

7. DIMENZIJSKA ANALIZA

Dimenzijska analiza i teorija sličnosti predstavljaju znanstveni temelj eksperimentalnom istraživanju složenih fizikalnih pojava kako u mehanici fluida, tako i u ostalim područjima fizike. Primjenom dimenzijske analize minimizira se potrebni broj mjerenja za istraživanje neke pojave, a olakšavaju se prikaz i tumačenje rezultata mjerenja. Teorija sličnosti daje podlogu za primjenu modelskih istraživanja i primjenu analogija u fizici.

7.1 Osnovna jednadžba metrologije

Sadržaj fizikalne veličine Q izražava se produktom mjernog broja \tilde{Q} i mjerne jedinice $[Q]$.

$$Q = \tilde{Q}[Q]$$

Npr. ubrzanje $a = 4m/s^2$

7.2 Skup osnovnih i izvedenih fizikalnih jedinica

Dimenzija $[Q]$ odnosno jedinica $[Q]_{SI}$ svake fizikalne veličine Q u mehanici fluida se može prikazati produktom potencija osnovnih dimenzija odnosno jedinica u obliku

$$[Q] = M^a L^b T^c \Theta^d \quad [\tilde{Q}]_{SI} = kg^a m^b s^c K^d$$

gdje su osnovne fizikalne veličine (čije su dimenzije osnovne) u mehanici fluida

Veličina	Oznaka	Dimenzija	Jedinica u SI sustavu
duljina	L	L	m
vrijeme	t	T	s
masa	m	M	kg
temperatura	T	Θ	K

a eksponenti a , b , c i d tipični za fizikalnu kategoriju Q . Nisu uvijek potrebne sve četiri osnovne dimenzije. Tako se dimenzije svih fizikalnih veličina u kinematici fluida mogu opisati s dvije dimenzije: duljine i vremena. U dinamici nestlačivog strujanja fluida gdje temperatura fluida ne igra ulogu dovoljne su tri dimenzije: duljine, vremena i mase, a tek u dinamici stlačivog strujanja taj skup se proširuje dimenzijom temperature.

Oznake, dimenzije i jedinice nekih izvedenih fizikalnih veličina u mehanici fluida

Fizikalna veličina	Oznaka	Dimenzija	Jedinica u SI sustavu
brzina, brzina zvuka	v, c	LT^{-1}	m/s
sila	F	MLT^{-2}	N
gravitacija	g	LT^{-2}	m/s^2
težinski protok	\dot{G}	MLT^{-3}	N/s
volumenski modul elastičnosti	K	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa
maseni protok	\dot{m}	MT^{-1}	kg/s
moment sile	M	ML^2T^{-2}	Nm
snaga	P	ML^2T^{-3}	W
tlak	p	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa
volumenski protok	Q	L^3T^{-1}	m^3/s
plinska konstanta	R	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$	J/kgK
potencijal masene sile	U	L^2T^{-2}	m^2/s^2
specifična unutrašnja energija	u	L^2T^{-2}	J/kg

rad sile, energija	W, E	ML^2T^{-2}	J
gustoća fluida	ρ	ML^{-3}	kg/m^3
kinematička viskoznost	ν	L^2T^{-1}	m^2/s
dinamička viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$	Pas
Kutna brzina	ω	T^{-1}	rad/s
naprezanje	$\tau, \sigma_i, \sigma_{ij}$	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2
kut	α	-	rad
površinska napetost	σ	MT^{-2}	N/m

7.3 Dimenziono nezavisan skup

Treba naglasiti da je izbor skupa osnovnih fizikalnih veličina u principu proizvoljan, te se može koristiti bilo koji skup od četiri dimenziono nezavisne fizikalne veličine. Dimenziona nezavisnost osnovnog skupa fizikalnih veličina podrazumijeva da se dimenzija niti jedne od fizikalnih veličina izabranog skupa ne može prikazati dimenzijama preostalih fizikalnih veličina u tom skupu, što je sadržano u teoremu o dimenziono nezavisnom skupu koji glasi:

Ako samo trivijalno rješenje $a_1=a_2= \dots =a_n=0$, čini produkt potencija $Q_1^{a_1} \cdot Q_2^{a_2} \cdot Q_n^{a_n}$ bezdimenzijskim, onda je skup n fizikalnih veličina Q_1, Q_2, \dots, Q_n dimenziono nezavisan. Ako je $n > k$, gdje je k broj osnovnih dimenzija (mjernih jedinica) u skupu, tada skup n fizikalnih veličina ne može biti dimenziono nezavisan.

