napetost.

Če se tuljava vrti enakomerno z obhodnim časom t_0 ali s frkvenco $\ni= 1/t_0$, se kot φ linearno spreminja s časom:

$$\varphi = \omega t.$$

Magnetni pretok je torej:

$$\Phi = NBS\cos\omega t.$$

Največji pretok je tedaj, ko je ravnina tuljave pravokotna na silnice in je enak nič, se silnice tečejo mimo tuljave. **Negativna vrednost pretoka pomeni, da silnice prebadajo tuljavo ravno v nasprotni smeri.**

Da se pokazati, da v tem primeru za inducirano napetost velja

$$U_i = U_0 \sin\omega t = NSB\omega\sin\omega t.$$

(SLIKA - kako izgleda časovni potek izmenične napetosti?)

Primer: Kladnik str. 139 primer

29.1.1 Izmenični tok

Vrteča se tuljava v magnetnem polju je **izvir izmenične napetosti**. Če zraven tuljave priključimo upornik z uporom R, teče po uporniku tok:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R}\sin\omega t.$$

Po uporniku teče torej **izmenični tok.** Amplituda toka je povezana z amplitudo napetosti

$$I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Električna moč, ki se troši na uporniku je

$$P = UI = U_0 I_0 \sin^2 \omega t$$

in se spreminja kot kaže SLIKA. Za uporabnike je pomembna le **povprečna moč**, ki je, kot razberemo s like, ravno ena polovica maksimalne moči:

$$\overline{P} = \frac{U_0 I_0}{2}.$$

Izrazimo jo kot produkt **efektivne napetosti in efektivnega toka**:

$$\overline{P} = U_{ef} I_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}},$$

torej

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Še vedno velja **Ohmov zakon**:

$$U_{ef} = R I_{ef}.$$

Primer: Kladnik str. 141 primer
Naloge: Kladnik str. 144 naloge od 1 do 6

29.2 Tranformatorji

Tranformator je naprava, ki na podlagi indukcije spreminja električno napetost in tok.

Tranformator vsebuje primarno in sekundarno tuljavo in železno jedro, na katewrega sta tuljavi naviti. Primarna tuljava ima N_1 ovojev, sekundarna tuljava pa ima N_2 ovojev. Izmenično napetost U_1 želimo spremeniti in sicer tako, da jo s pomočjo tranformatorja tranformiramo. Na sekundarni tuljavi dobimo transformirano napetost U_2.

Izmenični tok v primarni tuljavi povzroča magnetni pretok Φ, ki teče skozi vsak ovoj primarne tuljave in skozi železno jedro tudi skozi sekundarno tuljavo. Železno jedro ima veliko permeabilnost μ zato ojačuje pretok. Ker se magnetni pretok spreminja s časom, se v vsaki od tuljav inducira napetost. V prvi tuljavi je

$$U_1 = N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$U_2 = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Vidimo, da sta napetosti na tuljavah v enakem razmerju kot števili ovojev tuljav:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \qquad \text{ali} \qquad U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1.$$

V tuljavi z **več ovoji se inducira večja napetost. Viskonapetostna stran transformatorja ima veliko ovojev, nizkonapetostna pa ima malo ovojev.**

Primer: Kladnik str. 142 en primer.

V tranformatorju se spreminja električna energija pri visoki napetosti v električno energijo pri nizki napetosti ali obratno. Nekaj odstotkov energije se izgubi predvsem v železnem jedru. Tu namreč nastanejo vrtinčasti tokovi, ki segrevajo jedro in ga je potrebno hladiti.

Električna moč, ki se troši na sekundarni strani tuljave, če nanjo priključimo upornik R je približno enaka električni moči, ki jo primarna tuljava prejema - seveda, če so izgube majhne. Torej:

$$U_1 I_1 = U_2 I_2.$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Na nizkonapetostni strani, kjer je malo ovojev, je tok večji, kot pa na visokonapetostni strani, kjer je veliko ovojev.

Primer: Kladnik str. 143 primer.

29.2.1 Uporaba tranformatorjev in prenašanje moči

Vodenje električne energije po daljnovodu je povezano z energijskimi izgubami. V daljnovodnih žicah se porablja joulova moč $I_{ef}^2 R$, kjer je R električni upor žic. Električni upor mora biti čim manjši, predvsem pa mora biti majhen **tok**. S transformatorjem dosežemo, da kljub majhnemu toku prenašamo enako električno moč, saj povečamo napetost.

V daljnovodnih žicah tečejo torej majhni tokovi pri velikih napetostih. (SLIKA OMREŽJA) Pri **tokovnem tranformatorju** pa povečamo tok, npr. za varjenje ali pri električnih pečeh. Tu ima primarna tuljava veliko ovojev, sekundarna pa malo.

Naloge: Kladnik str. 144 naloge od 1 do 8.

-

FIZIKA 5. DEL

ELEKTROMAGNETNO VALOVANJE

Poglavje 30

Elektromagnetno valovanje

30.1 Maxwellove enačbe

Osnovni zakoni za električno in magnetno polje so Maxwellove enačbe. Leta 1865 jih je postavil Clerk Maxwell (1831 do 1879). Z njimi je napovedal obstoj elektromagnetnega valovanja in ugotovil njegove značilnosti. Izračunal je hitrost EMV in ugotovil njegove značilnosti. Izračunana hitrost se je ujemala z izmerjeno hitrostjo svetlobe. Po tem je bilo mogoče sklepati, da je svetloba EMV. Tako je Maxwell povezal optiko z elektriko in magnetiko. Leta 1887 je Heinrich Hertz odkril metrske radijske valove in podprl Maxwellovo zamisel.

Maxwellova elektrodinamika je tesno povezala električno in magnetno polje. Sprememba električnega polja povzroči tudi spremembo magnetnega polja. Te spremembe opisujejo štiri enačbe:

Prva M. enačba je zakon o električnem pretoku. Izviri električnega polja so pozitivni naboji, ponori pa negativni naboji. Iz te enačbe izhaja Coulombov zakon.

Druga M. enačba je zakon o magnetnem pretoku. Magnetno polje nima izvirov. Ker magnetni izviri ne obstajajo, električni pa obstajajo, sledi, da električno in magnetno polje ne nastopata simetrično. Obe polji sta simetrični le v praznem prostoru, v katerem ni električnih nabojev.

Tretja M. enačba je Amperov zakon. Sprememba magnetnega polja povzroči nastanek električnega polja. Amperov zakon se v poenostavljeni obliki glasi:

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Četrta M. enačba je Faradayev zako, ki povezuje spreminjanje električnega polja s spreminjanjem magnetnega polja.

30.2 Elektromagnetno valovanje - matematični opis

Električno in magnetno polje, ki se s časom spreminjata, sta povezani in sestavljata elektromagnetno valovanje. V neki točki prostora, mimo katere potuje EMV nihata električno polje E in magnetno polje B takole:

$$E = E_0 \sin\omega t, \tag{30.1}$$

$$B = B_0 \sin\omega t. \tag{30.2}$$

Tu velja še:

$$\omega = 2\pi\nu,$$

kjer je ν frekvenca valovanja. E_0 in B_0 pa sta amplitudi valovanja, torej največji vrednosti.

Primer: Kako je z velikostjo E in B, ko je bodisi E ali B maksimalen ali enak nič?

Vektorja $\vec{E}$ in $\vec{B}$ sta **pravokotna drug na drugega in pravokotna na smer širjenja valovanja**. EMV je torej **transverzalno** valovanje.

Med amplitudo jakosti električnega polja in amplitudo gostote magnetnega polja velja povezava:

$$E = c_0 B.$$

Pri tem je C_0 hitrost širjenja EMV, ki je enaka hitrosti svetlobe. Zanjo velja:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792584\,\mathrm{m/s}.$$

V snovi se EMV širi počasneje. Če ima snov dielektričnost ε in permeabilnost μ, velja:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c_0}{n}.$$

Pri tem je n **lomni količnik snovi**. Ker je permeabilnost snovi približno enaka 1, velja:

$$n \approx \sqrt{\varepsilon}.$$

Lomni količnik in dielektričnost snovi sta odvisna od **valovne dolžine ali frekvence** EMV.

1. primer Amplituda jakosti električnega polja pri EMV je $4.5 \cdot 10^{-5}$ V/m. Kolikšna je amplituda gostote magnetnega polja?
2. primer EMV se širi v smeri osi x. V kateri smeri nihata jakost električnega polja in gostota magnetnega polja? Kaj pa če se valovanje širi v smeri osi y ali z?
3. primer V neki snovi se svetloba giblje s hitrostjo 150000 km/s. Kolikšen je lomni kolinik te snovi. Za hitrost svetlobe v vakuumu vzami 300000 km/s.
4. primer Steklo oslabi EMV na 15 cm dolgi poti za 3 krat. Kolkšna je razpolovna debelina stekla?

30.3 Energijski tok elektromagnetnega valovanja

Elektromagnetno valovanje v prostoru pomeni, da se jakost električnega polja in gostota magnetnega polja spreminjata. S časom nihata sinusno. To nihanje se prenaša skozi prostor s hitrostjo c_0

Električno in magnetno polje sta nosilca energije, ki potuje v obliki **toka energije** skupaj z elektromagnetnim valovanjem. Volumska gostota energije za obe polji je:

$$w_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2, \tag{30.3}$$

$$w_B = \frac{B^2}{2\mu_0}. \tag{30.4}$$

Ker velja tudi

$$B = E c_0$$

sta obe gostoti energije enaki:

$$w_E = w_B \qquad \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Skupna gostota energije EMV je torej:

$$w_{EMV} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Kakor pri vsaki vrsti potujoče energije nas bolj kot energija zanima **energijski tok** P:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$

Tu je ΔW energija EMV v prostorninskem elementu $\Delta V = cS\Delta t$, ki v kratkem časovnem intervalu Δt preteče skozi ploskev S: $\Delta W = w_{EMV}\Delta V = c_0\varepsilon_0 E^2 S$. Energijski tok je torej:

$$P = c\varepsilon_0 E^2 S.$$

Pogosto uporabljamo **gostoto energijskega toka** j, to je **energijski tok skozi enoto prečne ploskve**:

$$j = \frac{P}{S} = c_0\varepsilon_0 E^2 \qquad [j] = \frac{W}{m^2}.$$

Vstavimo $E = cB$ in $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ in dobimo:

$$j = c^2\varepsilon_0 EB = \frac{EB}{\mu_0}.$$

Energijski tok EMV se širi v tisto smer, kot se širi samo valovanje, torej pravokotno na $\vec{E}$ in $\vec{B}$. Ta dva vektorja povežemo z enačbo:

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}.$$

Ker se E in B spreminjata s časom sinusno, se spreminja tudi gostota energijskega toka j. Povprečna vrednost je aritmetična sredina najmanjše in največje vrednosti:

$$j = \frac{1}{2\mu_0}E_0 B_0 = \frac{1}{2}c_0\varepsilon_0 E_0^2.$$

Primeri in naloge: Hribar str. 186, naloge 1,2,3,4,9

30.4 EMV električnega dipola in dipolne antene

Teorija pove, da so viri EMV pospešeni električni delci. Zanimiv je primer dveh električnih delcev, enega pozitivnega in enega negativnega, ki nihata eden proti drugem. To je **elementarni nihajoči dipol**. Delza nihata s frekvenco $\omega = 2\pi\nu$ in z amplitudo z_0. Razmik med nabojema se spremina s časom:

$$z = z_0 \sin\omega t.$$

Gostota energijskega toka je:

$$j = \frac{e^2 z_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}.$$

Pri tem je r razdalja od dipola, θ pa je kot med osjo dipola in med zveznico dipola s točko v polju. Iz zgornje enačbe razberemo, da sta E 9n B **obratno sorazmerna** z razdaljo od nihajočega dipola:

$$E \propto \frac{1}{r} \qquad B \propto \frac{1}{r}.$$

Celotna moč s katero seva dipol v prostor je

$$P = \frac{e^2 z_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}.$$

Pogosto si mislimo, da nek izvor seva EMV enakomerno na vse smeri. V tem primeru je gostota toka:

$$j = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

Dipolna antena je posebna različica električnega nihajnega kroga, ki ga spremenimo tako, da se električno in magnetno polje raztezata čim dlje v prostor. **Ravna palica** je dipolna antena, ki je najbolj odprt električni nihajni krog.

Primeri in naloge Hribar str. 187, naloga 8

30.5 Spekter elektromagnetnega valovanja

Pri EMV v neki točki jakost električnega polja in gostota magnetnega polja sinusno nihata. Celoten izgled elektromagnetnega valovanja je prikazan na sliki na foliji. Razdaljo med dvema točkama **z isto vrednostjo E in B** imenujemo **valovana dolžina** in jo označimo z λ. Pri tem velja naslednja zveza:

$$c_0 = \nu\lambda \qquad\qquad \lambda = \frac{c_0}{\nu}.$$

Primeri Hribar str. 187, naloga 5.

Glede na valovno dolžino ločimo več vrst EMV. **Elektromagnetni spekter** je prikazan na foliji. V grobem EMV razdelimo na:

- rentgenska svetloba
- ultraviolična svetloba
- svetloba
- infrardeča svetloba
- radijski valovi

30.5.1 Infrardeča svetloba

Območje infrardeče svetlobe se začne na meji rdečega območja pri valovni dolžini okoli 760 nm in sega do **zelo kratkih radijskih valov** pri valovni dolžini 1 mm. Delimo ga na:

- bližnje
- srednje
- daljnje infrardeče območje.

Infrardečo svetlobo sevajo predvsem **grelniki** Žarnica s kovinsko nitko izseva okrog 9/10 vsega svetlobnega toka na infrardečem območju. Steklo absorbira infrardečo svetlobo, nekatere snovi pa jo prepuščajo.

Infrardečo svetlobo je odkril leta 1880 William Herschel (1738 do 1822), ko je s termometrom raziskoval spekter svetlobe onstran rdečega območja.

30.5.2 Ultraviolična svetloba

Ultraviolično območje se začne na meji vijoličnega območja pri valovni dolžini okoli 400 nm in sega do območja rentgenske svetlobe. Delimo ga na:

- bližnje,
- srednje,
- vakuumsko ali daljnje uV območje.

Ultravijolično svetlobo sevajo do visoke temperature segreta telesa, naprimer razredčeni plini po katerih speljemo električni tok.

Steklo močno absorbira UV svetlobo. Tudi zrak ne prepušča UV svetlobe z manjšo valovno dolžino kot 130 nm. Če ne bi bilo tako, bi sončno sevanje na Zemlji uničilo življenje. Ozonska plast na višini 20 do 35 km absorbira del del sončne svetlobe z valovno dolžino pod 250 nm. Izdatno stanjšanje te plasti zaradi delovanja **halogeniranih ogljikovodikov in dušikovih oksidov** bi imelo za življenje na zemlji lahko hude posledice.

Človeška koža absorbira UV svetlobo na območjo valovnih dolžin od 295 do 305 nm. Ob tem nastanejo v njej barvila, zato porjavi. **Provitamin D** se pri tem spremeni v **vitamin D**.

UV svetlobo je leta 1801 zaznal Johann Ritter (1776 do 1810) po kemijskih reakcijah, ki jih je sprožila.

30.6 Radijski valovi

To so elektromagnetni valovi z največjimi valovnimi dolžinami: λ je večja od 1 m. Delimo jih na:

- doge valove: $\lambda > 1$ km
- srednji valovi: 1 km do 100 m
- kratki valovi: 100 m do 10 m
- UKV: 10 m do 3 m
- TV: 3 m do 1 m

Danes prenašamo sporočila na velike razdalje največkrat z radijskimi valovi.

Radijski prenos je leta 1897 uspel Guglielmu Marconiju (1874 do 1937), ki je dobil Nobelovo nagrado leta 1909. Spočetka so z **brezžično telegrafijo** prenašali sporočila z **Morsejevimi znaki**, pozneje so prenašali govorjena sporočila. Televizija se je začela razvijati s **katodno cevjo**, ki jo je leta 1897 izdelal Karl Ferdinand Braun (1850 do 1918) in ki je omogočala predelavo električnih signalov v vidne. Braun je dobil Nobelovo nagrado leta 1909. Vidne signale so začeli prenašati leta 1925 v ZDA, Nemčiji in Angliji.

Radijske valove sevajo **oddajne antene** in sprejemajo **sprejemne antene**. **Električna dipolna antena** v obliki kovinske navpična palice je nihajni krog, ki je na enem krajišču ozemljen. Jakost električnega polja v valovanju požene po sprejemni anteni električni tok.

Magnetna dipolna antena ima obliko sklenjenega ovoja. Spremenljivi magnetni pretok v valovanju inducira v anteni električni tok. Antena sprejema najbolje, če prihaja valovanje v smeri geometrijske osi.

Modulacija. Slišni signal z zvočno frekvenco od 15 Hz do 15 kHz naložimo na nosilno elektromagnetno valovanje s frekvenco od 30 kHz do 300 MHzz pri radiu in od 50 MHz do 1 GHz pri televiziji. **Pri amplitudni modulaciji** se spreminja amplituda nosilnega valovanja z zvočno frekvenco. Ta način uporabljamo pri **srednjih in dolgih radijskih valovih**.

Pri frekvenčni modulaciji se spreminja frekvenca nosilnega valovanja z zvočno frekvenco. Pri tem načinu, ki ga uporabljamo pri **kratkih in ultrakratkih valovih**, so motnje veliko manjše. Pri TV vsebuje valovanje dva signala, vidnega (video) in slišnega (avdio)

Poglavje 31

Termično sevanje in svetloba

Termično sevanje ali infrardeče sevanje je skupno ime za EMV z različnimi valovnimi dolžinami, ki ga sevajo segreta telesa.

Atomi oziroma molekule snovi se gibljejo neurejeno (termično), nihajo okrog ravnovesnih leg ali se vrtijo. Ta gibanja so tem intenzivnejša, višja ko je temperatura. Skupaj z atomi se gibljejo tudi elektroni v atomih, ki zato učinkujejo kot nekakšne antene in oddajajo sevanje. Valovana dolžina sevanja je pri različnih atomih različna, tudi pri istem atomu se lahko spreminja s časom. Ker posamezni atomski sevalci niso fazno povezani, so sevani termični valovi **nekoherentni** in zato ne interferirajo.

