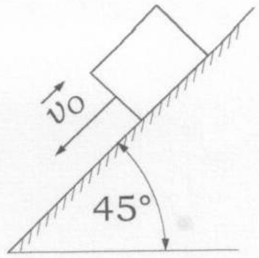
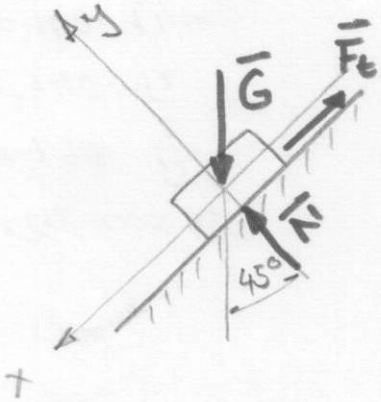
Tijelo mase m spušta se klizeći niz strmu ravan nagiba 45° sa početnom brzinom od 1 m/s. Odrediti brzinu tijela nakon 2 s ako je koeficijent trenja između tijela i ravni μ = 0,25. (D.7.01.2007)





$$\Sigma Y = 0$$

$$-G \cdot \cos 45° + N = 0$$

$$N = mg \cdot \cos 45° \qquad F_t = N \cdot \mu$$

$$\Delta \bar{K} = \bar{I} = \int_0^t \bar{F} \cdot dt$$

kretanje u x-pravcu:

$$mv - mv_0 = F_{Rx} \cdot t = (G \cdot \sin 45° - F_t) \cdot t$$

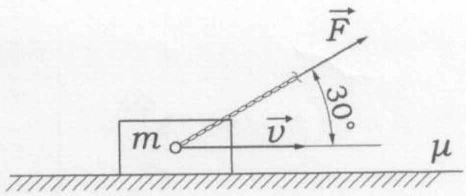
$$mv - mv_0 = [m \cdot g \cdot \sin 45° - m \cdot g \cdot \cos 45° \cdot \mu] \cdot t$$

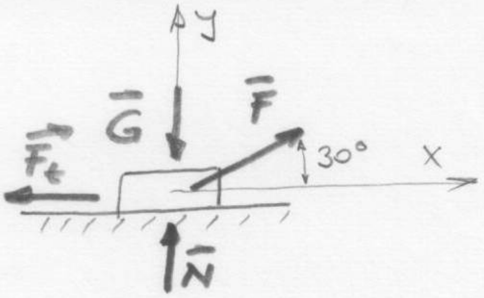
$$v = v_0 + \left[g\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \mu\right)\right] t$$

$$v = 11,405 \ \frac{m}{s}$$

Sutra vježbe upravljanje kvalitetom

Sanduk mase m = 200 kg vuče se po tlu pomoću sile konstantnog pravca i intenziteta F = 1 kN prema slici. Koeficijent trenja između sanduka i tla je μ = 0,3. Odrediti brzinu sanduka nakon pređenih 10 m pod dejstvom sile. Sila je počela djelovati na sanduk u stanju mirovanja. (D.15.12.2006)





$$\Sigma Y = 0 \qquad N - G + F \cdot \sin 30° = 0$$

$$N = mg - F \cdot \sin 30° = 1462 \text{ N}$$

$$F_t = N \cdot \mu = 438{,}6 \text{ N}$$

$$\Delta E_k = A = \int_0^s \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

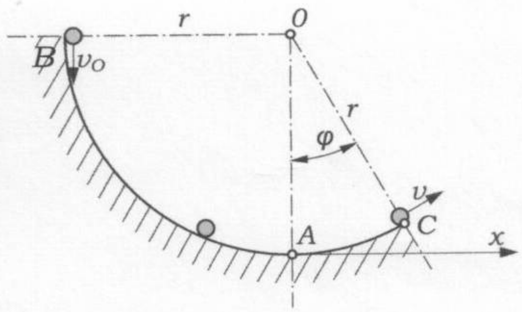
$$\frac{mv^2}{2} - \cancel{\frac{mv_0^2}{2}} = \int_0^{10} F_{Rx} \cdot dx$$ (konstantne sile, kretanje pravolinijsko po x-osi)

$$\frac{mv^2}{2} = F_{Rx} \cdot x \Big|_0^{10} = (F \cdot \cos 30° - F_t) \cdot 10$$

$$\frac{mv^2}{2} = 4274{,}25 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4274{,}25}{200}} = 6{,}538 \ \frac{m}{s}$$

Kuglici mase m saopštena je početna brzina v_0 u tački B vertikalnog glatkog kružnog luka BAC, polupREČnika r. Ona napušta kružnu putanju u tački C, gdje je $\sphericalangle AOC = \varphi$. U koju će tačku ose Ax udariti pokretna kuglica? Zadato je: v_0 = 2 m/s, r = 1 m, φ= 30°.



