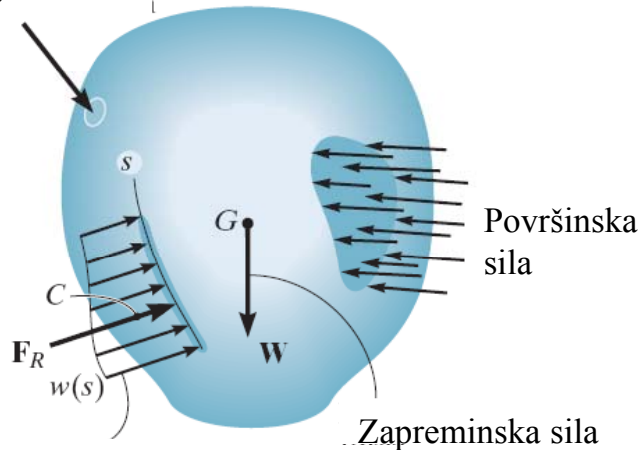


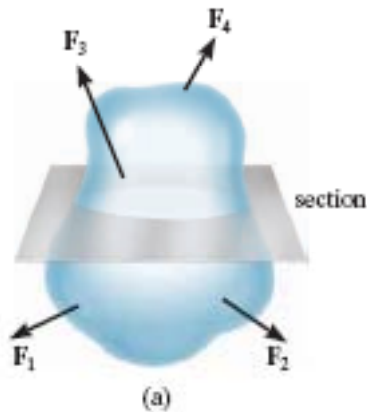
Napon, deformacija, osobine materijala *

Ravnoteža u deformabilnom tijelu

Koncentrisana sila
(idealizacija)



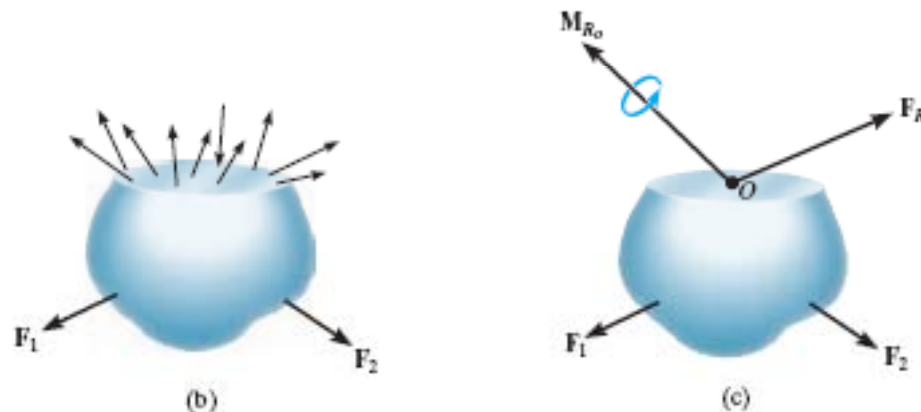
Linearna raspodjela opterećenja



- Spoljašnja opterećenja: površinske i zapreminske sile
- Reakcije oslonaca
- Jednačine ravnoteže

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 & \Sigma F_z &= 0 \\ \Sigma M_x &= 0 & \Sigma M_y &= 0 & \Sigma M_z &= 0 \end{aligned}$$

- unutrašnja opterećenja

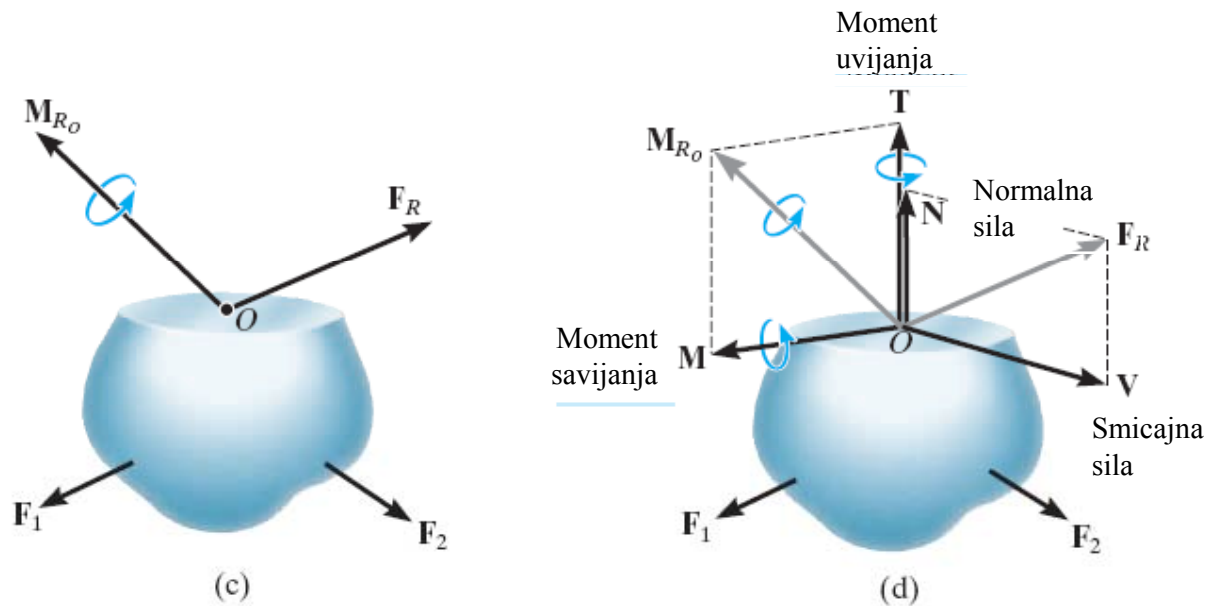


*JM Gere, BJ Goodno, *Mechanics of Materials*, Cengage Learning, Seventh Edition, 2009.

