ZADACI IZ FIZIKE

Riješeni ispitni zadaci, riješeni primjeri i zadaci za vježbu

(1. dio)
(2. izdanje)

1. Između dvije točke koje se nalaze sa iste strane obale, na međusobnom rastojanju od 140 km, usmjeren je motorni čamac koji ide niz rijeku i prelazi to rastojanje za 5 h, a kad se kreće uz rijeku za 12 h. odrediti brzinu protjecanja rijeke i brzinu čamca u odnosu na vodu.

Rješenje

Zamislimo koordinatni sustav kojemu je x – os u pravcu kretanja rijeke. Označimo brzinu rijeke sa u, a brzinu čamca sa v, tako da imamo

$$v_1 = v + u \qquad (1)$$

gdje je v_1 - brzina čamca u zamišljenom sustavu kad se kreće niz rijeku.
A ako se čamac kreće uz rijeku imamo

$$-v_2 = -v + u \qquad (2)$$

gdje je v_2 - brzina čamca u zamišljenom sustavu kad se kreće uz rijeku.

S brzinom v_1 čamac pređe put od 140 km za 5 h, slijedi da je brzina v_1 iznosi

$$v_1 = \frac{140\,\mathrm{km}}{5\,\mathrm{h}} = \frac{1{,}4\cdot 10^5\,\mathrm{m}}{1{,}8\cdot 10^4\,\mathrm{s}} = 7{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_2 = \frac{140\,\mathrm{km}}{12\,\mathrm{h}} = \frac{1{,}4\cdot 10^5\,\mathrm{m}}{4{,}32\cdot 10^4\,\mathrm{s}} = 3{,}24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Jednadžbe (1) i (2) čine sustav dviju jednadžbi s dvije nepoznanice.
Tako je brzina rijeke

$$u = \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{7{,}78 - 3{,}24}{2} = 2{,}27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8{,}172\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Brzina čamca je

$$v = v_1 - u = 7{,}78 - 2{,}27 = 5{,}51\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = 19{,}836\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

2. Promatrač koji u trenutku polaska vlaka stoji ispred prvog vagona primijetio je da je prvi vagon prošao pored njega za 3 s. Koliko vremena će se pored njega kretati n-ti (deseti) vagon? Kretanje vlaka smatrati jednako ubrzanim.

Rješenje

Kad prvi vagon duljine l prođe pored promatrača možemo reći da je vlak prešao put l kojeg možemo izraziti ovako

$$l = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Isto tako kad dva vagona prođu pored promatrača možemo pisati

$$2l = \frac{1}{2} a t_2^2$$

Možemo pisati općeniti izraz za n vagona

$$nl = \frac{1}{2} a t_n^2$$

Sad podijelimo putove koje su prošli n vagona i jedan vagon

$$\frac{t_n^2}{t_1^2} = n$$

Dobili smo vrijeme za koje pored promatrača prođe n vagona

$$t_n = t_1 \sqrt{n}$$

Na kraju imamo da n-ti (u našem slučaju deseti) vagon prođe pored promatrača za vrijeme

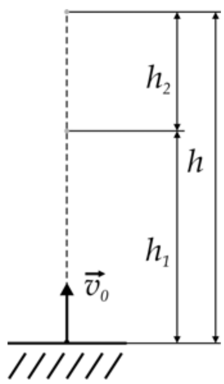
$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1} = 0{,}487\,\mathrm{s}$$

3. Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom 10 m/s. U trenutku kada tijelo dostigne najvišu točku svog kretanja, baci se drugo tijelo vertikalno uvis, istom početnom brzinom. Na kojoj visini će se tijela sudariti? Otpor zraka zanemariti.

Rješenje

Visina do koje se tijelo popne pri vertikalnom hitcu je

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2} \qquad (1)$$



A brzina pri vertikalnom hitcu je

$$v = v_0 - g t$$

U maksimalnom položaju brzina tijela je jednaka nuli pa imamo da je

$$t = \frac{v_0}{g}$$

Uvrstivši ovaj izraz u (1) imamo

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \qquad (2)$$

Tijela će se susresti na nekoj visini h_1

$$h = h_1 + h_2 \qquad (3)$$

Drugo tijelo pređe put h_1 za isto vrijeme za koje prvo tijelo pređe put h_2

$$h_2 = \frac{g}{2} t^2 \qquad (4)$$

$$h_1 = v_0 t - \frac{g}{2} t^2 \qquad (5)$$

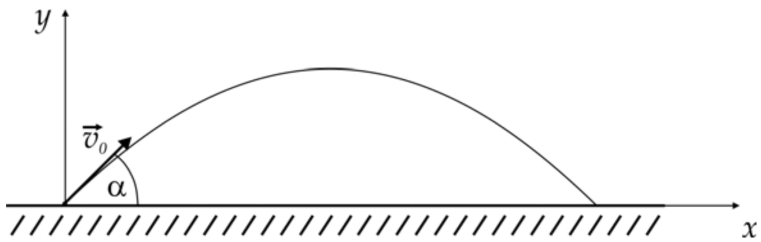
Iz (4) i (5) slijedi

$$h_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} - h_2 \qquad (6)$$

Jednadžbe (2), (3) i (6) čine sustav od tri jednadžbe s tri nepoznanice. Rješavanjem ovog sustava dobiva se rezultat

$$h_1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_0^2}{g} = 3{,}823\,\mathrm{m}$$

4. Tijelo je bačeno pod kutom α prema horizontu početnom brzinom v_0. Vrijeme kretanja tijela iznosi 2,4 s. Odrediti najveću visinu na kojoj će se tijelo naći pri tom kretanju. Otpor zraka zanemariti.



Rješenje

y - komponenta brzine u ovisnosti o vremenu iznosi:

$$v_y = v_{0y} - gt \qquad (1)$$

U maksimalnom položaju brzina tijela $v_y = 0$, tako da je

$$v_{0y} = gt \qquad (2)$$

Isto tako visina u ovisnosti o vremenu je

$$y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \qquad (3)$$

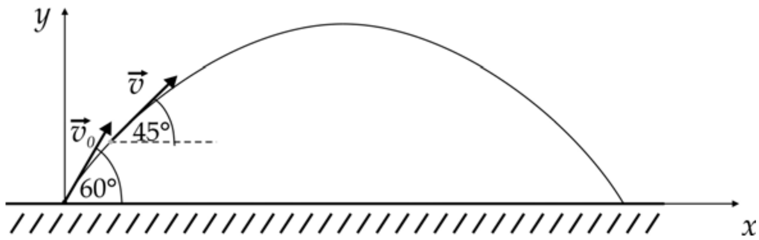
Uvrstivši (2) u (3) dobivamo za maksimalni položaj

$$y_{\max} = gt^2 - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \qquad (4)$$

U tekstu zadatka nam je zadano vrijeme (t_D = 2,4 s) kretanja tijela od bacanja do padanja, tako da će tijelo biti u maksimalnom položaju za pola ovog vremena.

$$y_{\max} = \frac{g\left(t_D/2\right)^2}{2} = \frac{gt_D^2}{8} = 7{,}063\,\mathrm{m}$$

5. Pod kutom od 60°, prema horizontu, bačeno je tijelo početnom brzinom od 25 m/s. Kroz koliko sekundi će njegova brzina zaklapati sa horizontom kut od 45°?



Rješenje

Tangens kuta je

$$tg\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$tg45° = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin 60° - gt}{v_0 \cos 60°}$$

Odavde slijedi

$$t = \frac{v_0 \sin 60° - tg45° \cdot v_0 \cos 60°}{g} = 0{,}933\,\mathrm{s}$$

6. Igrač udari loptu pod kutom od 40° prema horizontu dajući početnu brzinu od 20 m/s. Drugi igrač, udaljen od prvog 30 m, počinje da trči prema lopti u momentu kad je ona udarena. Koliku najmanju srednju brzinu mora imati drugi igrač da bi udario loptu u trenutku pada na zemlju?