Snov seva termične valove predvsem s površine. Kolikšen je energijski tok, kako je ta porazdeljen po posameznih valovnih dolžinah (spekter) je odvisno od **velikosti, vrste in kvalitete sevalne površine ter predvsem od njene temperature**. Sevani energijski tok merimo z **bolometrom**. To je počrnjena kovinska ploščica (npr. iz platine ali niklja), ki absorbira vse vpadlo sevanje in se pri tem segreje.

31.1 Stefan - Boltzmannov zakon

Pokaže se, da sevalna ploskev pri danih pogojih seva tem močneje, čim bolj črna je. Najmočneje seva t.i. **črno telo**, to je telo, **ki vse vpadlo sevanje absorbira in ničesar ne odbija**. Telo, ki ga namažemo s sajami je sicer zelo črno, ni pa absolutno črno. Absolutno črnemu telesu je najbolj podobna majhna odprtina v steni zaprte škatle, katere notranje stene so počrnjene.

Za absolutno črno sevalno ploskev velja t.i. **Stefanov - Boltzmannov zakon**:

$$P = S\sigma T^4.$$

Sorazmernostna konstanta σ je univerzalna konstanta, neodvisna od vrste snovi. Imenuje se **Stefanova konstanta**:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\mathrm{W/m^2K^4}.$$

Gostota svetlobnega toka tik ob površini sevalca je:

$$j = \frac{P}{S} = \sigma T^4.$$

Takšna je tudi gostota svetlobnega toka npr. v nekem zaprtem prostoru s temperaturo T.

1. Primer Kolikšen svetlobni tok oddaja črna krogla z radijem $r = 1$ m in s temperaturo $T = 1000$ K? Kolikšna je gostota svetlobnega toka j ob površini krogle in v razdalji $R = 15$ m?
2. Primer V pečici pečemo piščanca, ki ima površino $S = 2$ dm^2. Temperatura v pečici je $T = 500$ ^{o}C. Kolikšen sevalni tok vpada na piščanca? Kakšna je temperatura piščanca in kolikšen je sevalni tok piščanca?
Primeri: Kladnik VSF str. 82 naloge 1 do 4.

31.1.1 Emisivnost, absorptivnost in odbojnost

Stefan - Boltzamannov zakon dobro velja le za črna telesa, ki praktično absorbirajo vse vpadlo sevanje. Za **nečrna telesa**, ki del vpadlega sevanja (predvsem IR sevanja) odbijajo pa velja:

$$P = eS\sigma T^4.$$

Emisivnost e sevalne površine je **vedno manjša od 1**:

$$e = 1 : \text{absolutno črno telo,} \tag{31.1}$$
$$e < 1 : \text{sivo telo,} \tag{31.2}$$
$$e = 0 : \text{belo telo.} \tag{31.3}$$

Absorptivnost α ploskve za dano vpadlo sevanje definiramo s količnikom absorbiranega in vpadnega toka:

$$\alpha = \frac{P_a}{P_0}.$$

Odbojnost ali albedo a ploskve pa je količnik odbitega in vpadnega sevalnega toka:

$$a = \frac{P_r}{P_0} = \frac{P_0 - P_a}{P_0} = 1 - \alpha.$$

Absorptivnost in emisivnost sta enaki, kar lahko dokažemo z naslednjim miselnim preiskusom.

Recimo, da na neko sivo ploščo vpada tok $P_0 = \sigma T^4 S_{ploščice}$, ki ga oddaja pečica. Plošča absorbira tok $P_a = \alpha P_0$. in se zato segreje ampak le do temperature pečice. Pri tej temperaturi se vspostavi ravnovesje med absorbiranim sevanjem in sevanjem, ki ga oddaja pločča. Torej:

$$\alpha P_0 = P_{emitiran} \qquad \alpha\sigma T^4 S_{pl} = e\sigma T^4 S_{pl}.$$

Od tod sledi

$$\alpha = e.$$

Kar je tako imenovan **Kirchoffov zakon.**

31.1.2 Primer - efekt tople grede

V tem poglavju razložimo energijsko bilanco Zemlje s poenostavlenim modelom. Pri tem privzamemo, da so trdna zemlja, oceani in atmosfera le eno samo telo. V tem primeru sta pomembna dva energijska tokova:

1. sončno obsevanje j_0, ki obseva polovico Zemeljske obnle,

2. sevanje Zemlje, ki izhaja z vse Zemeljske površine (seva skoraj kot črno telo, emisivnost $\varepsilon \approx 1$)

Iz Zemeljske notranjosti teče proti površini nekaj toplotnega toka, saj je notranjost Zemlje vroča. Vendar je ta toplotni tok dosti manjši od sevalnih tokov in ga lahko zanemarimo.

Enačbo za sevalno ravnovesje zapišemo takole:

$$(1-a)j_0\pi R^2 = \varepsilon\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2.$$

Tu upoštevamo, da v ozračje prodre le $(1-a)j_0$ svetlobnega toka, ker se ga od Zemlje odbije aj_0. Iz zgornje enačbe izračunamo temperaturo:

$$T = \left(\frac{(1-a)j_0}{4\varepsilon\sigma}\right)^{1/4}.$$

Upoštevamo, da je povprečna odbojnost Zemlje $a = 0.35$, emisivnost $\varepsilon = 1$ in $j_0 = 1367\,\mathrm{W/m^2}$, potem dobimo:

$$T = 250\,\mathrm{K} = -23^o\mathrm{C}.$$

Naredimo lahko tudi drugo manj poenostavljeno oceno, ki nam pove nekaj tudi o vplivu plinov tople grede. V tem računu upoštevamo tudi ozračje. In sicer energisjku sevalni tokovi izgledajo takole:

- polovica Zemlje je obsevana s sončnim sevanjem j_0
- ozračje odbije aj_0 sevalnega toka
- do površja Zemlje prodre $(1-a)j_0$ toka
- tla so segreta na temperaturo T_{tal}, zato sevajo tok $j_{tal} = \sigma T_{tal}^4$ Od tega sevanja se v ozračju absorbira εj_{tal} sevanja. Skozi ozračje torej prodre $(1-\varepsilon)j_{tal}$
- ozračje je segreto na temperaturo T_{ozr}, zato seva z energijskim tokom $j_{ozr} = \varepsilon\sigma T^4$

Napišemo tri enačbe sevalnega ravnovesja: (1) na meji tla ozračje, (2) v ozračju in (3) na meji ozračje vesolje. Na meji med ozračjem in vesoljem velja

$$\pi R^2 j_0(1-a) = 4\pi R^2((1-\varepsilon)j_{tal} + j_{ozr}).$$

V ozračju velja:

$$4\pi R^2 \varepsilon j_{tal} = 2\cdot 4\pi R^2 j_{ozr}.$$

Tu upoštevamo, da seva ozračje navzgor in navzdol. Skupna ploščina ozračja je $2\cdot 4\pi R^2$.

Na meji med ozračjem in tlemi pa velja

$$\pi R^2(1-a)j_0 + 4\pi R^2 j_{ozr} = 4\pi R^2 j_{tal}.$$

Iz druge enačbe dobimo z upoštevanjem Stefan - Boltzmannovega zakona:

$$\varepsilon\sigma T_{tal}^4 = 2\varepsilon\sigma T_{ozr}^4 \longrightarrow T_{tal} \approx 1.19\cdot T_{ozr}.$$

Iz prve ali tretje enačbe lahko izračunamo T_{ozr}, nato pa še T_{tal}. Dobimo naslednje vrednosti:

$$T_{ozr} = 234\,\mathrm{K}, \tag{31.4}$$
$$T_{tal} = 279\,\mathrm{K}. \tag{31.5}$$

31.1.3 Sevanje v ozračju

Za sevanje v ozračju veljajo naslednje značilnosti:

- Vidna svetloba gre skozi ozračje precej neovirano. Vidno obsevanje se odbija predvsem od zgornje meje oblakov. V ozračju se svetloba siplje. Modra svetloba se močneje siple, kot rdeča. Čez dan se zato nebo zdi modro. Zjutraj in zvečer pa nastane lahko zarja, ker do nas pride le rdeča svetloba.
- V ozračju je precej IR sevanja. Poznamo IR sevanje zaradi sonca, atmosfere in tal, ki se prepletajo v ozračju. Največ IR sevanja absorbirajo 3 atomne molekule: $H_2 =$, CO_2, O_3.
- UV sevanje se v ozračju večinoma absorbira. Do tal pride le 1 procent UV svetlobe. Za absorpcijo ozona je pomemben ozon O_3.

Zgoraj omenjeni plini so **plini tople grede**. Zaradi teh plinov, se Zemlje ponoči ne ohladi znatno. Za toplo gredo je pomembna tudi voda H_2O. Če v ozračju ne bi bilo vode, bi bilo vreme mnogo bolj ekstremno - naprimer Sahara.

V zadnjem času se zaradi izgorevanja fosilnih goriv povečuje tudi količina CO_2. Koncentracija plina se spreminja deloma zaradi letnih časov. Najvišja je, ko je na severni polobli zima in najnižja, ko je na severni polobli pomlad. Kljub temu v povprečju količina tega plina narašča, v zadnjih sto letih za približno 20 procentov.

Zaradi segrevanja ozračja, se povprečno segrevajo tudi oceani. Zaradi termičnega raztezanja vode v oceanih se bodo ti pri povprečnem povišanju temperatur za 2 do 4^oC zvišali za 15 do 30 cm. K povišanju gladine morja bi deloma pripomogli tudi ledeniki, ki bi se stalili.

31.2 Spekter termičnega sevanja

S Stefan - Boltzmannovim zakonom izračunamo celoten sevalni tok, ki ga pri temperaturi T seva v prostor neko telo s ploskvijo S. Izkaže se, da izsevano EMV nima vse enako valovno dolžino. Del sevanja ima večje valovne delžine, del pa manjše. Najmočneje seva telo pri valovni dolžini za katero velja **Wienov zakon**:

$$\lambda_{max} T = 0.00290\,\mathrm{mK}.$$

Če izračunamo valovno dolžino, dobimo:

$$\lambda = \frac{0.00290\,\mathrm{mK}}{T}.$$

Vidimo, da seva telo tem manjše valovne dolžine, čim bolj je segreto.

Primer Kolikšna je temperatura sončeve površine, če seva Sonce najmočneje svetlobo z valovno dolžino okrog 490 nm?
Primer Kakšne valovne dolžine so predvsem zastopane v sevanju peči pri temperaturi okrog 1800 K.

31.3 Svetloba

S pojmom svetloba razumemo EMV, ki ga človek preko očesa zaznava v vidnem delu velikih možganov kot posamezne **barve**.

Običajno pod svetlobo pojumujemo EMV z valovnimi dolžinami od 0.38 μm do 0.78 μm. UV sevanje se absorbira v sprednjem delu očesa in ne prodre do mrežnice. IR sevanje pa ima premajhno energijo, da bi sploh povzročil nastanek električnih impulzov v mrežnici.

31.3.1 Barvna občutljivost očesa

Posamezne svetlobne EMV zaznavamo kot posamezne spektralne barve. Meje med različnimi barvami so precej negotove, saj so za različne ljudi različne, spreminjajo pa se tudi s starostjo. Za orientacijo naj bodo naslednji podatki:

- rdeče: 0.78 - 063 μm,
- oranžno: 0.63 - 0.59,
- rumeno: 0.59 - 0.56,
- zeleno: 0.56 - 0.49,
- modro: 0.49 - 0.44,
- vijolično: 0.44 - 0.38.

Oko je za različne barve **različno občutljivo**. Tem bolj je oko občutljivo na neko barvo, tem manjši svetlobni tok je potreben za določen **optični fiziološki učinek**. Absolutno ni mogoče ugotoviti občutljivosti očesa. Pomagamo si z **relativno barvno občutljivostjo očesa**. To je funkcija RBO, ki so jo izmerili za več tisoč ljudi.

Zgradba očesne mrežnice in njena občutljivost V tem odstavku omenimo kako je setavljena mrežnica:

- pretežni del mrežnice je sestavljen iz **paličic**, ki so bčutljive za svetlobo.. Imajo premer okrog 0.8 μm in dolžino nekaj μm. So različno občutljive za različne valovne dolžine. Najbolj so občutljive za kratko valovno dolžino: vijolična, modra in zelena. Maksimum občutljivosti je pri $\lambda = 0.5\ \mu$m. Za rumeno in oranžno svetlobo je občutljivost majhna, rdeče pa paličice ne zaznajo. Paličice ne zaznavajo baru, zato ponoči vidimo črnobelo.
- Čepki gradijo **rumeno pego**. So krajši in debelejši od paličic. Zaznavajo celoten svetlobni spekter, vendar ne šibke svetlobe. Obsatajajo **tri vrste čepkov**. Eni so občutljivi za modro svetlobo, drugi za zeleno in tretji za rumeno in rdečo svetlobo.

Barve V tem poglavju si pogledamo, kaj so to barve.

- Če iz bele svetlobe odstranimo rdečo, preostala svetloba povzroča enak optični vtis, kot zelena svetloba. Pravimo, da je rdeča **komplementarna** zeleni. Vendar to ni prava zelena ampak je **mešana zelena svetloba**. Podobno velja za zeleno svetlobo. Ta je komplementarna rdeči svetlobi. če iz bele odstranimo zeleno, dobimo mešano rdečo.
- Poleg omenjenih parov so pomembni še: **oranžna - modra in rumena - vijolična**
- Bela svetloba brez vijolične se obarva rumenkasto. Sonce je videti rumenkasto, ker se v ozračju siplje predvsem vijolična.
- Bele svetlobe ne dobimo le z mešanjem komplementarnih dvojic. Vtis bele svetlobe lahko ustvarijo tudi tri **osnovne spektralne barve**: npr. zelena, modra in rdeča. Z mešanjem teh dveh baru lahko ustvarimo vsakovrstne barvne odtenke, kar izkoriščamo pri televiziji.

Barva teles v odbiti svetlobi Barva teles v odbiti svetlobi je odvisna od tega, kako se albedo (odbojnost) spremionja z valovno dolžino vpadle svetlobe. Telo je **sivo**, če je albedo neodvisen od valovne dolžine in med 0 in 1. Če je albedo enak 1, je telo **belo**, če pa je albedo 0, je telo **črno**.

Za večino teles je albedo odvisen od valovne dolžine. Če neko telo najmočneje odbija rdečo, je to telo videti rdečo, vendar le v svetlobi, ki vsebuje rdečo. V svetlobi, ki rdeče ne vsebuje, je telo videti črno.

- Rdeč napis na belem papirju je videti črn na modrem ozadju, če ga osvetlimo z modro svetlobo, ki ne vsebuje rdeče. Rdeč napis izgine, če ga osvetlimo z rdečo svetlobo, saj tudi ozadje odbija rdečo.

Barva snovi v prepuščeni svetlobi je odvisna od sestave vpadle svetlobe in od tega, kako se **prepustnost** spreminja z valovno dolžino svetlobe.

- **Motne snovi:** pri teh je prepustnost za vse valovne dolžine enaka.
- če snov povsem prepušča svetlobo je **prozorna.**
- Če snov absorbira vso svetlobo je **neprozorna**

Če zmešamo modro barvilo (prepušča modro, druge - npr. rdečo pa absorbira) in rumenkasto barvilo dobimo zelenkasto barvilo, saj obe barvili prepuščata zelelankasto. Z mešanjem različnih barvil lahko dobimo različne barve.

31.4 Disperzija, absorbcija in sipanje svetlobe

31.4.1 Disperzija svetlobe

Disperzijo ali razklon svetlobe opazimo v prozorni snovi, v kateri je hitrost svetlobe in z njo lomni količnik odvisen od valovne dolžine svetlobe. Odvisnost lomnega količnika n od valovne dolžine λ podaja **disperzijska krivulja** $n(\lambda)$.

- **Normalna disperzija** je takrat, ko lomni kvocient z naraščajočo valovno dolžino pojema. V tem primeru se kratkovalovna svetloba (npr. vijolična) močneje lomi, kot pa dolgovalovna (npr. rdeča).

- **Anomalna disperzija** je takrat, ko lomni količnik z naraščajočo valovno dolžino narašča. V tem primeru se dolgovalovno valovanje lomi močneje kot pa kratkovalovno.

Pri prehodu skozi stekleno prizmo se curek bele svetlobe razdeli na **spekter**. V spektru na zaslonu so zastopane spektralne barve od večjih valovnih dolžin k manjšim:

- rdeča, oranžna, rumena, zelena, modra in vijolična

Za steklo je značilna **normalna disperzija**, zato se rdeča svetloba manj odkloni, vijolična pa bolj. Spekter opazimo tudi pri **mavrici**, ki nastane zaradi disperzije sončne svetlobe pri lomu na kapljicah vode.

31.4.2 Absorbcija svetlobe

Absorbcijo svetlobe že poznamo, zdaj si ta pojav nekoliko podrobneje poglejmo. Pri absorbciji gostota svetlobnega toka z globino eksponentno pojema:

$$j = j_0 e^{-\mu x} = j_0 e^{-x/d}.$$

Zakon imenujemo včasih po Augustu Beeru (1825 do 1863). Pri tem je d vdorna globina, velja pa še

$$\mu = \frac{1}{d}.$$

Na vdorni globini je jakost svetlobnega toka enaka:

$$j = \frac{j_0}{e}.$$

Včasih Beerov zakon podamo tudi v naslednji obliki:

$$j = j_0 2^{-x/x_{1/2}}.$$

Tu je $x_{1/2}$ **razpolovna debelina**, za katero velja:

$$j = j_0 e^{-x/d} = j_0 2^{-x/x_{1/2}} \longrightarrow \frac{x}{d} = \ln 2 \frac{x}{x_{1/2}}$$

in

$$x_{1/2} = d \ln 2 = 0.69d.$$

1. primer Kakšna je **prepustnost** plasi z debelino D? Prepustnost je definirana kot razmerje med prepuščeno in vpadlo svetlobo:

$$b = \frac{j}{j_0}.$$

2. primer Razpolovna debelina nekega stekla je 2 cm. N steklo vpada elektromagnetno valovanje, katerega amplituda jakosti električnega polja je $E_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ V/m. Kolikšna je amplituda valovanja znotraj stekla po 10 cm?

