ZADACI IZ FIZIKE

Riješeni ispitni zadaci, riješeni primjeri i zadaci za vježbu

(3. dio)
(2. izdanje)

1. O oprugu čija je konstanta 1 Nm^{-1} obješena je kuglica mase 10 g koja harmonijski oscilira s amplitudom $2 \cdot 10^{-2}$ m. Odrediti elongaciju kuglice nakon 0,5 s ako su oscilacije neamortizirane i ako je početna faza nula. Masu opruge i dimenzije kuglice zanemariti.

Rješenje

Gibanje tijela kod harmonijskog titranja opisujemo jednadžbom

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\varphi_0 = 0 \text{ , } A = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Opruga titra kružnom frekvencijom

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rads}^{-1}$$

$$x = 2 \text{ cm} \cdot \sin\left(10\text{rads}^{-1} \cdot t\right)$$

Položaj kuglice nakon 0,5 s iznosi

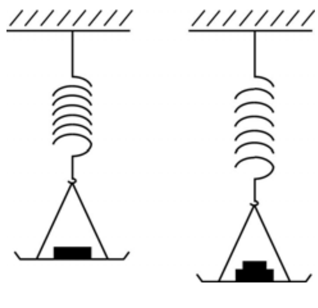
$$x\left(0,5 \text{ s}\right) = -1,92 \text{ cm}$$

2. Posuda s utezima obješena je na opruzi i titra s periodom 0,5 s. Dodavanjem utega u posudu period titranja se promijeni na 0,6 s. Koliko se produljila opruga dodavanjem utega?

Rješenje

Periodi titranja opruge prije i nakon dodavanja dodatnog utega iznose

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$$



Odavde su mase

$$m_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} \cdot k \qquad m_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} \cdot k$$

Sila koja izvuče oprugu iz ravnotežnog položaja je težina utega.

$$F_1 = m_1 g = kx_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} \cdot g$$

$$F_2 = m_2 g = kx_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} \cdot g$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{m}$$

3. Jedan kraj elastične opruge, koja je na horizontalnoj podlozi, učvršćen je, a na drugom kraju je tijelo mase 1,5 kg. Tijelo je pomaknuto 4 cm iz ravnotežnog položaja silom od 20 N i tu zadržano. Zatim se tijelo pusti i ono počne oscilirati. Kolika je potencijalna energija tijela u trenutku $t = \frac{\pi}{12}\,\mathrm{s}$ nakon početka gibanja. (Trenje zanemariti.)

Rješenje

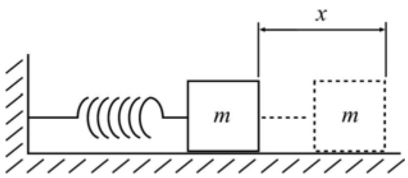
Gibanje tijela kod harmonijskog titranja opisujemo jednadžbom

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

U početnom trenutku je:

$$x = \mathrm{A}\ \mathrm{i}\ t = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2$$

Da bi se tijelo pomaklo 4 cm potrebna je sila od 20 N.



$$F = kA \Rightarrow \quad k = \frac{F}{A} = 500\ \mathrm{Nm^{-1}}$$

Opruga titra kružnom frekvencijom:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 18,25\ \mathrm{rads^{-1}}$$

U trenutku $t = \frac{\pi}{12}\,\mathrm{s}$ imamo da je

$$x = 4\ \mathrm{cm} \cdot \sin(18,25\ \mathrm{rads^{-1}} \cdot \frac{\pi}{12}\mathrm{s} + \frac{\pi}{2}\mathrm{rad}) = 0,25\ \mathrm{cm} = 2,5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Potencijalna energija tijela u tom trenutku je:

$$E_P = \frac{kx^2}{2} = 1,563 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}$$

4. Ukupna energija tijela koje harmonijski titra iznosi $3 \cdot 10^{-3}$ J, a maksimalna sila koja na tijelo djeluje iznosi $1,5 \cdot 10^{-2}$ N. Napisati jednadžbu gibanja tog tijela ako je period titranja 2 s, a početna faza 30°.

Rješenje

Silu koja tjera tijelo na titranje možemo predstaviti elastičnom silom čiji je iznos

$$F = kx$$

Maksimalan iznos ove sile je

$$F = kA$$

Elastična potencijalna energija tijela je

$$E = \frac{kx^2}{2}$$

Maksimalna potencijalna energija, a ujedno i ukupna energija oscilatora je

$$E_{\max} = \frac{kA^2}{2}$$

Sređivanjem imamo

$$E_{\max} = \frac{FA}{2} \Rightarrow A = \frac{2E_{\max}}{\mathrm{F}} = 4 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{m} \;=\; 0,4\ \mathrm{m}$$

Kružna frekvencija ω iznosi

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Općenita jednadžba gibanja tijela kod titranja je

$$x = A\sin\left(\omega t + \varphi\right)$$

U našem slučaju, uz napomenu da i početnu fazu izražavamo u radijanima (zbog uniformnosti), imamo

$$x = 0,4\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad [\mathrm{m}]$$

5. Tijelo mase 50 g, koje je vezano za kraj opruge, izvučeno je iz ravnotežnog položaja za 20 cm i pušteno. Napisati jednadžbu gibanja koje će tijelo izvoditi. Izračunati silu koja djeluje na tijelo te brzinu i akceleraciju kada je tijelo udaljeno od ravnotežnog položaja 5 cm.
Koristiti podatak da se opruga produlji 10 cm kada na nju djeluje sila od 1 N. Zanemariti masu opruge. Pretpostaviti da opruga izvodi jednostavno harmonijsko titranje. Za početnu fazu uzeti vrijednost nula.
Zanemariti trenje između tijela i podloge.

Rješenje

Silu opruge, koja tjera tijelo na titranje, iznosi

$$F = k \cdot x$$

Konstanta opruge je

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1\,\mathrm{N}}{0{,}1\,\mathrm{m}} = 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Kružna frekvencija titranja iznosi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 14{,}14\ \mathrm{rad/s}$$

A = 20 cm = 0,2 m

$$x = A\sin\omega t$$

Jednadžba gibanja je

$$x = 0{,}2\sin 14{,}14t \quad [\mathrm{m}]$$

Sila u trenutku kad se tijelo nalazi 5 cm od ravnotežnog položaja je

$$F(5\ \mathrm{cm}) = 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}05\ \mathrm{cm} = 0{,}5\ \mathrm{N}$$

Preko jednadžbe gibanja nalazimo brzinu i ubrzanje u tom trenutku

$$x = A\sin\omega t \quad \Rightarrow \quad \omega t = \arcsin\frac{x}{A} = 14{,}5°$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t = 2{,}79\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin\omega t = -10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

6. Materijalna točka harmonijski oscilira sa amplitudom 4 cm, tako da maksimalna kinetička energija iznosi $6\cdot 10^{-7}$ J. Odrediti udaljenost od ravnotežnog položaja na kojoj će na točku djelovati sila od $1{,}5\cdot 10^{-5}$ N.

Rješenje

Na materijalnu točku djeluje elastična sila čiji je iznos

$$F = kx$$

Maksimalna potencijalna energija je jednaka maksimalnoj kinetičkoj energiji

$$E_{P\max} = E_{K\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

Slijedi da je

$$k = \frac{2E_{\mathrm{Pmax}}}{A^2} = 0,75 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Sila od $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ N djeluje na udaljenosti

$$x = \frac{F}{k} = 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = 2\ \mathrm{cm}$$

7. Jedan kraj elastične opruge, koja je na horizontalnoj podlozi, je učvršćen, a na drugom kraju je tijelo mase 1,5 kg. Tijelo je pomaknuto 4 cm iz ravnotežnog položaja silom od 20 N i tu zadržano. Zatim se tijelo pusti i ono počne oscilirati. Kolika je potencijalna energija tijela u trenutku $t = \frac{\pi}{12}\ s$ nakon početka gibanja. (Trenje zanemariti.)

Rješenje

Gibanje tijela kod harmonijskog titranja opisujemo jednadžbom

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

U početnom trenutku je:

$$x = A \text{ i } t = 0 \Rightarrow \quad \varphi_0 = \pi / 2$$

Konstanta opruge je

$$k = \frac{F}{A} = 500\ \mathrm{Nm^{-1}}$$

Opruga titra kružnom frekvencijom

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 18,25\ \mathrm{rads^{-1}}$$

U trenutku $t = \frac{\pi}{12}\mathrm{s}$ imamo da je

$$x = 0,04\,\mathrm{cm} \cdot \sin(18,25\,\mathrm{rads^{-1}} \cdot \frac{\pi}{12}s + \frac{\pi}{2}) = 2,5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{cm}$$

Potencijalna energija tijela u tom trenutku je:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = 1,575 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

8. Jednadžba titranja materijalne točke mase 10 g ima oblik $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ [cm]. Naći maksimalnu silu koja djeluje na točku i ukupnu energiju točke.

