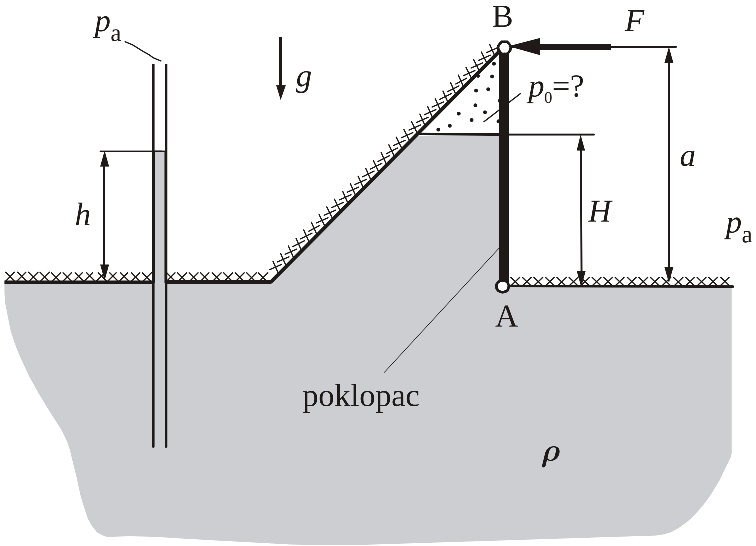
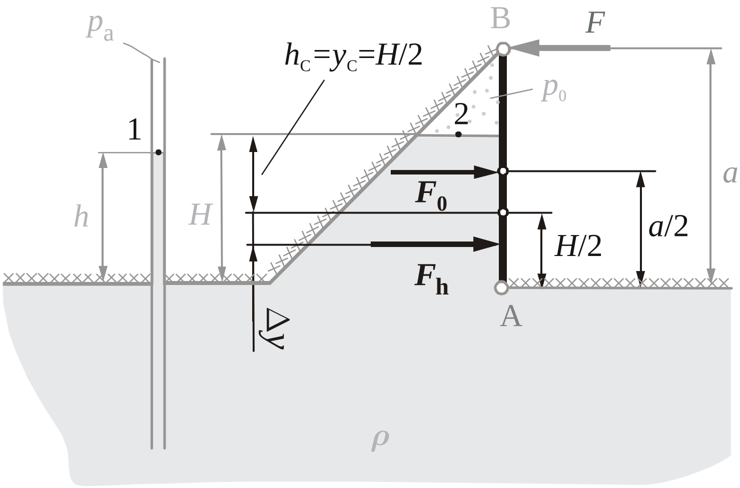
1. Treba odrediti silu F koja drži u ravnoteži poklopac AB jedinične širine, zglobno vezan u točki A, u položaju prema slici. Zadano je : a=0,84 m; H=0,65 m; h=35,5 cm; ρ=999 kg/m^3.



Rješenje:



Slika (a) Sile na poklopac

U ovom primjeru nije pogodno uvoditi fiktivnu slobodnu površinu, jer površina AB nije čitava uronjena u fluid. Na dio površine poklopca koji se nalazi iznad fluida, djeluje samo sila konstantnog tlaka p_0, a na potopljeni dio površine i sila tlaka p_0 i sila hidrostatskog tlaka. Zbog toga je u ovom slučaju jednostavnije računati silu F_0 (uslijed konstantnog tlaka p_0) na čitavu površinu, koja djeluje u težištu poklopca AB i silu hidrostatskog tlaka F_h, na dio poklopca ispod stvarne slobodne površine, kao što je prikazano na slici (a).

Sila težine poklopca prolazi točkom A, te u ravnoteži momenata nije bitna. S obzirom da fluid u spremniku miruje, tlak p_0 će se odrediti iz jednadžbe manometra od točke 1 u piezometričkoj cijevi do točke 2 na slobodnoj površini, koja glasi

$$p_a + \rho g h - \rho g H = p_0 \qquad \text{(a)}$$

iz koje je manometarski tlak

$$p_{M0} = p_0 - p_a = \rho g \left(h - H\right) = -2890\,\text{Pa} \qquad \text{(b)}$$