31.4.3 Sipanje svetlobe

Na telo usmerimo vzporeden curek svetlobe. Pojav, da svetloba izhaja iz telesa v vseh mogočih smereh, imenujemo sipanje svetlobe. Tu je potrebno omeniti naslednje pojave:

- Zakaj je nebo modro?
- Zakaj je Sonce rumeno in zakaj rdeče pri zarji?

Poglavje 32

Fotometrija

S svetlobo so imeli ljudje opravka še predno je bilo znano, da je to EMV. Svetlobo so pač obravnavali kot posebno obliko potujoče energije, ki preko očesa povzroča fiziološke barvne učinke. Vpeljali so posebne **fotometrijske količine**, s katerimi popisujemo fiziološke učinke svetlobe. Danes te količine niso več nujno potrebne, vendar so se v praksi tako ukoreninile, da se je vredno seznaniti z njimi. Uporablja se jih npr. pri preračunavanju osvetljenosti prostorov in podobno. Obravnavali bomo **svetlobni tok P_s, svetilnost I, bleščavost ali svetlost B in osvetljenost E.**

32.1 Svetlobni tok

Z njim izražamo fiziološki barvni učinek, ki ga dan energijski tok P povzroča v vidnem delu velikih možganov. Svetlobni tok P_s je torej odvisen tako od energijskega toka vpadne svetlobe, kot od **relativne barvne občutljivosti** RBO. Velja:

$$P_s = konst. \cdot P \cdot RBO(\lambda.$$

Sorazmetnostna konstanta je določena z izbiro enote **lumna**. Zanjo velja dogovor:

- 1W rumeno zelene svetlobe z valovno dolžino 0.556 μm, za katero je človeško oko najbolj občutljivo je ekvivalenten svetlobnemu toku 680 lumnov.

Zgornjo enačbo zato zapišemo v obliki

$$P_s = (680\,\mathrm{lm/W}) \cdot P \cdot RBO(\lambda).$$

Primer Vzamemo 1W enobarvne svetlobe z valovno dolžino 0.51 μm, za katero je $RBO = 0.5.$. Kolikšen je svetlobni tok P_s? **Rezultat: 340 lm**
Primer Kolikšen energijski tok enobarvne svetlobe z valovno dolžino 0.61 μm - relativna barvna občutljivost očesa zanjo je 0.5 - povzroči enak svetlobni tok kot 10 W svetlobe, za katero je oko pri dnevni svetlobi najbolj občutljivo? **Rezultat: 20 W**

Če je svetloba sestavljena iz različnih baru, izračunamo svetlobne tokove posameznih baru, nato pa jih seštejemo v svetlobni tok P_s celotne svetlobe:

$$P_s = (680\,\mathrm{lm/W})(P_1 RBO_1 + P_2 RBO_2 + ...).$$

Primer Barva, za katero je relativna barvna občutljivost očesa 0.20 sestavlja 9 procentov energijskega toka svetlobe; 35 procentov ga sestavlja barva z $RBO = 0.35$, 56 procentov pa barva z $RBO = 0.08$. Kolikšen je svetlobni tok svetlobe, če je enrgijski tok $P = 10$ W. **Rezultat: 1260 lm**

32.1.1 Svetlobni izkoristek

Svetilo porablja moč P in oddaja svetlobni tok P_s. Tem boljše je, čim več svetlobnega toka oddaja in čim manj moči zato porablja. **Svetlobni izkoristek** η_s svetila je kvocient

$$\eta_s = \frac{P_s}{P}.$$

Navadna žarnica ima izkoristek 12 lm/W, fluorescenčna svetilka pa kar 80 lm/W.

32.2 Svetilnost

Svetilo v splošnem ne oddaja svetlobnega toka v vse smeri enako, pač pa sveti v eni smeri močneje, kot v drugi. Želimo vedeti, kako je izsevan svetlobni tok razdeljen po smereh. V ta namen uporabljamo količino **svetilnost**. Z njo izrazimo svetlobni tok, ki ga svetilo seva v enoto prostorskega kota v dani smeri. Velja:

$$I = \frac{\Delta P_s}{\Delta\Omega},$$

pri čemer je

$$\Delta = \frac{\Delta S}{r^2},$$

pri čemer je ploskvica ΔS pravokotna na radij r, to je pravokotna na smer žarkov.
Enota za svetilnost je Cd - candela ali sveča:

$$1\,\mathrm{cd} = 1\,\mathrm{lm/steradian}.$$

Če svetilo seva svetlobni tok enakomerno v vse smeri (izotropno), je svetilnost neodvisna od smeri in enaka:

$$I = \frac{P_s}{4\pi}.$$

Polni prostorski kot je namreč enak 4π steradianov.

Primer 40 vatna žarnica oddaja svetlobni tok približno 500 lm v vse smeri. Kakšna je svetilnost? Kakšen svetlobni tok bi oddajala žarnica s svetilnostjo 100 cd?
2. Primer Pri 60 W žarnici se 2 procenta moči spremeni v svetlobo pri kateri je $RBO = 1$. Kolikšna je svetilnost žarnice?
3. primer Svetilka z močjo 60 W oddaja svetlobo s svetilnostjo 50 cd. Kolikšna električna moč bi se trošila v švetilki, če bi oddajala svetlobni tok 1 lm? Kolikšen je svetlobni izkoristek svetilke?

32.3 Svetlostali bleščavost

Svetilo obravnavamo kot točkasto, če je videti tako majhno, da ne moremo prepoznati njegove velikosti in oblike. Takšna svetila so oddaljene zvezde. Pri točkastem svetilu je pomembna le njegova svetilnost, ki je neodvisna od smeri. Takšno svetilo oddaja svetlobni tok $P_s = 4\pi I$.
Bližnja svetila pa niso točkasta. Pomembni sta tudi velikost in oblika sevalne ploskve, ter kako se svetilnost spreminja vzdolž sevalne ploskve. Volframova nitka v žarnici se močnio **blešči**, saj ima majhno sevalno ploskev. Vanjo ne moremo gledati. Enako močna fluorescenčna svetilka pa ima veliko sevalno ploskev in se zato ne blešči.
Svetlost ali bleščavost B definiramo s količnikom:

$$B = \frac{I}{S_0}.$$

Enota za bleščavost je cd/m^2.

Nekateri svetlobni izvori se v vseh smereh enako močno bleščijo, npr. bel zid, fluorescenčna svetilka. Njihovableščavost je **neodvisna od smeri**. Pri takšnih svetilih je svetilnost največja v smeri normale sevalne ploskve, v tej smeri prispeva k svetilnosti namreč celotna sevalna ploskev S_0. V poševni smeri, npr. pod kotom φ glede na normalo, pa sveti le projekcija S_0' sevalne ploskve in velja:

$$I(\varphi) = BS_0' = BS_0 \cos\varphi = I_0 \cos\varphi.$$

Tu je I_0 svetilnost v smeri normale. Zgornji enačbi pravimo **Lambertov zakon** Celoten svetlobni tok P_s v polprostor znaša pri takih svetilih:

$$P_s = \pi B S_0.$$

Od vseh svetil se najbolj blešči Sonce. Njegova bleščavost v zenitu pri jasnem vremenu znaša kar $2 \cdot 10^9$ cd/m^2. Zanimivi so tudi naslednji podatki:

- Sonce tik nad obzorjem: $6 \cdot 10^6$ cd/m^2
- oblačno nebo: 2-5000 cd/m^2
- bleščeči sneg: $3 \cdot 10^4$ cd/m^2
- plamen sveče: 5-6000 cd/m^2 da oko razloči svetilo od teme, mora biti bleščavost najmanj $3 \cdot 10^{-6}$ cd/m^m.

32.4 Osvetljenost

Od vseh fotometričnih količin je najpomembnejša osvetljenost, s katero povemo, koliko svetlobnega toka osvetljuje neko ploskev. Predmeti, ki jih opazujemo, morajo biti zadosti osvetljeni, da se oko preveč ne utrudi.

Recimo, da na osvetljeno ploskev ΔS pada svetlobni tok P_s. Osvetljenost E vpeljemo takole:

$$E = \frac{P_s}{S}.$$

Enota za osvetljenost je lm/m^2=lx (**luks**). Osvetljenost 1 lx pove, da je 1 m^2 ploskve osvetljen z 1 lm svetlobnega toka.

Zemeljsko površje je najmočneje osvetljeno od Sonca s 100000 lx, pri oblačnem vremenu pa z 10000 lx. Ob polni Luni so tla osvetljena z 0.2 lx. V svetli sobi blizu okna je osvetljenost okrog 100 lx. Za branje je potrebnih 30 do 50 lx, za finomehansko delo pa 100 do 200 lx.

Osvetljenost enostavno izračunamo, če je svetilo točkasto. Recimo, da svetilo s svetilnostjo I osvetljuje r oddaljeno ploskvico ΔS tako, da vpadajo žarki na ploskvico pod kotom φ glede na njeno normalo. Na ploskvico vpada tok:

$$P_s = I\Delta\Omega = I\frac{\Delta S'}{r^2} = I\frac{\Delta S \cos\varphi}{r^2}.$$

Za osvetljenost sledi:

$$E = \frac{P_s}{\Delta S} = \frac{I}{r^2}\cos\varphi.$$

Osvetljenost torej pojema s kvadratom razdalje. Odvisna pa je tudi od naklona glede na smer žarkov.

1. Primer Na višini $h = 2$ m nad sredino okrogle mize visi žarnica s svetilnostjo $I = 100$ cd. Kolikšna je osvetljenost na robu mize, če je polmer mize $R = 1$ m.

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\varphi = I\frac{h}{(R^2+h^2)^{3/2}} = 18\,\text{lx}.$$

2. Primer Svetilka s svetilnostjo $I = 100$ cd visi na višini $h = 2$ m nad vodoravnimi tlemi na oddaljenosti $a = 2$ m od horizontalnega zrcalnega zidu. Kolikšna je osvetljenost E_1 pod svetilko in kolikšna na višini h pokončnega zidu. Odboj svetlobe od tal zanemarimo.

Tla so osvetljena tako s svetlobo, ki prihaja neposredno od svetilke, kot s svetlobo, ki vpada na zrcalni zid in se od njega odbije. Zadnja osvetljuje tla, kot da prihaja od zrcalne slike I' svetila v pokončnem zrcalu. Zato je

$$E_1 = \frac{I}{h^2} + \frac{Ih}{(h^2 + 4a^2)^{3/2}} = 25\,\mathrm{lx}\,'2\,\mathrm{lx} = 27\,\mathrm{lx}.$$

Vidimo, da odbita svetloba le malo prispeva k osvetljenosti tal pod svetilko. Pokončen zid pa je osvetljen z direktno svetlobo:

$$E_2 = \frac{I}{a^2} = 25\,\mathrm{lx}.$$

3. primer Bioskopsko platno s površino $S = 12$ m^2 je osvetljeno z svetilko s svetilnostjo $I = 6000$ cd. Kolikšna je osvetljenost platna, če pada nanj le 0,5 procenta vse svetlobe?

4. primer Gostota svetlobnega toka sončne svetlobe, ki pada na površje je 1.2 kW/m^2. Svetloba pada pod vpadnim kotom 40^o glede na vertikalnico.. Kakšna je osvetljenost površja Zemlje?

5. primer Na stropu tunela, ki je v prerezu polkrožen s polmerom 8 m, je svetilka s svetilnostjo 200 cd. Kolikšna je osvetljenost sredine cestišča točno pod svetilko? Kolikšna je osvetljenost oboda tunela neposredno nad cestiščem?Kolikšna je osvetljenost na robu cestišča?

6. primer Svetloba žarnice pada na mizo pod kotom 30^o. Na mizo je položena knjiga, ki je osvetljena s 70 lx. Žarnica sveti v vse smeri enako s svetilnostjo 200 cd. Kako daleč od knjige je žarnica in kako visoko je?

7. primer Svetilo, ki sveti na vse smeri enakomerno, je obešeno 100 cm nad sredino mize. Osvetljenost na točki pod svetilom je 1000 lx. Kolikšna je osvetljenost v točki na mizi, ki je od prve točke oddaljena za 173 cm?

8. primer Žarnica visi 1 m nad tlemi in seva na vse smeri enakomerno. V razdalji 1 m od točke pod žarnico je osvetljenost 100 lx. Kako daleč od točke pod žarnico je osvetljenost 50 lx?

Poglavje 33

Valovne lastnosti svetlobe

O naravi svetlobe dolgo ni bilo enotnega mnenja. Christaan Huygens je leta 1690 opisoval svetlobo z razširjanjem motenj po snovi. Isaac Newton je bil pri izjavah previden, a se je leta 1704 nagibal k opisu s curkom delcev.

33.1 Interferenca svetlobe

Interferenčni poskusi podpirajo misel, da je svetloba valovanje. Pri teh poskusih sestavljamo valovanja. Značilne interferenčne slike dobimo le pri sestavljanju **koherentnih valovanj**. To so valovanja z **enako frekvenco ali valovno dolžino** in s konstantno fazno razliko. Pri sestavljenem valovanju dobimo jakost električnega poilja tako, da seštejemo jakosti električnega polja v prvem in drugem valovanju.
Pri sestavljanju **nekoherentnih valovanj** ne dobimo interferenčnih slik. Pri njih dobimo gostoto energijskega toka tako, da seštejemo gostoto energijskega toka v posameznih valovanjih:

$$j = j_1 + j_2 + ...$$

Interferenčni poskus se ne posreči z navadnimi svetili, saj ti oddajajo nekoherentno valovanje. Uporabiti moramo npr. laserje.

Dve valovanji se ojačita, če je razlika poti med njima enaka večkratniku valovne dolžine:

$$\delta x = n\lambda, \qquad n = 1, 2, 3, ...$$

n imenujemo **red interference**. Dve valovanji se ospabita, če je razlika poti med njima večkratnik polovične valovne dolžine:

$$\delta x = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

Interferenco svetlobe opazimo pri različnih poskusih, od katerih so najpomembnejši: **Fresnelovi zrcali, Newtonovi kolobarji, protiodbojna prevleka, interferenca na tankih plasteh**.

33.2 Uklon svetlobe

Pri natančnem opazovanju ugotovimo, da sence predmetov nimajo ostrih mej. Vzrok je v tem, da se svetloba v bližini ovir uklanja. Žarki niso premi, ampak se širijo tudi za oviro. Uklon ali difrakcija je povezan z **interferenco**.

Poskus: Svetlobi iz lasrja pošljemo skozi tanko režo. Na zaslonu lahko opazujemo več pik. Podobne slike dobimo z večimi režami.

Kako razložimo Fraunhoferjev uklon? Režo s širino b si mislimo razdeljeno na dve polovici. Iz sredine vsake polovice reže izvira delno valovanje. Na oddaljenem zaslonu se valovanji ojačita, če je razlika poti enaka večkratniku valovne dolžine. Oslabita pa se, če je razlika poti enaka večkratniku polovične valovne dolžine.
Bolj prepričljivo razlago lahko najdemo pri **Yungovem poskusu**. Pri tem poskusu sta v zaslonu dve ozki reži v razmiku a. Na zelo oddaljenem zaslonu se delni valovanji, ki izhajata iz njiju ojačita, če je razlika poti pri kotu α, to je $a \sin\alpha$, enaka celemu večkratniku valovne dolžine:

$$a \sin\alpha = n\lambda, \qquad n = 1, 2, 3, ...$$

Delni valovanji se oslabita, če je razlika poti lihi večkratnik valovne dolžine:

$$a \sin\alpha = \frac{1}{2}(2n+1)\lambda.$$

Primer: Koherentno valovanje vpada na tanki reži v razmiku 0.05 mm. Svetloba ima valovno dolžino 0.02 mm. Izračunaj kote prvih treh ojačitev in oslabitev.

Uklonska mrežica ima več ozkih rež v razmiku a. Tudi za mrežico veljajo iste enačbe, kot smo jih zapisali zgoraj. Z naraščajočim številom rež postajajo interferenčni vrhovi vse ožji in izrazitejši, doline pa vse širše.

Za uklonsko režico je značilno število rež na milimeter:

$$\nu = \frac{1}{a}.$$

Obstajajo mrežice z več tisoč režami na milimeter. Z uklonsko mrežico razstavimo belo svetlobo v spekter tako kot s prizmo. Rdeča svetloba se bolj ukloni kot vijolična, medtem, ko se na prizmi vijolična svetloba lomi močneje kot rdeča.

Pri uklonu na okrogli odprtini z radijem r v zaslonu dobimo prvo dolino v interferenčni sliki pri kotu β, za katerega velja:

$$0.61\lambda = r \sin\beta.$$

Nadaljne doline dobimo, če nadomestimo 0.61 po vrsti z 1.16, 1.62, 2.12, ... Z zgornjo enačbo je po **Rayleighevem kriteriju** določena ločljivost optičnih naprav zaradi uklona na vstopni odprtini, npr. pri očesu, daljnogledu, fotoaparatu, mikroskopu, ...

1. primer: Z enobarvno svetlobo z valovno dolžino $5 \cdot 10^{-7}$ m svetimo pravokotno na uklonsko mrežico. Drugi uklonski maksimum izmerimo pod kotom 30^0 glede na pravokotnico. Koliko rež na milimeter ima uklonska mrežica?
2. primer Na uklonsko mrežico z razmikom med režami 20 mm svetimo z enobarvno svetlobo z valovno dolžino 500 nm. Na katero oddaljenost od mrežice moramo postaviti zaslon, da bi opazovali ojačitve ničtega reda in četrtega reda v razmiku 50,0 mm na zaslonu?
3. primer Snop bele svetlobe pada pravokotno na uklonsko mrežico. Svetloba z valovno dolžino 460 nm ima drugi uklonski maksimum pod kotom $40^0 58'$. Kolikšna je valovna dolžina svetlobe pri drugem uklonskem maksimumu pod kotom $70^0 28'$? Koliko rež je v enem milimetru?
4. primer Uklonska mrežica ima 40 rež/mm. Na mrežico pada svetloba z valovno dolžino 520 nm. Koliko uklonskih maksimumov dobimo? Pod katerim kotom dobimo maksimum najvišjega reda?
5. primer Koliko mora biti zaslon oddaljen od uklonske mrežice, da bo razdalja med ničtim (N = 0) in četrtim uklonskim maksimumom (N = 4) 5,0 cm? Razmik med režami je 0,02 mm, valovna dolžina svetlobe pa je 500 nm.
6. primer Enobarvna svetloba pada na dve reži, ki sta 0,030 mm narazen. Na zaslonu, ki je 3,00 m stran, opazujemo prvo in drugo ojačitev. Svetli točki sta 9,2 cm narazen. Kolikšna je valovna dolžina svetlobe?