Rješenje

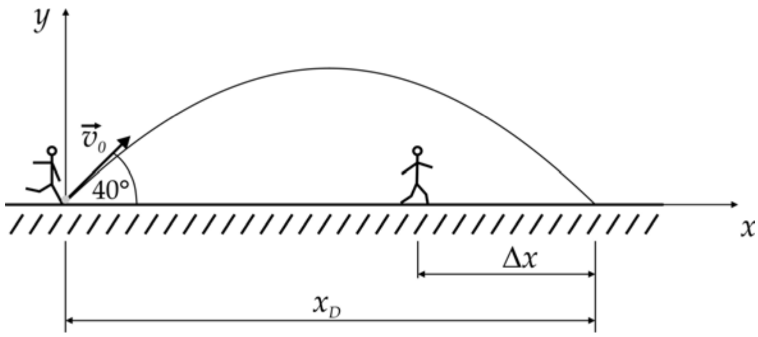
Domet do kojeg lopta dođe je

$$x_D = v_x t_D \qquad (1)$$

gdje je t_D – vrijeme leta lopte, možemo ga dobiti iz vremena koje je potrebno lopti da se popne do maksimalne visine.
U točki maksimalne visine komponenta brzine u y smjeru je nula.

$$v_{0y} = g t_{max} \tag{2}$$

$$t_{max} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$



gdje t_{max} – vrijeme potrebno lopti da se popne do maksimalne visine i ono iznosi pola vremena leta lopte t_D.

$$t_D = 2t_{max} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = 2{,}62\,\mathrm{s} \tag{3}$$

Ako ovo uvrstimo u x_D dobijemo domet do kojeg lopta putuje

$$x_D = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 40{,}16\,\mathrm{m}$$

Put koji igrač treba preći do lopte je

$$\Delta x = x_D - x_2 = 10{,}16\,\mathrm{m}$$

Znači treba se kretati ovom prosječnom brzinom

$$v_i = \frac{\Delta x}{t_D} = 3{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

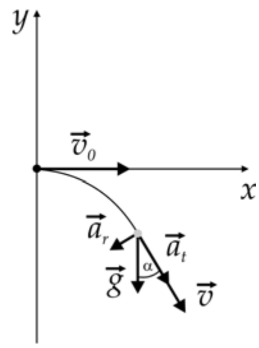
7. Tijelo je bačeno horizontalno brzinom 20 ms^{-1}. Odrediti radijus putanje tijela 2 s nakon što se počelo kretati. Otpor zraka zanemariti.

Rješenje

Tijelo će se nakon 2 s kretati nekom brzinom $\vec{v}$ pod kutom α u odnosu prema početnoj brzini $\vec{v}_0$. U tom trenutku ubrzanje $\vec{g}$ možemo rastaviti na tangencijalnu komponentu u pravcu kretanja tijela $\vec{a}_t$, te na radijalnu komponentu $\vec{a}_r$.
Radijalna komponenta ubrzanja iznosi

$$a_r = \frac{v^2}{R} = g\cos\alpha \tag{1}$$

gdje je
$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{v} \tag{2}$$



Brzina iznosi

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \qquad (3)$$

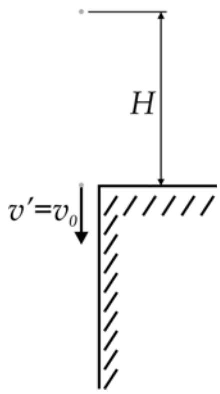
Iz (1), (2) i (3) dobijemo radijus zakrivljenosti

$$R = \frac{\left(v_0^2 + g^2 t^2\right)^{\frac{3}{2}}}{g v_0} = 112,088 \text{ m}$$

8. Lopta je bačena s ruba krova zgrade vertikalno uvis, početnom brzinom od 30 m/s. Koliku će brzinu imati lopta jednu sekundu nakon njenog prolaska pored ruba krova pri padanju na tlo?

Rješenje

Lopta će se popeti na visinu H i početi padati. Kod ruba zgrade imat će brzinu jednaku početnoj što je lako pokazati.
Lopta će se popeti na visinu H



$$H = v_0 t - g\frac{t^2}{2}$$

gdje je brzina nula $v = 0$.

A pošto je

$$v = v_0 - gt \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = gt$$

Ako ovo uvrstimo u izraz za H imamo

$$H = gt^2 - g\frac{t^2}{2} = g\frac{t^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Iz tog položaja lopta počinje padati, a brzina joj iznosi

$$v = v_0 + gt \quad \text{dok je } v_0 = 0$$

Trebamo brzinu izraziti preko visine tj. preko dužine puta kojeg prelazi.
Dužina puta kojeg prevali lopta padajući je

$$s = g\frac{t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Uvrštavajući ovo u izraz za v imamo

$$v = g\sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{2gs}$$

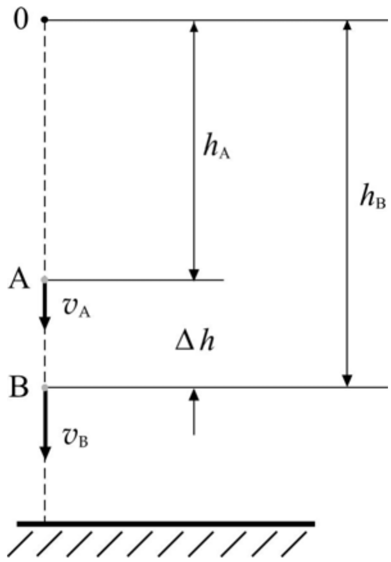
Pored ruba zgrade lopta će biti kad prijeđe put $s = H$ tako da je brzina u tom trenutku

$$v' = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g\frac{v_0^2}{2g}} = v_0$$

Sad možemo uzeti ovu brzinu kao početnu brzinu i u idućem trenutku će brzina, koju ćemo označiti sa v_1 biti zbroj te brzine i brzine koju lopta dobije ubrzavanjem u vremenu *t*.

$$v_1 = v' + gt_1 \quad \text{dakle} \quad v = 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1\,\text{s} = 39{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

9. Tijelo slobodno pada s visine *h*. U točki A ima brzinu v_A = 29,43 ms^{-1}, a u točki B brzinu v_B = 49,05 ms^{-1}. Kolika je visinska razlika točaka A i B? Za koje će vrijeme tijelo preći put AB?



Rješenje

Vrijeme za koje tijelo dođe u točku A je

$$t_\text{A} = \frac{v_\text{A}}{\text{g}}$$

A vrijeme za koje dođe u točku B je

$$t_\text{B} = \frac{v_\text{B}}{\text{g}}$$

Tako će tijelo preći put AB za vrijeme

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{v_B - v_A}{g} = 2\,\text{s}$$

Udaljenost točke A od polazne točke je

$$h_\text{A} = \frac{g t_\text{A}^2}{2}$$

Udaljenost točke B od polazne točke je

$$h_\text{B} = \frac{g t_\text{B}^2}{2}$$

Duljina puta AB je

$$\Delta h = AB = h_B - h_A = \frac{g}{2}\left(t_B^2 - t_A^2\right) = 78{,}5\,\text{m}$$

10. Tijelo mase 15 kg koje miruje raspadne se, uslijed eksplozije, na tri jednaka dijela. Jedan dio ode prema sjeveru, drugi prema istoku, oba brzinom 20 ms^{-1}. Kolikom brzinom i u kojem smjeru je odletio treći dio?

Rješenje

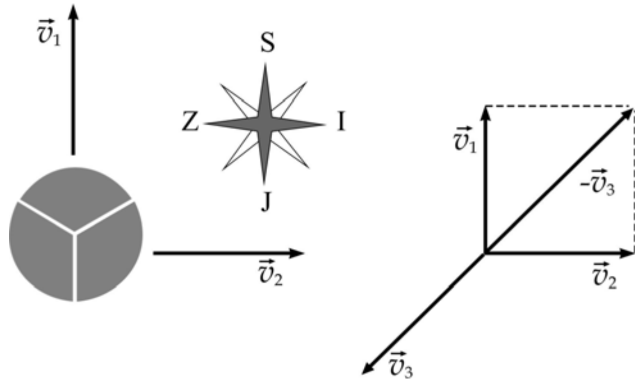
Primjenom zakona očuvanja količine gibanja imamo

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = 0$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m; \quad \vec{v}_1 = v_1\vec{j}; \quad \vec{v}_2 = v_2\vec{i} \quad \Rightarrow$$

$$v_1\vec{j} + v_2\vec{i} + \vec{v}_3 = 0$$

$$\vec{v}_3 = -\left(v_1\vec{j} + v_2\vec{i}\right)$$



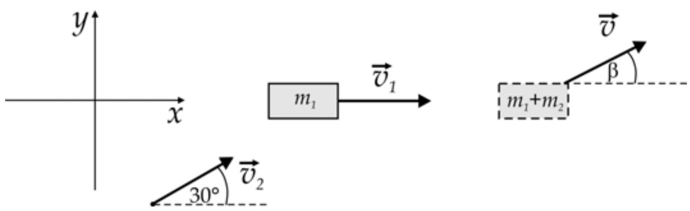
Iznos ove brzine je

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 28{,}28\,\text{ms}^{-1}$$

Treći dio je odletio prema jugozapadu brzinom 28,28 ms^{-1}.