Napon, deformacija, osobine materijala *

Ravnoteža u deformabilnom tijelu

- unutrašnja opterećenja



Vrste opterećenja:

- Aksijalno opterećenje
- Smicanje
- Uvijanje
- Savijanje
- Izvijanje

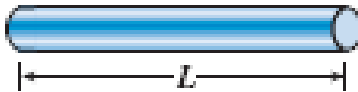
Napon, deformacija, osobine materijala *

Normalni napon i deformacija

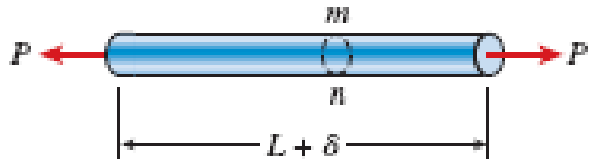
Djeluje okomito na površinu materijala.



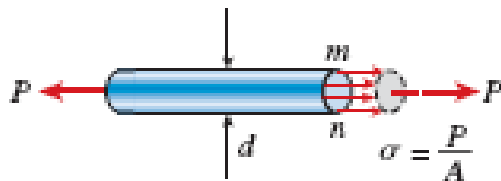
(a)



(b)



(c)



$$\sigma = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right] \quad (1)$$

Istezanje – pozitivan napon

Pritisak – negativan napon

Ograničenja jednačine (1):

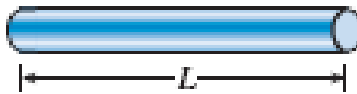
- vrijedi samo ako je napon jednoliko raspoređen po poprečnom presjeku (ukoliko sila P prolazi kroz težište!)
- bilo koji poprečni presjek udaljen od koncentracije napona za veličinu najveće dimenzije

Napon, deformacija, osobine materijala

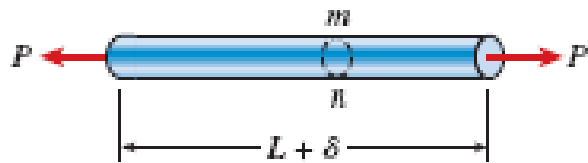
Normalni napon i deformacija



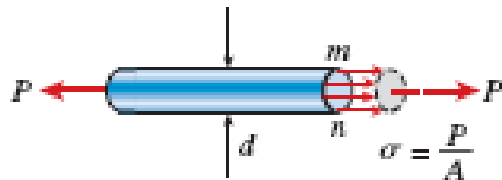
(a)



(b)



(c)



$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad [-] \quad (2)$$

Izduženje δ je kumulativni rezultat rastezanja svih elemenata materijala u čitavom volumenu šipke.

Jednoosno naponsko stanje u longitudinalnom pravcu

Normalni naponi teže da promijene dužinu/volumen elementa na koji djeluju, ne mijenjajući pri tome njegov oblik!!!

Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

Uređaji za određivanje mehaničkih osobina



Kidalica



zatezanje

Epruvete za ispitivanje zatezanje

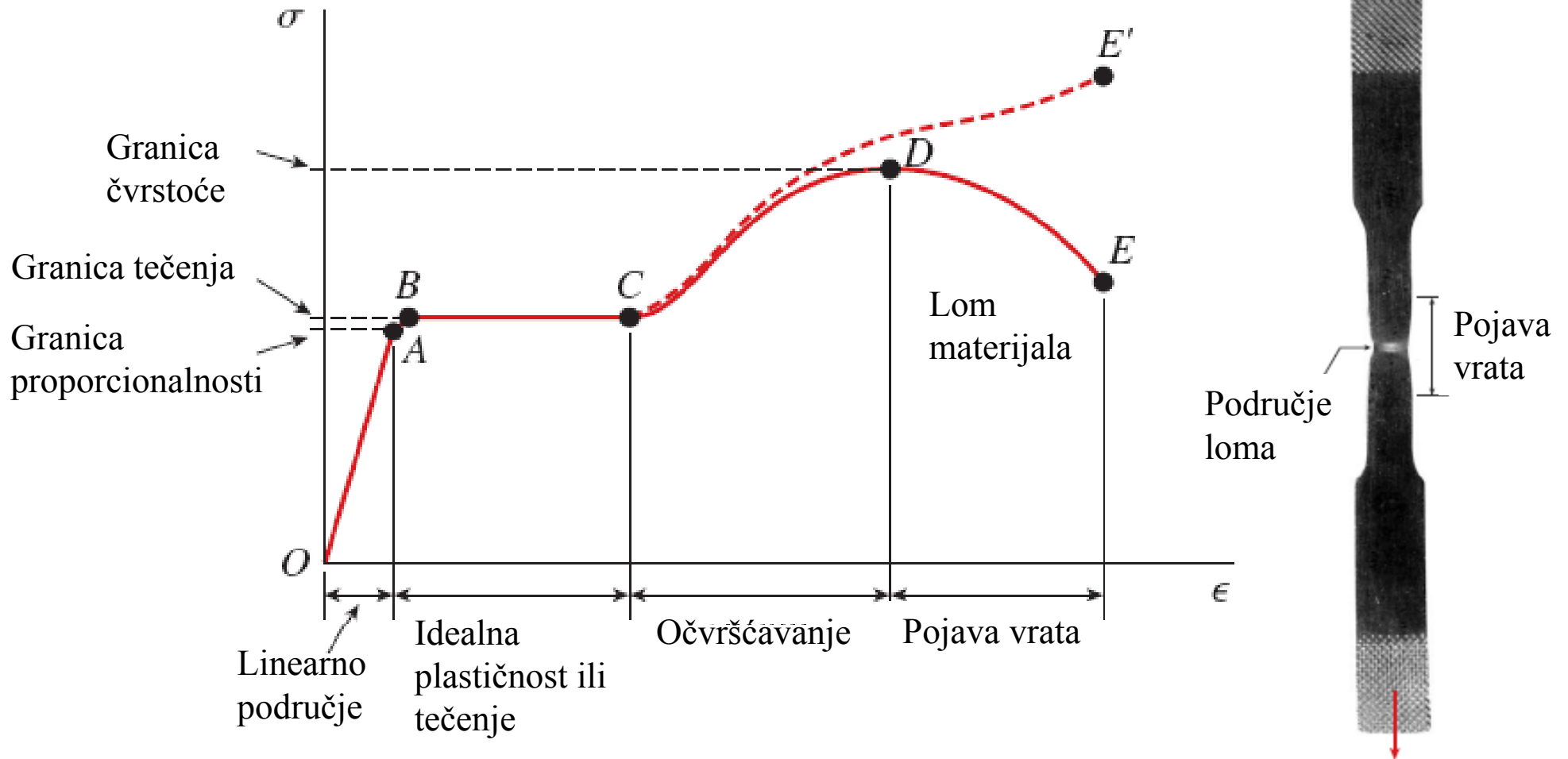


pritisak

Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

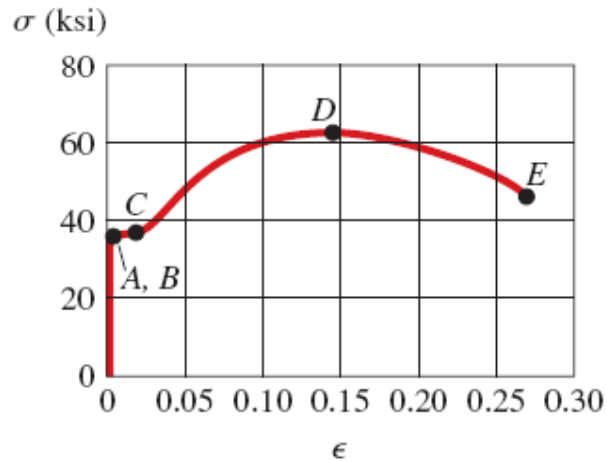
Dijagram napon-deformacija (zatezanje)



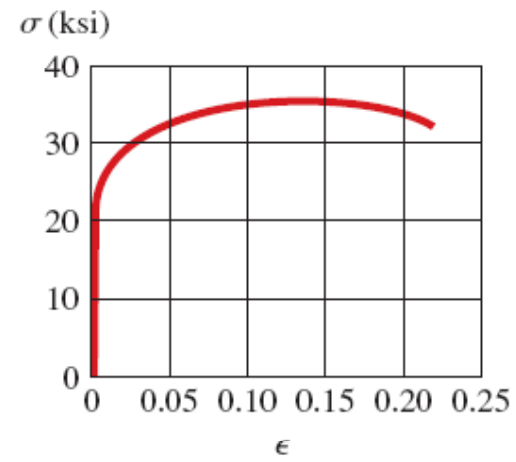
Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

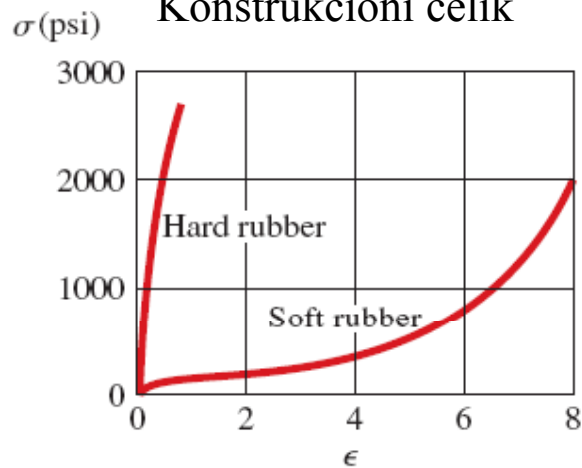
Dijagram napon-deformacija (zatezanje)