7. primer Ko svetlobo spustimo skozi mrežico s 300 rež/mm, dobimo na zaslonu uklonjene žarke. Drugi uklonjeni žarek je uklonjen pod kotom $b = 46^0$. Kakšna je frekvenca svetlobe?

33.3 Lom in odboj svetlobe

33.3.1 Odboj svetlobe

Podobno, kot vsa elektromagnetna in mehanska valovanja se tudi svetloba na mejah, kjer se njena hitrost spremeni odbije in lomi. Na takih mejah se običajno spremeni **lomni količnik snovi** Na meji so svetloba **deloma odbije, deloma pa jo preide v drugo snov**, pri čemer se spremeni njena smer. Energijski tok vpadne svetlobe P_0 se na mejni ploskvi razdeli na energijski tok odbite svetlobe P_{odb} in na energijski tok prepuščene svetlobe P_{pre}. Velja:

$$P_0 = P_{odb} + P_{pre}$$

S kvocientom:

$$R = \frac{P_{odb}}{P_{pre}}$$

povemo, koliko svetlobe se na meji odbije. Pri prehodu na meji dveh prozornih snovi se običajno odbije le majhen del svetlobe. Na meji zrak-steklo se odbije npr le nekaj odstotkov vpadne svetlobe. Večina svetlobe preide v drugo snov.
Za odboj svetlobe veljajo isti zakoni, kot pa za katerokoli drugo valovanje. Pri **zrcalnem odboju** je odbojni kot enak vpadnemu kotu. Zrcalno pa se svetloba odbije le od zelo gladkih površin. Valovna dolžina svetlobe je namreč zelo majhna. V primeru hrapavih površin govorimo o **difuznem odboju**. Podrobneje bomo o odboju svetlobe govorili še pri optiki.

33.3.2 Lom svetlobe

Prepuščeni del svetlobe se ob prehodu v drugo snov lomi. Recimo, da vpadna svetloba oklepa kot α_1 glede na normalo. V drugi snovi oklepa lomljena svetloba drugačen kot α_2 glede na normalo. Vpadni in lomni kot sta med seboj povezana z enačbo:

$$\frac{\sin\alpha_1}{c_1} = \frac{\sin\alpha_2}{c_2}$$

kar lahko dokažemo tako teoretično kot eksperimentalno. Hitrosti svetlobe v eni c_1 in drugi c_2 snovi sta povezani z lomnima količnikoma snovi:

$$c_1 = \frac{c_0}{n_1}$$

$$c_2 = \frac{c_0}{n_2}.$$

Ko to vstavimo v lomni zakon dobimo:

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2.$$

Snov z večjim lomnim količnikom je **optično gostejša**, snov z manjšim lomnim količnikom je **optično redkejša**. Premislimo, kaj se zgodi s svetlobo če gre bodisi iz optično redkejše snovi v optično gostejšo ali obratno.

$$n_1 < n_2 \longrightarrow \sin\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha_1 < \sin\alpha_1 \longrightarrow \alpha_2 < \alpha_1.$$

Pri prehodu iz optično redkejše snovi v optično gostejšo snov je lomni kot manjši od vpadnega (**slika**). V obratnem primeru velja:

$$n_1 > n_2 \longrightarrow \sin\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha_1 > \sin\alpha_1 \longrightarrow \alpha_2 > \alpha_1.$$

V tem primeru pa je lomni kot večji od vpadnega.

Če obrnemo smer žarka, se le-ta širi v obratnoi smeri. Pravimo, da je lom svetlobe **reverzibilni pojav**. S tem pojmom označimo pojave, ki lahko potekajo v nasprotnih smereh na enak način.

Loma svetlobe ni, če sta lomna količnika snovi enaka $n_1 = n_2$ ali če je vpadni kot enak nič $\alpha_1 = 0$.

Primer: Kladnik str. 202

Lom na planparaleleni ploščici Pri prehodu skozi planparalelnp ploščico se svetloba dvakrat lomi. Zaradi simetrije ima drugič lomljeni žarek isto smer kot vpadni žarek. Je pa žarek vzporedno premaknjen. Pri opazovanju skozi planparalelno ploščico se zdi predmet premaknjen.

Fatamorgana nastane pri prehodu svetlobe skozi segreto zračno plast. Nad puščavo ali segretim cestiščem z višino temperatura pojema in lomni kvocient narašča, sej se veča gostota zraka. Žarek se lomi tako, da se ukrivi navzgor. Predmet vidimo, kot da bi se zrcalil na vodni gladini, poleg tega pa ga vidimo še naravnost skozi hladnejše plasti zraka.

Nad morjem je včasih plast zraka z nižjo temperaturo, tako, da z naraščajočo višino lomni kvocient pojema. Žarek se v tem primeru lomi tako, da se urivi navzdol. Pri tej **obratni fatamorgani** vidimo za obzorje.

Naloge: Kladnik str. 208, naloge od 1 do 9

33.3.3 Popolni odboj svetlobe

Pri lomu iz optično gostejše snovi v optično redkelšo snov ali prazen prostor, se lahko svetloba popolnoma odbije od meje in ne vstopi v drugo snov. Pri naraščajočem vpadnem kotu naraste lomni kot do 90^o, ko velja:

$$\frac{\sin\alpha_m}{\sin 90^0} = \sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1}.$$

Torej

$$\alpha_m = \arcsin\frac{n_2}{n_1}.$$

Pri tem je n_1 lomni kvocient optično gostejše snovi, n_2 pa lomni kvocient optično redkejše snovi. α_m pa je mejni kot. Pri vpadnem kotu, ki je večji od α_m se svetloba ne lomi, ampak se vsa odbije. Pojavu pravimo **totalni odboj**.

Primer: Kladnik str. 205
Naloge: Kladnik str. 208 naloge od 10 do 13

33.4 Polarizacija svetlobe

Svetloba je transverzalno EM valovanje. V njem na določenem kraju jakost električnega polja in gostota magnetnega polja nihata pravokotno druga na drugo v ravnini, ki je pravokotna na smer potovanja svetlobe.
O svetlobi navadnih svetil vemo le toliko, da leži jakost električnega polja v ravnini, ki je pravokotna na smer potovanja svetlobe. To je **nepolarizirana svetloba**. V **Polarizirani svetlobi**, pa ima jakost električnega polja točno določeno smer.
Svetloba je lahko tudi **delno polarizirana** Stopnja polarizacije podaja razmerje med gostote toka polarizirane in gostote toka nepolarizirane svetlobe:

$$p = \frac{j_{pol}}{j_{nepol}}.$$

Človeško oko ne loči polarizirane svetlobe od nepolarizirane. Čebela pa z očmi ugotovi smer polarizacije.
Obstaja več vrst polarizirane svetlobe:

- **Linearno polarizirana svetloba**: v njej leži jakost E v ravnini, ki vsebuje smer potovanja svetlobe.
- **Eliptično polarizirana svetloba**: v njej opisuje jakost E na določenem kraju elipso v ravnini, ki je pravokotna na ravnino, ki je pravokotna na smer potovanja svetlobe.
- **Krožno polarizirana svetloba**: jakost E opisuje krožnico.

Polarizator naredi iz nepolarizirane svetlobe polarizirano. Polarizirano svetlobo preiščemo z analizatorjem.
Polarizirano svetlobo dobimo pri **odboju, sipanju in lomu** nepolarizirane svetlobe.

Brewsterjev zakon Pri odboju na prozorni snovi je svetloba delno polarizirana. Če je vpadni kot enak **Brewsterjevemu kotu** α_B, za katerega velja Brewsterjev zakon:

$$\tan \alpha_B = n,$$

je odbita svetloba linearno polarizirana. Pri tem je n lomni kvocient prozorne snovi. Jakost polja je pravokotna na vpadno ravnino.

Primer: Koliko meri Brewsterjev kot za steklo, ki ima lomni kvocient 1.5?

33.4.1 Dvojni lom

Če je v kristalu histrost svetlobe odvisna od smeri in od polarizacije, je kristal **optično anizotropen** in v kristalu opazimo **dvojni lom**. Optično anizotropni so naprimer kalcit, kremen, turmalin. Nepolarizirana svetloba se pri dvojnem lomu razdeli na dva curka, **rednega in izrednega**.

- V rednem curku je jakost polja pravokotna na ravnino obeh curkov. Za ta curek velja lomni zakon z lomnim količnikom n_r
- V izrednem curku je jakost E v ravnini obeh curkov. Lomni kvocient je v tem curku odvisen od smeri. Ponavadi navedemo lomni kvocient n_{i0}, ki se najbolj razlikuje od lomnega kvocienta n_r. Pri nekaterih kristalih je n_{i0} manjši, pri drugih pa večji od lomnega kvocienta n_r. Pri kalcitu naprimer meri $n_{i0}/n_r = 0.896$, pri kremenu pa 1.006.

Dikroizem je pojav, pri katerem se razlikujeta absorbcijska koeficienta za redni in izredni curek v dvolomnem kristalu. Milimeter debela ploščica turmalina popolnoma absorbira redni curek.

Prožni dvojni lom Nekatere optično izotropne snovi, na primer pleksi steklo, postanejo pod obremenitvijo optično anizotropne in zato dvolomne. Pojav uporabljamo za proučevanje napetosti znotraj različnih teles.

33.4.2 Polarizacijske naprave in optična aktivnost

To poglavje je dobro opisano v Atlasu fizike na strani 253.

-

FIZIKA 6. DEL

KVANTNA MEHANIKA IN ATOMIKA

Poglavje 34

Kvantna mehanika

34.1 Uvod

V klasični mehaniki ali tudi Newtonovi mehaniki se ukvarjamo predvsem z makroskopskimi lastnostmi teles, kot so npr. gostota, masa, hitrost, specifična toplota itd. Nekatere izmed količin, ki nastopajo v klasični mehaniki lahko neposredno izmerimo, druge pa lahko izračunamo, tako da izmerimo količine, od katerih so odvisne. Brž, ko pa želimo vedeti, zakaj so makroskopske lastnosti snovi takšne in ne drugačne pa moramo poznati notranjo, mikroskopsko zgradbo snovi. V osnovi pojasnjujemo lastnosti snovi na podlagi teorije o **atomarni (zrnati) strukturi snovi**. Predstavljamo si, da je snov sestavljena iz množice majhnih delcev - atomov. Ti so izredno majhni, ravno tako sta majhna njihova masa in energija. Atomov zaradi valovnih lastnoti svetlobe ne moremo videti niti z najmočnejšimi mikroskopi. O njihovi obliki in lastnostih lahko sklepamo le posredno, najpogosteje o podobi atoma sklepamo na podlagi makroskopskih lastnosti. Naša podoba atoma temelji na našem makroskopskem dojemanju sveta. Zato si atome predstavljamo kot majhne kroglice, ki so zlepljene skupaj. Vendar nas nebi smelo presenetiti, če naša makroskopska predstava v resnici ni primerna za opisovanje mikroskopskega sveta. Ni gotovo, ali so atomi zares takšni, kot si jih predstavljamo. O podrobnostih, ki jih eksperiment ne more razkriti ne moremo razpravljati. Zavedati se moramo, da si podobo mikrodelcev ustvarjamo zato, da bi pojasnili čim več eksperimentalnih dejstev. Vendar je morda podoba atoma povsem drugačna, naša teorija pa se morda le naključno ujema z eksperimenti.
Današnji razvoj fizike kaže, da moramo za opisovanje sveta mikrodelcev razviti novo fiziko - **kvantno mehaniko**. Lepo bi bilo, če bi kvantno mehaniko lahko razvili iz majhnega števila osnovnih načel. Vendar je uvajanje kvantne mehanike razmeroma nehvaležno. Osnovnih načel kvantne mehanike namreč ni mogoče izreči, če nepoznamo dokaj zahtevnih matematičnih pojmov. Poleg tega kvantne mehanike ni mogoče uvesti intuitivno, ampak lahko temeljimo le na poznavanju bolj ali manj zahtevnih eksperimentov. Kvantna mehanika je daleč od naše zmožnosti dojemanja sveta. Nekateri fiziki menijo, da je v resnici ne moremo razumeti, lahko se jo le naučimo. Običajno si seveda mislimo, da procese v naravi razumemo. Vendar je vprašanje, če jih zares razumemo, morda jih znamo le kontrolirati. Morda o naravi vemo manj, kot smo si pripravljeni priznati. Kvantna mehanika pokaže, da je naša predstava o svetu, ki temelji na makroskopski zaznavi, popolnoma neprimerna v svetu mikrodelcev. Ti so popolnoma drugačni, kot bi naivno pričakovali.

34.2 Fotoni - kvanti elektromagnetnega valovanja

Pot h kvantni mehaniki bomo začeli s pojmom kvanta. V antiki se je uvaljavila slika, da je snov sestavljena iz zemlje, ognja, vode in zraka. Demokrit je nasproti tej sliki postavil drzno hipotezo, da je snov sestavljena iz množice drobnih nedeljivih delcev - atomov. Njegova slika je bila dokazana šele ob koncu 19. oziroma v začetku 20. stoletja. Snov je torej zrnata. To pomeni, da masa snovi ne more zavzeti poljubne vrednosti, ampak je v najenostavnejšem primeru lahko le celoštevilčni mnogokratnik mase atomov, iz katerih je snov sestavljena. Ker predvidevamo, da so mase atomov zelo majhne, je

jasno, da te zrnavosti snovi makroskopsko ne zaznamo. V svetu mikrodelcev pa je zrnavost še kako pomembna. V kvantni mehaniki uvedemo pojem **kvanta**, to je najmanjšega delčka snovi, ki ga ni mogoče razstaviti.
Vemo, da je **električni naboj kvantiziran**. Poljuben električni naboj e je sestavljen iz enakih osnovnih nabojev $e_0 = 1.6 \cdot 10^{-19}$ As. Torej:

$$e = Ne_0.$$

N je poljubno celo število. Električni naboj snovi se spreminja tako, da snov sprejema ali oddaja osnovne naboje. Električni naboj se torej ne spreminja zvezno ampak v skokih. Ali v naravi lahko najdemo še kakšno količino, ki bi utegnila biti kvantizirana? Ali je naprimer kvantizirana svetloba? Ali je to zadnje vprašanje sploh smiselno? Na to vprašanje intuitivno ni mogoče odgovoriti, temveč se moramo zateči k eksperimentom.
Vprašanje o naravi svetlobe je bilo problematično že od pamtiveka. V času nastajanja novoveške znanosti sta za pojasnitev svetlobe nastala dva predloga. Nekateri so zagovarjali, da je svetloba curek zelo hitrih delcev, druga pa so zagovarjali možnost, da je svetloba valovanje. Zadnja možnost je bila dokončno potrjena, ko je Maxwell formuliral svojo teorijo električnega in magnetnega polja, v kateri se je izkazalo, da je svetloba elektromagnetno valovanje. Po drugi strani pa je v začetku 20. stoletja odkritje nekaterih pojavov, npr fotoefekta, govorilo v prid drugi možnosti, da je svetloba curek hitrih delcev.

34.2.1 Fotoefekt

Vpadlo elektromagnetno valovanje včasih izbija iz snovi proste elektrone. To se naprimer zgodi, če kovino (npr. cinkovo ploščico) obsevamo s kratkovalovnim elektromagnetnim valovanjem, npr. violično svetlobo ali z ultravioličnim sevanjem. V kovini je oblak prostih elektronov, ki se gibljejo naokrog med pozitivnimi ioni kovinske kristalne mreže. Ti elektroni so v notranjosti kovine sicer prosti, vendar nimajo dovolj kinetične energije, da bi premagali električni privlak pozitivne kristalne mreže in zapustili kovino. Nahajajo se namreč v električnem polju, katerega potencial je φ, zato imajo negativno potencialno energijo $-e_0\varphi$. Če cinkovo ploščico obsevamo z ultravioličnimi žarki, se naelektri pozitivno, ker žarki izbijejo iz nje nekaj negativnih elektronov. Tega pojava ni, če cinkovo ploščico obsevamo z navadno (belo) svetlobo. Očitno z belo svetlobo ne dovedemo elektronom v kovini dovolj energije, da bi lahko zapustili kovino. V splošnem elektromagnetno valovanje tem učinkoviteje izbija elektrone iz kovine, tem manjša je njegova valovna dolžina.
Maksimalno kinetično energijo izbitih elektronov merimo s pomočjo **fotocelice**. Eksperimentalno pokažemo, da je kinetična energija izbitih elektronov linearno odvisna od frekvence vpadne svetlobe ν:

$$W_{kin} = \text{konst.}(\nu - \nu_0).$$

ν_0 je pri tem najmanjša vrekvenca svetlobe, ki še lahko izbije elektrone iz kovine. Sorazmernostna konstanta je neodvisna od vrste snovi in znaša:

$$h = 6.67 \cdot 10^{-34} \text{ Js}.$$

Označimo jo s h imenujemo pa **Planckova konstanta**. To je univerzalna naravna konstanta, ki se pojavlja v vsej kvantni mehaniki.
Interpretacijo fotoefekta je podal Einstein (1905) in za to prejel Nobelovo nagrado leta 1921. Zgornjo enačbo je mogoče pojasniti z zamislijo, da je energija v svetlobi razdrobljena na obroke $h\nu$, ki jih imenujemo **fotoni**. Foton ob trku s prevodniškim elektronom v kovini preneha obstajati, njegovo energijo kot kinetično energijo prevzame elektron in je nekaj porabi za delo proti sili, ki ga veže na kovino. Člen $h\nu_0$ lahko torej interpretiramo kot **izstopno delo**. Le to je merilo za energijo s katero je elektron vezan na kovino. Običajno znaša nekaj eV. Da elektron izstopi iz kovine, mora prejeti najmanj energijo $h\nu_0$.