Primjeri:

1. Sila, masa i ubrzanje su dimenziono zavisne veličine, jer su vezane drugim Newtonovim zakonom.
2. Skup od $n=3$ veličine: brzina, ubrzanje i kutna brzina čije su dimenzije opisane s dvije osnovne dimenzije duljine i vremena ($k=2$), zbog $n > k$ ne mogu biti dimenziono nezavisne.
3. Ispitati dimenzionu nezavisnost skupa veličina ρ, ν, L

Prema teoremu o dimenziono nezavisnom skupu traži se rješenje za eksponente a, b, c , koji čine produkt potencija veličina bezdimenzim, tj.

$$[\rho]^a [\nu]^b [L]^c = M^0 L^0 T^0$$

Ako se dimenzije ρ, ν, L izraze pomoću M, L, T, gornja jednačba prelazi u oblik:

$$[ML^{-3}]^a [LT^{-1}]^b [L]^c = M^0 L^0 T^0$$

Izjednačavanjem eksponenata nad istim bazama lijeve i desne strane gornje jednačbe, slijedi sustav linearnih algebarskih jednačbi

$$M: \quad a \quad \quad \quad = 0$$

$$L: \quad -3a \quad +b \quad +c \quad = 0$$

$$T: \quad \quad \quad -b \quad \quad \quad = 0$$

kojeg je rješenje trivijalno ($a=b=c=0$), što znači da je skup veličina ρ, ν, L dimenzionalno nezavisan.

7.4 Buckinghamov teorem (Pi-teorem)

Ključno značenje u dimenzijskoj analizi ima Pi-teorem koji glasi:

Svaki fizikalni zakon između n fizikalnih veličina Q_1, Q_2, \dots, Q_n , izražen funkcijom $G(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0$, neovisnom o promjeni mjerila (veličinska jednačba), može se izraziti kao funkcija $n-k$ bezdimenzijskih varijabli u obliku $\Gamma(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) = 0$, gdje je k broj osnovnih veličina čijim se dimenzijama mogu opisati dimenzije čitavog skupa n fizikalnih veličina.

Ilustracija: Promjena puta pri pravocrtnom gibanju konstantnim ubrzanjem $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ je fizikalni zakon između $n=4$ fizikalne veličine u čijim se dimenzijama pojavljuje samo put i vrijeme ($k=2$), pa se zakon može prikazati pomoću dvije bezdimenzijske varijable. Dijeljenjem gornje jednadžbe s $v_0 t$ dobije se $\frac{s}{v_0 t} = 1 + \frac{1}{2} \frac{a t}{v_0}$ ili $\Pi_1 = 1 + \frac{1}{2} \Pi_2$, gdje su $\Pi_1 = \frac{s}{v_0 t}$ i $\Pi_2 = \frac{a t}{v_0}$.

Primjenom Pi-teorema se smanjuje broj varijabli u pojavi, čime se smanjuje potrebni broj mjerenja i olakšava analiza rezultata. Pi-teorem se općenito realizira kroz sljedeće korake:

- 1) Pretpostavlja se skup n fizikalnih veličina za koji se smatra da upravlja fizikalnom pojavom, te se sastavi tablica s njihovim simbolima i dimenzijama ili mjernim jedinicama, iz koje se odredi broj k , dimenziono nezavisnih veličina.
- 2) Iz skupa od n fizikalnih veličina izabere se k dimenziono nezavisnih veličina i dokaže dimenzionu nezavisnost izabranog skupa prema danom teoremu.
- 3) Od svake fizikalne veličine izvan skupa dimenziono nezavisnih veličina formira se bezdimenzijski Π parametar na način da se njena dimenzija prikaže dimenzijama fizikalnih veličina iz dimenziono nezavisnog skupa, u obliku

$$\Pi_{k+i} = Q_{k+i} \cdot Q_1^{a_1} \cdot Q_2^{a_2} \cdot \dots \cdot Q_k^{a_k}, \quad i=1, n-k$$

Na taj način skup od n fizikalnih veličina zamijenjen je skupom od $n-k$ bezdimenzijskih Π parametara. Pri tome vrijede sljedeća pravila:

- a) ako je $n-k \leq 0$, što znači da se ne može formirati niti jedan Π parametar, ukazuje da je skup od n utjecajnih veličina nepotpun;
- b) ako je $n-k=1$, moguće je sačiniti samo jedan Π parametar, a problem se svodi na $\Gamma(\Pi)=0$ ili $\Pi=\text{konst}$, što znači da je problem principijelno moguće riješiti samo jednim mjerenjem.
- c) Funkcija među bezdimenzijskim Π parametrima, identičnog je oblika za beskonačnu obitelj geometrijski, kinematički i dinamički sličnih pojava. Sličnost dvaju pojava podrazumijeva da se iz rezultata dobivenih na jednoj pojavi mogu odrediti rezultati na drugoj pojavi jednostavnim množenjem rezultata prve pojave s konstantnim koeficijentom (koeficijentom sličnosti). Posebno, ona je jedna i ista funkcija za modelsku i prototipnu pojavu.
- d) Bezdimenzijska veličina (npr. kut) već je sama po sebi Π parametar i ne može biti uključena u skup dimenziono nezavisnih fizikalnih veličina.
- e) Postoji više mogućnosti izbora skupa dimenziono nezavisnih veličina, a u taj skup se ne stavljaju fizikalne veličine čiji se utjecaj želi promatrati izolirano (cilj je da se pojavljuje u samo jednom Π parametru).
- f) Svaki Π parametar se smije potencirati i množiti proizvoljnom konstantom.
- g) Ukoliko je neka od utjecajnih fizikalnih veličina ispuštena iz polaznog skupa, rezultati mjerenja neće ležati na krivulji nego će biti rasuti po čitavom dijagramu.

Primjer: Treba istražiti zavisnost sile otpora R hidraulički glatke kugle promjera D potopljene u fluid (gustoće ρ , koeficijenta dinamičke viskoznosti μ) kroz koji se ta kugla giba stalnom brzinom v u horizontalnoj ravnini.

Pretpostavlja se dakle da je sila otpora definirana nekom funkcijom $G(R, D, \rho, \mu, v) = 0$ među $n=5$ fizikalnih veličina.

Prvi korak je formiranje tablice s dimenzijama svih fizikalnih veličina u pojavi.

Veličina	D	v	ρ	R	μ
----------	-----	-----	--------	-----	-------

Dimenzija	L	LT ⁻¹	ML ⁻³	MLT ⁻²	ML ⁻¹ T ⁻¹
-----------	---	------------------	------------------	-------------------	----------------------------------

Iz tablice je vidljivo da se od osnovnih dimenzija pojavljuju M, L, T, dakle $k=3$, što omogućuje izbor skupa od tri dimenzionalno nezavisne fizikalne veličine, odnosno mogu se formirati dva Π parametra.

Drugi korak je izbor skupa dimenziono nezavisnih veličina, za što postoji više mogućnosti. Ako se traži zavisnost sile otpora R , ona se neće uključiti u taj skup, a obzirom da je ona posljedica viskoznosti čiji se utjecaj želi posebno analizirati, koeficijent dinamičke viskoznosti također neće ući u taj skup, te ostaje skup ρ , v , D čija je dimenziona nezavisnost već dokazana u prethodnom primjeru (gdje je uzeto L umjesto D)

U trećem koraku formiraju se bezdimenzijski Π parametri, jedan od sile F , a drugi od koeficijenta dinamičke viskoznosti μ u obliku

$$\Pi_1 = R \rho^a v^b D^c$$

ili pomoću dimenzija

$$M^0 L^0 T^0 = MLT^{-2} [ML^{-3}]^a [LT^{-1}]^b [L]^c$$

Nakon izjednačavanja eksponenata nad istim bazama na lijevoj i desnoj strani gornje jednadžbe slijedi sustav tri linearne algebarske jednadžbe

$$\begin{array}{l} M: \quad 0 = \quad 1 \quad +a \\ L: \quad 0 = \quad 1 \quad -3a \quad +b \quad +c \\ T: \quad 0 = \quad -2 \quad \quad \quad -b \end{array}$$

kojeg je rješenje $a=-1$, $b=-2$, $c=-2$, što uvršteno u definicijsku jednadžbu za parametar $\Pi_1 = R \rho^a v^b D^c$ daje

$$\Pi_1 = \frac{R}{\rho v^2 D^2}$$

Pozivajući se na pravo množenja Π parametara proizvoljnom konstantom parametar Π_1 se može preurediti u oblik koeficijenta sile (koeficijenta otpora)

$$C_D = \frac{R}{\frac{1}{2} \rho v^2 \frac{D^2 \pi}{4}}$$

gdje je $(1/2)\rho v^2$ dinamički tlak, a $D^2\pi/4$ površina presjeka kugle suprostavljenog strujanju fluida.