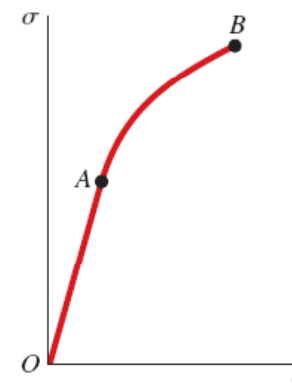
Konstruktivni čelik



Legura aluminija



Guma

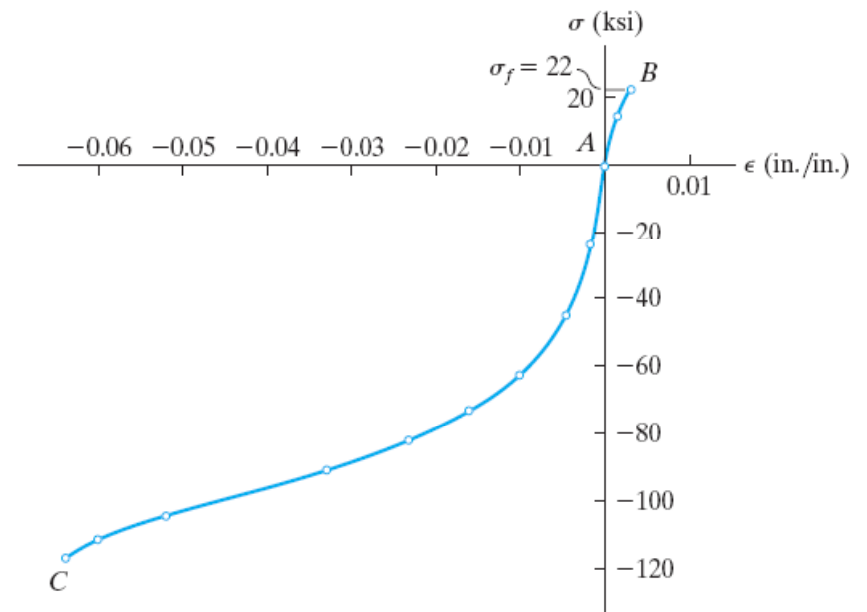
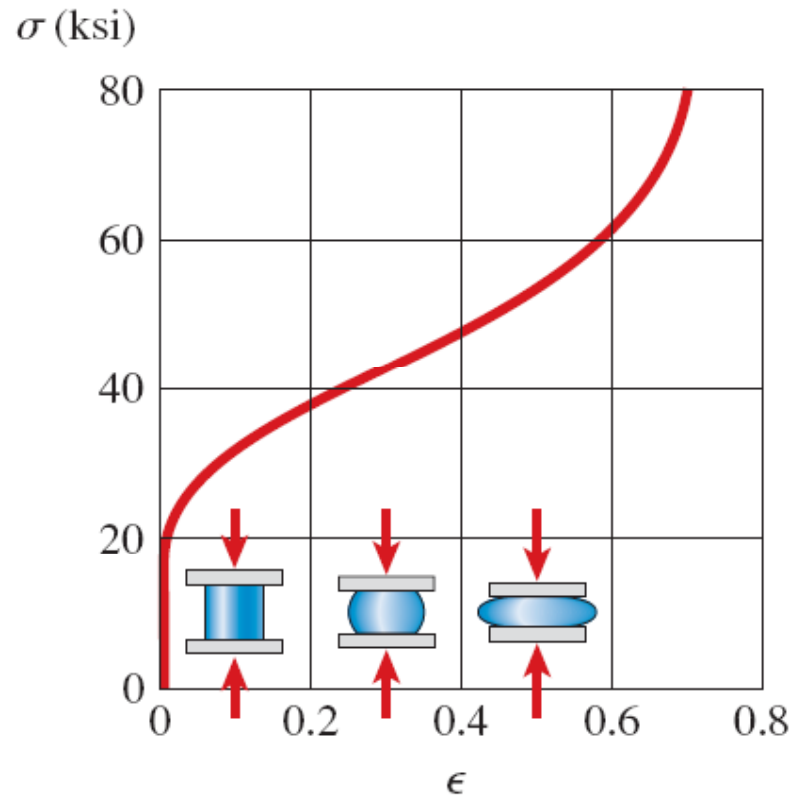


Krti materijal

Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

Dijagram napon-deformacija (pritisak)

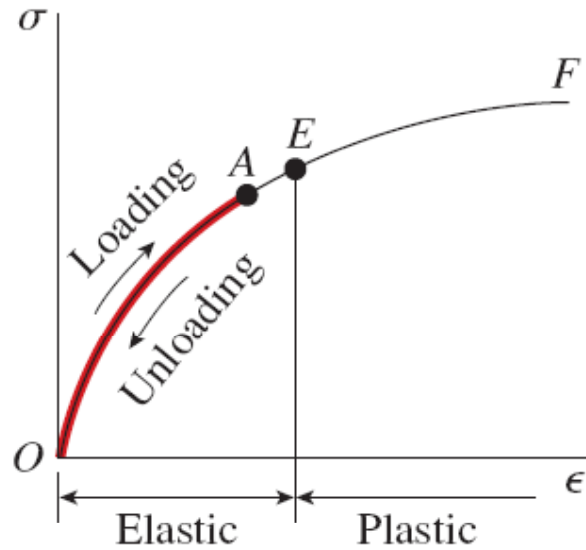


Sivi Liv

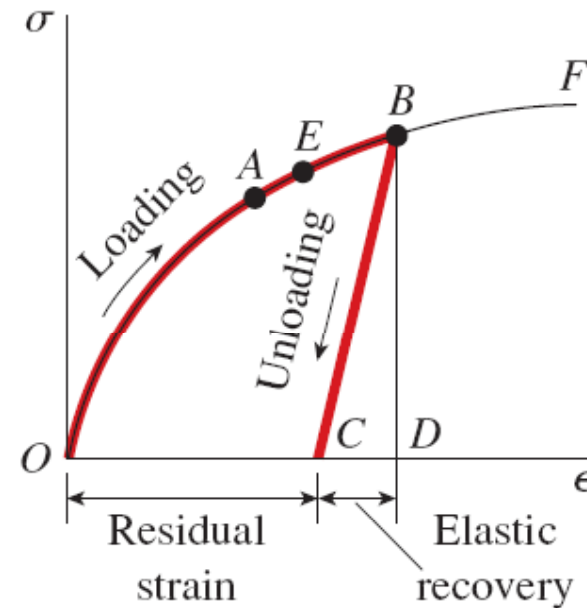
Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