Primeri in naloge: Hribar str. 216 naloge od 1 do 6

34.2.2 Rentgenska svetloba

Pri fotoefektu smo opazovali pojav, kjer foton preneha obstajati, svojo energijo pa preda elektronu. Sedaj se vprašajmo, ali obstaja tudi obratni pojav, kjer elektron odda nekaj energije v obliki fotona. Izkaže se, da do takšnega pojava dejansko lahko pride v določenih okoliščinah. Pri obstreljevanju težkih kovin s hitrimi elektroni nastajajo v rentgenski cevi rentgenski žarki. S tem imenom označujemo skupino elektromagnetnih valov z valovnimi dolžinami od približno 10 nm navzdol do 1 pm. Rentgenski fotoni imajo energijo od 0.1 keV do približno 1000 keV.
Rentgenska cec je vakuumska cev z dvema elektrodama, katodo in anodo. Katodo segrevamo električno, da oddaja elektrone. Med pozitivno anodo in negativno katodo je velika enosmerna napetost U (od 10 do 200 kV), ki pospešuje iz katode emitirane elektrone. Ti nato z veliko energijo udarjajo ob anodo. Anoda je iz težke kovine (npr. Cu, Cr, Mo ali W); grajena je masivno, da jo lahko od znotraj hladimo z oljem ali vodo. Okrog 99,9 procentov kinetične energije vpadlih elektronov se potroši za segrevanje anode. Preostanek energije pa se porabi za nastanek rentgenske svetlobe.
Poskušajmo razumeti, kako nastane rentgenska svetloba. Elektron po preletu napetosti U vpade v anodo s kinetično energijo $W_k = e_0U$. Med prehodom skozi močna električna polja težkih jeder se njegova kinetična energija zmanjša, zato oddaja energijo v obliki **zavornega sevanja**. Svojo energijo lahko elektron odda naenkrat ali v več manjših obrokih (fotonih), ki imajo lahko različno valovno dolžino. Spekter zavornega sevanja je za to zvezen. Vendar so zastopane le valovne dolžine, ki so večje od neke minimalne vrednosti λ_{min}. Takšno valovno dolžino imajo fotoni, ki dobijo od elektrona njegovo celotno kinetično energijo e_0U. Minimalna valovna dolžina je dana z izrazom:

$$e_0U = h\nu_{max} = hc/\lambda_{min}, \longrightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{e_0U}.$$

Primer: Kolikšna je najmanjša valovna dolžina zavornega sevanja, če je rentgenska cev priključena na napetost 10 kV?

Pri dovolj veliki anodni pospeševalni napetosti U se poleg zavornega sevanja pojavi tudi **karakteristično sevanje**. Nekateri hitri vpadni elektroni prodrejo v atome in izbijejo atomske elektrone na višje energijske nivoje. Na izpraznjena mesta skačejo nato drugi elektroni, ki pri tem oddajajo fotone z določenimi valovnimi dolžinami.

Primeri in naloge: Hribar str. 216 naloge od 7 do 10

34.2.3 Fotoni - svetlobni kvanti

Z zakoni klasične fizike ne moremo pojasniti izmenjavanja energije med elektromagnetnim valovanjem in prevodniškimi elektroni v kovini. Fotoefekt pojasnimo, če zavržemo misel, da lahko elektroni črpajo energijo iz elektromagnetnega valovanja zvezno. Elektron ne more dobiti iz EMV poljubne energije, ampak lahko dobi samo določen obrok energije ali pa nič. Ta obrok imenujemo **kvant elektromagnetnega valovanja** ali **foton**. Zgoraj smo ugotovili, da je energija fotona enaka

$$W = h\nu.$$

Elektromagnetno valovanje je **kvantizirano**, ker lahko izmenjava energijo z delci, kakršni so naprimer elektroni, le v obliki fotonov, ne more izmenjavati energije zvezno. V tej zvezi govorimo o kvantizaciji elektromagnetnega valovanja. To spoznanje je novo in popolnoma nepričakovano. Močnejša ko je svetloba, močnejši je tok fotonov.
S kakšno hitrostjo potujejo fotoni? Energija v elektromagnetnem valovanju po praznem prostoru potuje s hitrostjo c_0. Razumno je privzeti, da imajo tudi fotoni takšno hitrost. Če bi hoteli pojmovati fotone kot delce, bi jim morali pripisati maso nič. Teorija relativnosti pove, da velja med energijo in gibalno količino zveza $W = c_0p$. Iz te zveze izračunamo gibalno količino:

$$p = \frac{W}{c_0} = \frac{h\nu}{c_0} = \frac{h}{\lambda}.$$

Gibalno količino fotona smo le izračunali. Manjša ko je valovna dolžina valovanja, večjo gibalno količino imajo fotoni.
Zaradi čisto praktičnih razlogov, ki so tule sicer videti nepomembni, omenimo še en zapis enegije fotona in njegove gibalne količine. V kvantni mehaniki pogosto namesto Planckove konstante h uporabljamo **deljeno Planckovo konstanto**:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Z njo izrazimo energijo takole:

$$W = \hbar\omega,$$

kjer je $\omega = 2\pi\nu$. Gibalno količino pa zapišemo z **valovnim številom** $k = 2\pi/\lambda$, ki se ga spomnimo iz obravnave valovanja:

$$p = \hbar k.$$

Ali bi se lahko s poskusom prepričali, da imajo fotoni gibalno količino. Najpreprostejši poskus te vrste napravimo tako, da posvetimo na ravno oviro v pravokotni smeri z vzporednim curkom enobarvne svetlobe in izmerimo silo, s katero deluje curek na oviro. Vzemimo, da na površino S črne snovi vpada n fotonov v sekundi. Vsak od vpadnih fotonov ima enako energijo $h\nu$ in enako gibalno količino h/λ. Na ploskev S torej vpada energijski tok $P = nh\nu$, njegova gostota znaša $j = P/S = nh\nu/S$. Črna snov absorbira vpadne fotone, torej ploskev prejme v enoti časa gibalno količino $nh/\lambda = nh\nu/c_0 = jS/c_0$. Tolikšna je tudi sila, skatero driva curek fotonov črno ploskvico. Radiacijski tlak je $p = F/S$:

$$p = \frac{j}{c_0},$$

če snov vse fotone absorbira. Če snov fotone odbija pa je radiacijski tlak dvakrat večji:

$$p = \frac{2j}{c_0}.$$

In še tretja možnost, ko ima snov odbojnost a. V tem primeru se odbije $100 \cdot a$ procentov fotonov, zato je radiacijski tlak enak:

$$p = \frac{(1+a)j}{c_0}.$$

Enačbo za sevalni tlak so potrdili z merjenji. Izidi merjenj in računska napoved se lepo ujemata. V končnem rezultatu enačbe ni Planckove konstante in zapisano enačbo lahko izpeljemo tudi v okviru Maxwellove elektrodinamike.

Primer: Zemlja prestreza sončno sevanje z gostoto energijskega toka $j = 1.36$ kW/m^2. S kolikšnim radiacijskim tlakom Sonce odriva Zemljo, če poenotavljeno predpostavimo, da Zemlja vse vpadlo sevanje absorbira?

34.2.4 Valovanje nasproti fotonom

V klasični fiziki svetlobo uspešno opišemo kot valovanje. Kako bi siscer pojasnili uklon in interferenco? Pravkar pa smo spoznali, da je mogoče pojasniti fotoefekt in kratkovalovno mejo rentgenskega spektra in druge pojave s privzetkom o energijskih obrokih - fotonih, kot da so to delci z neko energijo in gibalno količino. Zagotovo je predstava, da svetlobo sestavlja množica fotonov, ki se kot točkasti delci gibljejo s hitrostjo c_0, preveč preprosta. Z njo ne bi mogli pojasniti uklona in interference. Tako smo se znašli v zadregi, ko moramo svetlobo opisati zdaj kot valovanje, zdaj kot nekakšne delce. Pri velikih valovnih dolžinah ali majhnih frekvencah prevladujejo valovne lastnosti, pri majhnih valovnih dolžinah ali velikih frekvencah pa prevladujejo delčne lastnosti. Pogosto s tem v zvezi govorimo o dualizmu svetlobe kot delcev in valovanja. Vendar je dilema le navidezna. Negotovost je posledica dejstva, da matematično obravnavanje svetlobe identificiramo s samo svetlobo. Naša predstava svetlobe temelji na fizioloških občutkih makroskopskega sveta. V makroskopskem svetu imamo razne kroglice, ki nam služijo v pomoč pri obravnavanju delcev. Tudi pri obravnavi valovanja nehote pomislimo na naprimer valovanje na gladini morja. Vendar so to pojavi povezani z makroskopskim svetom. Ne smemo biti presenečeni, če je narava na mikroskopskem nivoju drugačna, takšna, da je ne moremo opisati s podobami iz makroskopskega sveta. Svetloba je takšna kot svetloba. Poznamo matematične enačbe, ki pa jih le s težavo intepretiramo.

34.3 Delci: valovanje

34.3.1 De Broglijeva valovna dolžina

Svetlobo opišemo zdaj z delci zdaj z valovanjem. O naravi tega problema smo govorili že zgoraj. Kaj pa je z elektroni in sorodnimi delci, ki smo jih doslej opisovali kot točkasta telesa? Ali jih je morda kdaj treba opisati z valovanjem? Vprašanje se zdi nenavadno. Ali je spoloh smiselno, če upoštevamo enačbe, ki so na voljo?
Pošljimo curek elektronov ali drugih delcev proti kristalu niklja, ki kristalizira v ploskovno centrirani kubični mreži. Atomi so v posameznih ravninah medsebojno razmaknjeni za $d = 0.215$ nm. Elektronski curek po preletu napetosti $U = 54$ V vpada pravokotno na kristalno ploskev. S števcem registriramo elektrone, ki se od kristala odbijajo v različnih smereh. Ugotovimo, da se največ elektronov odbije v isto smer nazaj, toda odbijajo se tudi v drugih smereh, posebej močno v smeri kota $\alpha = 50^0$. Porazdelitev odbitih elektronov po smereh je analogna porazdelitvi svetlobe, ki se odbija od uklonske mrežice. Sklepamo, da se curek elektronov obnaša kot nekakšno valovanje. Glede na teorijo, ki smo jo spoznali pri svetlobi sklepamo, da predstavlja kot $\alpha = 50^0$ interferenčni maksimum, ki zadošča enačbi:

$$d \sin \alpha = \lambda.$$

λ je valovna dolžina valovanja, ki za zgornji poskus da vrednost 0.165 nm.
Opisani poskus ni edini, ki govori v prid možnosti, da se tudi delci včasih obnašajo kot valovanje. Kot je treba svetlobo opisati zdaj z valovanjem zdaj s fotoni, je treba tudi elektrone in sorodne delce opisati zdaj s točkastimi telesi, zdaj z valovanjem. Pri svetlobi smo se zadovoljili s tem spoznanjem in nismo poskusili priti do novega, doslednejšega opisa. Pri elektronih in sorodnih delcih pa se ne zadovoljimo s tem spoznanjem, ampak zgradimo novo, doslednješo teorijo, ki zajame oba stara opisa. To novo teorijo imenujemo **kvantno mehaniko**.
Z opisom delcev kot valovanja se ne gre prenagliti. Še enkrat poudarimo, da sta pojma točkastega telesa in valovanja prilagojena za opisovanje makroskopskega sveta. Za opisovanje mikroskopskih delcev ta dva pojma nista povsem primerna. Kljub temu je imela valovna slika delcev še kako pomembno vlogo pri nastajanju kvantne mehanike.
Zdaj se končno vprašajmo, kako bi lahko delce matematično povezali z valovanjem. Ker ne bi po nepotrebnem uvajali novih fizikalnih količin, se lahko navežemo na elektromagnetno valovanje. Predvidevamo lahko, da delcem lahko pripišemo nekakšno valovno dolžino λ in vrekvenco ν. Pri elektromagnetnem valovanju smo imeli $W = h\nu$ in $p = h/\lambda$. Intuitivno ne moremo najti nikakršnih razlogov, da bi te enačbe veljale tudi za delce, kot so npr. elektroni. Eksperiment pokaže, da vendarle te enačbe veljajo tudi za delce. Gibalna količina in valovna dolžina sta torej povezani z enačbo:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

To valovno dolžino imenujemo **De Broglieva valovna dolžina**. Zanima nas še frekvenca valovanja. Če veljajo iste enačbe kot pri fotonih, potem imamo:

$$W = h\nu.$$

Seveda se vprašamo, kaj predstavlja energijo W v tej enačbi. Izkaže se, da se moramo pri tem navezati na posebno teorijo relativnosti, ki pravi, da zgornja energija predstavlja polno energijo delcev $W = \gamma m c_0^2$. Tu je $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c_0^2}$. Zgornje enačbe lahko zapišemo tudi z deljeno Planckovo konstanto:

$$W = \hbar\omega, \quad \text{in} \quad p = \hbar k.$$

Primer: Izračunajmo valovno dolžino kroglice z maso 1 g, ki se giblje s hitrostjo 1 m/s. Kolikšna pa je valovna dolžina elektronov po preletu napetosti 54 V.

34.3.2 Načelo nedoločenosti

Ugotovitev, da delce ne moremo opisati s pojmi, ki so prirejeni za opis makroskopskega sveta, nam nalaga najti matematični opis, ki bo kar najbolje opisal mikroskopske delce. V tem poglavju se zanimajmo, kaj lahko povemo o gibanju delcev, če jih res ni mogoče opisati z navadnimi točkastimi telesi.
Pošljimo curek elektronov proti tanki odprtini in na oddaljenem zaslonu opazujmo delce, ki pridejo skozi odprtino. Če delce res lahko opišemo z nekakšnim valovanjem, potem na zaslonu za odprtino pričakujemo interferenčno sliko, kot smo jo lahko opazovali pri elektromagnetnem valovanju. Eksperimenti to hipotezo potrjujejo. Enako kot pri elektromagnetnem valovanju, tudi pri curku elektronov dobimo interferenčne maksimume in minimume. Kako si nastanek teh minimumov in maksimumov lahko razložimo? Režo s širino d si mislimo razdeljeno na dve polovici. Iz sredine vsake polovice izvira novo delno valovanje, kot napoveduje Huygensov princip. Na oddaljenem zaslonu se ti dve valovanji ojačita, če je razlika poti od reže do zaslona enaka večkratniku valovnedolžine λ. Oslabita pa se, če je razlika poti enaka večkratniku polovične valovne dolžine. Prvi minimum tako dobimo pri kotu α za katerega velja:

$$\frac{d}{2}\sin\alpha = \frac{\lambda}{2}.$$

Za tem minimumom so še drugi maksimumi in minimumi, vendar se večina curka razmaže v kot od α do $-\alpha$. Nekaterim elektronom se po prehodu skozi režo smer hitrosti spremeni. Razmislimo, kaj to pomeni glede možnosti, da delcem istočasno določimo lego in gibalno količino.
Nedoločenost lege delca je ob prehodu skozi režo vsekakor določena s širino reže d. Če gre širina reže proti nič, je lega delca ob prehodu skozi režo popolnoma določena. Toda iz zgornje enačbe sledi, da je potemtakem smer njegove hitrosti in gibalne količine popolnoma nedoločena. Uvedimo vektor valovnega števila $\vec{k}$, ki ima velikost $k = 2\pi/\lambda$ in smer gibanja delca. Po prehodu delca skozi režo se smer $\vec{k}$ spremeni. In sicer lahko zapišemo $\vec{k}' = \vec{k} + \Delta\vec{k}$. kot α lahko izrazimo takole

$$\sin\alpha = \frac{\Delta k}{k},$$

kar je razvidno iz slike. To vstavimo v zgornjo enačbo za prvi interferenčni minimum in dobimo:

$$d\frac{\Delta k}{k} = \lambda \longrightarrow d\Delta k = 2\pi.$$

Pri tem širina reže pravzaprav pomeni **nedoločenost lege delca** δx, **nedoločenost gibalne količine** δp pa izračunamo po enačbi $\delta p = \hbar\Delta k$. Torej lahko pišemo:

$$\delta x \delta p = h.$$

Kakršen koli poskus si zamislimo, produkt nedoločenosti ne more biti dosti manjši od h. Zgornji zvezi rečemo **načelo nedoločenosti**. Predstavlja eno od osnovnih predpostavk kvantne mehanike.
Vsebina načela nedoločenosti v temelju spremeni pogled na naravo mikrosveta. Izzveze nedoločenosti jasno sledi, da gibanja elektrona ne moremo opisati s tirom. Če bi poznali krajevni vektor $\vec{r}$ kot funkcijo časa $\vec{r} = \vec{r}(t)$, bi lahko v vsaki točki, to je v ostro določeni legi, tudi ostro določili gibalno količino. To je možno v klasični Newtonovi mehaniki, ni pa možno v kvantni mehaniki. Bolj natančno ko poznamo lego delca, torej manjši ko je δx, bolj nedoločena je gibalna količina in obratno. Pomembno je, da ta omejitev nima nič skupnega z nepopolnostjo naših merilnih naprav. V načelu je ta omejitev neločljivo povezana z naravo mikrodelcev. Če se odločimo natančno izmeriti gibalno količino, potem delec preprosto nima dobro definirane lege. Če se odločimo natančno izmeriti lego, potem delec preprosto nima dobro določene gibalne količine. Pri opazovanju osnovnih delcev torej ne moremo igrati postranske vloge opazovalca, ampak smo nujno vključeni v svet, ki ga opazujemo, tako, da

