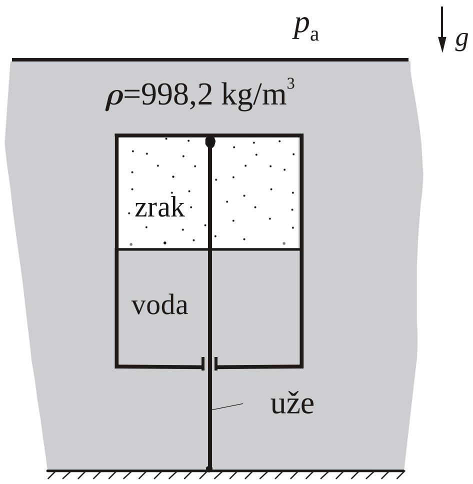
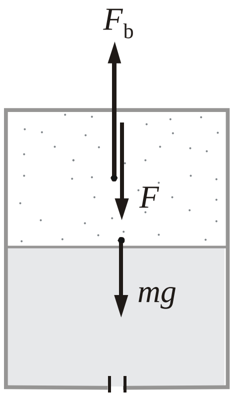
1. Tankostijena bačva mase m=94 kg, volumena V=600 l, potpuno je potopljena pod vodu gustoće ρ=998,2 kg/m^3. Do polovine volumena ispunjena je zrakom zanemarive težine i privezana užetom za dno. Odredite silu F u užetu.



Rješenje:



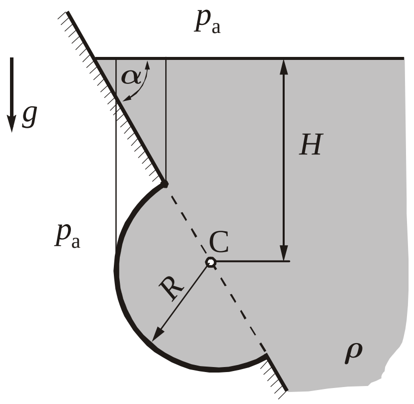
$$F_b = \rho\, g \frac{V}{2}$$

$$F_b - F - G = 0$$

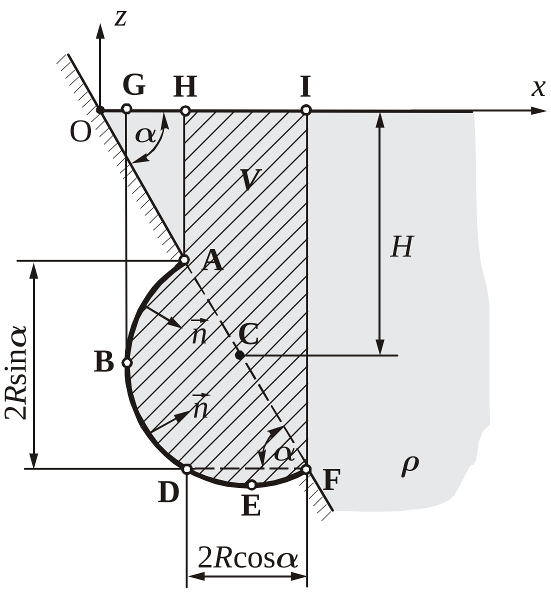
$$F = F_b - G = \rho g \frac{V}{2} - mg$$

$$F = 2015 \text{ N}$$

2. Treba odrediti rezultantnu silu na zatvarač, oblika polucilindra, jedinične širine B, prema slici. Zadano je: H=3 m, R=1 m, α=60°, ρ=998,2 kg/m³.