B-C:

$$E_{kB} + E_{pB} = E_{kA} + E_{kC}$$

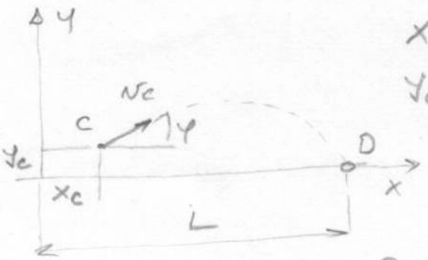
$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} + \cancel{m}gr = \frac{\cancel{m}v_c^2}{2} + \cancel{m}gr(1-\cos\varphi) \quad /\cdot 2$$

$$v_c^2 = v_0^2 + 2gr\cos\varphi$$

$$v_c = \sqrt{2^2 + 2\cdot 9{,}81\cdot 1\cdot \cos 30^\circ}$$

$$v_c = 4{,}582\ \frac{m}{s}$$

kosi hitac



$$x_c = r\cdot\sin\varphi \qquad x = v_c\cdot\cos\varphi\cdot t + x_c$$

$$y_c = r\cdot(1-\cos\varphi) \qquad y = -\frac{gt^2}{2} + v_c\sin\varphi\cdot t + y_c$$

$$y_D = 0 \implies -\frac{gt_D^2}{2} + v_c\cdot\sin\varphi\cdot t + r\cdot(1-\cos\varphi)$$

$$-4{,}905\,t_D^2 + 2{,}2915\cdot t + 0{,}134 = 0$$

$$t_D = \frac{-2{,}2915 \pm \sqrt{2{,}2915^2 - 4\cdot(-4{,}905)\cdot 0{,}134}}{-2\cdot 4{,}905}$$

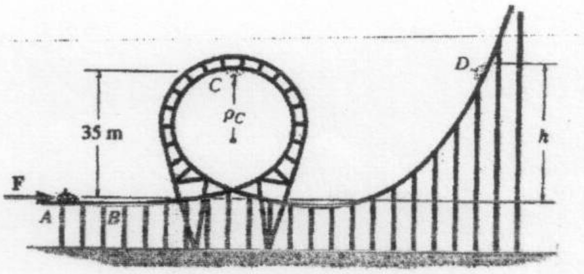
$$t_D = 0{,}520$$

$$x_D = L = v_c\cdot\cos\varphi\cdot t_D + x_c$$

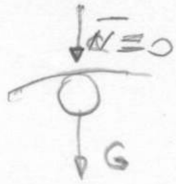
$$= 4{,}582\cdot\cos 30^\circ\cdot 0{,}52 + 1\cdot\sin 30^\circ$$

$$\boxed{L = 2{,}563\ m}$$

Odrediti visinu h tačke D na usponu do koje će se popeti kolica na "roller coaster"-u, ako su lansirana iz tačke B sa brzinom dovoljnom da ne napuste stazu u tački C. Radijus krivine u tački C je $\rho_C = 25$ m. Trenje zanemariti



Uslov:



$$m a_N = G$$

$$m \frac{v_C^2}{\rho_C} = \cancel{m} g$$

$$v_C^2 = \rho_C \cdot g = 245,25 \frac{m^2}{s^2} \qquad v_C = 15,66 \frac{m}{s}$$

BC

$$E_{kB} + \cancel{E_{pA}}^{0} = E_{kC} + E_{pC}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} = \frac{m v_C^2}{2} + mgh$$

$$v_B^2 = v_C^2 + 2gh = 931,95$$

$$v_B = 30,528 \frac{m}{s}$$

AD

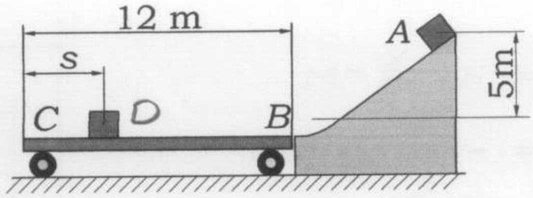
$$E_{kA} + \cancel{E_{pA}}^{0} = \cancel{E_{kD}}^{0} + E_{p2}$$