vplivamo na lastnosti opazovanega objekta. K neločljivosti prostora in časa, ki jo je dokazala posebna teorija relativnosti, je kvantna mehanika dodala še to, da ne moremo ločeno govoriti o opazovanem objektu, ne da bi hkrati govorili tudi o opazovalcu. Na najnižjem nivoju nam narava kaže, da ne obstajajo izolirani sestavni delci, ampak je narava zelo prepletena mreža relacij med različnimi deli celote. Na atomskem nivoju tako objekte razumemo v smislu interakcije med procesi priprave poskusa in meritve. Bistvena lastnost kvantne mehanike je ta, da opazovalec ni nujno potreben samo za opazovanje lastnosti objektov, ampak je nujno potreben tudi za samo definicijo njihovih lastnosti. Ne moremo govoriti o lastnostih objektov kot takih. Lastnosti so smiselne samo v kontekstu objektove interakcije z opazovalcem. Kot pravi Heisenberg: Kar opazujemo ni narava sama, ampak je narava izpostavljena našemu načinu spraševanja. Opazovalec določi, kako bo oblikoval eksperiment, in ta postavitev bo do določene mere določila lastnosti opazovanega objekta. Če postavitev eksperimenta spremenimo, se bodo spremenile tudi lastnosti opazovanega objekta.
Zvezi nedoločenosti je mogoče dodati še eno obliko, če gre samo za oceno. Vzemimo, da pada pravokotno na zaslon z zaklopko curek delcev z gibalno količino p, ki je določena z nedoločenostjo δp. Odprimo zaklopko za kratek čas δt. Ko zaklopko zapremo, so delci na območju med zaklopko in razdaljo $v\delta t$. Nedoločensot hitrosti delca je povezana z nedoločenostjo gibalne količine $\delta v = \delta p/m$. Produkt nedoločenosti je tedaj enak $\delta x \delta p = v\delta t \cdot m\delta v$, saj je nedoločenost lege prav $v\delta t$. Iz zveze

$$W_k + \delta W_k = \frac{1}{2}m(v+\delta v)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mv\delta v + ...$$

sledi za nedoločensot kinetične energije $\delta W_k = mv\delta v$. Po tem je produkt nedoločensti $\delta x \delta p = \delta t \delta W_k = h$. Tudi kinetična energija je v kvantni mehaniki podana z nedoločenostjo δW_k. δt pa je čas, ki je na razpolago za merjenje energije delca. Velja ocena:

$$\delta t \delta W_k = h.$$

Ta enačba pomeni bistveno spremembo pri naši interpretaciji zakona o ohranitvi energije. V klasični Newtonovi mehaniki smo privzeli, da energija ne more nastati iz nič in v nič tudi ne more izginiti. V kvantni mehaniki moramo biti glede tega bolj previdni. Privzeti moramo, da je tudi energija vakuuma (za katero privzamemo, da je nič) dana z neko nedoločenostjo δW. Mislimo si, da energija lahko nastane iz nič, vendar izgine dovolj hitro, da je zaradi načela nedoločensti ni mogoče izmeriti. V kvantni mehaniki v zvezi s tem pogosto govorimo o t.i. **virtualnih delcih**. Ti se lahko popolnoma neženirano rojevajo in izginjajo. Naj bo energija virtualnega delca W. Po načelu nedoločenosti ima tak delec na voljo $t \approx h/W$ časa, da izgine in zakon o ohranitvi energije ni kršen. Na nek način torej vakuum ni prazen. V njem je neskončno mnogo delcev, ki neprestano nastajajo in izginjajo. Lahko bi rekli, da je vakuum živa praznina, ki utripa v neskončnem ritmu ustvarjanja in uničenja. Seveda moramo ponovno opozoriti, da si ustvarjamo takšno podobo vakuuma le zaradi praktičnih koristi. Takšna podoba namreč spet temelji na pojmih, ki so prilagojeni za opisovanje makroskopskega sveta. Kakšen je vakuum v resnici je seveda druga zgodba, ta pa se izmika sposobnosti naše domišljije.

34.3.3 *Opis gibanja

Po osnovnih načelih poskusimo sklepati, kako opišemo gibanje elektrona, čeprav ne pričakujemo, da bo to sklepanje brez vrzeli. Vemo, da zaradi zveze nedoločenosti gibanja ne moremo opisati z navedbo koordinate kot funkcije časa: $x = x(t)$. Če bi bilo to možno, bi hkrati poznali tako lego kot gibalno količino. V količini s katero opišemo gibanje pa sme nastopati koordinata. Lego samo je mogoče natančno določiti, če se ne menimo za gibalno količino. V tej količini ne smeta hkrati nastopati lega in gibalna količina, lahko pa v njej nastopa čas. Ta je v kvantni mehaniki parameter, enako kot v Newtonovi mehaniki. Količino, ki opisuje gibanje delca označimo s

$$\Psi(x,t).$$

Gibanje bi lahko opisali tudi z drugo količino, v kateri bi poleg časa nastopala gibalna količina, ne pa koordinata : $\Phi(p,t)$. Za zdaj si izberemo raje prvo možnost, da si lahko pomagamo s formalno

podobnostjo med novo količino in jakostjo električnega polja v ravnem elektromagnetnem valovanju $E(x,t$. Po tej podobnosti so imenovali $\Psi(x,t)$ **valovno funkcijo**. Vendar ta podobnost ni izražita in ne bistvena in ime je ponesrečeno. Boljše ime je **funkcija stanja**.
O funkciji stanja ne bomo povedali vseh možnosti, ki jih ponuja za računanje. Omejili se bomo le na osnovne ugotovitve. Najprej poiščimo njeno obliko za najenostavnejši primer curka elektronov. Sklepamo, da si ta curek v določenih okoliščinah predstavljamo podobno kot ravno elektromagnetno valovanje, ki smo ga v klasični fiziki opisali z enačbo:

$$E(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t).$$

Izberemo lahko tudi drugo možnost

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t).$$

Še vedno gre za isto valovanje, le da ima drugačno fazo. Možna je tudi kakšna linearna kombinacija

$$E(x,t) = A \sin(kx - \omega t) + B \cos(kx - \omega t),$$

ki ima spet drugačno fazo. Zaradi preprostejšega računanja pogosto vzamemo

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t) + iE_0 \sin(kx - \omega t) = E_0 e^{i(kx-\omega t)}.$$

Tako izbrana kobinacija je seveda kompleksna, v rezultatu pa zato vzamemo le njen realni del. Takoj povejmo, da nas kompleksni zapis ravnega elektromagnetnega velovanja ne sme motiti. Uporabili smo ga le zaradi lažjega računanja. Nasprotno pa se v kvantni mehaniki pokaže, da je funkcija stanja $\Psi(x,t)$ kompleksna. Gostoto energije v elektromagnetnem valovanju izračunamo po enačbi:

$$w_{energije} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^* E,$$

ker uporabljamo kompleksni zapis. Toliko o elektromagnetnem valovanju. Zdaj se lotimo funkcije stanja. Privzamemo, da ima za curek elektronov funkcija stanja podobno obliko, kot jo ima enačba za jakost eletričnega polja v ravnem elektromagnetnem valovanju. Torej:

$$\Psi(x,t) = a_0 e^{i(kx-\omega t)}.$$

Tu je a_0 neka konstanta. Namesto gostote energije $w_{energije}$ s funkcijo stanja izračunamo neko drugo gostoto, za katero se izkaže, da predstavlja **gostoto verjetnosti** $\rho(x,t)$:

$$\rho(x,t) = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t) = |\Psi(x,t)|^2.$$

Ta pove, da je verjetnost, da naletimo na delec v ozkem intervalu med $x - \frac{1}{2}dx$ in $x + \frac{1}{2}dx$ enaka

$$\rho(x,t)dx.$$

Kako te enačbe interpretirati? Na subatomski ravni materija ne obstaja z gotovostjo na določenem mestu, ampak izkazuje tendenco po obstoju. Dogodki se na subatomski ravni ne dogajajo z gotovostjo ob določenih trenutkih na določene načine, ampak izkazujejo tendenco, da bi se zgodili. Te tendence opisujemo z valovno funkcijo, ki predstavlja verjetnosti dogodkov. Valovanje, ki je povezano s snovnimi delci zato interpretiramo kot nekakšne **verjetnostno valovanje** - abstraktno matematično valovanje - ki pove, kakšna je verjetnost, da delec najdemo na določenem mestu ob določenem času. Dogodkov v kvantni mehaniki zato ne moremo napovedati z gotovostjo; lahko govorimo samo o verjetnosti, da se bo dogodek zgodil.

34.3.4 **Osnovni zakon kvantne mehanike

Po pripravah v prejšnjem poglavju pridejo na vrsto enačbe gibanja v kvantni mehaniki. Ena izmed oblik osnovnega zakona kvantne mehanike je enačba, iz katere izpeljemo funkcijo stanja elektrona kot funkcijo kraja in časa, če so okoliščine kolikor mogoče določene. Pri iskanju tega zakona se opremo na formalno podobnost med funkcijo stanja in jakostjo električnega polja v ravnem elektromagbnetnem valovanju. Iz zakonov klasične fizike, to je iz Newtonovih zakonov in Maxwellovih enačb seveda ni mogoče izpeljati osnovnega zakona kvantne mehanike. Posebej se lahko prepričamo, da je osnovni zakon kvantne mehanike **nov zakon narave**, ki ga ni mogoče dobiti samo na osnovi prejšnjih zakonov. Osnovni zakon kvantne mehanike bomo izpeljali v nekaj korakih. Najprej se spomnimo funkcije stanja, ki opisuje curek elektronov:

$$\Psi(x,t) = a_0 e^{i(kx-\omega t)}.$$

Ta funkcija vsebuje podatke o gibalni količini elektronov $p = \hbar k$ in o njihovi energiji $W = \hbar\omega$. Energijo W razberemo iz valovne funkcije tako, da jo odvajamo po času in pomnožimo z $i\hbar$. Tako se namreč energija pojavi kot faktor pred funkcijo stanja:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}a_0 e^{i(kx-\omega t)} = \hbar\omega a_0 e^{i(kx-\omega t)} = W\Psi(x,t).$$

Torej

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = W\Psi(x,t).$$

Vidimo, da ima energija delca zvezo z $-i\hbar$ pomnoženim ukazom za odvajanje funkcije stanja po času. Takšne ukaze v kvantni mehaniki imenujemo **operatorji**.
Tudi gibalno količino izračunamo iz funkcije stanja s pomočjo operatorja. In sicer moramo funkcijo odvajati po koordinati in nato vse skupaj pomnožiti s $-i\hbar$:

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\Psi(x,t) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}a_0 e^{i(kx-\omega t)} = \hbar k a_0 e^{i(kx-\omega t)} = p\Psi(x,t).$$

Torej

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\Psi(x,t) = p\Psi(x,t).$$

Zdaj ni daleč do kinetične energije elektronov $W_k = \frac{p^2}{2m}$. Z malo razmisleka ugotovimo, da je ustrezen operator $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$. Velja namreč:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) = W_k\Psi(x,t).$$

V to se lahko prepričamo s preprostim računom. Poleg kinetične energije imajo delci tudi neko potencialno energijo ali na kratko **potencial**. Ta pojem se v kvantni mehaniki uporablja kot sinonim za potencialno energijo. Potencial se spreminja s krajem: $V = V(x)$. V takem primeru se spreminja tudi kinetična energija. Vsota kinetične in potencialne enrgije pa se ohrani:

$$W_k + V = W.$$

Zdaj je do osnovnega zakona kvantne mehanike le še en korak. Pomnožimo obe stani zgornje enačbe s $\Psi(x,t)$. Dobimo:

$$W_k\Psi(x,t) + V(x)\Psi(x,t) = W\Psi(x,t)$$

in zapišimo $W\Psi(x,t)$ ter $W_k\Psi(x,t)$ s pripadajočimi operatorji. Dobimo **Schrödingerjevo enačbo**:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t).$$

Tako smo uganili posebno obliko osnovnega zakona kavantne mehanike. V njej smo zgoraj upoštevali samo kinetično in potencialno energijo elektronov. V splošnem moramo upoštevati tudi druge člene, npr. rotacijsko energijo itd. Schrödingerjeva enačba je parcialna diferencialna enačba drugega reda. V kvantni mehaniki se seveda zanimamo za rešitve te enačbe. To so funkcije stanja, ki opisujejo, v kakšnih stanjih se lahko nahajajo elektroni denimo v atomih. Iskanje teh rešitev zahteva veliko matematičnega znanja, zato se s tem problemom tu seveda ne bomo ukvarjali.

34.4 Vodikov atom

Osnovna načela kvantne mehanike bomo uporabili na poenostavljenem opisu vodikovega atoma. Naš opis bo sicer popolnoma napačen, vendar nas bo pripeljal do pravilnih rezultatov. Vseboval pa bo pravilno filozofijo.
Začeli bomo z energijo elektrona v vodikovem atomu. Kot vemo je vodikov atom sestavljen iz protona okoli katerega kroži elektron. Klasično si predstavljamo, da elektron kroži okoli protona z neko hitrostjo v na razdalji r. Kot vemo to ne more biti res. V kvantni mehaniki namreč gibanja delca ne moremo opisati s tirom. Energija elektrona v vodikovem atomu je sestavljena iz kinetične energije ter elektrostatske potencialne energije:

$$W = W_k + W_p = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Potecialna energija je negativna, saj se elektron in proton privlačita. Kinetično energijo pa smo izrazili z gibalno količino p. Sedaj se spomnimo Heisenbergovega načela nedoločenosti, ki pravi, da hkrati ne moremo natančno določiti lege in gibalne količine elektrona. Velja zveza $\delta r \delta p \approx \hbar$. V vodikovem atomu se elektron nahaja nekje med središčem in neko razdalojo r. Lahko torej rečemo, da je lega elektrona podana z izrazom:

$$r = 0 \pm \delta r.$$

Podobno lahko pišemo za gibalno količino:

$$p = 0 \pm \delta p.$$

Torej velja

$$rp = \hbar.$$

Tako lahko izrazimo gibalno količino elektrona z njegovo oddaljenostjo od jedra. Če je elektron blizu jedra ima veliko gibalno količino in manjšo bolj daleč stran. Razumno je predpostaviti, da se atom nahaja v stanju minimalne energije. Zapišimo enačbo za energijo elektrona tako, da v njej upoštevamo Heisenbergovo načelo nedoločenosti:

$$W = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{A}{2r^2} - \frac{B}{r}.$$

V stanju minimalne enrgije velja $dW/dr = 0$. Velja

$$\frac{dW}{dr} = -\frac{A}{r^3} + \frac{B}{r^2},$$

od koder sledi:

$$r_b = \frac{A}{B} = \frac{\hbar^2 \varepsilon_0}{\pi m e_0^2}.$$

Takšen je radij vodikovega atoma v stanju minimalne energije. Ta radij imenujemo **Bohrov radij** in znaša približno 0.51 ongstrema. Energija vodikovega atoma je takrat:

$$W_0 = \frac{A}{2r_b^2} - \frac{B}{r_b} = -\frac{B^2}{2A} = -13.6eV.$$

Energija vodikovega atoma je negativna, kar pomeni, da je potrebno energijo dodati, če želimo atom razbiti na sestavne dele (proton in elektron).

V zgornjem računu smo uporabili načelo nedoločenosti v obliki $rp = \hbar$. V splošnem velja $rp = n\hbar$, kjer je n neko naravno število, ki ima za različna energijska stanja v katerih se lahko znajde atom, različne vrednosti. Za gibalno količino imamo izraz

$$p = \frac{n\hbar}{r},$$

torej v vseh zgornjih izrazih lahko namesto $\hbar$ pišemo $n\hbar$. Za radij atoma tako dobimo:

$$r = n^2 r_b,$$

za energijo pa

$$W_n = \frac{W_0}{n^2}.$$

Obstajajo različni energijski nivoji atoma. Te določa **kvantno število** n. Njegova največja vrednost je $n = \infty$. V tem stanju ima atom energijo 0, kar pomeni, da to stanje ustreza razbitemu atomu. Elektron v takšnem atomu je prost. Radij takšnega atoma je $r = \infty$. V splošnem se elektron lahko nahaja v poljubnem energijskem stanju. Iz enega stanja v drugega prehaja tako, da bodisi sprejme, bodisi odda foton. Očitno mora pri tem veljati zveza:

$$h\nu = W_i - W_j = \frac{W_0}{i^2} - \frac{W_0}{j^2}.$$

Pri tem sta i in j energijski stanji atoma. Ponavadi zapišemo zgornjo enačbo v smislu valovne dolžine

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2}\right).$$

Tu je R t.i. **Riedbergova konstanta**, ki znaša $R = 1.097 \cdot 10^{-7} m^{-1}$. Atom lahko iz enega stanja v drugega pride le tako, da odda ali sprejme svetlobo z točno določeno valovno dolžino. Spektri svetlobe, ki jo atomi vodika oddajo si črtasti. Govorimo o t.i. **emisijskih spektrih**. Prav takšni so tudi **absorbcijski spektri**, to so spektri svetlobe, ki jo vodik absorbira. Absorbirana svetloba povzroči, da elektroni preskakujejo na višje energijske nivoje. Pri preskakovanju na nižje energijske nivoje pa atomi oddajajo (emitirajo) emisijske spektre.
Glede na nivoje, med katerimi preskakujejo elektroni posamezne valovne dolžine svetlobe, ki jo oddajajo vodikovi atomi poimenujemo:

1. **Balmerjeva serija:** elektroni preskakujejo iz višjih nivojev na drugi nivo ($n = 2$). Pri tem oddajajo vidno svetlobo.

2. **Lymanova serija:** elektroni preskakujejo iz višjih nivojev na prvi tir. Pri tem oddajo UV svetlobo, oziroma svetlobo z relativno veliko energijo.

3. **Paschenova serija:** elektroni preskakujejo iz višjih nivojev na tretji tir. Pri tem oddajajo IR sevanje.

4. **Bracketova serija:** elektroni preskakujejo iz višjih nivojev na četrti tir. Pri tem oddajajo IR svetlobo.

5. **Pfundova serija:** elektroni preskakujejo iz višjih nivojev na peti tir. Pri tem ravno tako oddajo IR svetlobo.

V zvezi z vodikovim atomom povejmo še eno zanimivost. Pogoj $rp = \hbar$ lahko pišemo takole

$$r\frac{h}{\lambda} = n\frac{h}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad 2\pi r = n\lambda.$$

Klasično to enačbo interpretiramo tako, da si predstavljamo nekakšno stoječe valovanje, ki spremlja elektron pri kroženju okoli jedra. Obseg krožnice po kateri kroži elektron je namreč celoštevilčni mnogokratnik valovne dolžne elektrona. Iz enačbe $rp = n\hbar$ pa ugotovimo, da je kvantizirana tudi vrtilna količina elektrona. Izraz $rp = rmv$ predstavlja namreč vrtilno količino elektrona pri kroženju okoli jedra.