Rješenje:



Slika (a) Sile na zatvarač

Ishodište koordinatnog sustava Oxz je smješteno na slobodnu površinu. Sile atmosferskog tlaka p_a izvana i iznutra se poništavaju tako da na zatvarač djeluje samo sila hidrostatskog tlaka, koja se razlaže na horizontalnu i vertikalnu komponentu. Horizontalna komponenta sile se računa iz izraza

$$F_x = -p_{Cx} \cdot S_x \qquad \text{(a)}$$

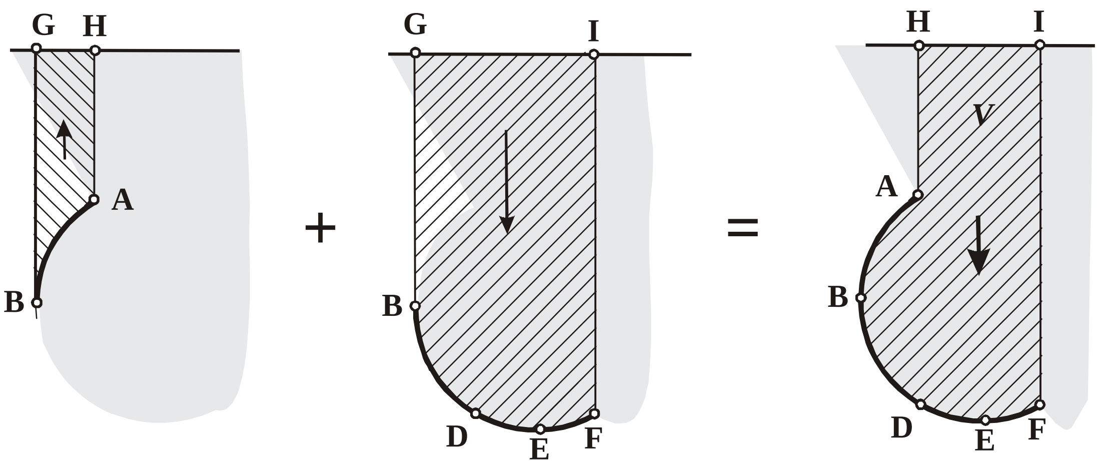
gdje je S_x projekcija površine zatvarača, a p_{Cx} hidrostatski tlak u njenu težištu. Gledajući sliku (a), horizontalne sile na dijelu površine DEF zatvarača se međusobno poništavaju jer je projekcija dijela EF jednaka projekciji DE, a suprotnog je predznaka.

Projekcija S_x se dakle odnosi na dio ABD površine zatvarača, oblika je pravokutnika površine $2BR\sin\alpha$ i pozitivna je, jer vektor normale $\vec{n}$ na površinu čini s pozitivnim smjerom osi x kut manji od 90°. Težište projekcije površine S_x je u točki C u kojoj je hidrostatski tlak $p_{Cx} = \rho g H$, te je

$$F_x = -\rho g H \cdot (2R\sin\alpha \cdot B) = -50,9 \text{ kN} \qquad \text{(b)}$$

Negativni predznak sile F_x kazuje da sila gleda u negativnom smjeru osi x, tj. u lijevo.

Vertikalna komponenta sile je po veličini jednaka težini fluida u volumenu od površine zatvarača do slobodne površine. Volumen je definiran vertikalama AH i FI, povučenim iz rubnih točaka površine zatvarača. Vertikala BG dijeli površinu zatvarača na dijelove s pozitivnom i negativnom projekcijom S_z. Dio AB površine ima negativnu projekciju S_z, te vertikalna sila na taj dio površine gleda u pozitivnom smjeru osi z, a definirana je volumenom ABGHA. Dio površine BDEF ima pozitivnu projekciju S_z, na koju vertikalna komponenta sile hidrostatskog tlaka gleda prema dolje, a definirana je težinom fluida u volumenu BDEFIGB.