Dijagram napon-deformacija



Elastično ponašanje



Plastično ponašanje

Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

Hooke-ov (Hukov) zakon

Linearna zavisnost između napona i deformacije za šiku opterećenu na zatezanje:

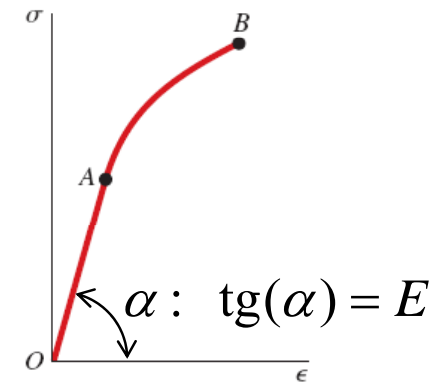
$$\sigma = E\varepsilon \quad [\text{Pa}] \quad (3)$$

σ – napon

ε – deformacija

E – konstanta proporcionalnosti, (Young (Jang)-ov) modul elastičnosti

čelik:	210	GPa
liveno gvožđe:	83-170	GPa
legure aluminijuma:	70-79	GPa
beton (pritisak):	17-31	GPa
drvo:	11-13	GPa
plastični materijali:	0.7-14	GPa



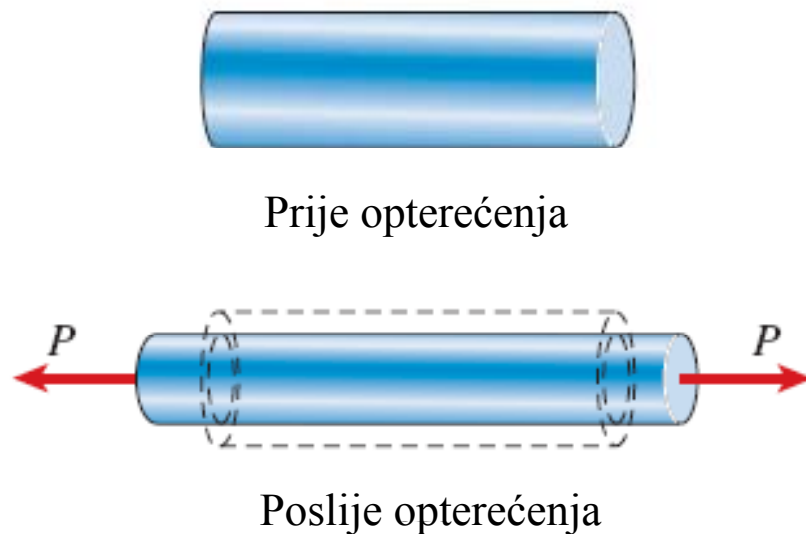
Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

Poisson-ov (Poissonov) koeficijent

Za linearno elastične materijale vrijedi da je poprečna deformacija proporcionalna uzdužnoj i predstavlja osobinu materijala poznatu kao **Poisson-ov broj**

$$\nu = -\frac{\text{poprečna deformacija}}{\text{uzdužna deformacija}} = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (4)$$



čelik: 0.3
beton (pritisak): 0.1-0.2
guma: 0.5
pluto: 0
aoksetični 'materijali' < 0!!!

Poprečna deformacija

$$\varepsilon' = -\varepsilon\nu \quad (5)$$

Napon, deformacija, osobine materijala

Mehaničke osobine materijala

U toku kursa, ukoliko se to ne naglasi, materijal će se smatrati:

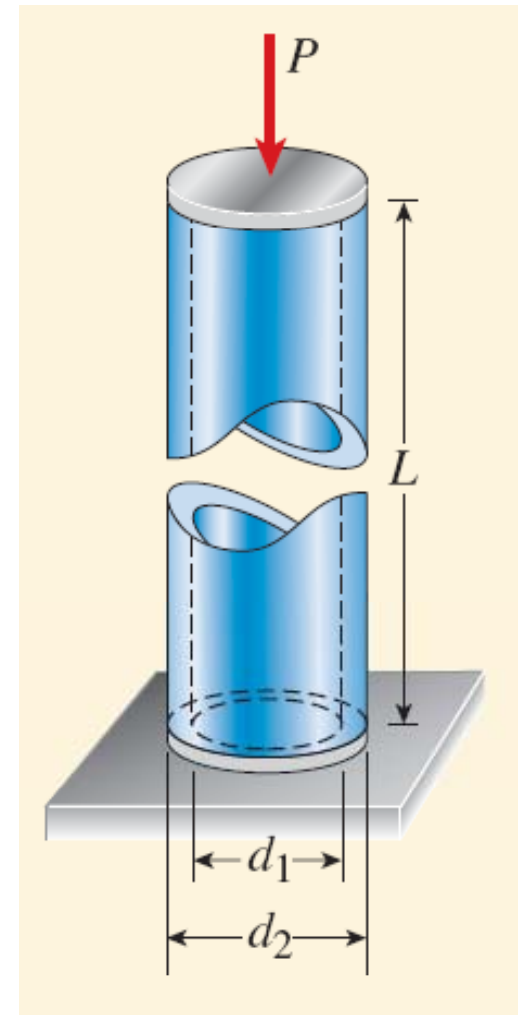
- **linearno elastičan**
- **homogen – jednak sastav**
- **izotropan – sve osobine su jednake u svim pravcima.**

Napon, deformacija, osobine materijala

Primjer 1.1: Čelična cijev dužine $L=1$ m, vanjskog prečnika $d_2=15$ mm i unutrašnjeg prečnika $d_1=10$ mm, opterećena je na pritisak aksijalnom silom $P=60$ kN.