Analogno se definira drugi Π parametar u obliku

$$\Pi_2 = \mu \rho^a v^b D^c$$

iz kojeg slijedi sustav tri linearne algebarske jednadžbe:

$$\begin{array}{l} M: \quad 0 = \quad 1 \quad +a \\ L: \quad 0 = \quad 1 \quad -3a \quad +b \quad +c \\ T: \quad 0 = \quad -1 \quad \quad \quad -b \end{array}$$

Rješenje kojega je $a=-1$, $b=-1$, $c=-1$, što uvršteno u definicijsku jednadžbu $\Pi_2 = \mu \rho^a v^b D^c$ daje

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho v D}$$

koji označuje recipročnu vrijednost Reynoldsova broja

$$Re = \frac{1}{\Pi_2} = \frac{\rho v D}{\mu}$$

Prema tome, funkcija G među pet fizikalnih veličina, prevodi se u funkciju među dva Π parametra oblika

$$C_D = \Phi(Re) \quad \text{ili} \quad R = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{D^2 \pi}{4} \Phi \left(\frac{\rho v D}{\mu} \right)$$

Jednom određena bezdimenzijska funkcija $\Phi(Re)$ može poslužiti za određivanje sile otpora R pri gibanju kugle bilo kojeg promjera, bilo kojom brzinom u bilo kojem fluidu. Ako bi se raspolagalo samo jednim mjerenjem $C_{D1} = \Phi(Re_1)$, ono bi još uvijek moglo poslužiti za određivanje sile R u velikom broju situacija kojima je zajednička vrijednost Reynoldsova broja Re_1 iz koje slijedi jedna te ista vrijednost koeficijenta sile C_{D1} , dakle padaju u istu točku prostora bezdimenzijskih varijabli. Općenito za pojave koje su opisane istim

fizikalnim jednadžbama i koje su karakterizirane istom točkom u prostoru bezdimenzijskih varijabli kaže se da su fizikalno slične. Tako bi se npr. iz sljedećih podataka mjerenih u vodi: $\rho = 999,8 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$, $D = 300 \text{ mm}$, $v = 0,142 \text{ m/s}$, $R = 0,3 \text{ N}$, mogao izračunati koeficijent otpora

$$C_D = \frac{R}{\frac{1}{2} \rho v^2 \frac{D^2 \pi}{4}} = 0,421, \text{ pri Reynoldsovom broju } Re = \frac{\rho v D}{\mu} = 4,135 \cdot 10^4. \text{ Iz tih se podataka može}$$

izračunati sila na kuglu promjera $D_1 = 50 \text{ mm}$, koja se giba u ulju gustoće $\rho_1 = 820 \text{ kg/m}^3$, viskoznosti $\mu_1 = 0,08 \text{ Pas}$, brzinom $v_1 = \frac{Re \mu_1}{\rho_1 D_1} = 80,7 \text{ m/s}$ pri kojoj će sila otpora biti

$$R_1 = \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \frac{D_1^2 \pi}{4} C_D = 2207 \text{ N}.$$

Bezdimenzijski Π parametri u mehanici fluida se mogu svrstati u nezavisne parametre ili kriterije sličnosti koji potječu od nezavisnih veličina u pojavi, te zavisne parametre koji potječu od rezultata. Tako na primjer sila otpora u prethodnom primjeru zavisi od veličina s kojima se formira Reynoldsov broj kao nezavisni parametar, a sila otpora se prikazuje pomoću bezdimenzijskog koeficijenta sile, koji je zavisni parametar. Sljedeće tablice daju pregled najčešćih nezavisnih i zavisnih bezdimenzijskih parametara u nestlačivom strujanju fluida.

Nezavisni bezdimenzijski parametri (kriteriji sličnosti)

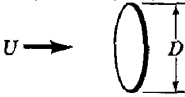



Naziv	Oznaka	Definicija
Reynoldsov broj	Re, Rn	$\frac{\rho v L}{\mu}, \frac{\rho v D}{\mu}, \frac{4 \rho Q}{\pi D \mu}$
Froudeov broj	Fr, Fn	$\frac{v}{\sqrt{gL}}, \frac{v^2}{gL}$
Strouhalov broj	Sh	$\frac{L}{vt}, \frac{\omega D}{v}$
Eulerov broj	Eu	$\frac{p_0}{\frac{1}{2} \rho v^2}$