Negativni predznak ukazuje da se radi o podtlaku, te će sila F_0

$$F_0 = p_{\mathrm{M0}} \cdot a \cdot 1 = -2428\mathrm{N} \qquad \text{(c)}$$

biti negativna, odnosno usmjerena suprotno nego što je ucrtano na slici (a). Sila F_{h} je

$$F_{\mathrm{h}} = \rho g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot 1 = 2070 \quad N \qquad \text{(d)}$$

a pomak hvatišta sile F_{h} je

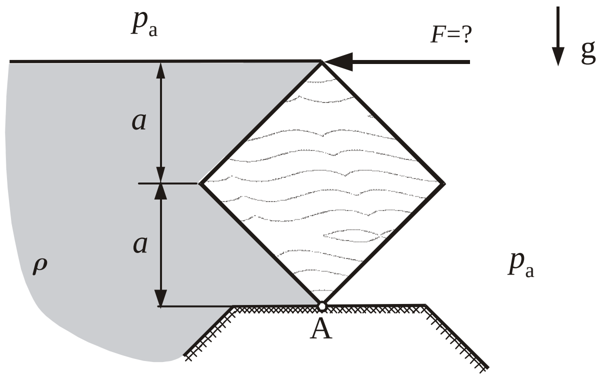
$$\Delta y = \frac{I_{\xi\xi}}{y_{\mathrm{C}} A} = \frac{\frac{1 \cdot H^3}{12}}{\frac{H}{2} \cdot H \cdot 1} = \frac{H}{6} = 0{,}108 \text{ m} \qquad \text{(e)}$$

Sila F se određuje iz uvjeta ravnoteže momenata u odnosu na točku A, koja glasi

$$F \cdot a = F_0 \cdot \frac{a}{2} + F_{\mathrm{h}} \left(\frac{H}{2} - \frac{H}{6} \right) \qquad \text{(f)}$$

U gornjoj se jednadžbi sila F_0 uvrštava s negativnim predznakom, te slijedi sila F= -680 N, što znači da na poklopac treba djelovati silom F u suprotnom smjeru od smjera na slici (a). S obzirom da se poklopac naslanja na stijenku u točki B, sila F će biti sila reakcije između poklopca i stijenke, te za držanje poklopca u ravnoteži neće trebati djelovati silom izvana.

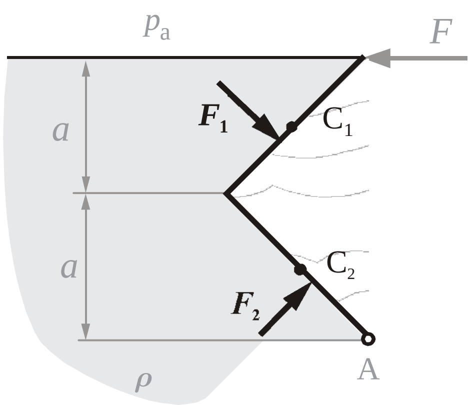
2. Kvadratična greda zglobno je učvršćena u bridu A. Odredite silu F kojom treba djelovati na gredu jedinične duljine da bi bila u ravnoteži u položaju prema slici.
Zadano je: a=1 m; ρ=999 kg/m^3.



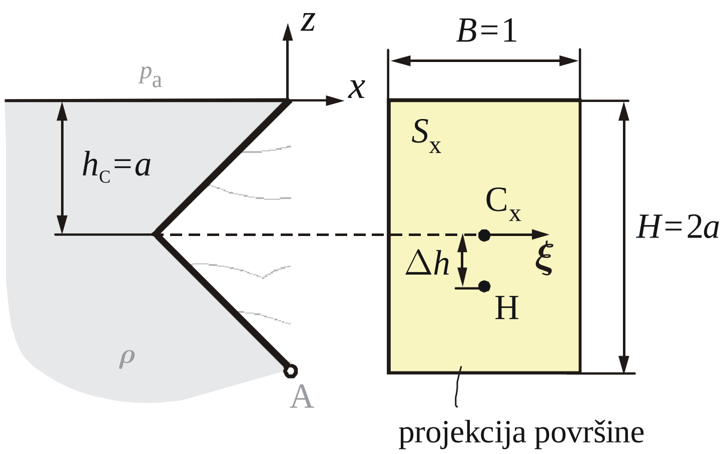
Rješenje:

<u>1. način</u> (studenti sami kod kuće)

Treba odrediti i reakcije u točki A.