Poglavje 35

Atomsko jedro

35.1 Uvod

V prejšnjem poglavju smo obravnavali atome, za katere smo privzeli, da so sestavljeni iz pozitivno nabitega jedra in oblaka negativno nabitih elektronov. V tem poglavju si podrobneje poglejmo sestavo atomskih jeder.
Da so atomi res sestavljeni iz jeder okrog katerih se gibljejo elektroni, v resnici ne moremo ugotoviti zgolj intuitivno. Obstoj atomskih jeder so potrdili s poskusi šele na začetku 20. stoletja. Najpomembnejši je Rutherfordov poskus s sipanjem naelektrenih delcev α na tankem zlatem lističu. Delci α so naelektreni z dvakratnim osnovnim pozitivnim nabojem. Pri gibanju mimo električnega polja jeder zlata nanje deluje električna sila, ki jih odkloni iz prvotne smeri za nek kot. Meritve pokažejo, da nekatere delce α odkloni za precejšen kot. Ti se dobesedno odbijejo od tankega lističa zlata. V resnici je ta poskus podoben streljanju s topovsko granato proti tankemu platnu svile, od katere se granate odbijejo. Presenetljiv rezultat poskusa pojasnimo z zamislijo, da se nekateri delci α zaletijo v jedra atomov zlata. To pomeni, da obstaja v vsakem atomu neko masivno jedro, kjer je zbran pozitivni električni naboj. Skrbni matematični izračuni in natančni eksperimenti pokažejo, da na podlagi Rutherfordovega poskusa lahko ocenimo velikost jeder. Ta znaša od nekaj femtometrov (10^{15}) do okrog 10 femtometrov. V prejšnjem poglavju smo izračunali tudi dimenzije atomov. Za vodikov atom smo dobili Bohrov radij, ki znaša približno pol ongstrema (10^{-10}). Sami atomi so torej mnogo večji kot atomska jedra. Polmer atomskega jedra je s polmerom atoma v podobnem razmerju kot velikost Sonca v primerjavi z radijem celotnega osončja.

Pri opisu atomskih jeder nas poleg naboja zanima tudi masa. Fizikalne lastnosti jeder, kot sta naboj in masa, preučujemo v **masnem spektrometru**. Tega smo omenili že v poglavju o magnetnem polju. Curek ioniziranih atomov (gola jedra) pošljemo v magnetno polje z gostoto B. Najprej se gibljejo jedra skozi kondenzator, kjer je jakost električnega polja E. Na jedra tedaj delujeta električna in magnetna sila. Jedra se morajo pri gibanju skozi dolg in raven kondenzator gibati naravnost, sicer se zaletijo v eno izmed plošč kondenzatorja. To je možno le v primeru, če sta električna in magnetna sila v ravnovesju:

$$eE = veB,$$
$$v = \frac{E}{B}.$$

Električno in magnetno polje torej določata s kakšno hitrostjo bodo delci prišli skozi kondenzator. Nekatera jedra imajo seveda večjo ali manjšo hitrost, vendar ta jedra ne pridejo skozi kondenzator.
Jedra s točno določeno hitrostjo nato pridejo v prostor, kjer je le magnetno polje. Tu zakrožijo, pri čemer je magnetna sila centripetalna sila:

$$evB = m\frac{v^2}{r},$$

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{mE}{eB^2}.$$

Vidimo, da je radij kroženja premosorazmeren z maso. Masni spektrometer nam torej omogoča merjenje mase različnih jeder, če poznamo njihov naboj.

35.2 Nukleoni in jedrska snov

V jedrski fiziki se je iz zgodovinskih razlogov ohranila konstanta, ki jo imenjemo **atomaska enota mase** u. Njena vrednost je:

$$u = 1,66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Merjenja z masnim spektrometrom so pokazala, da so najlažja jedra atomov vodika. Njihova masa znaša $1.007277u = 1836.1m_e$. Jedro vodika je kakih 1836 krat težje od elektrona. Večina mase je torej zbrana v jedru. Ker ima vodik en elektron z negativnim osnovnim nabojem, pričakujemo, da je naboj njegovega jedra en pozitivni osnovni naboj. Jedro je sestavljeno iz delca, ki ima maso

$$m_p = 1.007277u$$

in en pozitivni naboj. Ta delec imenujemo **proton**. Atomi drugih elementov so težji, tudi njihova jedra so težja od vodikovih. Vodiku najprej sledi helij He, ki ima dva elektrona. Jedro vodika mora torej vsebovati dva protona, če hočemo, da je helij navzven električno nevtralen. Masa jedra helija bi bila potemtakem dvakrat večja kot masa jedra vodika. Masni spektrometer pa pokaže, da je masa helijevega jedra približno širikrat večja kot masa vodikovega jedra. Podobno pri litiju. Njegova masa bi morala biti 3 krat večja od masa vodika, v rsnici pa je 6 krat. Videti je, da vsebujejo atomska jedra dve vrsti delcev, ki jih je približno enako število. Prve smo imenovali protoni. Poleg teh morajo biti v jedrih prisotni še delci z maso, ki je približno enaka masi protonov, vendar ti delci ne nosijo električnega naboja. Zato jih imenujemo **nevtroni**. Obe vrsti delcev (protone in nevtrone) imenujemo s skupnim imenom **nukleoni**. Atomska jedra so torej grozdi nukleonov - protonov in nevtronov. Govorimo o t.i. **jedrski snovi**.

Merjenja z masnim spektrometrom so pokazala, da so nevtroni nekoliko težji od protonov. Njihova masa znaša

$$m_n = 1.008665u.$$

Potemtakem lahko ocenimo gostoto jedrske snovi. Maso nekega jedra izmerimo s pomočjo masnega spektrometra, radij pa s pomočjo sipanja delcev α. Dobimo:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{4\pi r^3/3} = 1.4 \cdot 10^{17}\ \mathrm{kg/m^3}.$$

Jedrska snov ima torej enormno gostoto. To je snov z največjo znano gosoto v naravi, če odštejemo črne lukne, ki obstajajo v vesolju.

Atomska jedra so torej sestavljena iz jedrske snovi. Le to sestavljajo protoni in nevtroni, ki jih je skupaj A. Od tega je Z protonov in $N = A - Z$ nevtronov. Poudarimo, da imenujemo Z tudi vrstno število. To hkrati pove tudi, koliko je elektronov v plašču okoli jedra. V periodnem sistemu elementov označimo vsak element z dvema številoma, naprimer:

$$_ZX^A.$$

Pri tem je X kemični znak elementa. Jedra elementa X imajo A nukleonov in Z protonov. Sedaj se vprašajmo še, kako velika so. Na to vprašanje ni težko odgovoriti. Ker predpostavimo, da je jedrska snov enako gosta v vseh jedrih sledi:

$$\rho_j = \frac{Au}{4\pi r^3/3} \longrightarrow r = \left(\sqrt{\frac{3u}{4\pi\rho_j}}\right)^{1/3} A^{1/3} = r_0 A^{1/3}.$$

Tu je r_0 parameter, ki podaja polmer vodikovega jedra ($A = 1$). S sipanjem pospešenih elektronov dobimo $r_0 = 1.1$ fm, s sipanjem nevtralnih nevtronov pa 1.4 fm. Razlika je zato, ker sodelujejo elektroni z jedri električno, nevtroni pa ne.

35.3 Izotopi

Atomi so navzven električno nevtralni. Imajo enako število elektronov in protonov. V jedru so poleg protonov tudi nevtroni. Zanima nas, koliko je nevtronov v jedrih tako lahkih kot težkih elementov. Na to vprašanje odgovorimo z masnim spektrometrom. Meritve pokažejo, da imajo atomska jedra danega elementa (pri enakem številu protonov in enakih kemičnih lastnostih) v splošnem zelo različno število nevtronov. Pravimo, da je element sestavljen iz **izotopov**.
Izotopi danega kemičnega elementa imajo enako vrstno število Z, razlikujejo pa se v številu nevtronov v jedru. Kemične lastnosti so odvisne le od števila elektronov in protonov, zato so kemične lastnosti različnih izotopov danega elementa enake. To pomeni, da izotopov določenega kemičnega elementa ni mogoče med seboj razločevati samo s kemičnimi metodami.
V naravi torej najdemo različne izotope določenega kemičnega elementa. Svinec iz običajne svinčeve rude je naprimer sestavljen iz štirih izotopov z atomskimi masami 204, 206, 207 in 208, ki se pojavljajo v naslednjih razmerjih: 1.5%, 23.6%, 22.6%, 52.3%. Zato vpeljemo **povprečno atomsko maso elementa** M, ki je za svinec enaka:

$$M_{Pb} = 0.015 \cdot 204 + 0.236 \cdot 206 + 0.226 \cdot 207 + 0.523 \cdot 208 = 207.2$$

Naravni ogljik je pretežno (98.9 %) sestavljen iz izotopa C^{12}, vsebuje pa še izotop C^{13} (1.1 %). Naravni ogljik je precej čist. Zato so s pomočjo tega izotopa definirali atomsko enoto mase u. Izotop C^{12} ima torej atomsko maso točno 12.000000u. Ogljik v naravi pa ima povprečno atomsko maso 12.011037. Zgodi se, da ima isti kemični element različno izotopsko sestavo, če ga pridobimo iz različnih rud. Svinec iz običajne svinčeve rude ima atomsko maso 207.2. Če ga pridobimo iz uranove rude ima atomsko maso 206, če pa ga pridobimo iz torijeve rude pa ima atomsko maso 208. Izotopsko sestavo elementov lahko izkoristimo za identifikacijo vira (nahajališča) posameznega elementa (uporaba v kriminologiji, geologiji, arheologiji).
Z masnim spektrometrom so sistematično izmerili sestavo vseh kemičnih elementov. Ugotovili so, da je večina elementov sestavljena iz izotopov. Le približno 1/4 vseh znanih elementov je brez iztopov. Med njimi omenimo berilij, fluor, natrij, aluminij, fosfor, mangan, kobalt, arzen, jod, cezij, zlato, bizmut. Atomi vsakega od teh elementov so med seboj enaki.

Razlika v atomski masi izotopov je pomembna predvsem pri lahkih elementih. Najlažji element **vodik** ima tri izotope. Poleg običajnega vodika, ki ima atomsko maso 1 in se imenuje **lahki vodik**, poznamo še izotopa z atomskima masama 2 in 3. Imenujeta se **devterij** in **tritij**. Naravni vodik (npr. v vodi in organskih snoveh) vsebuje pretežno lahki vodik (99.985 %) in le nekaj sledi devterija (0.015 %). Tritij v naravi ne obstaja, pridobivamo ga umetno.
Razlika v masi atomov lahkega in težkega vodika je relativno precejšnja (100 %), tako, da vpliva celo na makroskopske fizikalne lastnosti obeh izotopov. Emisijski spekter lahkega vodika ni povsem enak kot emisijski spekter težkega vodika, vendar se s tem tule ne bomo podrobneje ukvarjali.
Kakor se lahki vodik (H) spaja s kisikom (O) v vodo (H_2O), se tudi težki vodik (D) spaja s kisikom v spojino D_2O, ki se imenuje **težka voda**. Težka voda se v naravi pojavlja kot neznatna primes navadni vodi. V enem litru vode je 0.15 ml težke vode. Ker ima težka voda skoraj povsem enake kemične lastnosti kot navadna voda, ju ne moremo razdvojiti s kemičnimi metodami. Lahko izkoristimo le nekatere različne makroskopske fizikalne lastnosti, ki so posledica razlike v masi molekul. Težko vodo najlaže pridobivamo z elektrolizo navadne vode. Med elektrolizo potujejo skozi vodno razstopino vodikovi in devterijevi ioni. Ker so devterijevi ioni težji od vodikovih, potujejo počasneje in se manj izločajo kot vodikovi. Preostala vodna razstopina je zato bogatejša s težko vodo. Po večkratnih elektrolizah dobimo (elektrolitsko) čisto težko vodo.

Izotopi težjih elementov (predvsem elementov s konca periodnega sistema) se relativno malo razlikujejo v atomski masi in imajo praktično povsem enake kemične in fizikalne lastnosti. Posebej omenimo le kisik, ki se pojavlja v obliki izotopa O^{16} in O^{17}. Prvega je 99.76 procentov, drugega pa 0.04 procenta. Obstaja tudi izotop O^{18}, ki ga je 0.2 procenta. Naravni ogljik pretežno (99.89 procentov) vsebuje izotop C^{12}, nekaj (1.11 %) težjega izotopa C^{13} ter neznatne sledi (10^{-14}%) izotopa C^{14}. Zdnji je neobstojen in sčasoma razpade. Živi organizmi imajo za časa svojega življenja normalno količino izotopa C^{14}. Po odmrtju se količina tega izotopa manjša, zato z merjenjem količine tega izotopa lahko ugotovimo starost arheoloških ostankov. To tehniko uporabljamo za merjenje starosti do približno 10 000 let. Za merjenje starosti geoloških plasti uporabljamo druge metode.

35.4 Jedrska sila

Atomsko jedro je sestavljeno iz jedrske snovi - protonov in nevtronov. Protoni so pozitivno nabiti, nevtroni pa so nevtralni. Iz poglavja elektrostatike vemo, da se dva istoimenska naboja odbijata. To velja tudi za protone v jedru. Zaradi elektrostatske interakcije ima jedro neko pozitivno potencialno energijo, ki jo izračunamo po enačbi

$$W_e = \sum_{i,j} \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}.$$

Če bi atomsko jedro razpadlo, bi se ta energija sprostila, kar pomeni, da bi bila vsa jedra v naravi neobstojna. Vendar pa mnoga jedra niso neobstojna, temveč so nukleoni razmeroma dobro vezani na jedro. Celotna potencialna energija W_p jedra mora biti torej negativna. Očitno mora med nukleoni v jedru delovati še ena dodatna interakcija, ki preprečuje, da bi jedra razpadla zaradi električne sile. To interakcijo bomo imenovali **jedrska interakcija**.

Nukleoni v atomskem jedru so torej medsebojno povezani z jedrskimi silami. To so pretežno privlačne sile, ki nimajo nič skupnega z električnimi, magnetnimi in gravitacijskimi. Jedrske sile so izredno močne, vendar imajo kratek doseg (približno 2 fm). Učinkujejo le v neposredni soseščini nukleonov. Pomembno je, da so neodvisne od električnega naboja nukleonov. Jedrske sile med protoni so enako močne kot med protoni in nevtroni. To potrjujejo sipanja pospešenih protonov na protonih in nevtronih. Zaradi tega so tudi izotopi z lihim Z in sodim N približno enako pogosti kot izotopi s sodim Z in lihim N. Pri izotopih z majhnim vrstnim številom Z, ki vsebujejo v jedrih malo protonov, električne odbojne sile med protoni ne ogrožajo privlačnih jedrskih sil med nukleoni. Zato lahka jedra vsebujejo približno enako število protonov in nevtronov. Pri izotopih z veliko protoni v jedru pa je potreben presežek nevtronov, da se kljub električni odbojnosti med protoni zagotovi stabilnost jeder. Višek nevtronov nad protoni se z naraščanjem vrstnega števila Z povečuje.
Nukleon v jedru se lahko poveže le z danim število sosednjih nukleonov, podobno kot se atom (s kemično vezjo) poveže le z danim številom (odvisno od valence) sosednjih atomov. Za jedrske sile med nukleoni je torej značilna **nasičenost**. Nasičenost jedrskih sil je predvsem posledica njihovega izredno kratkega dosega.

35.4.1 Vezavna energija in masni defekt atomskega jedra

Kot smo omenili zgoraj je celotna potencialna energija jedra W_p negativna. To negativno potencialno energijo imenujemo tudi **vezavna energija**. Pogosto govorimo tudi o **specifični vezavni energiji**, ki je potencialna energija enega nukleona, torej

$$W_{spec} = \frac{W_p}{A}.$$

Če hočemo nukleon odtrgati iz jedra, mu moramo dodati najmanj energijo W_{spec}. S tem v zvezi je pomemben **masni defekt atomskega jedra**. Kot vemo iz teorije relativnosti, velja enačba

$$W = mc_0^2,$$

ki medsebojno povezuje energijo W in maso m. Pomen zgornje enačbe je sledeč. Vsaki masi m lahko pripišemo energijo $W = mc_0^2$. Vsaki energiji W pa lahko pripišemo maso $m = W/c_0^2$. Celotno energijo atomskega jedra torej lahko izračunamo takole:

$$W_{cel} = Zm_pc_0^2 + Nm_nc_0^2 - W_p.$$

Masa atomskega jedra je zaradi negativne vezavne energije manjša, kot je masa sestavnih delov jedra skupaj, in sicer za $\Delta m = W_p/c_0^2$. Spajanje nukleonov v jedro je primer reakcije, pri kateri se masa in energija prepletata. Na račun izgubljene mase se sprošča energija. Pri tej reakciji se masa sama ne ohranja in tudi energija se navidezno sprošča iz nič. Pač pa se ohranjata masa in energija skupaj.
Nasprotni primer je razbijanje jedra na sestavne nukleone. Razbijanje je povezano s povečanjem mase za masni defekt jedra Δm, za kar je potrebna energija $W = \Delta m c_0^2$., ki krije povečanje mase.
Sklepamo, da je jedro tem bolj stabilno(da so nukleoni v jedru tem močneje vezani), im več energije je potrebno za razbitje jedra.

Primer: Vezavna energija devterona je določena z enačbo

$$\Delta m = m_p + m_n - m_d = 0.002388u,$$

$$W = 0.002388c_0^2 u = 0.002388 \cdot 931,48MeV = 2,22MeV.$$

Foton gama potemtakem lahko razbije devteron na proton in nevtron le, če je njegova energija večja od 2,22 MeV. Na en nukleon v devteronu odpade specifična vezavna energija 1,11 MeV.

Primer: Vezavna energija jedra ogljikovega izotopa C^{12}: Najprej masni defekt

$$\Delta m = 6m_p + 6m_n - m_{C^{12}} = 0.098940u,$$

$$W = 92,2MeV.$$

Na en nukleon v jedru C^{12} odpade specifična vezavna energija $92,2712MeV = 7,7MeV$. To je precej več kot pri devteronu!