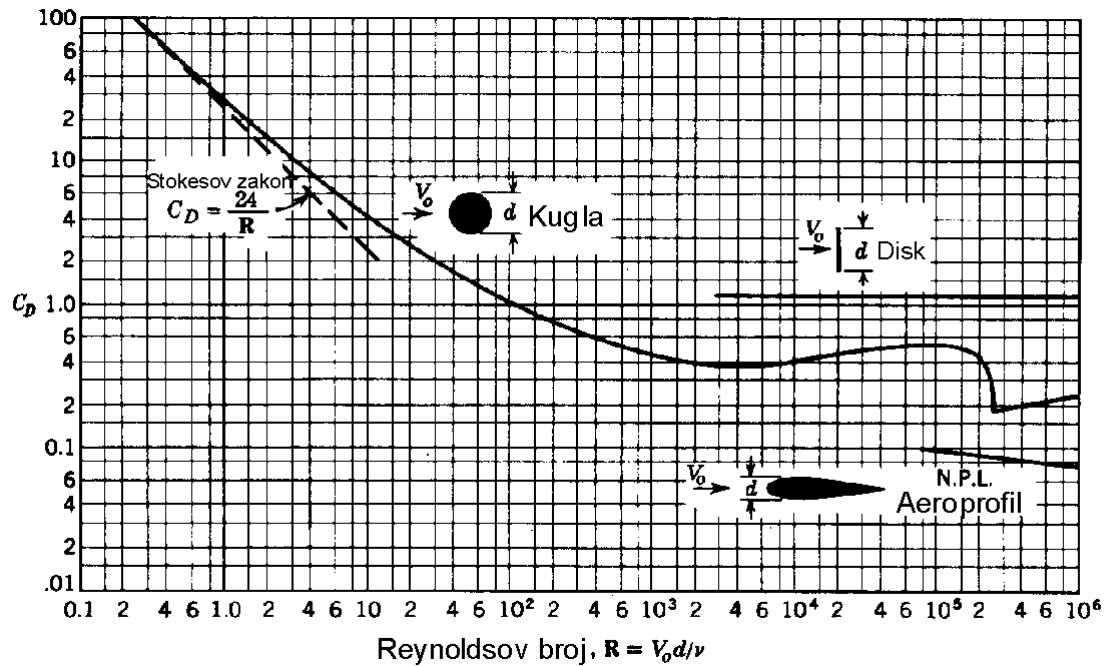
Neki zavisni bezdimenzijski parametri

Naziv	Oznaka	Definicija
Koeficijent tlaka, trenja	C_p, C_f, C_τ	$\frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho v^2}, \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho v^2}, \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho v^2}$
Koeficijent sile (otpora, uzgona)	C_F, C_D, C_L	$\frac{F}{\frac{1}{2} \rho v^2 A}, \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho v^2 A}, \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho v^2 A}$
Koeficijent momenta	C_M	$\frac{M}{\frac{1}{2} \rho v^2 AL}$
Faktor trenja za strujanje u cijevima	λ	$\frac{\Delta p_f}{\frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D}}, \frac{\Delta h_f}{\frac{v^2}{2g} \frac{L}{D}}$

Doprinos dimenzijske analize je u smanjenju broja varijabli kojima je opisana neka pojava, a ona ne može dati odgovor o funkciji koja povezuje bezdimenzijske parametre. U pojedinim slučajevima se razmišljanjem može doći do nekih zaključaka o nepoznatoj funkciji, koja povezuje bezdimenzijske parametre. Tako bi se u prethodnom primjeru moglo pretpostaviti, da su pri gibanju kugle malom brzinom v (točnije pri niskim vrijednostima Reynoldsova broja $Re \leq 1$), inercijske sile zanemarive u odnosu na viskozne sile, pa u tom slučaju sila otpora neće zavisiti od gustoće ρ fluida (koja je predstavnik mase, odnosno inercijskih sila). Uzimajući u obzir da je sila otpora pri mirovanju kugle jednaka nuli, zaključuje se da zavisnost koeficijenta otpora o Reynoldsovu broju mora biti oblika $C_D = \frac{\text{konst}}{Re}$, odnosno sila otpora je $R = \text{konst} \cdot vD\mu$. Ovo je potvrđeno eksperimentima i vrijedi ne samo za kuglu nego za optjecanje bilo kojeg tijela (vrijednost konstante ovisi o obliku tijela), a donja tablica daje neke primjere.