Rješenje

Amplituda titranja je

$$A = 5\,\mathrm{cm}$$

Maksimalna sila i ukupna energija su

$$F_{\max} = kA \quad E = \frac{kA^2}{2}$$

Konstantu dobijemo iz kružne frekvencije:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2$$

$$k = m\omega^2 = 3,94 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$$

Dakle,

$$F_{\max} = 1,97 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$E = 4,93 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{J}$$

9. Jednadžba gibanja točke koja harmonijski oscilira ima oblik $x = \sin\frac{\pi}{6}t$. Odrediti u kojim vremenskim trenucima *t* točka ima maksimalnu brzinu i maksimalno ubrzanje.

Rješenje

Brzina je derivacija pomaka po vremenu

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}t$$

Brzina je maksimalna kad je

$$\cos\frac{\pi}{6}t = 1$$

Slijedi da je

$$\frac{\pi}{6}t = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, ...$$

Niz na desnoj strani zamjenjujemo općim izrazom, pa imamo

$$\frac{\pi}{6}t = 2k\pi$$

$k = 0, 1, 2, \ldots$

$t = 12k$ s

Ubrzanje je derivacija brzine po vremenu

$$a = \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \sin\frac{\pi}{6}t$$

Ubrzanje je maksimalno kad je

$$\sin\frac{\pi}{6}t = 1$$

Slijedi da je:

$$\frac{\pi}{6}t = \frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, 9\frac{\pi}{2}, ...$$

Niz na desnoj strani zamjenjujemo općim izrazom, pa imamo

$$\frac{\pi}{6}t = (4k+1)\frac{\pi}{2}$$

$k = 0, 1, 2, \ldots$

$t = 3(4k+1)$ s

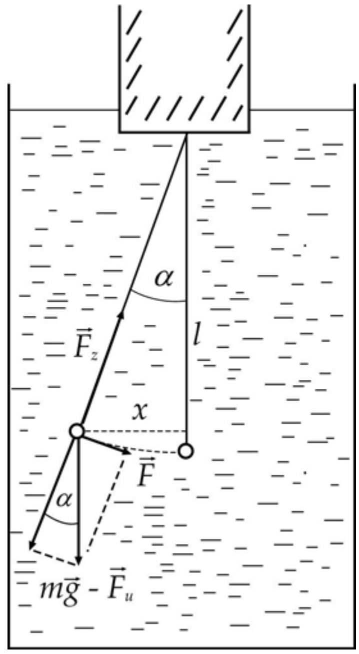
10. Odrediti period titranja matematičkog njihala u vodi. Trenje zanemariti. Duljina niti njihala je 1 m, a materijal kuglice je željezo čija je gustoća 7,8 g/cm^3.

Rješenje

Titranje ovog matematičkog njihala se vrši pod utjecajem sile

$$F = \left(mg - F_u\right)\sin\alpha$$

Ako je kut α mali možemo u gornjoj relaciji pisati



$$\sin\alpha = \frac{x}{l}$$

$$F_u = \rho g \frac{m}{\rho_{Fe}}$$

Silu koja izaziva titranje možemo predstaviti kao elastičnu silu čiji je iznos

$$F = kx$$

Sredivši ove relacije dobivamo

$$\frac{m}{k} = \frac{l}{g\left(1 - \dfrac{\rho}{\rho_{Fe}}\right)}$$

Uvrstivši ovo u izraz za period titranja harmonijskog oscilatora dobivamo rješenje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2{,}148 \text{ s}$$

11. Koliki je omjer kinetičke energije čestice koja harmonijski titra prema njenoj potencijalnoj energiji u trenutku $t = T/12$? Početna faza $\varphi_0 = 0$.

Rješenje

$$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{pot}}} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\frac{kx^2}{2}} = \frac{mv^2}{kx^2}$$

$$x = A\sin\left(\omega t + \varphi_0\right) \qquad \varphi_0 = 0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega \cdot A\cos\omega t$$

$$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{pot}}} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t}{kA^2 \sin^2 \omega t}$$

$$t = \frac{T}{12} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{pot}}} = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{6}}{\sin^2 \frac{\pi}{6}} = 3$$

12. U liftu visi matematičko njihalo čiji je period osciliranja 1 s. Kolikim ubrzanjem se kreće lift ako period osciliranja matematičkog njihala tada iznosi 1,1 s? U kom smjeru se kreće lift?

Rješenje

Znamo da je period matematičkog njihala koje miruje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

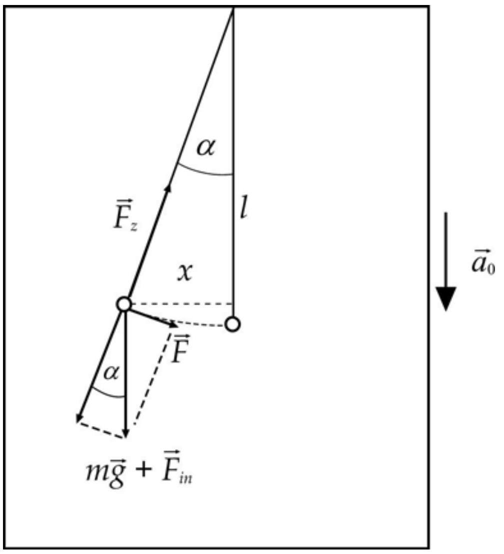
Pored sile teže, na matematičko njihalo u liftu djeluje i inercijalna sila

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$$

Tako da se titranje matematičkog njihala vrši pod utjecajem sile

$$F = (mg - ma_0)\sin\alpha = m(g - a_0)\sin\alpha$$

Ako je kut α mali možemo u gornjoj relaciji pisati



$$\sin\alpha = \frac{x}{l}$$

Silu koja izaziva titranje možemo predstaviti kao elastičnu silu čiji je iznos

$$F = kx$$

Sredivši ove relacije dobivamo

$$k = \frac{m(g - a_0)}{l}$$

Uvrstivši ovo u izraz za period titranja harmonijskog oscilatora dobivamo

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_0}}$$

Izrazimo l iz izraza za T i T_1 i izjednačimo:

$$T^2 g = T_1^2 (g - a_0)$$

$$a_0 = \frac{g(T_1^2 - T^2)}{T_1^2} = 1,71 \text{ ms}^{-2}$$

Smjer gibanja lifta je prema dolje.

13. Amplituda harmonijskog titranja materijalne točke je 4 cm, a maksimalna kinetička energija je $6 \cdot 10^{-7}$ J. Na kojoj će udaljenosti od ravnotežnog položaja na materijalnu točku djelovati sila od $1,5 \cdot 10^{-5}$ N?

Rješenje

Maksimalna kinetička energija harmonijskog titranja je

$$E = \frac{kA^2}{2}$$

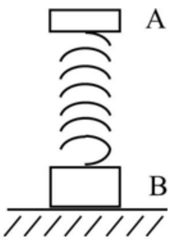
Odavde slijedi da je konstanta proporcionalnosti

$$k = \frac{2E}{A^2} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ J/m}^2$$

Na osnovu ovoga određujemo položaj u kojem djeluje zadata sila

$$F = kx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{F}{k} = 2 \text{ cm}$$

14. Tijelo A, mase m_1 = 0,5 kg i tijelo B, mase m_2 = 2,5 kg, povezani su međusobno oprugom. Tijelo A oscilira slobodno i harmonijski sa amplitudom 2 cm i kružnom frekvencijom 30 rad/s. Zanemarujući masu opruge, odrediti najveću i najmanju veličinu sile pritiska ovog sistema na podlogu.



Rješenje

Ukupna težina kojom sistem tijela djeluje na podlogu je

$$G = G_A + G_B \pm F$$

Iznos sile opruge je

$$F = kx = m_1\omega^2 x$$

Maksimalna sila pritiska na podlogu je

$$G_{\max} = m_1 g + m_2 g + m_1\omega^2 x_0 = 39 \text{ N}$$

Minimalna sila pritiska na podlogu je

$$G_{\min} = m_1 g + m_2 g - m_1\omega^2 x_0 = 21 \text{ N}$$

15. Koliki je omjer kinetičke energije čestice koja harmonijski titra prema njenoj potencijalnoj energiji

a) u trenutku t =T/12 s,
b) kada je pomak tijela jednak polovini amplitude? Početna faza jednaka je nuli.

