

## RJEŠENJE 12. DOMAĆE ZADAĆE IZ MATEMATIKE I

**1.** Na  $\left(0, e^{-\frac{3}{2}}\right)$  funkcija je konveksna, na  $\left(e^{-\frac{3}{2}}, \infty\right)$  je konkavna.

Točka infleksije je  $I\left(e^{-\frac{3}{2}}, -\frac{3}{2}e^{-3}\right)$ .

**2.** Na  $(-3, -1)$  funkcija je konveksna, na  $(-\infty, -3) \cup (-1, \infty)$  je konkavna.

Točke infleksije  $I_1(-3, 10e^{-3})$   $I_2(-1, 2e^{-1})$ .

**3.** Na  $(-6, 0) \cup (6, \infty)$  funkcija je konveksna, na  $(-\infty, -6) \cup (0, 6)$  je konkavna.

Točke infleksije su  $I_1\left(-6, -\frac{9}{2}\right)$ ,  $I_2(0, 0)$  i  $I_3\left(6, \frac{9}{2}\right)$ .

**4.** Na  $(0, \infty)$  funkcija je konveksna, na  $(-\infty, 0)$  je konkavna.

Točka infleksije je  $I(0, 0)$ .

**5.**  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$ ;

nul-točka je u  $x = 5$ ;

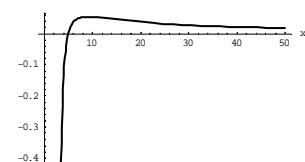
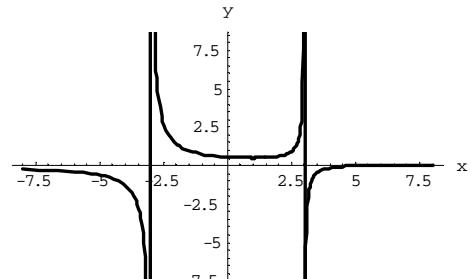
funkcija pada na  $(-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (9, \infty)$

i raste na  $(1, 3) \cup (3, 9)$ ,

točka maksimuma je  $M\left(9, \frac{1}{18}\right)$ ,

a točka minimuma  $m\left(1, \frac{1}{2}\right)$ ;

$x = -3, x = 3, y = 0$  su vertikalne i horizontalna asimptota.



**6.**  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, \infty)$ ;

dvostruka nul-točka je u  $x = 0$ ;

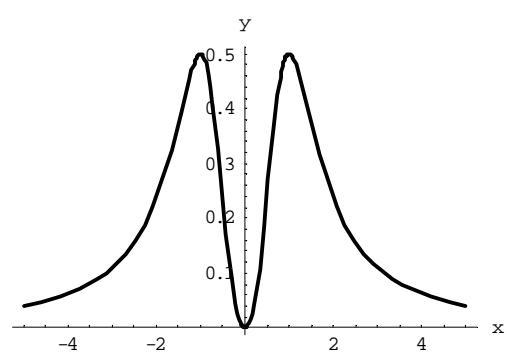
funkcija je parna:  $f(x) = f(-x)$ ;

funkcija raste na  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$  i pada na  $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ ,

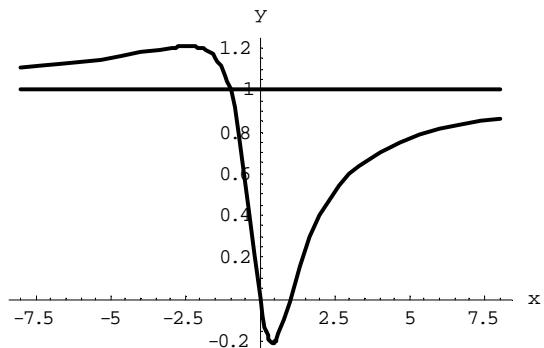
točke maksimuma su  $M\left(\pm 1, \frac{1}{2}\right)$ ,

a točka minimuma je  $m(0, 0)$ ;

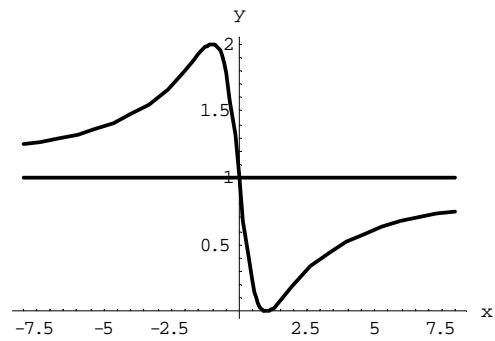
$y = 0$  je horizontalna asimptota.