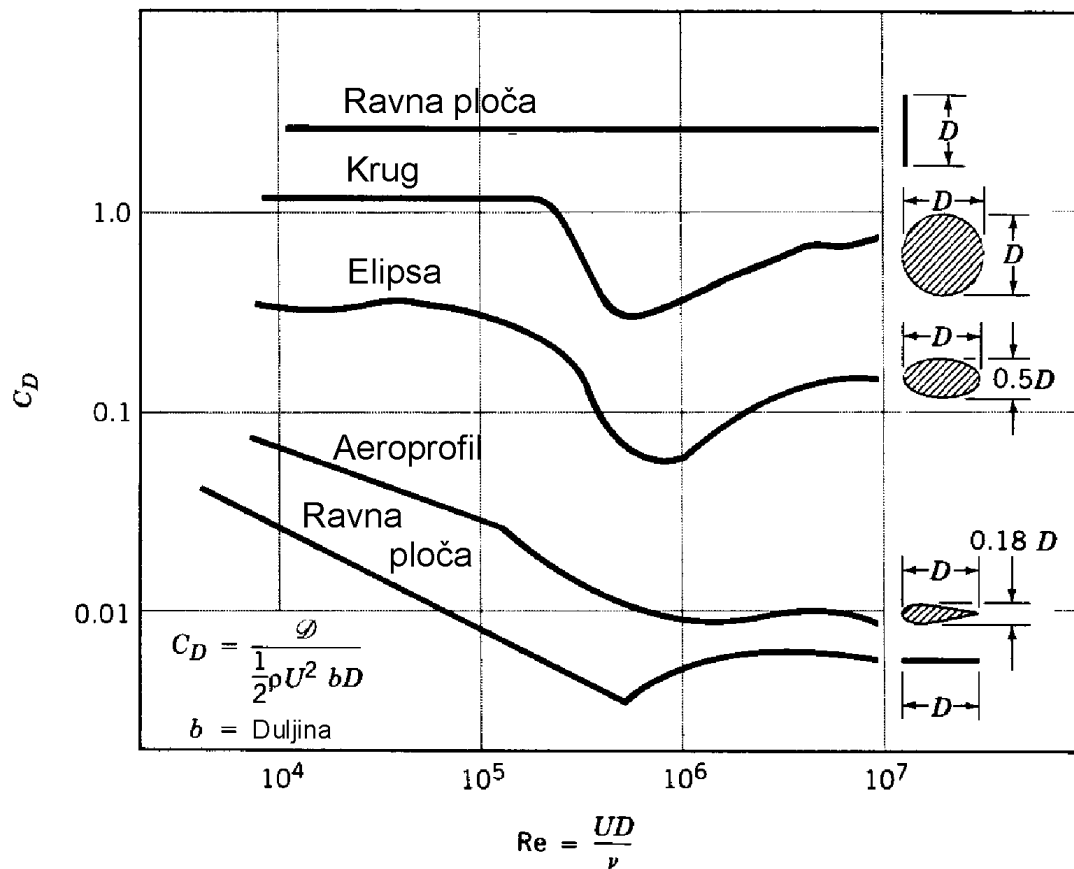
Koeficijenti otpora pri malim vrijednostima
Reynoldsovog broja ($Re = \rho U D / \mu$, $A = \pi D^2 / 4$)

Objekt	$C_D = \frac{F}{\rho U^2 A / 2}$ (for $Re \approx 1$)
a. Kružni disk okomit na smjer strujanja 	20.4/Re
b. Kružni disk paralelan sa smjerom strujanja 	13.6/Re
c. Kugla 	24.0/Re
d. Polukugla 	22.2/Re

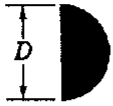


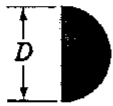


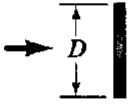
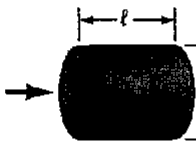
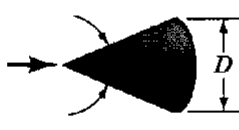
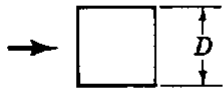
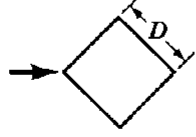
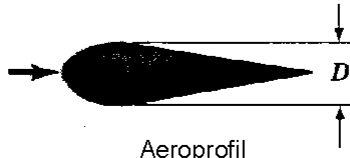



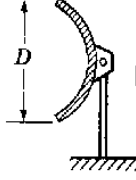



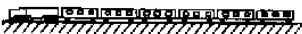




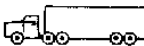
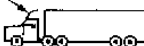
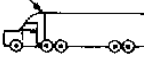



Gornja slika prikazuje u logaritamskom mjerilu zavisnost koeficijenta otpora kugle u širem rasponu Reynoldsova broja. Uočava se područje Reynoldsova broja u kojem je koeficijent otpora približno konstantan, i područje u kojem dolazi do pada koeficijenta otpora zbog promjene slike strujanja (pomicanja točke odvajanja prema stražnjem dijelu kugle, što će se objasniti u MF II).