Rješenje

a. $$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}\cdot mv^2}{\frac{1}{2}\cdot kx^2} = \frac{\cos^2 \omega t}{\sin^2 \omega t} = 3$$

b. $$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)}{\frac{1}{2}kx^2}$$

$$x = \frac{A}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_k}{E_p} = 3$$

16. Na okomici na ravnu stijenu nalazi se zvučni izvor frekvencije ν = 1700 Hz i prijemnik. Izvor i prijemnik su nepokretni, a stijena se udaljava od izvora brzinom 6 cm/s. Odrediti frekvenciju zvučnih udara koju registrira prijemnik (brzina zvuka: c = 340 m/s).

Rješenje

Prvo određujemo frekvenciju zvuka koju bi registrirala stijena koja se udaljava od izvora.

$$\nu = \nu_0 \frac{c - v}{c}$$

Ovi valovi zvuka se odbijaju od stijene te sad ona ima ulogu izvora koji se udaljava.

$$\nu'' = \nu' \frac{c}{c + v} = \nu_0 \frac{c - v}{c + v}$$

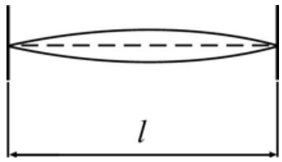
Odbijeni val od stijene i val koji ide izravno s izvora interferiraju i stvaraju zvučne udare frekvencije

$$\Delta\nu = \nu_0 - \nu'' = \nu_0\left(1 - \frac{c-v}{c+v}\right) = \nu_0 \cdot \frac{2v}{c+v} = 0{,}599\ \text{Hz} \approx 0{,}6\ \text{Hz}$$

17. Klavirska žica duga 1,5 m je od željeza gustoće 7,7 g/cm^3, a modul elastičnosti iznosi 2,2·10^{11} Pa. Naprezanje žice je takvo da je relativno produljenje žice 1%. Izračunati osnovnu frekvenciju žice.

Rješenje

Brzina širenja vala u žici je



$$v = \sqrt{\frac{F_z}{\mu}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

gdje je ρ – gustoća tvari u kojoj se širi val; σ – sila po jedinici presjeka žice koja je uzrok istezanju i koju možemo odrediti na osnovu relativnog istezanja:

$$\sigma = \delta E$$

gdje je E – Yungov modul elastičnosti tvari koji za željeznu žicu u našem primjeru iznosi: E = 2,2·10^{11} Pa; δ – relativno istezanje: $\delta = \Delta l / l$

U zadatku je zadano relativno istezanje u postocima:

$$\delta\% = \delta \cdot 100 \qquad \text{slijedi da je} \qquad \delta = 0{,}01$$

Uvrstivši u izraz za silu po jedinici presjeka žice dobivamo:

$$\sigma = 2{,}2 \cdot 10^9\ \text{Pa}$$

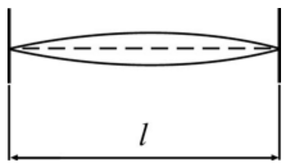
Osnovna frekvencija žice je:

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 178{,}3\ \text{Hz}$$

18. Za koliko je potrebno zagrijati čeličnu žicu, promjera 0,6 mm, zategnutu silom od 100 N, da bi se njen osnovni ton snizio dva puta? Modul elastičnosti čelika je E = 250GPa, a koeficijent linearnog rastezanja je α = 10·10^{-6} 1/K.

Rješenje

Frekvencija zategnute žice je



$$\nu = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad n = 1,2,3,..$$

Za frekvenciju osnovnog tona je $n = 1$.

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{1}$$

Frekvencija se smanjila dva puta tako da imamo

$$2\nu' = \nu \tag{2}$$

$$\nu' = \frac{1}{2l(1+\alpha\Delta T)}\sqrt{\frac{F - SE\alpha\Delta T}{\mu}} \tag{3}$$

Uvrštavanjem (1) i (3) u (2) i sređivanjem dobijemo

$$F + 2F\alpha\Delta T + F\alpha^2(\Delta T)^2 = 4F - 4SE\alpha\Delta T$$

Član sa $\alpha^2(\Delta T)^2$ možemo zanemariti pa imamo

$$\Delta T = \frac{3F}{2\alpha F + 4SE\alpha} = 149 \text{ K}$$

19. U avionu koji leti stalnom brzinom v nalazi se sirena. Čovjek prema kojem se avion obrušava čuje zvuk frekvencije $\nu_1 = 1000$ Hz. Kada se avion udalji od čovjeka, on čuje zvuk frekvencije $\nu_2 = 400$ Hz. Kolika je brzina aviona? Uzeti da je brzina zvuka $c = 330 \text{ ms}^{-1}$.

Rješenje

Kada se avion približava čovjek čuje zvuk frekvencije

$$\nu_1 = \nu\frac{c}{c-v}$$

Kada se avion udaljava čovjek čuje zvuk frekvencije

$$\nu_2 = \nu\frac{c}{c+v}$$

Ove dvije jednadžbe nam daju brzinu aviona

$$v = c\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = 141,43 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

20. Valna duljina jedne linije helija iznosi 5876 μm. Kolika je promjena valne duljine ove svjetlosti ako ona potiče od spiralne maglice koja se udaljava od Zemlje brzinom 19200 km/s?

Rješenje

Frekvencija valova koje emitira izvor koji se udaljava od opažača iznosi

$$\nu' = \nu \frac{c}{c+v}$$

$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{c}{c+v}$$

$$\lambda' = \lambda \frac{c+v}{c}$$

Tako je promjena valne duljine ove svjetlosti

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 376 \text{ μm}$$

21. Dva automobila se kreću jedan prema drugom paralelnim putanjama, stalnim brzinama v_1 = 70 km/h i v_2 = 30 km/h. Ako prvi automobil proizvodi zvuk frekvencije 300 Hz koliku će frekvenciju imati zvuk koji čuje vozač drugog automobila prije i poslije susreta? Uzeti da je brzina zvuka c = 340 m/s.

Rješenje

Frekvencija zvuka koju bi prije susreta čuo vozač drugog automobila kad bi mirovao bila bi

$$\nu' = \nu \frac{c}{c-v_i}$$

Gdje su: $\nu = 300$ Hz, v_i - brzina izvora, u ovom slučaju prvog automobila.
Pošto se i drugi automobil giba njegov vozač čuje zvuk frekvencije

$$\nu'' = \nu' \frac{c+v_p}{c} = \nu \frac{c+v_p}{c-v_i} = 325{,}8\,\text{Hz}$$

Gdje je: v_p - brzina prijemnika, u ovom slučaju drugog automobila.
Poslije susreta vozač drugog automobila kad bi mirovao čuo bi zvuk frekvencije

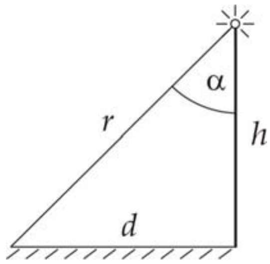
$$\nu' = \nu \frac{c}{c+v_i}$$

Pošto se i drugi automobil giba njegov vozač čuje zvuk frekvencije

$$\nu'' = \nu' \frac{c - v_p}{c} = \nu \frac{c - v_p}{c + v_i} = 276{,}9\,\text{Hz}$$

22. Osvjetljenje je postavljeno samo s jedne strane ulice. Na koju visinu treba postaviti uličnu svjetiljku da bi osvijetljenost druge strane ulice bila najveća? Širina ulice je 9 m.

Rješenje



Osvijetljenost u točki na drugoj strani ulice je

$$E = \frac{I}{r^2} \cos\alpha$$

Sa slike vidimo da je

$$\cos\alpha = \frac{h}{r} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{I \cdot h}{r^3}$$

$$r = \sqrt{h^2 + d^2}$$

Tako je osvijetljenost na drugoj strani ulice kao funkcija od *h*

$$E = \frac{I \cdot h}{\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Tražimo maksimum te funkcije:

$$\frac{dE}{dh} = 0$$

$$\frac{dE}{dh} = \frac{I\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}} - Ih\frac{3}{2}\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{1}{2}} 2h}{\left(h^2 + d^2\right)^3} = 0$$

$$I\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{3}{2}} - Ih\frac{3}{2}\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{1}{2}} 2h = 0 \quad \Big| \div I\left(h^2 + d^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$h^2 + d^2 - 3h^2 = 0$$

Visina svjetla za maksimalnu osvijetljenost na drugoj strani ulice je

$$h = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}d}{2} = 6{,}345 \text{ m}$$

23. Svijetla slika, dimenzija (24 × 36) mm^2, uveća se projektorom, pri čemu se na platnu dobije oštra slika dimenzija (2 × 3) m^2. Kolika je žarišna duljina leće u projektoru ako je udaljenost između filmske vrpce i platna d = 15 m?