11. Saonice sa vrećom pijeska, ukupne mase 500 kg kreću se po zamrznutom jezeru brzinom 0,5 m/s. Metak mase 10 g i brzine 400 m/s pogodi sa strane vreću pijeska pod kutom 30° u odnosu na pravac gibanja i zabije se u nju. Kolika je promjena brzine saonica i u kojem smjeru će saonice nastaviti gibanje?

Rješenje



Na osnovi zakona očuvanja količine gibanja imamo

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\cdot\vec{v}$$

Količine gibanja rastavimo na x i y komponente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_{2x} = \left(m_1 + m_2\right)\cdot v_x$$

$$m_2 v_{2y} = \left(m_1 + m_2\right) v_y$$

$$v_{2x} = v_2 \cdot \cos\alpha = \cdots = 346{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_{2y} = v_2 \cdot \cos\alpha = \cdots = 200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Iz gornjih izraza slijedi

$$v_x = 0{,}5069\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \text{ i } v_y = 0{,}00399\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Brzina saonica je

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \cdots = 0{,}5069\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

dakle promjena brzine saonica je

$$\Delta v = v - v_1 = 0{,}0069\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 7 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Smjer gibanja je određen kutom

$$\beta = arctg\,\frac{v_y}{v_x} = 0{,}450985^\circ = 27'8''$$

12. Tijelo mase m_1 udari u tijelo mase m_2 koje miruje. Odrediti koliki treba biti odnos masa ovih tijela (m_1/m_2) da bi se pri centralnom elastičnom sudaru brzina prvog tijela smanjila tri puta. Izračunati kinetičku energiju drugog tijela poslije sudara ako je početna kinetička energija prvog tijela 1500 J.

Rješenje

Količina gibanja je očuvana

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (1)$$

gdje su: v_1 - brzina tijela mase m_1 prije sudara, v_1' - brzina tijela mase m_1 poslije sudara, v_2' - brzina tijela mase m_2 poslije sudara.

Ako u (1) uvrstimo da je $v_1' = \frac{v_1}{3}$ dobijemo

$$v_2' = \frac{2m_1}{3m_2} v_1 \qquad (2)$$

Isto tako, ukupna energija je očuvana

$$E_1 = E_1^{'} + E_2^{'}$$
$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1^{'2}}{2} + \frac{m_2 v_2^{'2}}{2} \qquad (3)$$

uvrstivši izraze za $v_1^{'}$ i $v_2^{'}$ dobijemo odnos masa

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

Uvrštavanjem ovog odnosa u (2) i (3) dobijemo $E_{k2}^{'}$

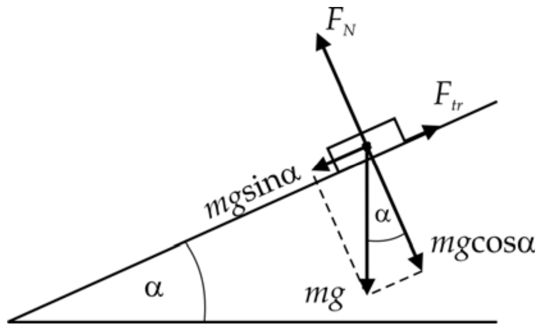
$$E_{k2}^{'} = 1{,}333 \text{ kJ}$$

13. Koliko se dugo spušta tijelo niz kosinu visine h = 2 m i nagiba α = 45° ako je maksimalni kut pri kojem tijelo može mirovati na kosini β = 30°?

Rješenje

Ako tijelo miruje na kosini od 30° sila trenja uravnotežuje komponentu sile teže paralelnu podlozi.

$$mg\sin\beta = \mu \cdot mg\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \text{tg}\,\beta = 0{,}577$$



Na kosini od 45° tijelo dobije ubrzanje a

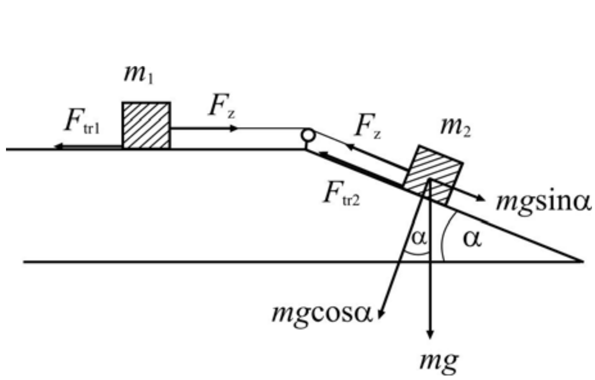
$$ma = mg\sin\alpha - \mu \cdot mg\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad a = 2{,}93 \text{ ms}^{-1}$$

Vrijeme za koje se tijelo spusti niz kosinu možemo dobiti iz relacije za pređeni put

$$s = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\alpha}} = 1{,}39 \text{ s}$$

14. Dva tijela različitih masa vezana su užetom, kao na crtežu i kreću se po različitim podlogama. Koeficijenti trenja između tijela i odgovarajućih podloga su: μ_1 i μ_2. Kakav mora biti odnos masa da bi sustav mirovao? Masa koloture se zanemaruje.

Rješenje



Jednadžba gibanja za tijelo mase m_1 je

$$m_1 a = F_z - F_{tr1}$$

Jednadžba gibanja za tijelo mase m_2 je

$$m_2 a = m_2 g \sin\alpha - F_z - F_{tr2}$$

Imamo dvije jednadžbe s dvije nepoznate. Pošto je a = 0 iz ove dvije jednadžbe dobivamo

$$0 = m_2 g \sin\alpha - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g \cos\alpha$$

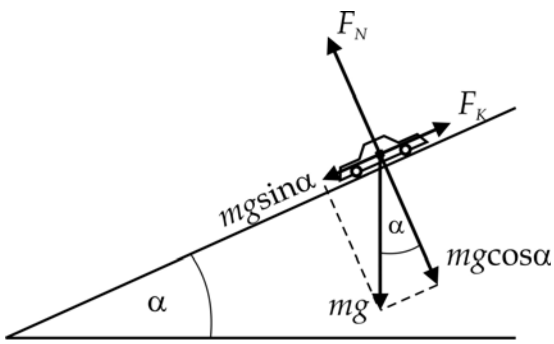
Tako da je traženi odnos masa

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)}{\mu_1}$$

15. Automobil mase $2{,}5 \cdot 10^3$ kg spušta se cestom nagiba 25°. U momentu kada brzina iznosi 30 m/s vozač počinje kočiti. Koliku silu kočenja treba primijeniti da bi se automobil zaustavio na putu od 150 m. (Stalna sila kočenja je paralelna nagibu.)

Rješenje

Na pravcu paralelnom nagibu vrijedi



$$ma = mg \sin\alpha - F_K$$

Kod jednolikog ubrzanog gibanja brzina i prijeđeni put su

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Iz ove dvije relacije dobivamo

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

Kako je na kraju puta $v = 0$ imamo

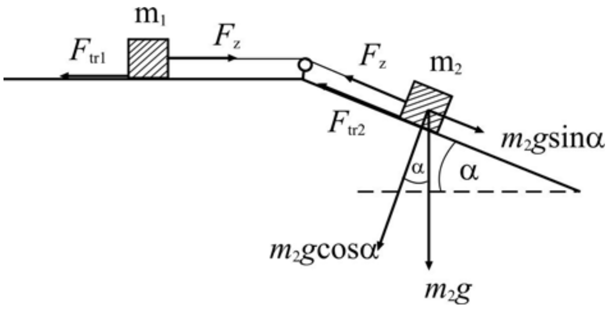
$$a = \frac{-v_0^2}{2s} = -3 \text{ ms}^{-2}$$

Tako je sila kočenja

$$F_K = F_g - ma = 17{,}025 \cdot 10^3 \text{N}$$

16. Dva tijela, mase m_1 i m_2, vezana su užetom i postavljena na podlogu. Koeficijent trenja između tijela i podloge je μ. Kolika je sila zatezanja užeta, a koliko ubrzanje sustava?

Rješenje



Jednadžba gibanja za tijelo mase m_2 je

$$m_2 a = m_2 g\sin\alpha - F_{tr2} - F_Z$$

Jednadžba gibanja za tijelo mase m_1 je

$$m_1 a = F_Z - F_{tr1}$$

Imamo dvije jednadžbe s dvije nepoznate. Iz druge izrazimo F_z i uvrstimo u prvu

$$m_2 a = m_2 g\sin\alpha - F_{tr2} - m_1 a - F_{tr1}$$

Ubrzanje sustava je

$$a = g\frac{m_2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \mu m_1}{m_1 + m_2}$$

Sila zatezanja užeta je

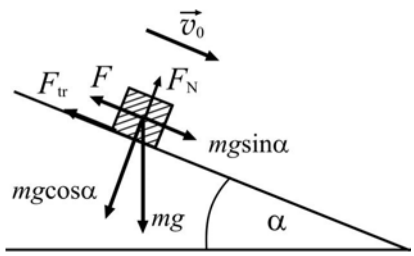
$$F_Z = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}\left[m_2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \mu m_1\right] + \mu m_1 g$$

17. Na kosini, čiji je kut $\alpha = 30°$ nalazi se tijelo mase $m = 500$ kg. Koeficijent trenja između tijela i podloge je $\mu = 0{,}1$. Tijelo se gurne niz kosinu brzinom $v_0 = 2$ m/s. Kolikom silom treba djelovati na tijelo da se ono zaustavi poslije vremena $t = 5$ s?