Tijela drugačijeg oblika imaju slične funkcionalne zavisnosti koeficijenta otpora o Reynoldsovu broju. Slijedeća slika prikazuje dijagram koeficijenta otpora za različite profile (od ravne ploče do kružnog cilindra) i to pri višim vrijednostima Reynoldsova broja, koje se u praksi češće pojavljuju. U svim slučajevima se može uočiti područje konstantne vrijednosti koeficijenta otpora, a što je profil tanji to je područje pomaknuto prema višim vrijednostima Reynoldsova broja.

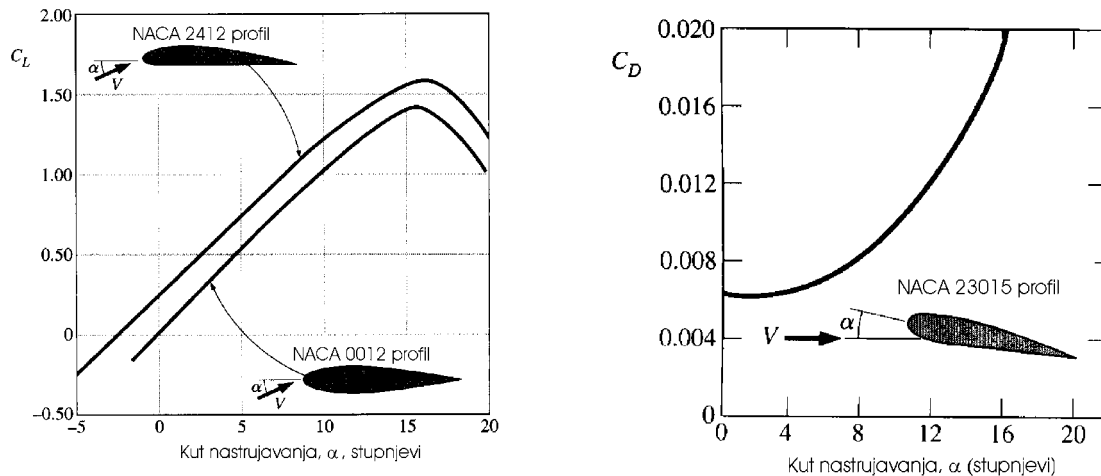


Sljedeće tablice daju vrijednosti koeficijenta otpora za različite oblike profila i tijela i to u području Reynoldsova broja gdje su one približno konstantne. Pri višim vrijednostima Reynoldsova broja strujanje prelazi iz režima laminarnog strujanja u režim turbulentnog strujanja. U režimu laminarnog strujanja čestice se gibaju pravilno u slojevima, a putanje čestica su glatke krivulje. Turbulentno strujanje je izrazito nestacionarno strujanje u kojem se čestice fluida gibaju po vrlo nepravilnim putanjama i intenzivno se miješaju, a brzina, tlak i ostale veličine pokazuju slučajne pulzacije. U turbulentnom strujanju sila otpora je funkcija i hrapavosti površine pri čemu s povećanjem hrapavosti u pravilu sila otpora raste. Povećanjem hrapavosti se smanjuje i vrijednost Reynoldsova broja pri kojoj laminarno strujanje prelazi u turbulentno.