Rješenje

Na osnovu zadatih podataka možemo napisati dvije jednadžbe s dvije nepoznate

$$p+l=d$$

$$\frac{l}{p}=\frac{L}{P}=u$$

Izrazimo nepoznate p i l i uvrstimo u jednadžbu leće

$$p+pu=d \quad \Rightarrow \quad p=\frac{d}{1+u}$$

$$l=\frac{du}{1+u}$$

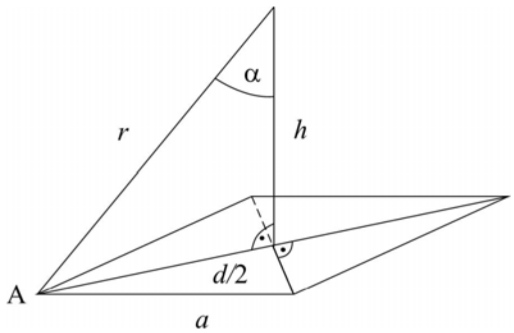
Uvrstivši u jednadžbu leće dobijemo žarišnu udaljenost:

$$\frac{1+u}{d}+\frac{1+u}{du}=\frac{1}{f}$$

$$f=17{,}5\,\text{cm}$$

24. Sportski teren kvadratnog oblika ima površinu 625 m^2. Iznad centra terena nalazi se točkasti izotropni izvor svjetlosti. Na kojoj visini treba da se nalazi izvor, da bi osvijetljenost u kutovima terena bila maksimalna?

Rješenje



Osvijetljenost u točki A je

$$E_\mathrm{A}=\frac{I}{r^2}\cos\alpha$$

Sa slike vidimo da je

$$\cos\alpha=\frac{h}{r} \quad \Rightarrow \quad E_\mathrm{A}=\frac{I\cdot h}{r^3}$$

$$r=\sqrt{h^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2}=\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}$$

Tako je osvijetljenost u točki A kao funkcija od h (a je zadato):

$$E_A = \frac{I \cdot h}{\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Tražimo maksimum te funkcije:

$$\frac{dE}{dh} = 0$$

$$\frac{dE}{dh} = \frac{I\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - Ih\frac{3}{2}\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}} 2h}{\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^3} = 0$$

$$I\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - Ih\frac{3}{2}\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}} 2h = 0 \qquad \Big| \div I\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$h^2 + \frac{a^2}{2} - 3h^2 = 0$$

Visina svjetla za maksimalnu osvijetljenost u kutovima terena je

$$h = \frac{a}{2} \qquad S = a^2 = 625\ \text{m}^2 \Rightarrow a = 25\ \text{m}$$

$$h = 12{,}5\ \text{m}$$

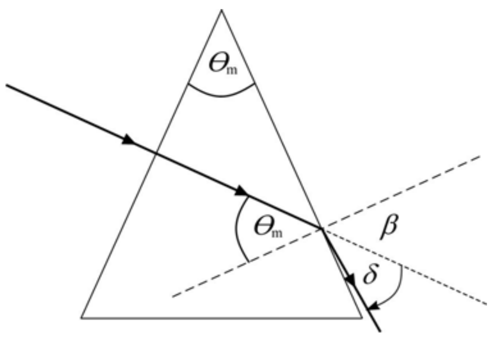
25. Snop monokromatske svjetlosti pada pod pravim kutom na bočnu stranu prizme, načinjene od stakla indeksa loma $n = 1{,}60$.

a) Kolika je najveća vrijednost kuta prizme Θ_m pri kojem snop svjetlosti još izlazi iz prizme?
b) Koliki je kut skretanja δ ovog snopa svjetlosti ako je kut prizme $\Theta_m/2$?

Rješenje

a) Upadni kut na drugu bočnu stranu prizme je θ_m, pa je po zakonu loma

$$n \sin\theta_m = \sin 90°$$



Odakle je najveći kut

$$\theta_m = 38°\ 40'$$

a) Kut prizme je $\theta_m/2$ pa je upadni kut na drugu bočnu stranu prizme

$$\alpha = \theta_m/2 = 19° \ 20'$$

Iz zakona loma dobijemo β

$$n \cdot \sin\alpha = \sin\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = 32°$$

Tako je kut skretanja

$$\delta = 12°40'$$

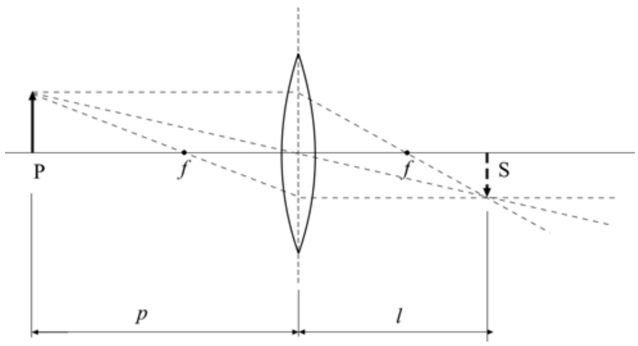
26. Na kojem rastojanju od sabirne leće je potrebno postaviti predmet tako da udaljenost od predmeta do njegove realne slike bude najmanja?

Rješenje

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}$$

Odavde izrazimo l:

$$l = \frac{pf}{p - f}$$



Udaljenost predmeta i slike je

$$d = p + l = p + \frac{pf}{p - f} = \frac{p^2 + pf - pf}{p - f} = \frac{p^2}{p - f}$$

Imamo udaljenost predmeta od slike u ovisnosti o udaljenosti predmeta od leće. Deriviranjem izraza i izjednačavanjem s nulom dobijemo ekstremnu vrijednost, u ovom slučaju minimalnu:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2p(p - f) - p^2}{(p - f)^2} = \frac{p^2 - 2pf}{(p - f)^2} = 0$$

$$p^2 - 2pf = 0$$

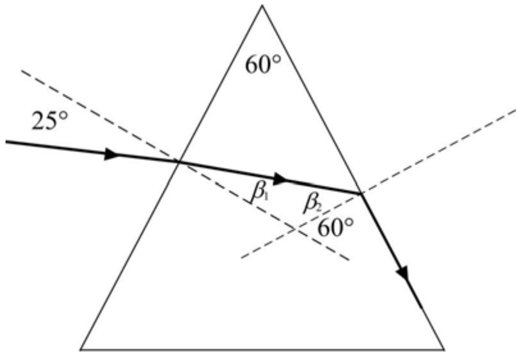
$$p = 2f$$

27. Svjetlost pada na prizmu pod kutom 25°. Kut prizme je 60°. Odrediti koliki bi morao biti indeks loma prizme da svjetlost ne izađe na suprotnoj strani prizme.

Rješenje

Zakon loma za prvu plohu daje

$$\sin 25° = n \cdot \sin \beta_1$$



Da svjetlost ne bi izašla na drugoj plohi mora vrijediti

$$n \cdot \sin \beta_2 = 1$$

Na slici vidimo da vrijedi

$$\beta_1 + \beta_2 = 60°$$

Dobili smo tri jednadžbe s tri nepoznate, čijim rješavanjem dobijemo *n*.

$$\sin 25° = n \cdot \sin 60 \cdot ° \cos \beta_2 - n \cdot \cos 60° \cdot \sin \beta_2$$

$$n \cdot \sin \beta_2 = 1 \Rightarrow \cos \beta_2 = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$$

$$\sin 25° = n \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} - \frac{1}{2}$$

$$n = \sqrt{\frac{4}{3}\left(1 + \sin 25° + \sin^2 25°\right)} = 1{,}46$$

28. Na plankonveksnu leću polumjera zakrivljenosti 20 cm upada paralelni snop bijele svjetlosti. Koliki je razmak između fokusa za crvenu i plavu svjetlost ako je indeks loma stakla leće za crvenu svjetlost 1,62, a za plavu 1,63?

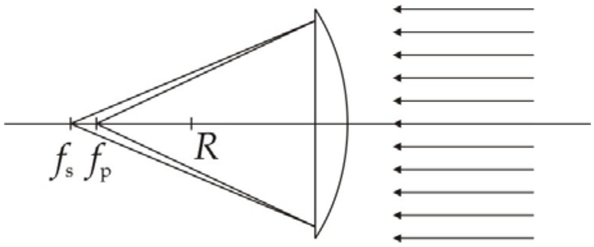
Rješenje

Osnovna jednadžba za leće je

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f} = (n - n_0)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Leća je u zraku, pa je $n_0 = 1$, a $R_2 = \infty$. Tako imamo

$$\frac{1}{f}=\frac{n-1}{R}$$



Žarišna daljina za crvenu svjetlost je

$$f_C=\frac{R}{n_C-1}$$

Žarišna daljina za plavu svjetlost je

$$f_P=\frac{R}{n_P-1}$$

Udaljenost ovih dvaju žarišta je

$$\Delta f=f_C-f_P=\frac{R(n_P-n_C)}{(n_C-1)(n_P-1)}=0{,}51\,\text{cm}$$

29. Tanka sabirna leća žarišne daljine 0,1 m daje realnu sliku nekog predmeta udaljenog od leće 0,3 m. Kada se uz leću postavi tanka rasipna leća, slika istog predmeta pomakne se na udaljenost 0,4 m od sustava leća. Odrediti žarišnu daljinu rasipne leće, kao i njenu optičku jačinu.