Rješenje

Brzina kod jednoliko usporenog kretanja je

$$v = v_0 - at$$



Pri zaustavljanju tijela $v = 0$ pa je

$$a = \frac{v_0}{t}$$

Jednadžba gibanja tijela je

$$-ma = mg\sin\alpha - F_{tr} - F$$

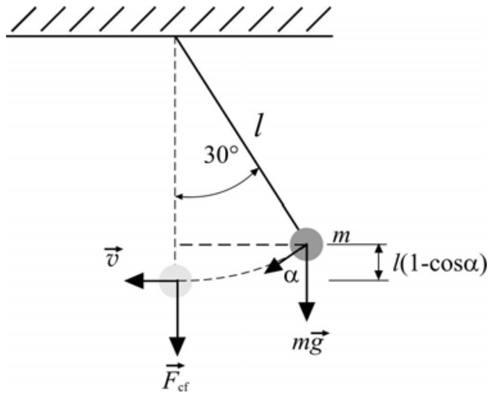
Tražena sila je

$$F = m\frac{v_0}{t} + mg\sin\alpha - F_{tr} = m(\frac{v_0}{t} + g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha) = 2227,5\text{ N}$$

18. Kuglicu mase m = 1 kg, obješenu o nit, otklonimo iz ravnotežnog položaja za kut α = 30° i pustimo. Izračunati silu zatezanja niti u trenutku prolaska kuglice kroz ravnotežni položaj.

Rješenje

Kuglica u mirovanju opterećuje nit silom mg. Kuglica otklonjena za 30° posjeduje potencijalnu energiju koja iznosi



$$E_P = mgl(1-\cos\alpha)$$

Ta potencijalna energija se pretvara u kinetičku energiju

$$\frac{mv^2}{2} = mgl(1-\cos\alpha)$$

U trenutku prolaska kuglice kroz ravnotežni položaj njena brzina

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$$

19. Na platformi kamiona bez bočnih strana nalazi se sanduk mase m = 1200 kg. Kolikim najvećim ubrzanjem kamion može krenuti bez opasnosti da sanduk padne s platforme? Koeficijent trenja između sanduka i platforme je μ = 0,3.

Rješenje

Na sanduk djeluje inercijalna sila ma koja mora biti manja od sile trenja

$$ma \leq F_{tr}$$

$$a \leq \frac{F_{\text{tr}}}{m}$$

Maksimalno ubrzanje kamiona je

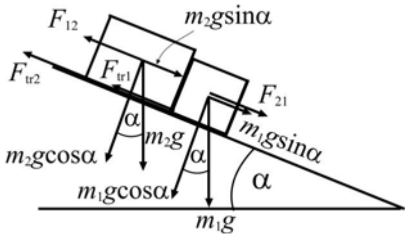
$$a = \frac{\mu mg}{m} = \mu g = 2{,}943\,\text{ms}^{-2}$$

20. Na kosini nagiba α = 30° nalaze se dva tijela, čije su mase m_1 = 1 kg i m_2 = 2 kg. Koeficijent trenja između tijela mase m_1 i podloge je μ_1 = 0,25, a koeficijent trenja između tijela mase m_2 i podloge je μ_2 = 0,1. Odrediti:

a. silu međudjelovanja dvaju tijela i
b. minimalnu vrijednost kuta pri kojem će se tijela početi gibati.

Rješenje

a) Jednadžbe gibanja za prvo i drugo tijelo su:



$$m_1 g \sin\alpha + F_{21} - F_{tr1} = m_1 a$$

$$m_2 g \sin\alpha - F_{12} - F_{tr2} = m_2 a$$

gdje je F_{12} - sila međudjelovanja između tijela mase m_1 i tijela mase m_2, zbog koje ova dva tijela čine jedan sustav.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Tijelo 2 silom F_{21} gura tijelo 1, a tijelo 1 silom F_{12} koči tijelo 2.
Iz jednadžbi izrazimo ubrzanje a i uvrstimo u izraz za silu F_{12}.

$$a = g\sin\alpha - g\cos\alpha \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$F_{12} = \frac{m_1 m_2 g \cos\alpha (\mu_1 - \mu_2)}{m_1 + m_2} = 0{,}85 \text{ N}$$

b) Tijela će se početi gibati kad su sile u ravnoteži. Tada je ubrzanje jednako nuli.

$$a = 0$$

$$g\sin\alpha = g\cos\alpha \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{m_1 + m_2} = 0{,}15$$

Traženi kut je

$$\alpha = \text{arctg}\,0{,}15 = 8{,}53° = 8°\,31'\,4''$$

21. Sila stalnog intenziteta F = 1 N daje tijelu ubrzanje a = 10 cm/s^2. Ako je prije djelovanja sile tijelo mirovalo izračunati njegovu kinetičku energiju poslije vremena t = 5 s od početka kretanja.

Rješenje

Poznavajući silu i ubrzanje koje dobije tijelo, možemo odrediti masu tog tijela

$$m = \frac{F}{a} = 10 \text{ kg}$$

Brzina tijela se stalno povećava po izrazu

$$v = at$$

tako da je brzina poslije 5 s

$$v = 0{,}5\ \mathrm{ms^{-1}}$$

Kinetička energija tijela u tom trenutku je

$$E = \frac{mv^2}{2} = 1{,}25\ \mathrm{J}$$

22. Tijelo, mase m_1 = 15 kg, počne da klizi sa vrha kosine, nagibnog kuta α = 60°. Na kraju kosine, tijelo se zabije u kolica napunjena pijeskom, mase m_2 = 90 kg koja miruju na horizontalnoj podlozi. Ako je visinska razlika tijela i kolica u početnom položaju h = 10 m, odrediti brzinu kojom će se kretati kolica zajedno sa tijelom. Trenje zanemariti.

Rješenje

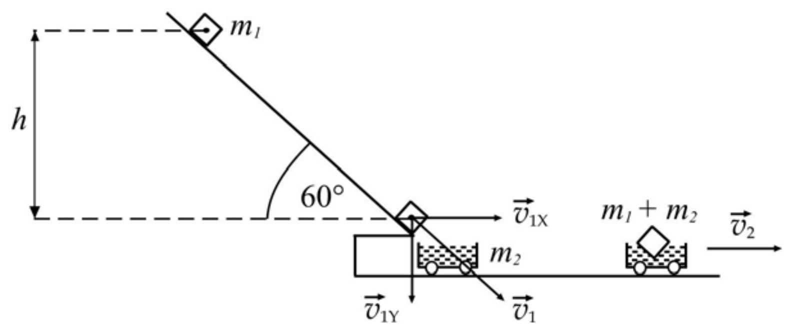
Ukupna mehanička energija nekog sustava je očuvana. Ukupna energija u ovom primjeru jednaka je potencijalnoj energiji tijela na vrhu kosine. Ona se pretvara u kinetičku energiju gibanja tijela.

$$m_1gh = \frac{m_1v_1^2}{2}$$

Na dnu kosine brzina tijela će biti

$$v_1 = \sqrt{2gh} = 14\,\mathrm{ms^{-1}}$$

Dakle, količina gibanja tijela na dnu kosine je m_1v_1. Ovu količinu gibanja možemo rastaviti na dvije komponente, komponentu u pravcu gibanja kolica m_1v_{1x} i komponentu okomitu na pravac gibanja kolica m_1v_{1y}.



Komponenta m_1v_{1y} nije očuvana.

Primjenom zakona očuvanja količine gibanja, za komponentu m_1v_{1x} možemo pisati

$$m_1v_{1X} = (m_1 + m_2)\,v_2$$

Tako je brzina kolica zajedno s tijelom

$$v_2 = v_1 \cos\alpha \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 1\,\text{ms}^{-1}$$

23. Da bi mogao uzletjeti, zrakoplov, mase 4 t, na kraju piste treba da ima brzinu 144 km/h. Duljina piste je 100 m. Kolika je potrebna snaga motora za uzlijetanje zrakoplova ako je njegovo kretanje jednoliko ubrzano? Koeficijent trenja između kotača i piste iznosi $\mu = 0{,}2$.