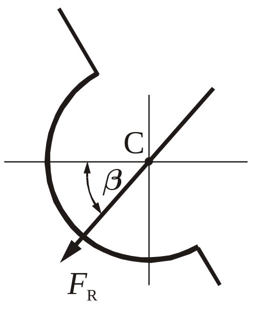


Kada se ove dvije sile zbroje dobije se ukupna vertikalna komponenta sile hidrostatskog tlaka koja gleda prema dolje, a definirana je volumenom ABDEFIHA, koji je osjenčan na slici (a). Veličina tog volumena se računa kao umnožak zbroja površina polukruga i trapeza AFIH sa širinom B zatvarača, te je izraz za silu F_z

$$F_z = -\rho g \cdot \left[\frac{D^2 \pi}{8} + 2R\cos\alpha \cdot H \right] \cdot B = -44,7 \text{ kN} \qquad \text{(c)}$$

Negativni predznak sile F_z ukazuje da ona gleda prema dolje.

Za određivanje hvatišta rezultante u općem bi slučaju bilo potrebno prvo odrediti položaj hvatišta horizontalne i vertikalne komponente sile hidrostatskog tlaka. Za slučaj cilindrične površine to nije nužno, jer se unaprijed zna da će rezultanta prolaziti točkom C jer i sve elementarne sile $p\vec{n}\mathrm{d}S$ prolaze točkom C.



Slika (b) Položaj rezultantne sile

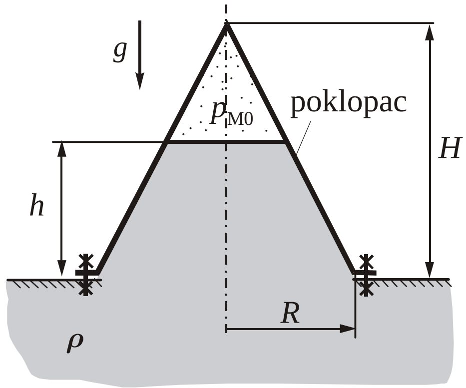
Rezultantna sila je po veličini jednaka

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 67,7 \text{ kN} \qquad \text{(d)}$$

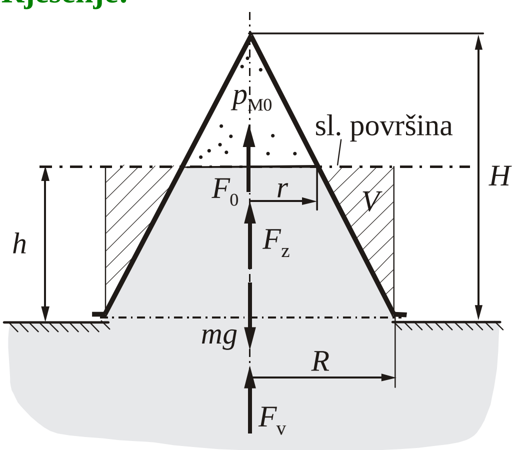
a djeluje pod kutom β prema slici (b)

$$\beta = \text{arctg}\frac{F_z}{F_x} = 41,3^{\circ} \qquad \text{(e)}$$

3. Treba odrediti silu F u vijcima, kojima je pričvršćen poklopac, oblika stošca, mase m=474 kg, prema slici. Zadano je: H=1,4 m, h=0,9 m, R=0,8 m, p_{M0}=2800 Pa, ρ=998 kg/m^3.



Rješenje:



Slika (a) Sile na poklopac

Na slici (a) su prikazane sile koje djeluju na poklopac. Osim sile težine samog poklopca i sile F_v u vijcima (koja je pretpostavljena tako da izaziva vlačna naprezanja u vijcima), djeluje još vertikalna sila F_0 konstantnog pretlaka p_{M0} i sila F_z hidrostatskog tlaka. Horizontalne sile tlaka se međusobno poništavaju. Sila F_0 konstantnog pretlaka je jednaka umnošku pretlaka i ploštine projekcije S_z površine stošca sa strane pretlaka p_{M0}. Projekcija S_z je oblika kruga polumjera R i negativna je, te je sila jednaka

$$F_0 = p_{\mathrm{M0}} \cdot R^2 \pi = 5630 \text{ N} \qquad \text{(a)}$$

i gleda prema gore.