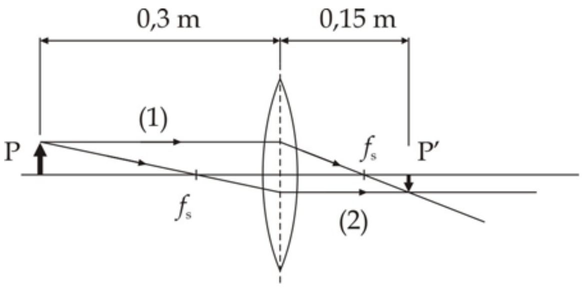
Rješenje

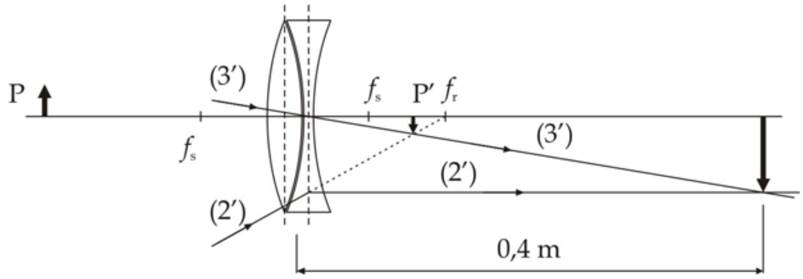
Sabirna leća žarišne daljine 0,1 m sliku predmeta udaljenog 0,3 m konstruirala bi na udaljenosti l'= 0,15 m.
Kad bi dodali rasipnu leću slika bi bila na udaljenosti 0,4 m od sustava leća. Slika koju je konstruirala sabirna leća predstavlja "virtualni predmet" za rasipnu leću.
Ekvivalentna žarišna daljina sustava ovih dviju leća iznosi

$$\frac{1}{f_e}=\frac{1}{p}+\frac{1}{l}\Rightarrow f_e=\frac{pl}{p+l}=0{,}17\text{ m}$$

Znamo da je

$$\frac{1}{f_e}=\frac{1}{f_s}+\frac{1}{f_r}\quad\text{stoga je}\quad f_r=\frac{f_e f_s}{f_s-f_e}=-0{,}24\text{ m}$$





Optička jačina rasipne leće je

$$\omega_r = \frac{1}{f_r} = -4{,}17 \text{ dioptrija}$$

30. Leća žarišne duljine 16 cm daje oštru sliku predmeta na dva položaja međusobno udaljena 60 cm. Izračunajte udaljenost d predmeta od zastora.

Rješenje

Udaljenost predmeta od zastora (slike) je

$$d = p + l$$

Za prvu sliku vrijedi

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

Za drugu sliku vrijedi

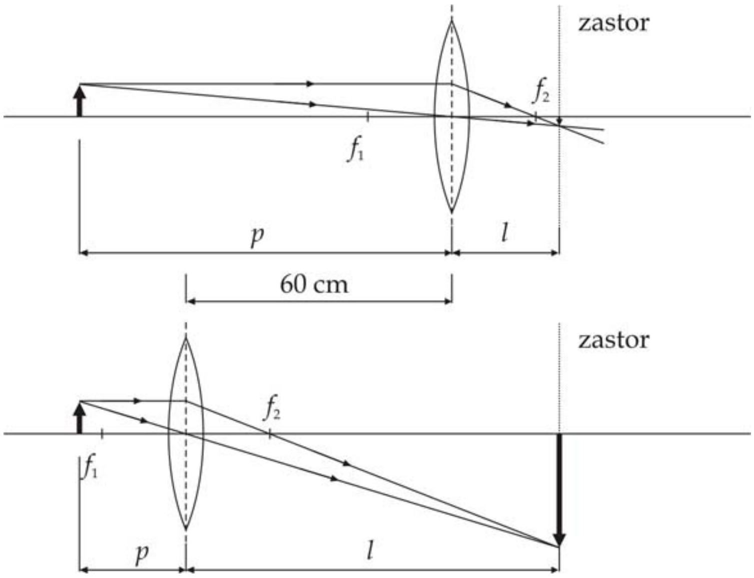
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p-60} + \frac{1}{l+60}$$

Iz prve jednadžbe izvučemo l:

$$l = \frac{pf}{p-f}$$

Zatim uvrstimo u drugu jednadžbu

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p-60}+\frac{1}{\frac{pf}{p-f}+60}$$

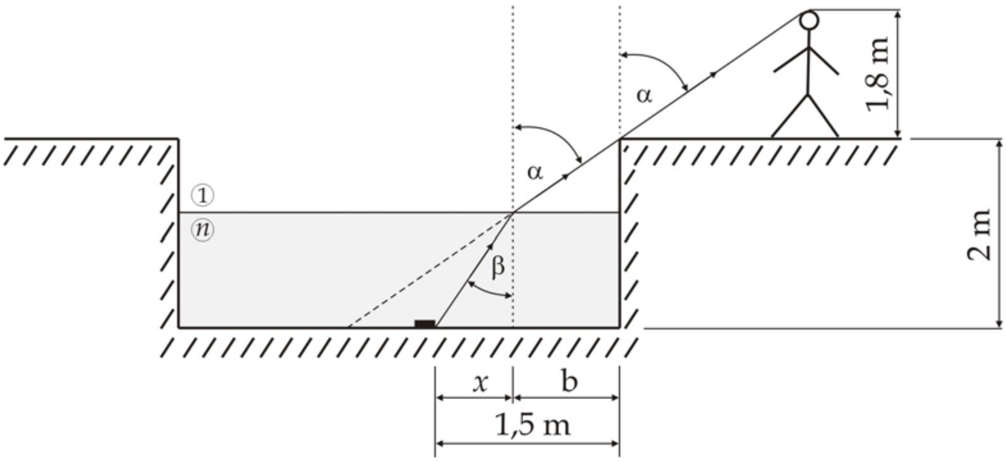


Odavde dobivamo da je p = 80 cm. To uvrstimo u jednadžbu leće s prve slike pa imamo

$$l = 20 \text{ cm} \Rightarrow d = p + l = 100 \text{ cm}$$

31. Čovjek stoji udaljen 2 m od ruba bazena. Njegove oči su 1,8 m iznad tla. Na dnu bazena, koji je dubok 2 m, nalazi se predmet udaljen 1,5 m od ruba bazena prema kojem čovjek stoji. Do koje visine treba napuniti bazen vodom da bi čovjek ugledao predmet? (Indeks loma vode iznosi 1,33.)

Rješenje



$$\sin\alpha = n\sin\beta$$

$$\alpha = arctg\alpha = \frac{2}{1{,}8} = 48{,}01°$$

$$\beta = arctg\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = 33{,}98°$$

$$h = \frac{x}{tg\beta}$$

$$x = 1{,}5 - b = 1{,}5 - (2 - h)tg\alpha \Rightarrow$$

$$h = 1{,}65 \text{ m}$$

32. Tanki sloj ulja, indeksa loma n = 1,4, nanesen je na staklenu ploču (indeks loma stakla veći je od indeksa loma ulja). Ploča je osvijetljena snopom paralelnih bijelih zraka svjetlosti, koje padaju okomito na ploču. Kolika treba biti debljina sloja ulja da bi nastalo pojačanje zelene svjetlosti valne duljine λ = 560 nm?

Rješenje

Pojačanje interferirane svjetlosti na sloju ulja na staklu nastaje pod uvjetom

$$2nd\cos\beta = k\lambda$$

Dakle, minimalna debljina sloja ulja je

$$d = \frac{\lambda}{2n} = 200 \text{ nm}$$

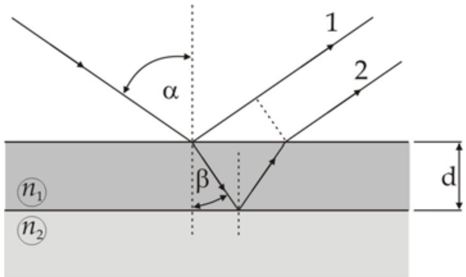
33. Razlivena mala količina nekog ulja na površini vode može formirati vrlo tanki, intenzivno obojen sloj. Boja tog sloja obično ovisi o kutu pod kojim ga se promatra.

a) Nađite za koju valnu duljinu nastaje konstruktivna interferencija kada bijela svjetlost upada pod kutom α na tanki sloj ulja debljine d i indeksa loma n.
b) Ako je debljina sloja d = 0,26 μm, indeks loma n = 1,32, nađite pod kojim kutom bi taj sloj bio: crven λ = 0,68 μm, žut λ = 0,59 μm, zelen λ = 0,54 μm.