Rješenje

Vučna sila motora je

$$F_m = ma + F_{tr}$$

Brzinu možemo odrediti iz kinematičke jednadžbe

$$v^2 = 2as$$

Tako je

$$F_m = \frac{mv^2}{2s} + \mu mg$$

Tako je minimalna snaga motora

$$P = F_m v = \left(\frac{v^2}{2s} + \mu g\right) mv = 1{,}59 \cdot 10^6 \text{ W} = 1{,}59 \text{ MW}$$

Drugi način (preko energija)

Ukupna energija koju motor potroši na putu s je

$$E_u = E_k + W_{tr} = \frac{mv^2}{2} + \mu mgs$$

Snaga je energija potrošena u jedinici vremena

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dW}{dt}$$

Tako da motor zrakoplova ima ovu snagu

$$P_m = \frac{dE_u}{dt} = \frac{d}{dt}\left(E_k + W\right)$$

Derivirajući izraz za ukupnu energiju dobivamo

$$P_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2} + \mu mgs\right) = mv\frac{dv}{dt} + \mu mg\frac{ds}{dt} = \left(a + \mu g\right)mv$$

$$v^2 = 2as$$

Tako da imamo isti rezultat kao i na prethodni način

$$P = F_m v = \left(\frac{v^2}{2s} + \mu g\right) mv = 1,59 \cdot 10^6 \text{ W} = 1,59 \text{ MW}$$

24. Kugla mase 1 kg bačena je vertikalno uvis, početnom brzinom 10 m/s. Na koju visinu će kugla odskočiti ako pri udaru u podlogu gubi količinu topline 10 J?

Rješenje

Ukupna energija koju lopta ima u početnom trenutku jednaka je kinetičkoj energiji.

$$E = E_{k1}$$

Kad se kugla zaustavi u maksimalnom položaju (h_1) sva energija je pretvorena potencijalnu energiju.

$$E = E_{p1}$$

Kad kugla padne na podlogu dio energije se troši na toplinu.

$$E = Q + E_{k2}$$

Kugla odskoči i zaustavi na nekoj visini h_2 kad je sva kinetička energija pretvorena potencijalnu energiju.

$$E_{p2} = E_{k2} = E_{k1} - Q$$

$$mgh_2 = \frac{mv_1^2}{2} - Q$$

Visina na koju kugla odskoči je

$$h_2 = \frac{mv_1^2 - 2Q}{2mg} = 4,077 \text{ m}$$

25. Zamašnjak, polumjera R = 0,8 m, okreće se stalnom brzinom ω_0 = 7,5 rad/s. Pokretački stroj zamašnjaka u jednom trenutku prestane djelovati, ali se on nastavi okretati s usporavanjem još tijekom vremena t = 24 s. Koliko je kutno ubrzanje zamašnjaka, kao i tangencijalno ubrzanje točke na obodu zamašnjaka tijekom zaustavljanja?

Rješenje

Kutna brzina u ovisnosti o vremenu je

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

Kad se zamašnjak zaustavi $\omega = 0$ pa imamo

$$0 = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega_0 = - \alpha t$$

Tako da je kutno ubrzanje

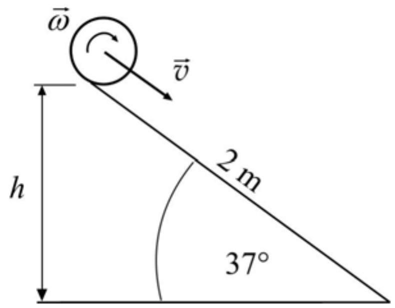
$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = -0{,}313 \text{ rad/s}^2$$

Tangencijalno ubrzanje

$$a_t = \alpha R = -0{,}25 \text{ m/s}^2$$

26. Puni homogeni valjak radijusa 7 cm pusti se kotrljanjem, bez klizanja, niz kosinu duljine 2 m i nagibnog kuta 37 °. Odrediti kutnu brzinu valjka u podnožju kosine.

Rješenje



Ukupna mehanička energija nekog sustava je očuvana

$$E_p + E_k = \text{konst.}$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

Za valjak na kosini možemo pisati

$$E_{p1} = E_{k2} = E_{kotrljanja} + E_{translacije}; \quad E_{k1} = 0; \quad E_{p2} = 0$$

$$mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

Moment tromosti valjka je $\frac{mR^2}{2}$, a brzina $v = \omega \cdot R$.

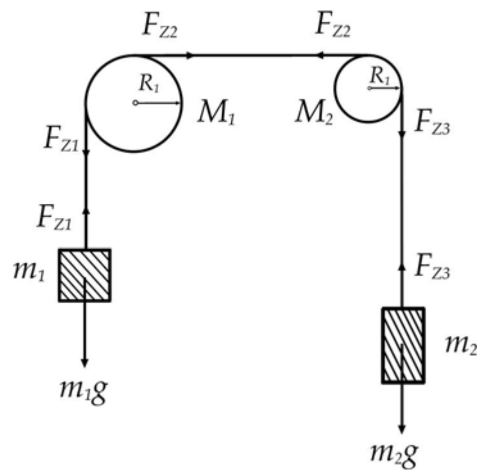
$$mgh = \frac{mR^2\omega^2}{4} + \frac{mR^2\omega^2}{2} = \frac{3mR^2\omega^2}{4}$$

Tako je kutna brzina na kraju kosine

$$\omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{gh}{3}} = 56{,}60 \text{ s}$$

27. Preko dva homogena valjka prebačena je nit na kojoj vise dva utega. Mase utega su m_1 = 2 kg i m_2 = 1 kg, a mase valjaka M_1 = 1 kg i M_2 = 5 kg. Odrediti ubrzanje sustava pod pretpostavkom da nema klizanja.

Rješenje



Za svako tijelo pišemo jednadžbu gibanja.
Za uteg mase m_1

$$m_1 g - F_{Z1} = m_1 a \qquad (1)$$

Za valjak mase M_1

$$F_{Z1} - F_{Z2} = \frac{\mathcal{M}_1}{R_1}$$

$\mathcal{M}_1$ je moment sile koji djeluje na valjak je

$$\mathcal{M}_1 = I_1 \cdot \alpha_1; \quad I_1 = \frac{M_1 R_1^2}{2}; \quad \alpha_1 = \frac{a}{R_1}$$

$$F_{Z1} - F_{Z2} = \frac{M_1 a}{2} \qquad (2)$$

Jednadžba gibanja za valjak mase M_1 je

$$F_{Z2} - F_{Z3} = \frac{\mathcal{M}_2}{R_2} = \frac{M_2 a}{2} \qquad (3)$$

Jednadžba gibanja za uteg mase m_2 je

$$F_{Z3} - m_2 g = m_2 a \qquad (4)$$

Iz jednadžbi (1), (2), (3) i (4) slijedi

$$a = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2(m_1 + m_2) + M_1 + M_2} = 1,635 \text{ ms}^{-2}$$

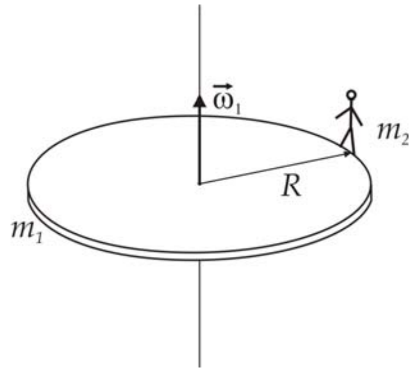
28. Platforma oblika diska mase 90 kg rotira frekvencijom 0,5 s^{-1} oko okomite osi koja prolazi kroz centar mase. Na rubu platforme stoji dječak mase 30 kg. Kolikom će frekvencijom rotirati platforma ako se dječak pomjeri u sredinu platforme.
(Aproksimirati dječaka materijalnom točkom.)