Z merjenjem in računanjem lahko ugotovimo specifično vezavno energijo za vse izotope v naravi. Za težko jedro ${}_{92}U^{238}$ dobimo celotno vezavno energijo 1800 MeV, na en nukleon pa odpade energija 7,6 MeV, torej nekoliko manj kot pri srednjetežkih jedrih. Intuitivno lahko predpostavimo, da je specifična vezavna energija naraščajoča od masnega števila $A = 1$ do nekega masnega števila A_{opt}, kjer je največja. Pri večjih masnih številih pa vezavna energija upada, sicer bi bila v naravi stabilna tudi hipertežka jedra, ki jih sploh ne najdemo. Merjenja pokažejo, da je specifična vezavna energija največja pri $A_{opt} = 56$ to je pri železu. Potemtakem je izotop železa Fe^{56} najstabilnejši izotop v naravi.

35.5 Radioaktivnost

Atomsko jedro, katerega nukleoni so v stanjih z najmanjšimi možnimi energijami, je stabilno. Brž, ko nekateri nukleoni (iz kakršnegakoli vzroka) preidejo v višja energijska stanja postane jedro nestabilno (vzbujeno) ali radioaktivno. Vzbujeno jedro ima višjo notranjo energijo kot stabilno (lahko rečemo, da je bolj vroče, ima višjo temperaturo), zato ni obstojno in slejkoprej preide v stabilnejše stanje. Ob prehodu odda razliko energije kot fotone gama ali celo kot snovne delce, pri čemer se spremeni njegova sestava.
Izotop z vzbujenimi in neobstojnimi jedri se imenuje **radioaktivni izotop**. Fotoni gama ali snovni delci, ki jih jedra radioaktivnega izotopa pri razpadanju oddajajo, pa se imenujejo **radioaktivno sevanje**.

V začetku vesolja, ko se je z različnimi jedrskimi reakcijami formirala snov, so bila verjetno vsa atomska jedra močno vzbujena in zato radioaktivna. Do današnjih dni se je večina radioaktivnih izotopov že spremenila v stabilne, razen izredno dolgoživih, ki so ostali radioaktivni skozi vso geološko zgodovino. Naravno radioaktivni izotopi so naprimer K^{40}, nekatere redke zemlje in težki izotopi, katerih masno število presega 83. Težka jedra so tem menj stabilna, čim več nukleonov vsebujejo. Zadnji del periodnega sistema vsebuje elemente, katerih atomska jedra so preobložena, da bi bila stabilna. Postopoma razpadajo in se spreminjajo v stabilna. Periodni sistem elementov se konča z elementom uran ($Z = 92$), ki razpada dovolj počasi, da se je ohranil do današnjih dni. Elemeni z $Z > 92$ so močno radioaktivni in se niso ohranili v dovolj velikih količinah, da bi jih lahko zasledili v naravi. Pridobivamo jih umetno (t.i. transuranski elementi).

Naravno radioaktivni izotopi oddajajo tri vrste žarkov: **žarke alfa** α, **beta** β in **gama** γ.Oddajanje žarkov α, β in γ menujemo **aktivnost** α, β in γ. Izotopi, ki oddajajo žarke α, β in γ pa so **alfa, beta in gama aktivni**.
Naravo teh žarkov ugotovimo, če jih pošljemo skozi električno ali magnetno polje ali detektiramo na fotograflsem filmu. Eksperimenti pokažejo, da so:

$$\text{žarki } \alpha = \text{helioni} =_2 He^4, \tag{35.1}$$
$$\text{žarki } \beta = \text{elektroni} = e^-, \tag{35.2}$$
$$\text{žarki } \gamma = \text{fotoni z energijo nekaj MeV.} \tag{35.3}$$

35.5.1 Razpad gama

Razpad gama je najmanj buren način radioaktivnega razpadanja. Gama aktivna jedra oddajajo fotone gama podobno kot atom oddasvetlobne ali ultraviolične fotone. Z emisijo gama se vzbujena jedra pomirijo (oddajo odvečno notranjo energijo), ne da bi se spremenila njihova notranja sestava:

$$_ZX^A \to \text{razpad gama} \to_Z X^A + \gamma.$$

Lahko rečemo, da ima gama aktivno jedro previsoko temperaturo, da se z emisijo gama ohladi.

35.5.2 Razpad alfa

Alfa aktivno jedro se pomiri (zmanjša svojo notranjo energijo) tako, da odda helion, to je delec z dvema protonoma in nevtronoma. Pri tem se sprosti nekaj energije, ki jo emitirani helion odnese v obliki kinetične energije. Ta je pri različnih alfa aktivnih jedrih različna. Pri uranu U^{238} znaša energija delca alfa 4.2 MeV, pri plutoniju Pu^{239} znaša 5.2 MeV, jedra radija Ra^{226} pa oddajajo helione z energijami 4,8 MeV, 4,6 MeV in 4,2 MeV. Ker alfa aktivno jedro ob razpadu alfa izgubi dva protona in nevtrona, se njegovo masno število zmanjša za 4, vrstno število pa za 2. Torej nastane jedro elementa, ki je v periodnem sistemu za dve mesti bolj levo od prvotnega radioaktivnega izotopa:

$$_ZX^A \to \text{razpad alfa} \to_{Z-2} Y^{A-4} + \alpha.$$

Emitirani helioni slejkoprej zajamejo po dva prosta elektrona iz ozračja in nastanejo atomi helija. Zato se helij pojavlja v bližini alfa aktivnih izotopov, npr. v zemeljski skorji, ki vsebuje uranovo ali torijevo rudo.
Z razpadom alfa se jedro običajno ne pomiri povsem. Novo nastalo jedro je še vedno vzbujeno in z nadaljno emisijo gama preide v bolj stabilno stanje. Zato fotoni gama spremljajo alfa radioaktivni razpad. Radij poleg žarkov alfa oddaja tudi žarke gama.

35.5.3 Razpad beta

Beta aktivna jedra oddajajo elektrone. Ker elektronov v jedru ni, sklepamo, da ob razpadu beta nastajajo na novo. Nastanek elektrona pojasnimo z zamislijo, da nevtron razpade na proton in elektron. Takšen razpad je možen tako zaradi naboja, kot tudi mase. Nevtron je nekaj težji od protona. Novo nastali proton ostane v jedru, elektron pa odleti proč:

$$n \longrightarrow p + e^- + \text{energija}.$$

Da je ta reakcija možna, potrjujejo prosti nevtroni, ki jih pridobimo z radioaktivnimi reakcijami v laboratoriju. Nevtroni izven jedra niso obstojni. Hitro (po približno 10 minutah) razpadejo na protone in elektrone.

Z razpadom beta se nevtron v jedru prelevi v proton, ali drugače: nukleon iz nevtronskega stanja preide v protonsko. Število nevtronov v jedru se zmanjša za 1, število protonov pa se za toliko poveča. Skupno število nukleonov v jedru se ne spremeni. Beta aktivni izotop se z razpadom beta spemeni v element, ki je v periodnem sistemu za eno mesto naprej:

$$_ZX^A \rightarrow \text{razpad beta} \rightarrow_{Z+1} Y^A + \text{elektron} + \text{energija}.$$

Pričakujemo, da se pri razpadu beta enako kot pri razpadih alfa in gama sproščena energija ujema z energijskimi razlikami pred in po razpadu. Pričakovali bi tudi, da imajo elektroni, ki nastanejo pri beta razpadu, točno določene energije. Dejansko pa se izkaže, da sevajo beta aktivna jedra elektrone z zelo različnimi energijami. Njihova energija znaša največ W_{max}, zastopane pa so še vse druge manjše energije. Površno bi torej predpostavili, da pri razpadu beta energijski zakon ne velja. Vendar ta problem raje rešimo s predpostavko, da pri beta razpadu poleg elektrona nastane še en delec, ki odnese preostanek energije. Tega delca doslej še ni uspelo detektirati. Ne reagira s snovjo, na fotografski plošči pa ne pusti nobene sledi, torej ni foton. Ker delec ne reagira s snovjo, podobno kot nevtroni, predpostavimo, da je tudi ta delec električno nevtralen. Njegova masa je zanemarljivo majhna. V fiziki se je zanj uveljavilo ime **nevtrino**. Natančno vzeto se pri razpadu beta ne sprosti nevtrino, temveč njegov antidelec **antinevtrino**. Kakšna je razlika bomo povedali v naslednjih vrsticah.
Ker nevtrino nima ne mirovne mase ne električnega naboja, ne sodeluje z atomi snovi. Lahko neovirano prodre skozi Zemljo ali Sonce, ne da bi se zaletel ob kakšno jedro in reagiral. Zato je ekperimentalno zelo težko dokazati njegov obstoj. Teoretično pa ni nobenega dvoma, da v naravi obstaja.
Shemo za razpad beta torej napišemo takole:

$$_ZX^A \rightarrow \text{razpad beta} \rightarrow_{Z+1} Y^A + \text{elektron} + \overline{\nu_e}.$$

Ker pri tem razpadu nastane elektron, ga zato imenujemo tudi β^- razpad. Lahko pa pri razpadu beta nastane tudi antidelec elektrona, ki je pozitivno nabit in ima enako maso kot elektron. Ta delec imenujemo **pozitron**. Pri tem nastane tudi nevtrino, tako da razpad zapišemo takole:

$$_ZX^A \rightarrow \text{razpad beta+} \rightarrow_{Z-1} Y^A + \text{pozitron} + \overline{\nu_e}.$$

Ta razpad imenujemo beta+ β^+. Nastalo jedro v periodnem sistemu leži za eno mesto bolj v levo.
Ob razpadu beta sicer vzbujeno jedro preide iz enega vzbujenega stanja v drugo in pri tem odda točno določeno energijo. Vendar se ta statistično porazdeli med emitirana elektron in nevtrino. Če se sprosti elektron z maksimalno energijo, ima nevtrino energijo nič. Če pa se sprosti elektron z kinetično energijo nič, pa ima nevtrino maksimalno energijo. V splošnem imata emitrana elektron in nevtrino energijo med 0 in W_m, tako, da dobimo zvezni emisijski spekter emitiranih žarkov beta.
Kakor alfa aktivno jedro se tudi beta aktivno jedro z razpadom običajno ne pomiri posem. Novo nastalo jedro lahko odda še foton gama in preide v bolj stabilno stanje. Zgodi se, da lahko ista vrsta radioaktivnih jeder razpade ali z emisijo žarkov alfa ali žarkov beta. Naprimer radioaktivni izotop $_{83}Bi^{214}$ večinoma (99,96 %) oddaja žarke beta in prehaja v izotop $_{84}Po^{214}$, tu in tam (0,04 %) pa z razpadom alfa preide v izotop $_{81}Ti^{210}$.
Obravnavani radioaktivni razpadi alfa, beta in gama so v naravi najpogostejši. Umetno dobljeni radioaktivni izotopi lahko razpadejo tudi drugače.

35.5.4 Radioaktivne družine

Naravno radioaktivne izotope s konca perioadnega sistema elementov lahko razvrstimo v t.i. radiaoktivne družine, to je v verige radioaktivnih razpadov, ki potekajo zaporedoma drug za drugim. Vsaka radioaktivna družina ima svojega začetnika, ki je med najtežjimi znanaimi izotopi. Zadnji člen vsake verige je stabilni izotop svinca ali bizmuta.
Pomembni sta predvsem dve radioaktivni družini:

1. **uran-radijeva družina:** Začetnik je $_{92}U^{238}$, zadnji člen je $_{82}Pb^{206}$.

2. **torijeva družina:** Začetnik je ${}_{90}Th^{232}$ zadnji član pa ${}_{82}Pb^{206}$.

Člani dane radioaktivne družine so večinoma v skupni rudi (razen plinastih elementov, ki lahko pobegnejo iz rude). Uranova ruda zato vsebuje več različnih radioaktivnih izotopov. Med njimi je najbolj znan **radij** ${}_{88}Ra^{226}$, ki je prvi znani radioaktivni izotop. Radijev potomec **radon** ${}_{88}Ra^{222}$ je plin, ki uhaja iz uranove rude in je nevaren za okolico. Tu in tam se javnost prestraši, če v kakšnem stanovanju v zraku zazanajo šibke sledi radona, ki ga verjetno oddaja gradbeni material izhajajoč iz bližine uranovih nahajališč. Nekateri člani radioaktivnih družin sevajo tudi žarke alfa, drugi žarke beta, vsi pa dodatno tudi žarke gama.

35.6 Aktivnost

Zanima nas, kako hitro poteka razpadanje vzbujenih jeder radioaktivnih izotopov. Vemo, da nekateri izotopi razpadajo hitro (npr. v nekaj sekundah ali celo manj), drugi pa zelo počasi (npr. nekaj milijard let). Pomembno je, da sta hitrost in način razpadanja odvisna le od vrste radioaktivnega izotopa in od stopnje vzbujenosti njegovih jeder. Na razpad ne moremo vplivati od zunaj, npr. tako, da bi izotop segreli ali da bi ga položili v močno električno in magnetno polje. Posamezna radioaktivna jedra razpadajo neodvisno drugo od drugega. Ali bo jedro sčasoma razpadlo, je neodvisno od tega, ali so sosednja jedra že razpadla ali ne, pa tudi neodvisno od starosti samega jedra. Radioaktivni razpadi nestabilnih jeder si sledijo statitično nepovezano; zdaj razpade eno jedro, zdaj drugo. Možno je, da od dveh enako vzbujenih jeder eno razpade hitro, drugo pa vztraja v vzbujenem stanju še več let.
Spreminjanje števila vzbujenih jeder s časom je odvisno od števila vseh jeder. V nekem času dt razpade dN jeder, kjer velja:

$$dN = -\lambda N dt.$$

Tu je λ t.i. **razpadna konstanta**. To enačbo integriramo in za število radioaktivnih jeder po času t dobimo:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

N_0 je začetno število radioaktivnih jeder. Vidimo, da število radioaktivnih jeder pojema **eksponentno s časom**. V času t je torej razpadlo

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$$

radioaktivnih jeder.

35.6.1 Razpolovni čas

Za eksponentno pojemanje je značilen t.i. **razpolovni čas** t_0, to je čas, v katerem se število radioaktivnih jeder zmanjša na polovico. Definiramo ga z enačbo

$$N = N_0 2^{-t/t_0}.$$

Dobljeno enačbo primerjamo z enačbo $N = N_0 e^{-\lambda t}$ in dobimo zvezo med razpadno konstantno λ in razpolovnim časom:

$$N_0 2^{-t/t_0} = N_0 e^{-\lambda t} \longrightarrow \lambda t = \frac{t}{t_0} \ln 2$$

$$t_0 = \ln 2/\lambda.$$

Čim večja je razpadna konstanta, tem hitreje izotop razpada. Namesto z razpadno konstanto izražamo hitrost razpadanja izotopa raje z razpolovnim časom t_0. Izotop, ki razpada hitro, se imenuje **kratkoživi izotop**, izotop, ki razpada počasi, pa se imenuje **dolgoživi izotop**.
Pogosto govorimo tudi o **povprečnem življenskem času izotopa**. Nekatera jedra danega radioaktivnega izotopa vztrajajo v vzbujenem stanju dolgo časa, nekatera pa razpadejo kmalu. Povprečni

življenski čas pove, koliko časa vztrajajo jedra v vzbujenem času **v povprečju**. Definiramo ga z enačbo:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_0}{\ln 2}.$$

Radij 226 ima npr. razpadno konstanto $\lambda = 1.38 \cdot 10^{-11}/s$ in povprečni življenski čas $\tau = 2290$ let.

35.6.2 Aktivnost

V prejšnjem poglavju smo ugotavljali, kako se število radioaktivnih jeder zmanjšuje s časom in kolikšen je njihov povprečni življenski čas. Pogosto nas zanima število jeder, ki razpadejo v enoti časa. Tej količini pravimo **aktivnost**, označimo pa jo z Ac.
Aktivnost izotopa je gotovo tem večja, čim več vzbujenih jeder vsebuje izotop (čim večji je N) ter čim hitreje ta razpadajo. V časovnem intervalu dt razpade

$$dN = -\lambda N dt$$

jeder. Aktivnost je potem

$$Ac = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Aktivnost se torej spreminja sčasom podobno kot število radioaktivnih jeder:

$$Ac = Ac_0 e^{-lambdat}.$$

Tu je Ac_0 začetna aktivnost izotopa za $t = 0$. Enota za aktivnost je $razpad/s$, ki se imenuje **bacquerel**:

$$1Bq = 1/s.$$

To je zelo majhna aktivnost, zato so primerne večje enote, npr 1 kBq ali 1 MBq. Najšibkejši radioaktivni viri, ki se lahko uporabljajo brez posebne nevarnosti pred sevanjem, imajo aktivnost nekaj kBq. V praksi se je udomačila tudi stara merska enota aktivnosti 1 **curie (Ci)**. Ta je definirana kot aktivnost 1 g radija 226 oziroma kot 37 GBq. Aktivnost 1 Ci je precejšnja. V izgorelem gorivu jederskega reaktorja se razvijejo akrivnosti nekaj kCi. Najšibkejši izotopi, ki se jih uporablja v medicini imajo aktivnosti nekaj μCi.

Primer 1: Potrebujemo radioaktivni vir z aktivnostjo 50 mCi. Kolikšno ativnost moramo naročiti, če vemo, da je dobavni rok 2 dni in razpolovni čas izotopa 30 ur?
Primer 2: Radioaktiven izotop seva delce alfa (helione) z aktivnostjo 2 Ci. Koliko gramov helija se nabere v njegovi bližini v enem letu, če je njegova aktivnost ves čas konstantna?
Primer 3: Tritij razpada z razpolovnim časom 12.3 leta, pri čemer nastaja helijev izotop He^3. Koliko gramov tega izotopa dobimo po času enega leta iz 10 mg tritija?
Primer 4: Kobaltov radioaktiven vir je sestavljen iz stabilnega izotopa Co^{59} in iz radioaktivnega izotopa Co^{60}, ki razpada z razpolovnim časom 5.2 leta.Koliko odstotkov radioaktivnega izotopa je v viru, če ta tehta 20 mg in ima aktivnost 10 mCi.