$$\frac{m v_A^2}{2} = \cancel{m} g h$$

$$h = \frac{v_A^2}{2g}$$

$$\boxed{h = 47,5\ m}$$

Blok M pušten je pušten iz stanja mirovanja u tački A da kliže niz glatku strmu ravan te u tački B prelazi na kolica BC. Pod pretpostavkom da su kolica zakočena odrediti dužinu s od kraja kolica gdje će se blok zaustaviti. Odrediti i brzinu bloka u tački B. Koeficijent trenja između kolica i bloka je $\mu = 0{,}5$. (D.11.9.2007)



A – B

$$\cancel{E_{kA}}^{0} + E_{pA} = E_{kB} + \cancel{E_{pB}}^{0}$$

$$mgh_A = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = 9{,}905\ \frac{m}{s}$$

B – C

$$E_{kB} - E_{kC} = A_{tr} = F_{tr} \cdot \overline{BD}$$

$$F_{tr} = m \cdot g \cdot \mu$$

$$\frac{mv_B^2}{2} = m \cdot g \cdot \mu\ \overline{BD}$$

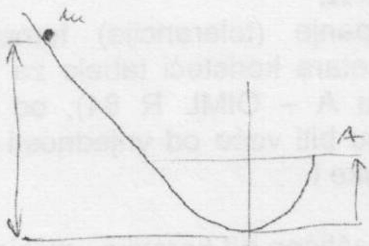
$$\overline{BD} = \frac{v_B^2}{2g \cdot \mu} = 10\,m \quad \left(\overline{BD} = \frac{2gh}{2g \cdot \mu} = \frac{h}{\mu} = 10\,m \right)$$

$$S = \overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 2\,m$$

DINAMIKA 1) Ako se kuglica mase m=0.05 kg pusti niz strmu ravan, odrediti da li će napustiti žljeb u tački A i, ako hoće, kolikom brzinom, ako ukupan rad sile trenja duž cijelog puta kuglice iznosi A_{tr} = 1 Nm. Dato je h=9 m, R=4m.

D1

TH II



$m = 0.05\ kg$

$A_{TR} = 1\ Nm$

$h = 9m \quad R = 4m$

$$mgh - mgR - A_{TR} = E_{KA}$$

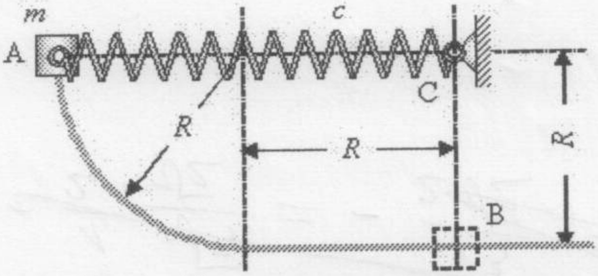
$$0.05 \cdot 10 \cdot 9 - 0.05 \cdot 10 \cdot 4 - 1 = E_{KA}$$

$$4{,}5 - 2 - 1 = E_{KA}$$

$$1{,}5 = E_{KA} \quad \text{hoće}$$

$$1{,}5 = \frac{m v_A^2}{2} \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}5}{0.05}} = \sqrt{\frac{300}{5}} = \sqrt{60} \approx 7\ \frac{m}{s}$$

Odrediti brzinu klizača mase $m = 5$ kg kada iz stanja mirovanja (položaj A) dođe u položaj B. Opruga učvršćena u točki C ima konstantu $c = 100$ N/m . Duljina je opruge u nerastegnutom položaju $R = l_0 = 500$ mm . Za vrijeme gibanja klizača po kliznoj stazi trenje se može zanemariti.



Neka je referentna razina (r.r.) (razina $y = 0$), slika A3.7.

Opruga je u položaju A upravo rastegnuta za $\delta = R = 0,5$ m .