Rješenje

Ako nemamo djelovanje momenta sile ukupna kutna količina gibanja je očuvana.

$$\sum_i I_i \omega_i = \text{const.}$$

$$I_1\omega_1 = I_2\,\omega_2$$



Ukupni moment tromosti diska i čovjeka na rubu je

$$I_1 \;=\; m_1\frac{R^2}{2}+m_2R^2$$

Ukupni moment tromosti diska i čovjeka u sredini diska je

$$I_2 = m_1\frac{R^2}{2}$$

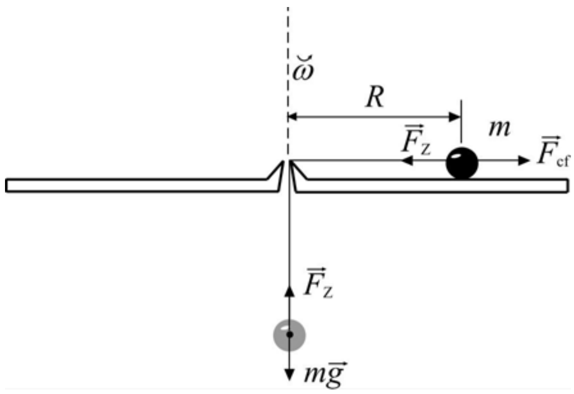
$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 \qquad\qquad \omega_2 = 2\pi\nu_2$$

Uvrstivši izraze za momente i kutne brzine u gornju jednakost imamo

$$\nu_2 = \frac{2m_1+4m_2}{m_1}\nu_1 = 0,833\ \text{s}^{-1}$$

29. Dva tijela, jednakih masa m, povezana su užetom kroz otvor na horizontalnoj podlozi. Jedno tijelo se nalazi na podlozi i po njoj rotira, dok drugo visi u zraku. Koliku kutnu brzinu treba imati tijelo koje rotira da bi tijelo koje visi ostalo na istom nivou? Polumjer putanje tijela na podlozi je R. Sva trenja zanemariti.

<u>Rješenje</u>



Jednadžbe gibanja za obje kugle

$$mg - F_Z = ma$$

$$F_Z - F_{cf} = ma$$

Uvjet je da $a = 0$, pa je

$$F_{cf} = mg$$

$$m\omega^2 r = mg$$

Kutna brzina je

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

30. Vlak se giba v = 50 km/h po zakrivljenom dijelu staze brzinom. Kuglica obješena o nit u vagonu otklanja se pri tome za kut α = 5°. Odrediti radijus zakrivljenosti putanje.

Rješenje

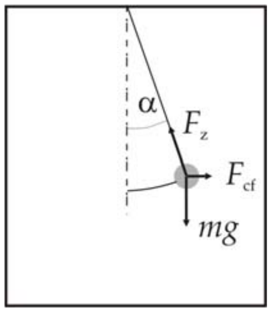
Vlak koji se giba po zakrivljenoj stazi predstavlja neinercijalni sustav. Stoga na kuglicu obješenu u vagonu djeluje inercijalna centrifugalna sila

$$F_{cf} = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$$

Pored inercijalne sile na kuglicu djeluje sila teža, te sila zatezanja niti.
Iznos vektorskog zbroja inercijalne sile i sile teže jednak je iznosu sile zatezanja.
Tako možemo pisati

$$mg = F_z \cos\alpha$$

$$F_{cf} = F_z \sin\alpha$$



Iz gornjih izraza dobivamo

$$r = \frac{v^2}{g\mathrm{tg}\alpha} = 226{,}98 \text{ m} \approx 227 \text{ m}$$

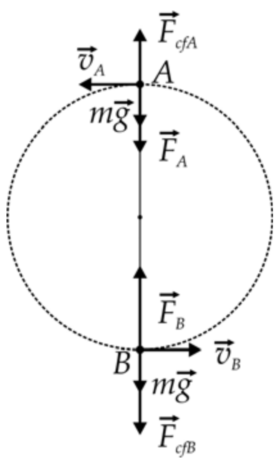
31. Tijelo mase 2 kg vezano je koncem i rotira oko jedne točke u vertikalnoj ravnini u polju Zemljine teže. Izračunati razliku među silama zatezanja konca kada se tijelo nalazi u najvišoj i najnižoj točki putanje.

Rješenje

Sila zatezanja konca u točki A je

$$F_A = F_{cfA} - mg = \frac{mv_A^2}{R} - mg$$

F_{cfA} - centrifugalna sila u točki A,



Sila zatezanja u točki B je

$$F_B = F_{cfB} + mg$$

Razlika sila zatezanja je

$$\Delta F = F_B - F_A = \frac{m}{R}\left(v_B^2 - v_A^2\right) + 2mg$$

Razlika $v_B^2 - v_A^2$ se dobije iz zakona o očuvanju energije, iznos potencijalne energije tijela u točki A se pretvara u kinetičku energiju u točki B.

$$\frac{mv_B^2}{2}=\frac{mv_A^2}{2}+2Rmg \qquad \Rightarrow \qquad v_B^2-v_A^2=4Rg$$

Tako je razlika sila zatezanja

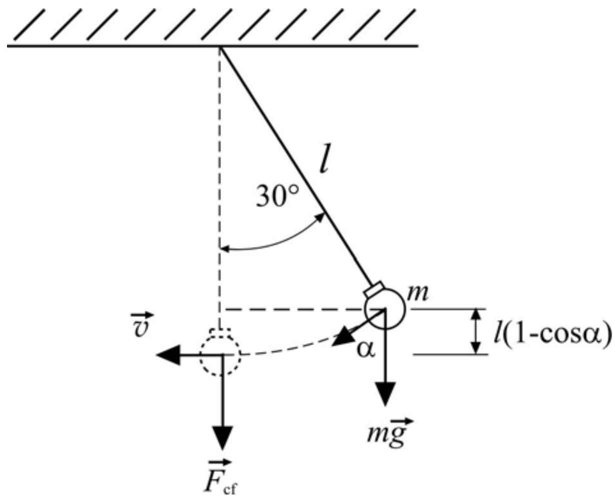
$$\Delta F=6mg=117,72\ \text{N}$$

32. Luster mase 6 kg visi na plafonu koji se može opteretiti silom od 93,34 N. Luster se otkloni za kut α i pusti. Koliki može biti maksimalni kut otklona da luster ne bi pao?

Rješenje

Luster u mirovanju opterećuje plafon svojom težinom *mg*. Kad luster otklonimo za kut α izvršili smo rad koji je pretvoren u potencijalnu energiju.

$$E_{pot}=mg\cdot l\left(1-\cos\alpha\right)$$



Ova potencijalna energija se pretvara u kinetičku energiju koja je maksimalna u početnom položaju (položaju ravnoteže).

$$E_{kin}=\frac{mv^2}{2}=E_{pot}=mg\cdot l\left(1-\cos\alpha\right) \qquad \Rightarrow$$

$$v^2=2g\cdot l\left(1-\cos\alpha\right)$$

Ovo kretanje djeluje na plafon dodatnom centrifugalnom silom koja se pridodaje težini lustera, tako da imamo

$$F_Z=mg+F_{cf}=mg+\frac{mv^2}{l}=93,34\ \text{N}$$

Iz prethodna dva izraza dobivamo

$$\cos\alpha=1-\frac{F_Z-mg}{2mg}=0,707$$

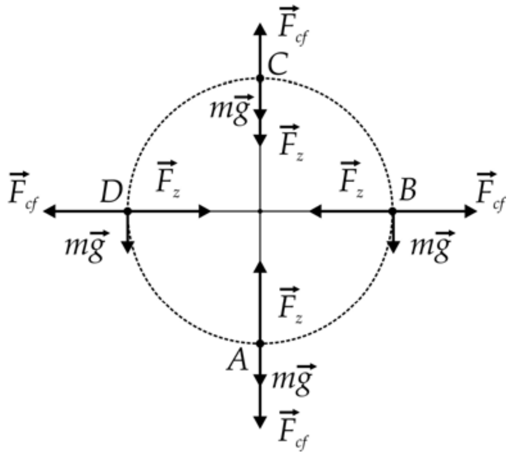
Tako je maksimalni kut otklona

$$\alpha=\arccos 0,707=45°$$

33. Tijelo, mase m = 1 kg, vezano je na kraju niti duljine l = 0,5 m. Nit s tijelom rotira u vertikalnoj ravnini stalnom kutnom brzinom ω = 10 rads^{-1}. Kolika je zatezna sila niti kad je tijelo u točkama A, B, C i D?

Rješenje

Sile zatezanja u traženim točkama su:



A: $F_Z = F_{cf} + mg = 50\text{ N} + 9{,}81\text{ N} = 59{,}81\text{ N}$

B: $F_Z = F_{cf} = 50\text{ N}$

C: $F_Z = F_{cf} - mg = 50\text{ N} - 9{,}81\text{ N} = 40{,}19\text{ N}$

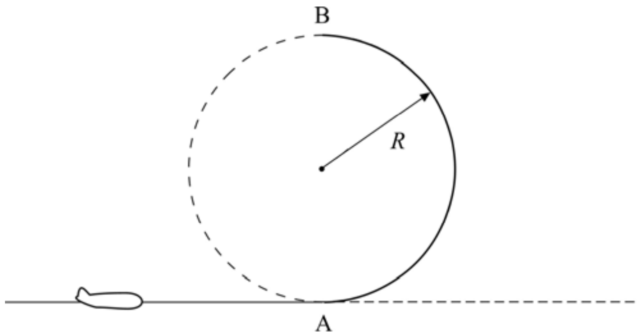
D: $F_Z = F_{cf} = 50\text{ N}$

34. Leteći brzinom v = 600 kmh^{-1} avion napravi "petlju" u vertikalnoj ravnini polumjera R = 600 m. Kolikom silom djeluje pilot, mase m = 80 kg, na svoje sjedište u trenutku kad se avion nalazi u najvišoj točki, a kolikom kad se nalazi u najnižoj točki putanje?