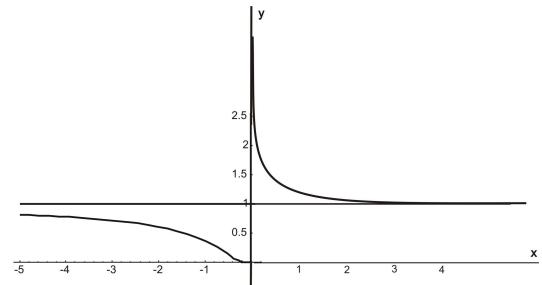
7.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, \infty)$ ;  
 nul-točke su u  $x=0, x=1$ ;  
 funkcija raste na  
 $(-\infty, -1-\sqrt{2}) \cup (-1+\sqrt{2}, \infty)$  i pada na  
 $(-1-\sqrt{2}, -1+\sqrt{2})$ ,  
 točka maksimuma je  $M(-1-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ , a  
 točka minimuma je  $m(-1+\sqrt{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2})$ ;  
 $y=1$  je horizontalna asimptota;  
 u  $x=-1$  graf sječe asimptotu.



8.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, \infty)$ ;  
 dvostruka nul-točka je u  $x=1$ ;  
 funkcija raste na  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$  i pada na  $(-1, 1)$ ,  
 točka maksimuma je  $M(-1, 2)$ , a točka minimuma je  $m(1, 0)$ ;  
 $y=1$  je horizontalna asimptota;  
 u  $x=0$  graf sječe asimptotu.



9.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ;  
 nema nul-točaka,  
 nema ekstrema,  
 funkcija pada na cijelom području definicije;  
 na  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, \infty)$  funkcija je konveksna,  
 na  $(-\frac{1}{2}, 0)$  je konkavna,  
 točka infleksije je  $I\left(-\frac{1}{2}, e^{-2}\right)$ ;  
 $x=0$  je vertikalna asimptota kada  $x \rightarrow 0^+$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{e^x} = 0$ ,  $y=1$  je lijeva i desna horizontalana asimptota.



10.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ;  
 nema nul-točaka,  
 nema ekstrema,  
 funkcija raste na cijelom području definicije;

na  $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$  funkcija je konkavna,

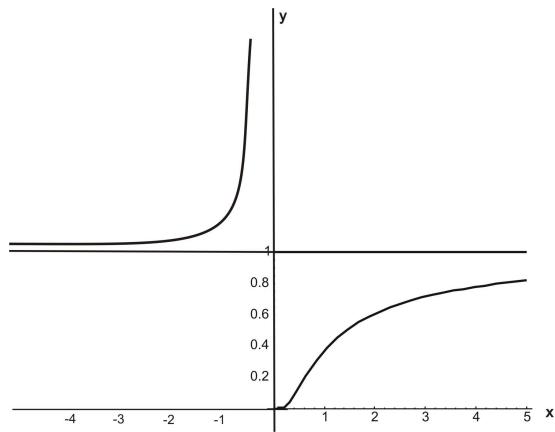
na  $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$  je konveksna,

točka infleksije je  $I\left(\frac{1}{2}, e^{-2}\right)$ ;

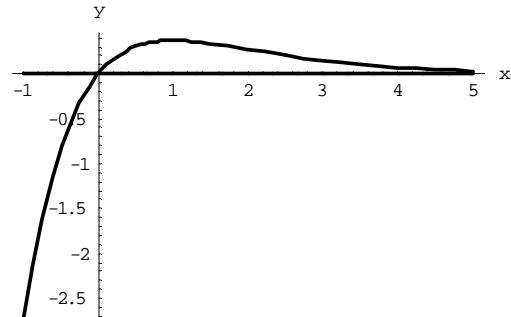
$x = 0$  je vertikalna asimptota kada  $x \rightarrow 0^-$ ,

$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = 0$ ,  $y = 1$  je lijeva i desna

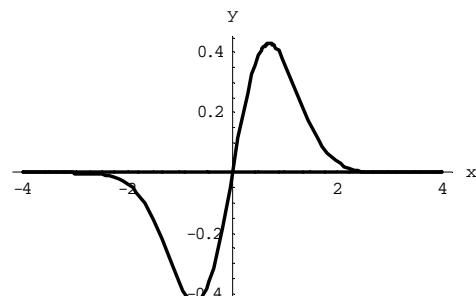
horizontalana asimptota.



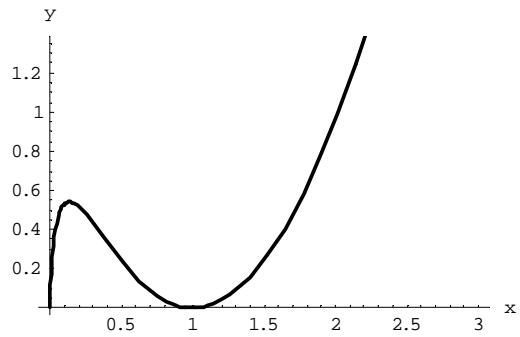
11.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, \infty)$ ;  
 $x=0$  je nul-točka;  
 funkcija raste na  $(-\infty, 1)$  i pada na  $(1, \infty)$ ,  
 točka maksimuma je  $M(1, e^{-1})$ ;  
 na  $(-\infty, 2)$  funkcija je konveksna, na  $(2, \infty)$   
 je konkavna, točka infleksije je  $I(2, 2e^{-2})$ ;  
 $y = 0$  je asimptota.