Vertikalna komponenta F_z sile hidrostatskog tlaka je po veličini jednaka težini fluida u prostoru od površine stošca u dodiru s fluidom do slobodne površine. Taj volumen je osjenčan na slici (a). Njegov je obujam

$$V = R^2 \pi h - \frac{\pi h}{3}\left[R^2 + r^2 + R r\right] \qquad \text{(b)}$$

Nepoznati polumjer r se određuje iz sličnosti trokuta, prema kojoj je

$$\frac{r}{H-h} = \frac{R}{H} \quad \Rightarrow \quad r = R\frac{H-h}{H} = 0,286 \text{ m} \qquad \text{(c)}$$

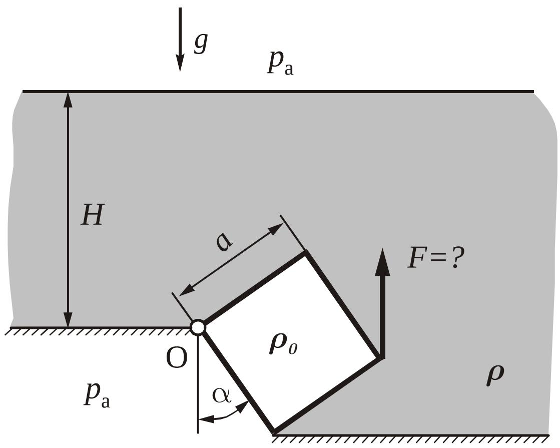
što uvršteno u izraz (b), daje obujam V=0,914 m^3. Sila F_z također gleda prema gore (jer je projekcija površine u dodiru s fluidom negativna), a po veličini je

$$F_z = \rho g V = 8945 \text{ N} \qquad \text{(d)}$$

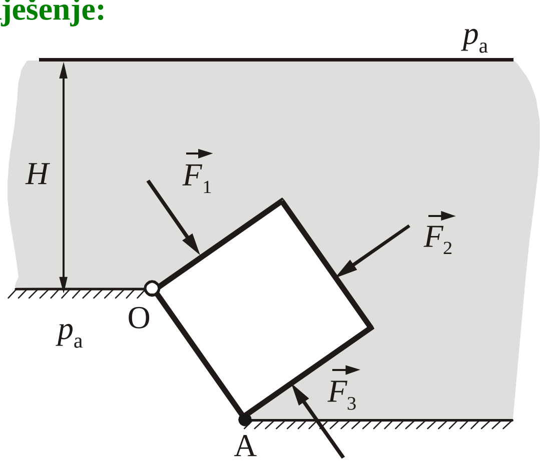
Iz ravnoteže vertikalnih sila, prema slici (a), slijedi tražena sila u vijcima

$$F_v = F_0 + F_z - mg = 9930 \text{ N} \qquad \text{(e)}$$

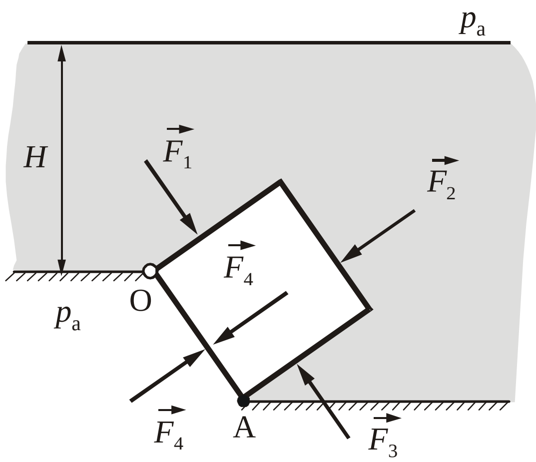
4. Kocka gustoće ρ_0=495 kg/m^3, brida a=0,44 m, zglobno je vezana u bridu O i zatvara kvadratični otvor na dnu spremnika, prema slici. Treba odrediti silu F potrebnu za podizanje kocke. Zadano je: H=1,2 m, α=35^o, ρ=999 kg/m^3.