Rješenje

U najnižoj točki na sjedište djeluje pilot svojom težinom i centrifugalna sila.

$$F_A = mg + F_{cf} = mg + m\frac{v^2}{R} = 4{,}485\text{ kN}$$



U najvišoj točki pilot na sjedište djeluje centrifugalnom silom umanjenom za silu teže.

$$F_B = F_{cf} - mg = m\frac{v^2}{R} - mg = 2{,}918\text{ kN}$$

35. Odrediti vrijeme obilaska Mjeseca oko Zemlje, ako je poznato da je:

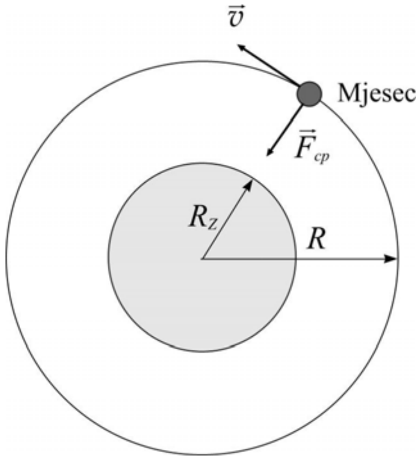
i. ubrzanje slobodnog pada na Zemlji (Zemljinom polu) g_0 = 9,83 m/s^2,
ii. polumjer Zemlje R_Z = 6400 km,
iii. udaljenost od centra Zemlje do centra Mjeseca $d = 3{,}84 \cdot 10^5$ km

Rješenje

Centripetalna sila rotacije Mjeseca oko Zemlje treba biti jednaka gravitacijskoj sili između Zemlje i Mjeseca.

$$\frac{M_m v^2}{R} = G\frac{M_m M_Z}{R^2}$$

Ako zamijenimo obodnu brzinu Mjeseca s kutnom brzinom možemo izračunati period obilaska Mjeseca oko Zemlje.



$$v = \omega R \quad g_0 = G\frac{M_Z}{R_Z^2}$$

$$\omega^2 = g_0 \frac{R_Z^2}{R^3}$$

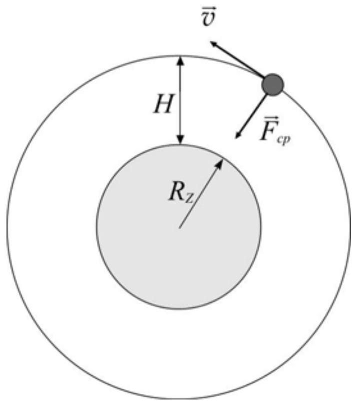
$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = g_0 \frac{R_Z^2}{R^3}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{g_0 R_Z^2}} = \frac{2\pi R}{R_Z}\sqrt{\frac{R}{g_0}} = 2,355 \cdot 10^6 \text{ s} \approx 27 \text{ dana}$$

36. Koliku brzinu treba imati umjetni Zemljin satelit koji se kreće po kružnoj putanji na visini *H*? Koliki je period kretanja ovog satelita?

Rješenje:

Centripetalna sila rotacije satelita oko Zemlje treba biti jednaka gravitacijskoj sili između Zemlje i satelita.



$$\frac{m_S v^2}{R_Z + H} = G\frac{m_S M_Z}{(R_Z + H)^2}$$

Odavde nalazimo da je tražena brzina

$$v = \sqrt{G\frac{M_Z}{R_Z + H}}$$

Period kretanja satelita je

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\left(R_Z + H\right)}{v} = 2\pi\left(R_Z + H\right)\sqrt{\frac{R_Z + H}{GM_Z}}$$

1. Automobil se kreće po horizontalnoj kružnoj putanji polumjera $R = 43$ m, tangencijalnim ubrzanjem $a_t = 2$ ms^{-2}. Za koje vrijeme će automobil prijeći prvi krug ako mu je početna brzina $v_0 = 36$ kmh^{-1}?

(Rješenje: $t_1 = 12$ s.)

2. Osovina nekog motora okreće se stalnom kutnom brzinom $v_0 = 6000$ ok/min. Kočenjem se kutna brzina osovine smanji na $\omega_2 = 4800$ ok/min za vrijeme $t = 4$ s. Koliko je srednje kutno ubrzanje i broj učinjenih okretaja za vrijeme kočenja?
(Rješenje: $\overline{\alpha} = -10\pi$ rads^{-2} i $n = \varphi/2\pi = 360$ ok)

3. Tijelo, pri gibanju stalnom kutnom brzinom $\omega_0 = 4$ rad/s, dobije kutno ubrzanje $\alpha = -0{,}5$ rad/s. Kolika će biti kutna brzina tijela nakon:

a. vremena $t = 1$ s,
b. kutnog pomaka od $\varphi = (\pi/3)$ rad,
c. $n = 2$ okretaja?

(Rješenje: a. $\omega = 3{,}5$ rad/s; b. $\omega = 3{,}9$ rad/s; c. $\omega = 1{,}85$ rad/s)

4. Jedno tijelo slobodno pada s visine $h = 8000$ m, a u isto vrijeme je s zemlje izbačeno drugo tijelo vertikalno uvis brzinom v_0. Kolika treba biti brzina v_0 da se tijela susretnu na pola puta?
(Rješenje: $v_0 = 280$ m/s)

5. Tijelo slobodno pada, i u posljednjoj sekundi kretanja pređe put koji je jednak putu koji je tijelo prešlo za prve 3 s kretanja. Odrediti ukupno vrijeme padanja kao i visinu sa koje je tijelo palo.
(Rješenje: $h = 122{,}625$ m)

6. Kamen se pusti da slobodno pada u bunar. Udar u vodu čuje se nakon 2,58 s. Odrediti dubinu bunara. Uzeti da je brzina zvuka $c = 340$ m/s.
(Rješenje: $h = 30{,}4$ m)

7. S iste visine i u istom trenutku počnu padati dvije kuglice, i to jedna kuglica bez početne brzine, a druga početnom brzinom $v_0 = 20$ m/s. Prva kuglica padne za drugom nakon $\Delta t = 2$ s. S koje visine su kuglice pale, te koja su vremena padanja kuglica?
(Rješenje: $h = 1{,}41$ km; $t_1 = 53{,}6$ s i $t_2 = 51{,}6$ s)

8. Tijelo se baci u horizontalnom pravcu s visine $h = 6$ m iznad zemlje. Tijelo padne na udaljenosti $l = 10$ m od mjesta bacanja. Pod kojim kutom će tijelo pasti na zemlju?
(Rješenje: $\alpha = 56°18'$)

9. Tijelo je bačeno pod kutom $\alpha = 70°$ prema horizontu. Za vrijeme $t_m = 80$ s ono dostigne najvišu točku. Odrediti početnu brzinu rakete i položaj pada rakete.
(Rješenje: $v_0 = 835$ m/s; $x_D = 45{,}7$ km)

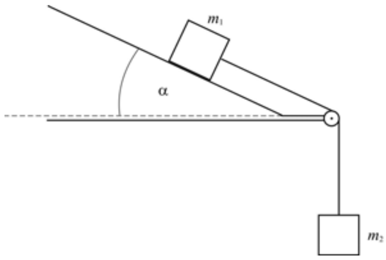
10. Pri lansiranju rakete, mase $m = 200$ kg, trenutno sagori 1/4 njene mase i kao produkt sagorijevanja izleti u suprotnom smjeru od smjera kretanja rakete. Ako je brzina produkata sagorijevanja u odnosu na raketu $v_1 = 1800$ m/s, kolika je početna brzina rakete?
Na kojoj će udaljenosti od mjesta lansiranja pasti raketa ako je kut prema horizontu pod kojim je izbačena raketa $\alpha = 30°$?

(Rješenje: v_0 = 600 m/s; x_D = 28,8 km)

11. U sustavu tijela prikazanom na slici mase tijela su m_1 = 10 kg i m_2 = 5 kg. Koeficijent trenja između tijela mase m_1 i podloge je μ = 0,2 dok je kut kosine α = 30°. Odrediti:

   a. ubrzanje sustava tijela i
   b. silu zatezanja užeta.