Oblik	Referentna površina A	Koeficijent otpora C_D	Reynoldsov broj										
 <p>Puna polukugla</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	 1.17  0.42	$Re > 10^4$										
 <p>Šuplja polukugla</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	 1.42  0.38	$Re > 10^4$										
 <p>Tanki disk</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	1.1	$Re > 10^3$										
 <p>Cijev kružnog presjeka paralelna sa smjerom strujanja</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>l/D</th> <th>C_D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.5</td> <td>1.1</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>0.93</td> </tr> <tr> <td>2.0</td> <td>0.83</td> </tr> <tr> <td>4.0</td> <td>0.85</td> </tr> </tbody> </table>	l/D	C_D	0.5	1.1	1.0	0.93	2.0	0.83	4.0	0.85	$Re > 10^5$
l/D	C_D												
0.5	1.1												
1.0	0.93												
2.0	0.83												
4.0	0.85												
 <p>Konus</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>θ, stupnjevi</th> <th>C_D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>0.30</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>0.55</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>0.80</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>1.15</td> </tr> </tbody> </table>	θ , stupnjevi	C_D	10	0.30	30	0.55	60	0.80	90	1.15	$Re > 10^4$
θ , stupnjevi	C_D												
10	0.30												
30	0.55												
60	0.80												
90	1.15												
 <p>Kocka</p>	$A = D^2$	1.05	$Re > 10^4$										
 <p>Kocka</p>	$A = D^2$	0.80	$Re > 10^4$										
 <p>Aeroprofil</p>	$A = \frac{\pi}{4}D^2$	0.04	$Re > 10^5$										

Oblik	Referentna površina	Koeficijent otpora C_D												
 Padobran	Referentna površina $A = \frac{\pi D^2}{4}$	1.4												
 Porozni parabolčki tanjur	Referentna površina $A = \frac{\pi D^2}{4}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Poroznost</th> <th>0</th> <th>0.2</th> <th>0.5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>→</td> <td>1.42</td> <td>1.20</td> <td>0.82</td> </tr> <tr> <td>←</td> <td>0.95</td> <td>0.90</td> <td>0.80</td> </tr> </tbody> </table> <p>Poroznost = površina šupljina/ukupna površina</p>	Poroznost	0	0.2	0.5	→	1.42	1.20	0.82	←	0.95	0.90	0.80
Poroznost	0	0.2	0.5											
→	1.42	1.20	0.82											
←	0.95	0.90	0.80											
 Prosječna osoba	Stoji Sjedi Čući	$C_D A = 9 \text{ ft}^2$ $C_D A = 6 \text{ ft}^2$ $C_D A = 2.5 \text{ ft}^2$												
 Lepršajuća zastava	$A = \ell D$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>ℓ/D</th> <th>C_D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0.07</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.12</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.15</td> </tr> </tbody> </table>	ℓ/D	C_D	1	0.07	2	0.12	3	0.15				
ℓ/D	C_D													
1	0.07													
2	0.12													
3	0.15													
 Empire State Building	Referentna površina	1.4												
 Vlak sa šest vagona	Referentna površina	1.8												
 Uspravni biciklist	$A = 5.5 \text{ ft}^2$	1.1												
 Biciklist u utrci	$A = 3.9 \text{ ft}^2$	0.88												
 Kolona biciklista trkača	$A = 3.9 \text{ ft}^2$	0.50												
 Biciklist u sjedećem položaju	$A = 5.0 \text{ ft}^2$	0.12												
Transportna vozila s prikolicom														
 Standardno	Referentna površina	0.96												
 Sa spojlerom	Referentna površina	0.76												
 Sa spojlerom spojenim s prikolicom	Referentna površina	0.70												
 $U = 10 \text{ m/s}$ $U = 20 \text{ m/s}$ $U = 30 \text{ m/s}$ Stablo	Referentna površina	0.43 0.26 0.20												
 Dupin	Referentna površina	0.0036 at $Re = 6 \times 10^6$ (flat plate has $C_{Df} = 0.0031$)												
 Velike ptice	Referentna površina	0.40												

Pri opstrujavanju nesimetričnih tijela, ili pri opstrujavanju simetričnih tijela kod kojih se pravac vektora brzine ne poklapa s osi simetrije pojavljuje se i sila u okomitom smjeru na smjer brzine, koja se naziva silom uzgona (za razliku od sile otpora čiji se pravac djelovanja poklapa s pravcem brzine). Avioni lete upravo zahvaljujući sili uzgona. Sila uzgona povećava se povećanjem kuta između vektora brzine i skeletne linije krila (napadni kut α), a sljedeće slike prikazuju zavisnost sile uzgona i sile otpora o napadnom kutu. Pri određenoj vrijednosti kuta α koeficijent uzgona doživljava maksimum, nakon čega s povećanjem napadnog kuta sila uzgona naglo opada jer se na gornjoj strani profila pojavljuje odvajanje strujanja.



Oba se dijagrama mogu prikazati na jednoj slici s kutom α kao parametrom, kao što prikazuje sljedeća slika za područje kuta α do 8° . Optimalna točka je ona u kojoj je odnos sile uzgona spram sile otpora maksimalan (crtkani pravac s najvećim nagibom koji tangira krivulju).