Kako se radi o *konzervativnom sustavu* sila (nema vanjskih pogonskih sila niti sila trenja) vrijedi izraz:

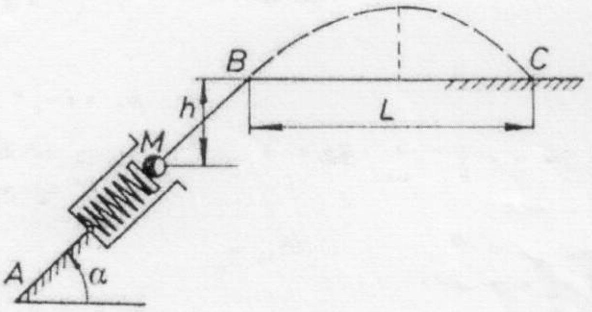
$$E_{kB} - E_{kA} = E_{pA} - E_{pB} \,.$$

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = (mg \cdot R - mg \cdot 0) + \left(\frac{c\delta^2}{2} - 0\right),$$

$$v_B = \sqrt{2gR + \frac{c}{m}\delta^2} \,.$$

Uvrštavanjem se izračuna:

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5 + \frac{100}{5} 0,5^2} = 3,848 \text{ m/s} \,.$$



Materijalna tačka M, težine G, izbačena je iz položaja A u pravcu strme ravni AB, nagiba α, pomoću opruge krutosti c koja je sabijena za veličinu Δ. U tački B materijalna tačka napušta vezu AB i kreće se slobodno. Odrediti na koju veličinu Δ treba da je sabijena opruga da bi materijalna tačka pala u tačku C. Dato je $\overline{BC}=L$ i h. Trenje zanemariti (vidi sl.).

Zadatak 82

BC - Domet kosog hitca

$$L = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1)$$

kretanje uz strmu ravan

$$E_{PA} + \cancel{E_{KA}}^{0} = E_{PB} + E_{KB}$$

$m a_n =$

$$\frac{1}{2} c \Delta^2 = \frac{m v^2}{2} + mgh$$

$$v^2 = \frac{c\Delta^2}{m} - 2gh \quad (2)$$

(2) u (1):

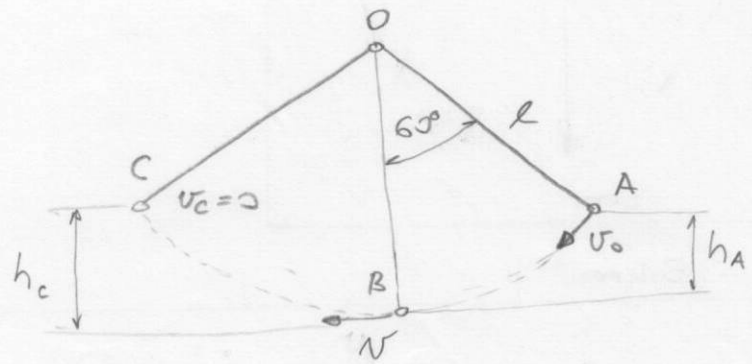
$$L = \left(\frac{c\Delta^2}{m} - 2gh\right) \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g} \quad (3)$$

iz (3) se dobije

$$\Delta = \sqrt{\frac{mg}{c}\left(\frac{L}{\sin 2\alpha} + 2h\right)}$$

O konac, čiji je jedan kraj učvršćen za nepokretnu tačku *O*, obješen je teret *M*. Dužina konca je l = 50 cm. Težina tereta je je G = 10 N. Teret je pomjeren iz ravnotežnog položaja tako da konac zatvara sa vertikalom ugao $\alpha = 60°$. U tom položaju konca tijelu se saopšti početna brzina $v_o = 210\frac{\text{cm}}{\text{s}}$, sa smjerom naniže.

Odrediti:
a) brzinu u trenutku kada teret prolazi kroz najniži položaj,
b) visinu do koje će se teret popeti iznad tog položaja. (D.17.12.2007)



AB:

$$E_{KA} + E_{PA} = E_{KB} + \cancel{E_{PB}}^{0}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} + m \cdot g \cdot h_A = \frac{m v^2}{2}$$

$$h_A = l - l \cdot \cos 60° = 25 \text{ cm}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_A} = \sqrt{2{,}1^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25}$$

$$v = 3{,}052 \ \frac{m}{s} = 305{,}2 \ \frac{cm}{s}$$

BC

$$E_{KB} + \cancel{E_{PB}}^{0} = \cancel{E_{KC}}^{0} + E_{PC}$$

$$\frac{\cancel{m} v^2}{2} = \cancel{m} g \cdot h_c$$

$$h_c = \frac{v^2}{2g} = 0{,}475 \text{ m} = 47{,}5 \text{ cm}$$