Rješenje

a) Da bi imali konstruktivnu interferenciju razlika optičkih putova zraka 1 i 2 treba biti:

$$\Delta = k\lambda; \quad (n_1 < n_2)$$



Lako se izvodi da je razlika optičkih putova 1 i 2: $\Delta = 2nd\cos\beta$

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$$

Po zakonu loma: $\sin\beta = \sin\alpha/n$, $2nd\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}} = k\lambda$, dakle:

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = k\lambda$$

U području vidljive svjetlosti možemo dobiti interferenciju prvog reda ($k = 1$).
Iz izraza za λ koji smo dobili pod a) možemo izvući α

$$\alpha = \arcsin\sqrt{n^2-(\lambda/2d)^2}$$

Slijedi da su kutovi gledanja

za crvenu: $\alpha = 10°22'$

za žutu: $\alpha = 42°25'$ i

za zelenu: $\alpha = 54°34'$

34. Optička rešetka koja ima 250 zareza po milimetru osvijetljena je snopom bijele svjetlosti koja pada okomito. Iza rešetke je zastor na udaljenosti 1,5 m. Kolika je širina tamne pruge na zastoru između spektra prvog i drugog reda (Valna duljina crvene svjetlosti iznosi 760 nm, a ljubičaste 400 nm.) ?

Rješenje

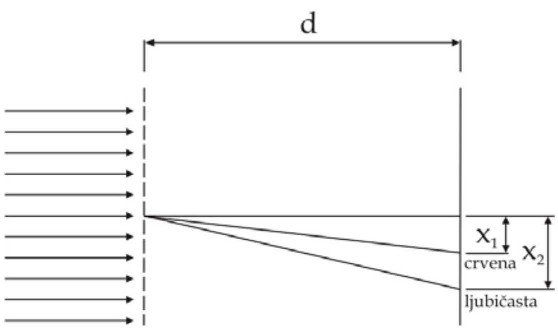
Uvjet za maksimalnu interferenciju kod optičke rešetke je:

$$c\cdot\sin\alpha = k\lambda\ ,\ c - \text{konstanta rešetke}\ c = \frac{1}{250}\ \text{mm}$$

Zrake koje imaju veću valnu duljinu više se otklanjaju tako da je zadnja boja u prvom maksimumu crvena, a prva boja u drugom maksimumu je ljubičasta.

I: $c\cdot\sin\alpha_1 = \lambda_{c1}$ $k = 1$

II: $c\cdot\sin\alpha_2 = 2\cdot\lambda_{lj2}$ $k = 2$



Pošto su vrijednosti $x_{1,2} << d$ možemo aproksimirati

$$\sin\alpha \approx tg\alpha = \frac{x}{d}$$

Tako je

$$\text{I:}\qquad c\cdot\frac{x_1}{d}=\lambda_{c1}\quad\Rightarrow\quad x_1=\frac{d\cdot\lambda_{c1}}{c}=285\cdot10^{-3}\ \text{m}$$

$$\text{II:}\qquad c\cdot\frac{x_2}{d}=2\cdot\lambda_{lj2}\quad\Rightarrow\quad x_2=\frac{2d\cdot\lambda_{lj2}}{c}=300\cdot10^{-3}\ \text{m}$$

Širina tamne pruge je

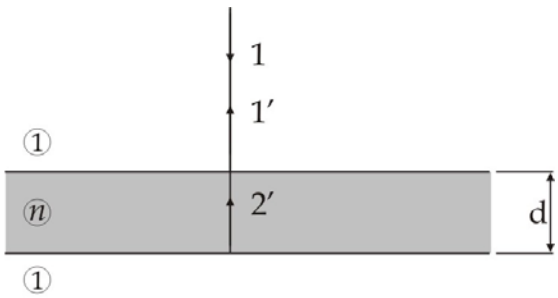
$$\Delta x=x_2-x_1=15\cdot10^{-3}\ \text{m}$$

35. Plastična folija debljine 0,3 μm, čiji je indeks loma 1,59, nalazi se u zraku i osvijetljena je zrakama bijele svjetlosti koje na nju padaju okomito. Za koju valnu duljinu vidljivog dijela (400 nm – 750 nm) spektra će interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna.

Rješenje

Za destruktivnu interferenciju razlika optičkih putova reflektiranih zraka 1´i 2´ mora biti

$$\delta=2dn=k\lambda$$



Valna duljina je

$$\lambda=\frac{2dn}{k}=\frac{954\ \text{nm}}{k}$$

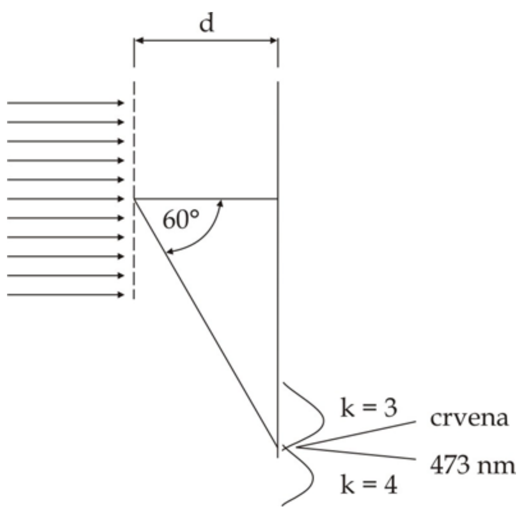
Slijedi da je iz vidljivog područja samo

$$\lambda=(954\ \text{nm})/2=477\ \text{nm}$$

36. Na optičku rešetku okomito pada snop svjetlosti. Kolika je valna duljina crvene svjetlosti ako je crvena linija vidljiva u spektru trećeg reda pod kutom 60°, a u spektru četvrtog reda pod istim se kutom vidi linija valne duljine λ = 473 nm? Kolika je konstanta rešetke?

Rješenje

Uvjet za konstruktivnu interferenciju kod optičke rešetke je



$$c\sin\alpha=k\lambda$$

Za crvenu liniju u spektru trećeg reda imamo

$$c\sin\alpha=3\lambda_C$$

Za liniju s valnom duljinom λ = 473 nm imamo

$$c\sin\alpha=4\lambda$$

Odavde slijedi da je konstanta rešetke

$$c = \frac{4\lambda}{\sin\alpha} = 2184{,}69 \text{ nm} = 2{,}185\ \mu\text{m}$$

Valna duljina crvene svjetlosti je

$$\lambda_C = \frac{c\sin\alpha}{3} = \frac{4\lambda}{3} = 630{,}67 \text{ nm}$$

37. Na difrakcijsku rešetku konstante 2,2 μm okomito pada monokromatska svjetlost. Odrediti valnu duljinu ove svjetlosti, ako je kut između maksimuma prvog i drugog reda spektra 15°.

Rješenje

Za maksimum prvog reda imamo

$$c\sin\alpha = \lambda$$

Za maksimum drugog reda imamo

$$c\sin(\alpha + 15°) = 2\lambda$$

Podijelimo drugu s prvom pa imamo

$$\frac{\sin(\alpha + 15°)}{\sin\alpha} = 2$$

$$\frac{\sin\alpha\cos 15° + \cos\alpha\sin 15°}{\sin\alpha} = 2 \quad \Big|\cdot\sin\alpha$$

$$\cos 15° + \text{ctg}\alpha\sin 15° = 2$$

$$0{,}966 + 0{,}259\cdot\text{ctg}\alpha = 2$$

$$\text{ctg}\alpha = 3{,}99$$

$$\alpha = 14°$$

$$2{,}2\ \mu\text{m}\cdot\sin 14° = \lambda$$

Valna duljina ove svjetlosti je

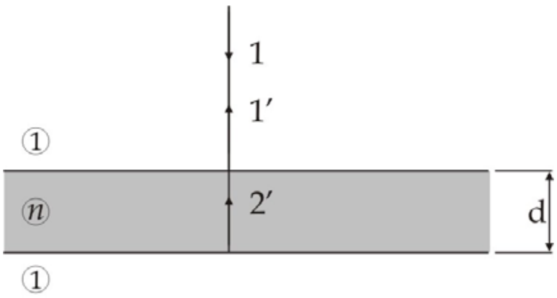
$$\lambda = 0{,}53\ \mu\text{m} = 530 \text{ nm}$$

38. Snop bijele svjetlosti pada okomito na staklenu ploču debljine d = 0,4 μm. Indeks loma stakla je n = 1,5. Koje će valne duljine iz vidljivog spektra (od $4\cdot 10^{-4}$ do $7\cdot 10^{-4}$ mm) biti pojačane u reflektiranom snopu? Staklena ploča se nalazi u zraku.