<u>2. način</u> **–** površina se tretira kao zakrivljena površna



$$S_x = -B\cdot(2a)$$

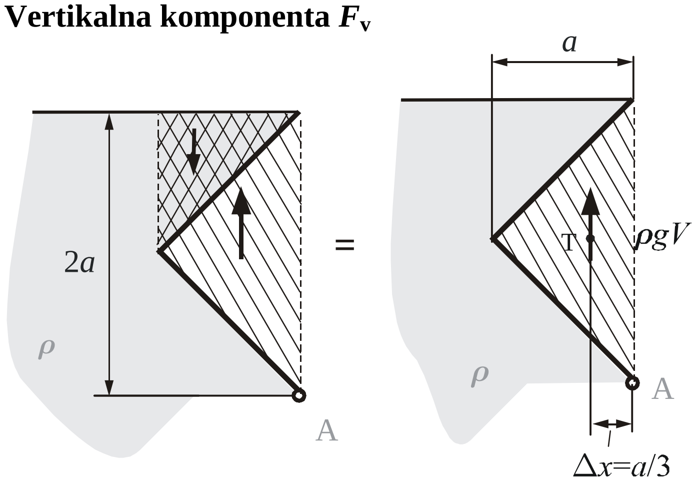
$$I_{\xi\xi} = \frac{B\cdot(2a)^3}{12} = \frac{2a^3}{3}$$

Horizontalna komponenta F_h

$$F_h = -\rho \cdot g \cdot h_C \cdot S_x = -\rho \cdot g \cdot a \cdot (-2a) = 2\rho g a^2 = 19593 \quad N$$

$$\Delta h = \frac{I_{\xi\xi}}{h_C |S_x|} = \frac{\frac{2 \cdot a^3}{3}}{a \cdot 2a} = \frac{1}{3} a = 0{,}333 \text{ m}$$

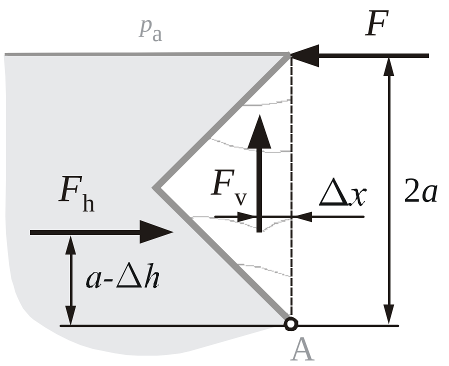
Vertikalna komponenta F_v



$$V = \frac{2a \cdot a}{2} = a^2$$

$$F_v = \rho g V = \rho g a^2 = 9797 \quad N$$

$$\Delta x = \frac{1}{3} a = 0{,}333 \text{ m}$$



Uvjet ravnoteže:

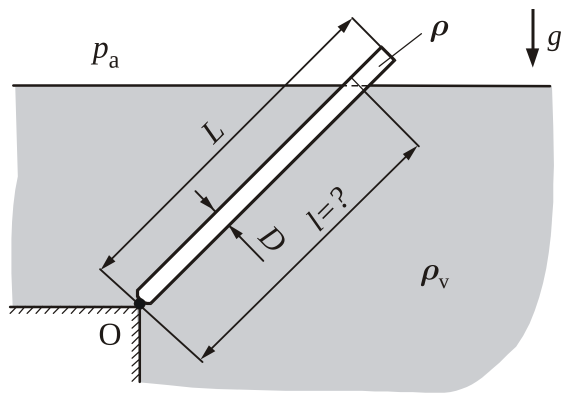
$$\sum M_A = 0$$

$$F \cdot 2a = F_v \cdot \Delta x + F_h (a - \Delta h)$$

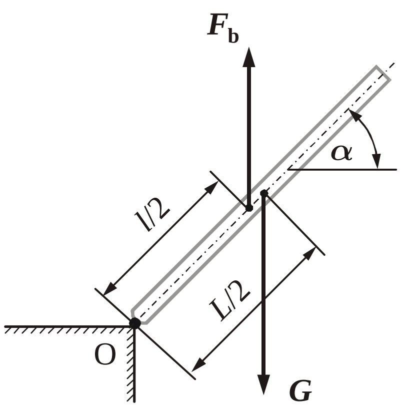
$$F = \frac{1}{2a}\left[F_v \cdot \frac{a}{3} + F_h \cdot \frac{2a}{3} \right]$$

$$F = 8164 \text{ N}$$

3 . Drvena homogena greda gustoće ρ=940 kg/m^3, duljine L=8 m i promjera D=0,5 m, pričvršćena je pod vodom gustoće ρ_v=999kg/m^3 u točki O, oko koje se može okretati. Kolika će duljina l grede biti u vodi ?