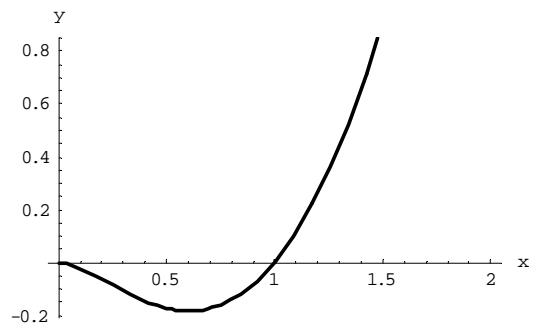
12.  $\mathcal{D}(f) = (-\infty, \infty)$ ;  $x=0$  je nul-točka;  
 funkcija pada na  $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \infty\right)$  i  
 raste na  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ , točka maksimuma je  
 $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{1}{2}}\right)$ , a točka minimuma  
 $m\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{1}{2}}\right)$ ; na  $\left(-\infty, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cup \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$   
 funkcija je konveksna,  
 na  $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}, 0\right) \cup \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \infty\right)$  je konkavna,  
 točke infleksije su  $I_1\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}\right)$ ,  $I_2(0, 0)$  i  
 $I_3\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}}\right)$ ;  
 $y = 0$  je horizontalna asimptota.



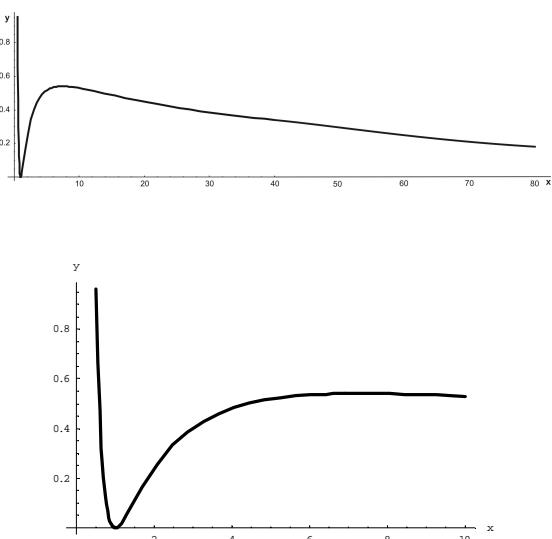
13.  $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$ ; dvostruka nul-točka je u  $x=1$ ; funkcija pada na  $(e^{-2}, 1)$  i raste na  $[0, e^{-2}] \cup (1, \infty)$ , točka maksimuma je  $M\left(e^{-2}, \left(\frac{2}{e}\right)^2\right)$ , a točka minimuma je  $m(1, 0)$ ; na funkcija je konkavna na  $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ , na  $\left(\frac{1}{e}, \infty\right)$  je konveksna, točka infleksije je  $I\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$ ; nema asimptota.



14.  $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$ ; nul-točka je u  $x=1$ ; funkcija pada na  $(e^{-2}, 1)$  i raste na  $[0, e^{-2}] \cup (1, \infty)$ , a točka minimuma je  $m\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{1}{2e}\right)$ ; na  $\left(0, e^{-\frac{3}{2}}\right)$  funkcija je konveksna, na  $\left(e^{-\frac{3}{2}}, \infty\right)$  je konkavna, točka infleksije je  $I\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}, -\frac{3}{2e^3}\right)$ ; nema asimptota.



15.  $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$ ; dvostruka nul-točka je u  $x=1$ ; funkcija pada na  $(0, 1) \cup (e^2, \infty)$  i raste na  $(1, e)$ , točka maksimuma je  $M\left(e^2, \frac{4}{e^2}\right)$ , a točka minimuma je  $m(1, 0)$ ; funkcija je konkavna na  $\left(0, e^{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\right) \cup \left(e^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}, \infty\right)$ , a na  $\left(e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}, e^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right)$  je konveksna, točke infleksije su  $I_1\left(e^{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}, \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right), I_2\left(e^{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$ ;  $y=0$  je horizontalna, a  $x=0$  je vertikalna asimptota;



16.  $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$ ; nul-točka je u  $x = e$ ;  
 funkcija pada na  $\left(0, e^{\frac{3}{2}}\right)$  i raste na  $\left(e^{\frac{3}{2}}, \infty\right)$ ,  
 a točka minimuma je  $m\left(e^{\frac{3}{2}}, -\frac{1}{2e^3}\right)$ ; na  
 $\left(0, e^{\frac{5}{6}}\right)$  funkcija je konveksna, na  $\left(e^{\frac{5}{6}}, \infty\right)$  je  
 konkavna, točka infleksije je  
 $I\left(\sqrt[6]{e^5}, \frac{1}{6\sqrt[3]{e^5}}\right)$ ;  
 $y = 0$  je horizontalna, a  $x = 0$  je vertikalna  
 asymptota;