Rješenje

Da bi dobili pojačanje reflektiranih zraka 1' i 2' razlika optičkih putova treba da iznosi

$$2nd = k\lambda - \frac{\lambda}{2}$$



(Zraka 1' se reflektira s promjenom faze za kut π, te zbog toga dolazi član $\lambda/2$)
Valne duljine za koje će svjetlost biti pojačana su

$$\lambda = \frac{4nd}{2k-1}$$

Tako je za $k = 1$ $\lambda = 24\cdot10^{-7}$ m (nije iz vidljivog spektra)

$k = 2$ $\lambda = 8\cdot10^{-7}$ m (nije iz vidljivog spektra)

$k = 3$ $\lambda = 4{,}8\cdot10^{-7}$ m

$k = 4$ $\lambda = 3{,}4\cdot10^{-7}$ m (nije iz vidljivog spektra)

Dakle, iz vidljivog spektra je pojačana samo svjetlost valne duljine $4{,}8\cdot10^{-7}$ m.

39. Plastična folija debljine 0,3 μm, čiji je indeks loma 1,59 nalazi se u zraku i osvijetljena je paralelnim snopom bijele svjetlosti (400nm – 700 nm) koji pada okomito na foliju. Za koju će valnu duljinu iz ovog dijela spektra interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna (doći do poništenja)?

Rješenje

$$2nd\cos\beta = k\lambda \quad \beta = 0°$$

$$2nd = k\lambda$$

$$\lambda = \frac{2nd}{k} = \frac{0{,}954\mu\text{m}}{2} = 0{,}477\ \mu\text{m} = 477\ \text{nm}$$

1. Period titranja tijela je 30 s. Ako je početna faza titranja $\varphi_0 = 0$, odrediti najkraće vrijeme za koje će elongacija titranja biti jednaka polovici amplitude.
(Rješenje: $t = 2{,}5$ s)

2. Uteg, mase $m = 10$ kg, visi na elastičnoj opruzi koju sila, jakosti $F = 10$ N, rastegne za $x = 2$ cm. Koliki su period i frekvencija titranja ovog sustava?
(Rješenje: $T = 0{,}9$ s; $\nu = 1{,}1$ Hz)

3. Kada se na kraj opruge objesi uteg mase 0,5 kg period njegovog titranja je 2 s. Kolika treba biti masa dodatnog utega da bi se period titranja povećao tri puta?
(Rješenje: $m = 4$ kg)

4. Tijelo harmonijski titra oko položaja ravnoteže. U početnom trenutku ima pomak 4 cm i brzinu jednaku nuli. Period titranja je 3 s, a masa tijela 2 g.

a) Odrediti kutnu frekvenciju i maksimalnu brzinu.
b) Odrediti akceleraciju u trenutku $t = 4$ s.
c) Za koliko vremena tijelo stigne iz ravnotežnog položaja u točku koja je udaljena od njega 2 cm?

(Rješenje: a) $\omega = (2/3)\pi\ s^{-1}$, $v_{max} = 8{,}38$ cm/s; b) $a = 8{,}77$ cm/s^2; c) t = 0,5 s)

5. Tijelo mase 0,1 kg harmonijski titra s amplitudom od 8 cm. Maksimalno ubrzanje je 4 cm/s^2. Odrediti period titranja i kinetičku energiju tijela u trenutku njegovog prolaska kroz ravnotežni položaj.
(Rješenje : $T = 8{,}88$ s, $E_{k\max} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ J)

6. Na česticu mase 0,20 kg djeluje elastična sila konstante $k = 22$ N/m i ona titra s amplitudom od 15 cm. Izračunati potencijalnu i kinetičku energiju čestice kada je ona udaljena od ravnotežnog položaja 5 cm, te period titranja.
(Rješenje: $E_p = 27{,}5 \cdot 10^{-3}$ J, $E_k = 0{,}22$ J, $T = 0{,}6$ s)

7. Tijelo mase 50 g koje je vezano za kraj opruge izvučeno je iz ravnotežnog položaja za 20 cm silom od 20 N i pušteno. Izračunati brzinu i akceleraciju kada je tijelo udaljeno od ravnotežnog položaja 5 cm.
(Rješenje: $v = 2{,}7$ m/s, $a = 10$ m/s^2)

8. Homogeno uže mase 1 kg i duljine 6,4 m zategnuto je silom od 40 N. Na jednom kraju užeta proizvede se mali transverzalni pomak. Za koliko vremena će se ovaj poremećaj prenijeti na drugi kraj užeta?
(Rješenje: $t = 0{,}4$ s)

9. Žica duljine 0,4 m daje osnovni ton frekvencije 300 Hz. Kolika će biti minimalna frekvencija tona koji proizvodi žica ako se ona skrati za 10 cm, pri čemu sila zatezanja ostaje ista?
(Rješenje: $\nu' = 400$ Hz)

10. Odrediti tri najmanje frekvencije pri kojima se u olovnom štapu duljine 1 m, učvršćenom u sredini, formiraju longitudinalni stojni valovi. Modul elastičnosti olova iznosi $1{,}7 \cdot 10^{10}$ N/m^2, a gustoća olova je $11{,}34 \cdot 10^3$ kg/m^3.
(Rješenje: $\nu_1 = 612{,}192$ Hz; $\nu_2 = 1836{,}378$ Hz; $\nu_3 = 3060{,}963$ Hz)

11. Na jednom kraju bakarne šipke duljine 50 m udari se čekićem. Na drugom kraju šipke zvuk udara čuje se za 0,011 s prije nego kroz zrak. Odrediti modul elastičnosti bakra ako mu je gustoća $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3, a brzina zvuka 340 m/s.
(Rješenje: $E = 1{,}2 \cdot 10^9$ N/m^2)

12. Razlika nivoa buke dva zvučna izvora iznosi 1 dB. Koliki je odnos intenziteta ova dva zvuka?
(Rješenje: $I_1 / I_2 = 1{,}259$)

13. Frekvencija tona kojeg daje sirena lokomotive je 650 Hz. Kolika je frekvencija tona kojeg čujemo ako se lokomotiva udaljava od nas brzinom od 20 m/s? Uzeti da je brzina zvuka 340 m/s.
(Rješenje: $\nu' = 614$ Hz)

14. Vlak A giba se brzinom od 50 m/s u mirnom zraku, a njegova sirena odašilje zvuk frekvencije 600 Hz.

a) Koliku bi frekvenciju zvuka registrirao detektor ako je postavljen ispred vlaka, a koliku ako se nalazi iza njega?
b) Koliku bi frekvenciju sirene registrirali putnici u vlaku B, ako vlak B mimoilazi vlak A brzinom od 100 m/s, prije prolaza pored vlaka A, a koliku nakon prolaza?

(Rješenje: a) ispred vlaka $\nu' = 702$ Hz, iza vlaka $\nu' = 524$ Hz; b) prije prolaza $\nu' = 676$ Hz, nakon prolaza $\nu' = 498$ Hz)

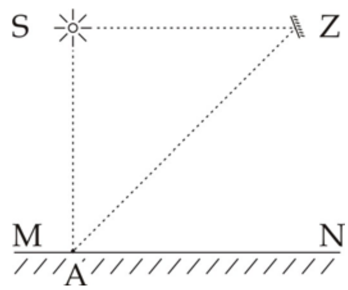
15. Ultrazvučni izvor sonarnog sustava razarača radi na frekvenciji 50 kHz. Izračunati brzinu udaljavanja podmornice na osnovi podatka da je razlika frekvencija između emitiranog zvuka iz razarača i zvuka reflektiranog od podmornice 400 Hz. Razarač miruje, a brzina zvuka u morskoj vodi iznosi 1450 m/s.
(Rješenje: $v = 5{,}8$ m/s)

16. Slijepi miš leti okomito od stijene brzinom 8,5 m/s, pri čemu proizvodi ultrazvuk frekvencije 45 kHz. Kolika je frekvencija ultrazvuka koji prima slijepi miš? Brzina zvuka iznosi 340 m/s.
(Rješenje: $\nu = 42{,}805\ \text{kHz}$)

17. Na sredini plafona nalazi se sijalica čija je jakost svjetlosti I = 100 cd. Prostorija je u obliku kocke, čije stranice su veličine a = 3 m. Kolika je osvijetljenost zidova prostorije u njenim kutovima na podu?
(Rješenje: E = 5 lx)

18. U središtu kvadratne sobe površine 16 m^2 visi lampa. Smatrajući lampu točkastim izvorom svjetlosti odrediti na kojoj se visini od poda ona treba nalaziti da bi osvijetljenost u kutovima sobe bila maksimalna.
(Rješenje: h = 2m)

19. Točkasti izvor svjetlosti S osvjetljava površinu MN. Koliko će se povećati osvijetljenost u točki A ako se sa strane izvora S na rastojanju $SZ = SA$ postavi ravno zrcalo Z?