Rješenje:



$$G = \rho g \frac{D^2\pi}{4} \cdot L$$

$$F_b = \rho_v\, g \frac{D^2\pi}{4} \cdot l$$

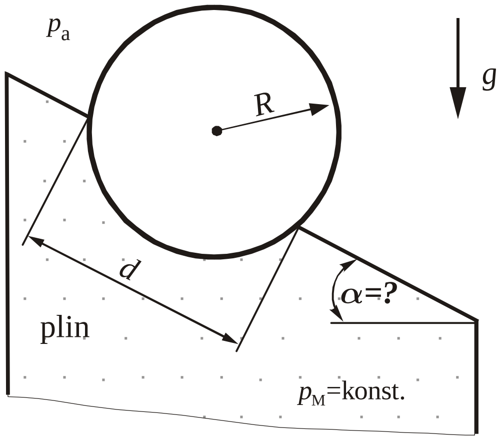
$$\sum M_O = 0$$

$$G \cdot \frac{L}{2} \cos\alpha = F_b \cdot \frac{l}{2} \cos\alpha$$

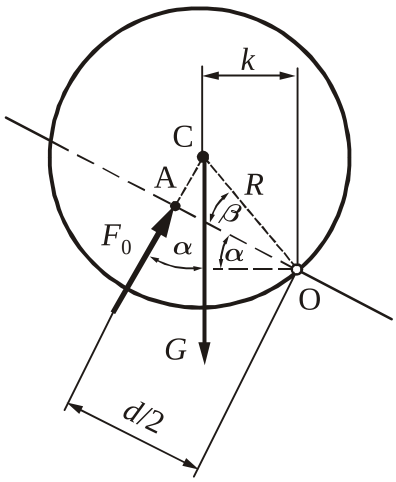
$$\rho g \frac{D^2\pi}{4} \cdot \frac{L^2}{2} \cos\alpha = \rho_v\, g \frac{D^2\pi}{4} \cdot \frac{l^2}{2} \cos\alpha$$

$$l = L\sqrt{\frac{\rho}{\rho_v}} = 7{,}76\ \text{m}$$

4. Homogena čelična kugla gustoće ρ_c=7800 kg/m^3 radijusa R=8 cm zatvara otvor na ravnoj stijenci promjera d=12 cm.. Treba odrediti kut nagiba kose stijenke da kuglica oslobodi otvor kada u spremniku nastupi pretlak od p_M=5000 Pa.



Rješenje:



Slika (a) Sile na kuglu

Od vanjskih sila na kuglu djeluju sila težine G u težištu C kugle, te sila F_0 uslijed pretlaka p_M koja je okomita na projekciju dijela površine kugle izloženog pretlaku p_M, te također prolazi težištem C kugle, kao što prikazuje slika (a). Gledajući raspored sila može se zaključiti da će se kuglica pomaknuti kada moment sile F_0 bude veći od momenta težine, a kuglica će se gibati oko točke O u kojoj će biti nepoznata sila reakcije, koju nije nužno odrediti jer se postavlja momentna jednadžba oko točke O u obliku

$$F_0 \cdot \frac{d}{2} \geq G \cdot k \qquad \text{(a)}$$

Sila F_0 konstantnog tlaka je jednaka umnošku pretlaka i projekcije površine pod pretlakom, što u ovom slučaju glasi

$$F_0 = p_M \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 56{,}5 \text{ N} \qquad \text{(b)}$$

Sila težine je

$$G = mg = \rho_c \frac{4}{3} R^3 \pi g = 164 \text{ N} \tag{c}$$

Krak k sile težine, prema slici (a) je

$$k = R\cos\left(\alpha + \beta\right) \tag{d}$$

gdje se kut β može odrediti iz pravokutnog trokuta AOC prema slici (a), iz jednadžbe

$$\cos\beta = \frac{d/2}{R} \quad \Rightarrow \quad \beta = 41,4^{\circ} \tag{e}$$

Uvrštavanje izraza (d) u izraz (a) daje

$$\cos\left(\alpha + \beta\right) \le \frac{F_0 \cdot d}{2R \cdot G} \tag{f}$$

odakle je

$$\alpha + \beta \ge 75^{\circ}, \quad \text{odnosno} \quad \alpha \ge 33,6^{\circ}\,. \tag{g}$$