- Treba odrediti:
- a) napon,
 - b) uzdužnu deformaciju,
 - c) skraćenje δ ,
 - d) poprečnu deformaciju,
 - e) promjenu unutrašnjeg i vanjskog prečnika
 - f) promjenu debljine cijevi

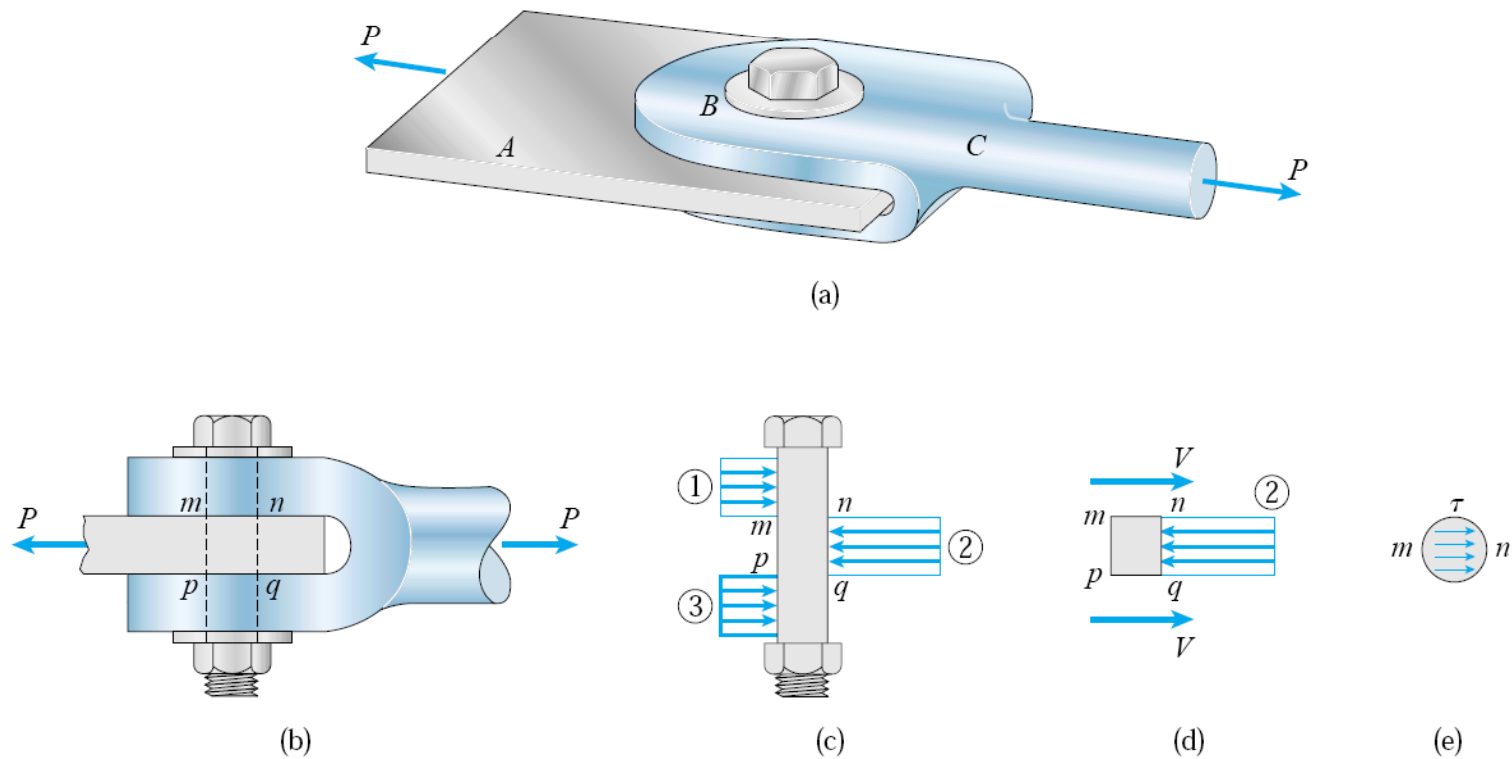
Osobine materijala: $E=210$ Gpa, $\nu=0.3$