(Rješenje: 1,12 puta)

20. Na planparalelnu staklenu ploču indeksa loma 1,8 i debljine 4,2 cm pada svjetlost pod kutom 60°. Izračunati paralelno pomjeranje svjetlosne zrake nakon prolaska kroz ploču.
(Rješenje: x = 2,5 cm)

21. Dvije staklene ploče iste debljine od po 2 mm nalaze se na rastojanju 1 mm. Između njih je voda indeksa loma 4/3. Zraka svjetlosti pada na jednu od njih pod kutom 35°. Koliko je pomjeranje zrake svjetlosti po površini druge ploče koju zraka napušta? Indeks loma stakla iznosi 1,64.
(Rješenje: x = 1,53 mm)

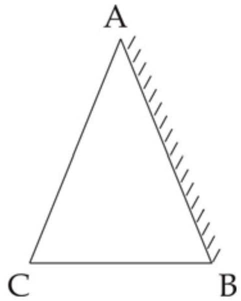
22. Staklena prizma, čiji je kut pri vrhu Θ = 38°, ima za neku monokromatsku svjetlost minimalni kut skretanja δ_{min} = 27°. Koliki je indeks loma tvari od koje je napravljena prizma?
(Rješenje: n = 1,61)

23. Snop bijele svjetlosti pada na bočnu stranu staklene prizme pod takvim upadnim kutom da crveni zrak napušta prizmu po pravcu koji je okomit na njenu bočnu stranu. Izračunati kut skretanja crvene i ljubičaste svjetlosti u odnosu na prvobitni pravac. Kut prizme je Θ = 45°, a indeks prelamanja stakla od koga ja napravljena prizma iznosi za crvenu svjetlost n_c = 1,37, a za ljubičastu n_{lj} = 1,42.
(Rješenje: δ_c = 30°36'; δ_{lj} = 33°26')

24. Paralelni snop svjetlosti valne duljine 500 nm pada okomito na staklenu ploču debljine 8 mm, čiji je indeks loma 1,6. Koliko se valnih duljina te svjetlosti nalazi u debljini te ploče?
(Rješenje: N = 25600)

25. Prizma od stakla indeksa loma 1,7 potopljena je u vodu. Indeks loma vode je poznat. Kut prizme je 100°. Na jednu stranu prizme, i to bočnu, pada zraka svjetlosti i totalno se reflektira na drugoj bočnoj strani. Koliki je najveći upadni kut pri kojem nastupa totalna refleksija na drugoj bočnoj strani prizme?
(Rješenje: α_{max} = 73°16'8")

26. Staklena prizma čiji je kut 30° ima stranu AB posrebrenu. Zraka svjetlosti koja dolazi iz zraka pada na stranu prizme AC pod kutom 40°. Prelomljena zraka se odbija od posrebrene površine AB, vraća se na stranu AC, prelama se i izlazi iz prizme. Odrediti kut pod kojim zraka izlazi iz prizme. Indeks loma stakla prizme je 1,57.



(Rješenje: α' = 66°47'35")

27. Pomoću konkavnog sfernog zrcala polumjera zakrivljenosti R može se dobiti slika koja je 2 puta veća od predmeta. Za koliko treba pomjeriti zrcalo duž glavne optičke osi pa da se opet dobije slika istih dimenzija?
(Rješenje: x = R/2)

28. Svijetli predmet nalazi se na udaljenosti 100 cm od konveksnog zrcala polumjera zakrivljenosti 60 cm. Za koliko treba pomjeriti predmet, i u kojem pravcu, da bi se dobila dva puta veća slika nego što je bila u prvobitnom slučaju?
(Rješenje: p_2 = 35 cm)

29. Konkavno i konveksno zrcalo, okrenuto jedno prema drugom, imaju jednake polumjere zakrivljenosti 40 cm i nalaze se na međusobnoj udaljenosti od 70 cm. Na kojoj udaljenosti od tjemena konveksnog zrcala treba da se nalazi osvijetljen predmet da bi njegove slike u oba zrcala bile jednake?
(Rješenje: p_2 = 15 cm)

30. Ispred tanke konvergentne leće, žarišne daljine f = 10 cm, postavljen je predmet veličine P = 2 cm.

a) Gdje treba postaviti predmet kako bi se dobila njegova realna slika veličine L = 8 cm?
b) Kolika će biti i kakva je slika ovog predmeta ako se umjesto konvergentne leće upotrijebi divergentna leća iste žarišne daljine?

(Rješenje: a) p = 0,125 m; b) Slika je veličine L = 0,88 m i umanjena.)

31. Tanka sferna konvergentna leća, žarišne daljine f = 5 cm, upotrijebljena je kao lupa. Na kojoj udaljenosti od leće treba postaviti predmet da bi njegova imaginarna slika bila udaljena l = 25 cm od lupe?
(Rješenje: p = 4,17 cm)

32. S jedne strane tanke konvergentne leće, žarišne daljine f = 20 cm, postavljeno je ravno ogledalo na udaljenosti d = (3/5)f od njega, a s druge strane svijetli predmet, veličine P = 1,2 cm, na udaljenosti p = 0,6f od leće. Odrediti položaj realne slike predmeta.

(Rješenje: $L_2 = \dfrac{l_1 l_2}{p_1 p_2} P = 1{,}36\ \text{cm}$)

33. Predmet se nalazi na udaljenosti 50 cm od tanke konvergentne leće žarišne daljine 3 cm. Na udaljenosti 20 cm od predmeta postavi se druga tanka leća žarišne daljine 8 cm.
a) Grafičkim putem odrediti položaj i karakter slike.
b) Odrediti udaljenost slike od prve leće kao i uvećanje opisanog sustava leća.
(Rješenje: b) l_1 = 3,659 cm, u = 0,146)

34. Teleobjektiv se sastoji od konvergentne leće žarišne daljine 20 cm i divergentne leće žarišne daljine 7 cm. Leće se nalaze na udaljenosti od 17,83 cm. Gdje se mora postaviti fotografska ploča za snimanje objekta koji se nalazi 5 m ispred prve leće?
(Rješenje: l_2 = 2,101 cm)

35. U eksperimentu (Youngov eksperiment) sa dvije pukotine udaljene 0,15 mm pruge interferencije formiraju se na zastoru koji je 75 cm udaljen od pukotine. Četvrta svijetla pruga formira se na udaljenosti 1,1 cm od centralne pruge. Izračunati valnu duljinu upotrijebljene svjetlosti.
(Rješenje: λ = 550 nm)

36. Tanki sloj ulja, indeksa loma n = 1,4 nanijet je na staklenu ploču. Ploča je osvijetljena paralelnim snopom zraka bijele svjetlosti, koji okomito pada na nju. Kolika treba biti debljina sloja ulja da nastane pojačanje zelene svjetlosti valne duljine λ = 560 nm?
(Rješenje: d_{min} = 0,2 μm)

37. Paralelni snop svjetlosti, koji sadrži boje valnih duljina od 360 nm do 780 nm, pada okomito na sloj ulja, debljine d = 0,06 nm i indeksa loma n = 1,5, koji je nanijet na staklenu ploču. Koje boje ovog spektra promatrač neće vidjeti iznad ploče, uslijed njihovog poništavanja pri interferenciji?
(Rješenje: λ_1 = 360 nm i λ_2 = 720 nm)

38. Na optičku rešetku pada monokromatska svjetlost valne duljine λ = 625 nm. Spektar 2. reda nalazi se pod kutom Θ = 30°. Koliki je broj zareza na duljini od 1 cm ove optičke rešetke?
(Rješenje: N = 4000 zareza)

39. Konstanta difrakcijske rešetke iznosi $5 \cdot 10^{-3}$ mm. Odrediti broj maksimuma koji se mogu promatrati ako je valna duljina svjetlosti 640 nm.
(Rješenje: 15 maksimuma)