(Rješenje: a. a = 5,4 m/s; b. F_Z = 22 N)



12. Automobil, mase m = 4000 kg, kreće se brzinom v_0 = 120 km/h po horizontalnom putu. Ako je sila trenja pri kretanju automobila F_{tr} = 10 kN, odrediti duljinu puta koju će automobil prijeći poslije prestanka rada motora.
(Rješenje: s = 222,2 m)

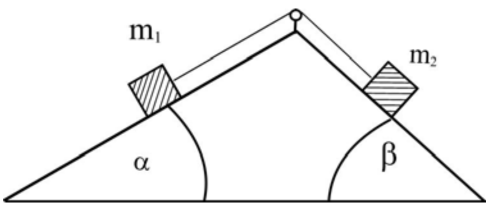
13. Na horizontalnom dijelu puta, duljine s = 3 km, brzina automobila se poveća s v_1 = 36 km/h na v_2 = 72 km/h. Ako je masa automobila m = 1,5 t, a koeficijent trenja između automobilskih guma i puta iznosi μ = 0,02, odrediti:

   a. rad koji izvrši automobil na tom putu
   b. srednju snagu koju razvija motor automobila na tom putu.

(Rješenje: a. $W = 1{,}11 \cdot 10^6$ J = 1,11 MJ; b. $\overline{P}$ = 5,54 kW)

14. S vrha kosine, visine 1 m i duljine 10 m klizi tijelo mase 2 kg. Odrediti kinetičku energiju koju tijelo postiže pri dnu kosine ako je faktor trenja klizanja 0,06.
(Rješenje: $E_k = 7{,}91\,\mathrm{J}$)

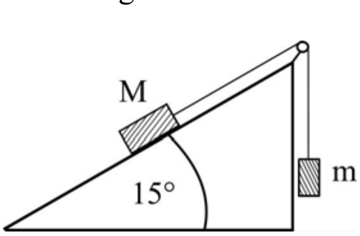
15. Za sustav tijela prikazan na slici i uz date podatke odrediti ubrzanje sustava i silu zatezanja konopca.



m_1 = 250 g
m_2 = 500 g
α = 30°
β = 45°

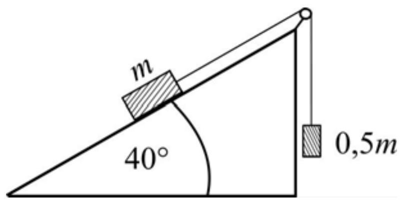
(Rješenje: a = 2,989 ms^{-2}; F_Z = 1,974 N)

16. Po kosini se giba tijelo mase M. Koeficijent trenja između tijela i podloge je μ = 0,01. S ovim tijelom je preko koloture povezano drugo tijelo mase m = 2 kg. Treba odrediti masu tijela M ako se ono po kosini giba ubrzanjem 2 m/s^2.
(Rješenje: $M = 53{,}68$ kg)



17. Automobil, čiji kotači imaju promjer D = 0,60 m, kreće se po ravnom putu brzinom v = 60 km/h. Pri kočenju automobil se zaustavi poslije prijeđenog puta s = 20 m. Pod pretpostavkom da je usporenje automobila ravnomjerno, izračunati kutno usporavanje

njegovih kotača tijekom kočenja.
(Rješenje: -11,6 rad/s^2)
18. Tijelo mase m, koje se nalazi na kosini nagiba 40°, vezano je užetom preko koloture s tijelom mase 0,5 m, kao što je prikazano na slici. Odrediti koliki treba biti koeficijent trenja μ između tijela na kosini i podloge da bi tijela mirovala. Trenje u koloturi zanemariti.
(Rješenje: $\mu = 0{,}187$)



19. Automobil ukupne mase $2\cdot10^3$ kg spušta se cestom nagiba 30°. U trenutku kad brzina automobila iznosi 20 m/s vozač je započeo kočiti. Koliku silu kočenja treba primijeniti da bi se automobil zaustavio na putu od 100 m? Pretpostavlja se stalna sila kočenja paralelna nagibu.
(Rješenje: $F_K = 13{,}81$ kN)

20. Vlak se kreće po kružnom željezničkom kolosijeku, polumjera R = 0,5 km kutnim ubrzanjem α = 0,0049 rad/s^2. Koliko je ubrzanje vlaka u trenutku kad je njegova brzina v = 60 km/h? Kolika je tada kutna brzina kotača vagona ako je njihov polumjer r = 0,5 m?
(Rješenje: a = 2,5 m/s^2, ω = 33,3 rad/s)

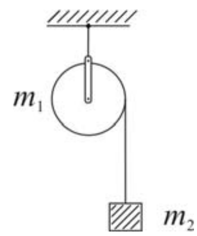
21. Disk, polumjera R = 12 cm, počne se okretati kutnim ubrzanjem α = 2 rad/s^2. Izračunati ubrzanje točke na obodu diska poslije vremena t = 2 s od trenutka početka kretanja?
(Rješenje: a = 1,92 m/s^2)

22. Kotač, polumjera R = 20 cm počne se okretati stalnim kutnim ubrzanjem α = 6,28 rad/s^2. Kolika je brzina i ubrzanje točke na obodu kotača poslije vremena t = 5 s od početka kretanja?
(Rješenje: a = 197,2 m/s^2)

23. Metalna kugla, polumjera r = 20 cm i mase m = 40 kg, rotira stalnom kutnom brzinom ω = 2 rad/s oko osi:
a) koja prolazi kroz njen centar mase,
b) koja se nalazi na udaljenosti $d = 2r$ od prethodne osi.
Kolika je kinetička energija kugle u oba slučaja?
(Rješenje: E_k = 1,3 J; E_k = 14,1 J)

24. Na osovini motora koji stvara moment sile M = 785 Nm, nalazi se cilindar, mase m = 400 kg i polumjera R = 20 cm. Ako motor pođe iz mirovanja za koje vrijeme će napraviti prvi okretaj? Kolika je energija predana cilindru za to vrijeme?
(Rješenje: E_k = 4,9 kJ)

25. Na homogeni tanki cilindar mase m_1 i polumjera R, namotano je tanko nerastegljivo uže zanemarive mase, na čijem je kraju privezano tijelo mase m_2. Zanemarujući trenje u osi cilindra odrediti:
a) kutnu brzinu cilindra,
b) kinetičku energiju cijelog sustava u funkciji vremena kretanja.



(Rješenje: a) $\omega = \dfrac{gt}{R\left(1+\dfrac{m_1}{2m_2}\right)}$; b) $E_k = \dfrac{m_2 g^2 t^2}{2\left(1+\dfrac{m_1}{2m_2}\right)}$)

26. Tijelo, mase m = 200 g, vezano konopcem duljine l = 0,5 m, rotira u vertikalnoj ravnini. Izračunati najveću kutnu brzinu rotiranja tijela pod uvjetom da se konopac ne prekine. Maksimalna sila zatezanja koju konopac može izdržati je F_{Zmax} = 295 N.
(Rješenje: ω_{max} = 54,1 rad/s)

27. Udaljenost od Zemlje do Mjeseca iznosi približno $R_{ZM} = 3{,}85\cdot10^8$ m, a period obilaska Mjeseca oko Zemlje je T_M = 27,3 dana. Saturnov satelit Diona ima polumjer putanje oko Saturna $R_{SD} = 3{,}78\cdot10^8$ m, a period obilaska oko Saturna T_D = 2,7 dana. Na osnovu ovih podataka odrediti odnos masa Zemlje i Saturna.
(Rješenje: m_Z/m_S = 0,01)

28. Planet, mase m, kreće se po kružnoj putanji oko Sunca brzinom v = 34,9 km/s. Odrediti period obilaska ovog planeta oko Sunca, ako je masa Sunca $m_S = 2\cdot10^{30}$ kg.
(Rješenje: T = 225 dana)

29. Stacionarni Zemljin satelit kreće se oko Zemlje po kružnoj putanji.
a) Koliki je polumjer njegove putanje?
b) Koliki su njegova brzina i ubrzanje?
(Rješenje: a) $r = 4{,}2\cdot10^7$ m; b) $v = 2{,}1\cdot10^3$ m/s, a = 0,22 m/s^2

30. Umjetni Zemljin satelit kreće se u ekvatorijalnoj ravnini Zemlje na udaljenosti $R = 2\cdot10^7$ m od njenog centra. Smjer kretanja je od zapada prema istoku (isti je kao i smjer rotacije Zemlje). Jednu istu točku na ekvatoru satelit nadlijeće poslije svakih T_s = 11,6 h. Kolika je na osnovi ovih podataka masa Zemlje?
(Rješenje: $R_Z = 6\cdot10^{24}$ kg)