Napon, deformacija, osobine materijala

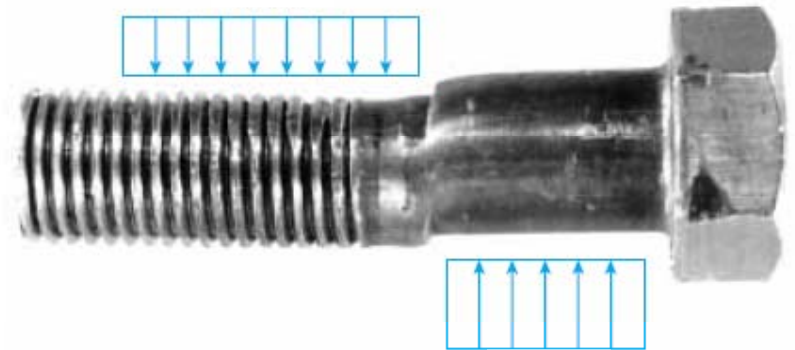
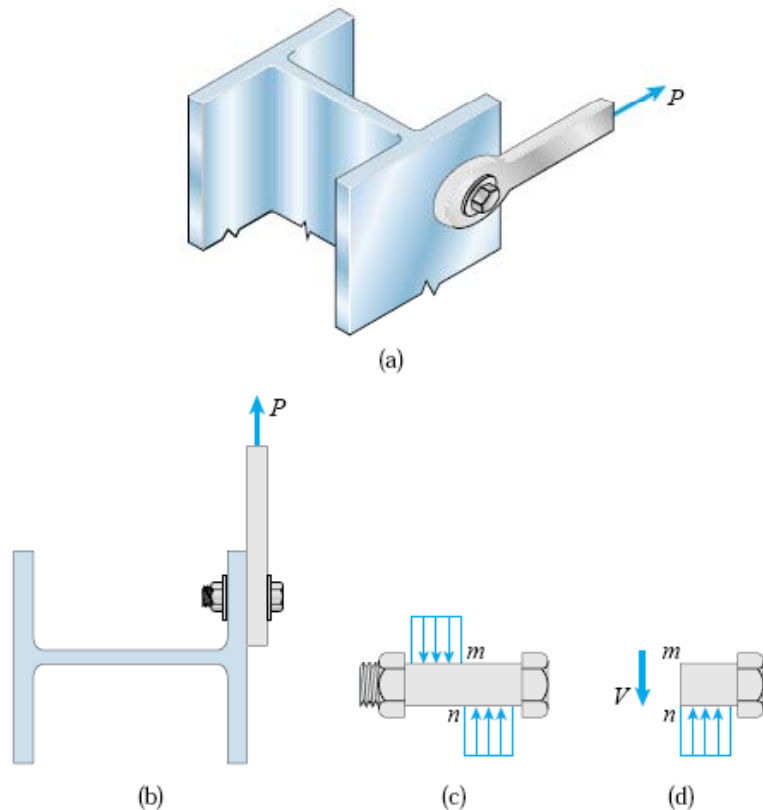
Tangencijalni napon i deformacija

Tangencijalni napon djeluje (tangencijalno) u ravni djelovanja sile – pokušava da smakne/presječe materijal.



Napon, deformacija, osobine materijala

Tangencijalni napon i deformacija



$$\tau = \frac{V}{A} \quad [\text{Pa}] \quad (6)$$

Tangencijalni naponi teže da promijene oblik elementa na koji djeluju!