Rješenje:



Slika (a) Sile tlaka na kocku

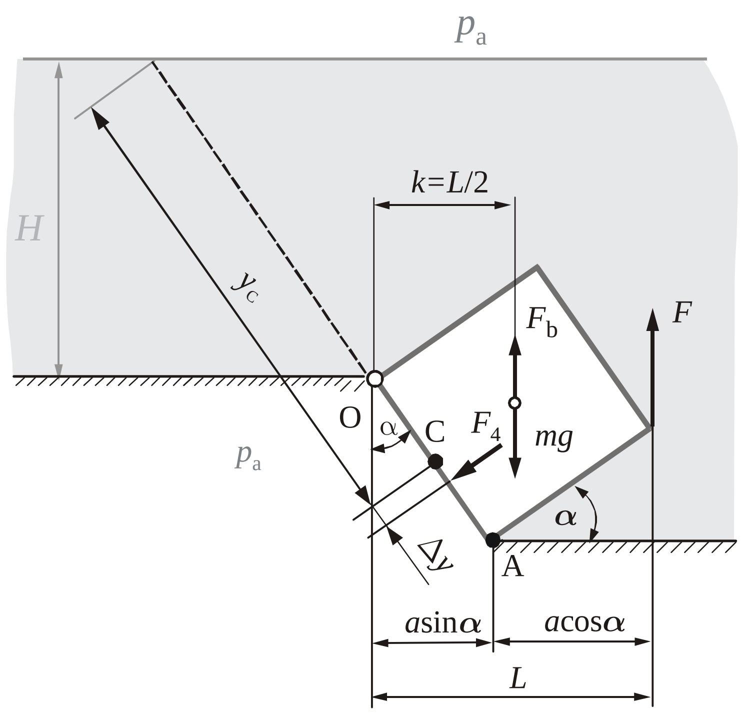


Slika (b)

Na slici (a) su prikazane sile tlaka koje djeluju na kocku. Sile koje djeluju na plohe kocke koje su paralelne ravnini slike, međusobno se poništavaju. Ako se na plohi OA doda i oduzme sila F_4 hidrostatskog tlaka, kao što je prikazano na slici (b), tada suma sila $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ i sile $\vec{F}_4$ izvana, daju silu uzgona, koja djeluje u težištu kocke, te osim nje ostaje sila hidrostatskog tlaka F_4 iznutra na plohu OA, kao što je prikazano na slici (c), na kojoj je ucrtana i sila težine kocke, odgovarajući krakovi sila, te veličine y_C i Δy za silu F_4. Iz slike (c) slijedi

$$L = a \cdot \sin\alpha + a \cdot \cos\alpha = 0,613\,\mathrm{m} \qquad \text{(a)}$$

$$k = L/2 = 0,306\,\mathrm{m} \qquad \text{(b)}$$



$$y_C = \frac{H}{\cos\alpha} + \frac{a}{2} = 1,685 \text{ m}$$

$$h_C = y_C \cos\alpha = 1,38 \text{ m}$$

Na temelju čega je

$$F_4 = \rho g\, h_C A = \rho g \cdot y_C \cos\alpha \cdot a^2$$

$$F_4 = 2618 \text{ N}$$

$$\Delta y = \frac{I_{\xi\xi}}{y_C A} = \frac{\frac{a^4}{12}}{y_C \cdot a^2} =$$

$$\Delta y = \frac{a^2}{12 y_C} = 0,0096 \text{ m}$$

$$F_b = \rho g V = \rho g a^3 = 834,5 \text{ N}$$

Slika (c) Sile na kocku

Kocka će se podići kada moment sile F (u odnosu na točku O) svlada momente ostalih sila, tj.

$$F \cdot L > F_4\left(\frac{a}{2} + \Delta y\right) + \left(mg - F_b\right) \cdot \frac{L}{2} \qquad \text{(e)}$$

odakle je sila $F > 772$ N .