Napon, deformacija, osobine materijala

Tangencijalni napon i deformacija

Hooke-ov (Hukov) zakon u smicanju

$$\tau = G\gamma \quad [\text{Pa}] \quad (7)$$

τ – tangencijalni napon

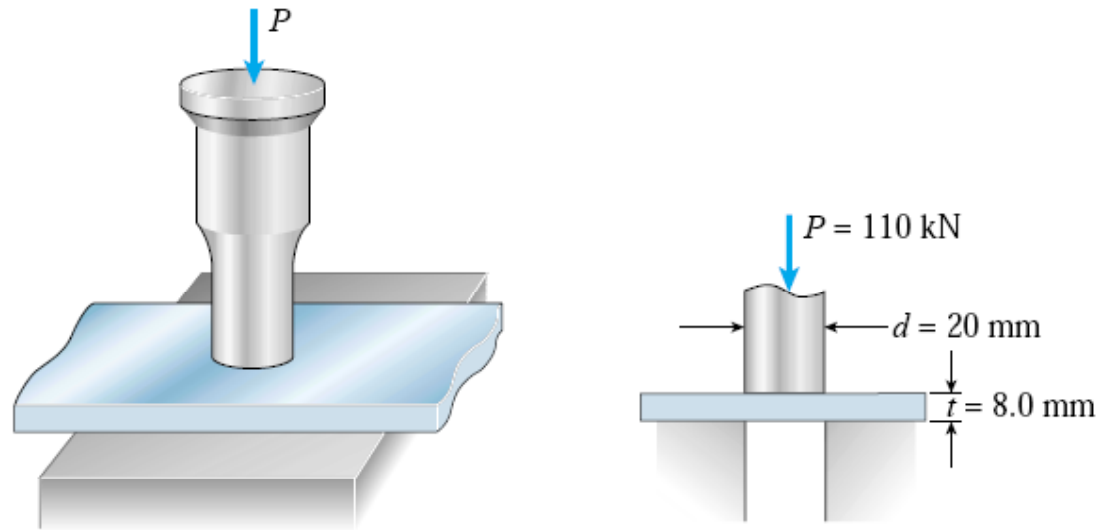
γ – tangencijalna (ugaona) deformacija

G – konstanta proporcionalnosti, modul klizanja

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (8)$$

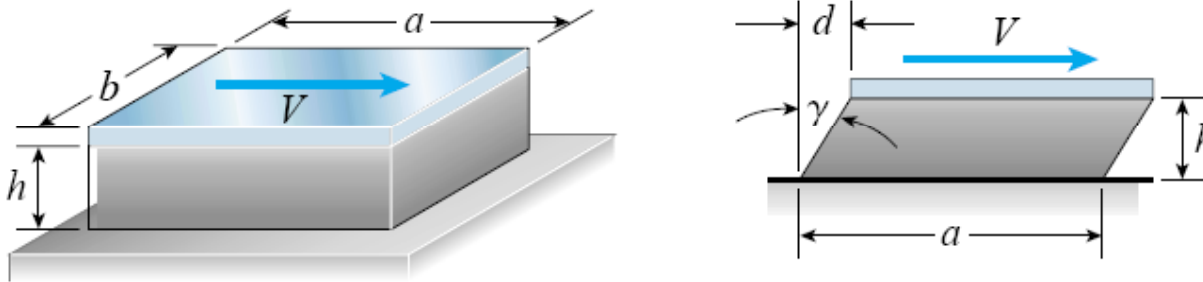
Napon, deformacija, osobine materijala

Primjer 1.2: Na slici je dat probijač za pravljenje rupa u čeličnoj ploči. Pod pretpostavkom da je prečnik probijača $d=20$ mm, ploča debljine 8 mm (kao na slici), a sila probijanja $P=110$ kN izračunati prosječni tangencijalni (smicajni) napon u ploči, te prosječni pritisni napon.



Napon, deformacija, osobine materijala

Primjer 1.3: Na slici je dat noseći pometač, koji se koristi za oslanjanje mašina i mosnih nosača. Sastoji se od linearnog elastičnog materijala (elastomer kao guma) poklopljenog čeličnom pločom. Ako pretpostavimo da je visina elastomera h , a dimenzije ploče $a \times b$, te da je čelična ploča izložena tangencijalnoj sili V , odrediti prosječni tangencijalni napon u elastomeru i horizontalno pomjeranje ploče, d .



Napon, deformacija, osobine materijala

Dozvoljeni napon i opterećenje

Čvrstoća konstrukcije – sposobnost konstrukcija da izdrži ili prenese opterećenje

Stepeni sigurnosti

Obično odnos dvije kvantitativne veličine sa istom jedinicom (čvrstoća/napon, kritični napon/primijenjen napon, maksimalna brzina/brzina rada, ...)

Izbor zavisi od mnogo faktora i predstavlja mjeru nesigurnosti dizajnera u analitički model, teoriju razaranja, podataka o osobinama materijala, vrste materijala (krt, duktilan)

Za krte materijale važi da se dizajniraju prema najvećoj čvrstoći, tj. lomu, dok se duktilni materijali pod statičkim naponom dizajniraju prema granici tečenja. Zato je faktor sigurnosti krtih materijala dva puta veći od onih za duktilne pod istim uslovima.

$$S = \frac{\text{stvarna čvrstoća}}{\text{zahtjevana čvrstoća}}$$

Napon, deformacija, osobine materijala

Dozvoljeni napon i opterećenje

S1	Podaci o osobinama materijala iz testiranja	Stvarni materijal koji se koristi je testiran	1.3
		Osobine materijala (iz tablica) su na raspolaganju	2
		Približne osobine materijala (iz tablica) su na raspolaganju	3
		Loše osobine materijala (iz tablica) su na raspolaganju	5+
S2	Uslovi okoline u kojima se proizvod koristi	Identični sa uslovima testa	1.3
		U osnovi okolina na sobnoj temperaturi	2
		Srednje teški uslovi okoline	3
		Veoma zahtijevne osobine okoline	5+
S3	Analitički modeli opterećenja i napona	Modeli poređeni sa eksperimentima	1.3
		Modeli tačno predstavljaju sistem	2
		Modeli približno predstavljaju sistem	3
		Modeli su gruba aproksimacija sistema	5+

Za duktilne materijale

$$S = \text{MAX}(S1, S2, S3)$$

Napon, deformacija, osobine materijala

Dozvoljeni napon i opterećenje

$$\text{dozvoljeni napon} = \frac{\text{granica tečenja}}{\text{stepen sigurnosti}}$$

$$\text{Duktilni materijali} \quad \sigma_{doz} = \frac{R_{eH}(\sigma_y)}{S} \quad \tau_{doz} = \frac{R_{eH}(\tau_y)}{S}$$

$$\text{Krti materijali} \quad \sigma_{doz} = \frac{R_m}{S} \quad \tau_{doz} = \frac{R_m}{S}$$

dozvoljeno opterećenje = dozvoljeni napon · površina

$$P_{doz} = \sigma_{doz} \cdot A \quad P_{doz} = \tau_{doz} \cdot A$$

Napon, deformacija, osobine materijala

Primjer 1.4: Čelična šipka (vješalo) konstrukcije na slici, prikazana je na oslonac pomoću vijčane veze. Glavni dio šipke ima pravougaoni oblik širine $b_1=38\text{mm}$ i debljine $t=12\text{mm}$. U području veze, šipka je proširena na $b_2=75\text{mm}$. Vijak, koji prenosi opterećenje sa vješala na dva držača, ima prečnik $d=25\text{mm}$. Odrediti vrijednosti dozvoljenog opterećenja P za sljedeće slučajeve:

- Dozvoljeni zatezni napon u glavnom dijelu je 110MPa**
- Dozvoljeni zatezni napon u vješalu u poprečnom presjeku kroz rupu vijeka je 75MPa (dozvoljeni napon u ovom dijelu je manji zbog koncentracije napona oko rupe)**
- dozvoljeni noseći napon između vješala i vijka je 180MPa**
- dozvoljeni smicajni napon je 45MPa**

