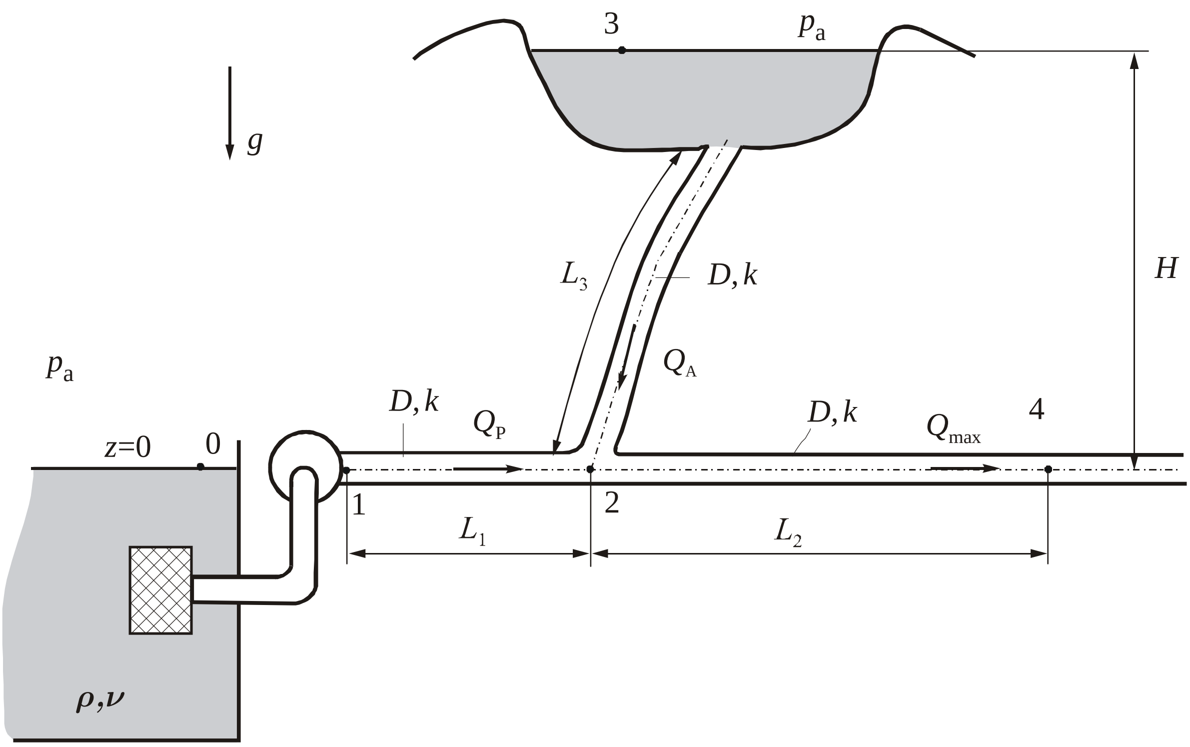
1. Pri maksimalnoj potrošnji Q_{max}= 300 l/s u vodovodnom sustavu prema slici pumpa dobavlja 75% protoka, a akumulacijsko jezero 25%. Stupanj djelovanja pumpe je η_P=0,8, a lokalni gubici su ravnomjerno raspoređeni po mreži i iznose 6% od linijskih gubitaka. Odredite pretlak u točki 4, snagu pumpe i snagu koja se troši na svladavanje gubitaka. Koliki je stupanj djelovanja cjevovoda?
Zadano je: ρ=1000 kg/m^3, ν =1,52·10^{-6} m^2/s, H=68 m, L_1=1890 m, L_2=1563 m, L_3=214 m, D=450 mm, k=0,045 mm.



Rješenje:

$$Q_{max} = 0,3\ \text{m}^3/\text{s}$$
$$Q_A = 0,25\, Q_{max} = 0,075\ \text{m}^3/\text{s}$$
$$Q_P = 0,75\, Q_{max} = 0,225\ \text{m}^3/\text{s}$$

Linijski gubici u dijelu cjevovoda od točke 1 do točke 2

$$h_{f\,1\text{-}2} = \lambda_1 \frac{L_1}{D} \frac{8Q_P^2}{D^4\pi^2 g} = \lambda_1 \frac{L_1}{D^5} \frac{8Q_P^2}{\pi^2 g}$$

Linijski +lokalni gubici u dijelu cjevovoda od točke 1 do točke 2

$$h_{F\,1\text{-}2} = h_{f\,1\text{-}2} + 0,06 h_{f\,1\text{-}2} = 1,06\, \lambda_1 \frac{L_1}{D^5} \frac{8Q_P^2}{\pi^2 g}$$

$$\left.\begin{aligned} Re_1 &= \frac{4Q_{\mathrm{P}}}{D\pi\nu} = 4,19\cdot 10^5 \\ \frac{k}{D} &= 0,0001 \end{aligned}\right\} \quad \lambda_1 = 0,0147$$

$$h_{\mathrm{F\,1\text{-}2}} = 6,70\ \mathrm{m}$$

Linijski +lokalni gubici u dijelu cjevovoda od točke 2 do točke 4

$$h_{\mathrm{F\,2\text{-}4}} = 1,06\ \lambda_2 \frac{L_2}{D^5}\frac{8Q_{\max}^2}{\pi^2 g}$$

$$\left.\begin{aligned} Re_2 &= \frac{4Q_{\max}}{D\pi\nu} = 5,58\cdot 10^5 \\ \frac{k}{D} &= 0,0001 \end{aligned}\right\} \quad \lambda_2 = 0,0142$$

$$h_{\mathrm{F\,2\text{-}4}} = 9,49\ \mathrm{m}$$

Linijski +lokalni gubici u dijelu cjevovoda od točke 3 do točke 2

$$h_{\mathrm{F\,3\text{-}2}} = 1,06\ \lambda_3 \frac{L_3}{D^5}\frac{8Q_{\mathrm{A}}^2}{\pi^2 g}$$

$$\left.\begin{aligned} Re_3 &= \frac{4Q_{\mathrm{A}}}{D\pi\nu} = 1,395\cdot 10^5 \\ \frac{k}{D} &= 0,0001 \end{aligned}\right\} \quad \lambda_3 = 0,0174$$

$$h_{\mathrm{F\,3\text{-}2}} = 0,0994\ \mathrm{m}$$

M.B.J.$_{3\text{-}4}$

$$\frac{p_{\mathrm{M3}}}{\rho \mathrm{g}} + H = \frac{p_{\mathrm{M4}}}{\rho \mathrm{g}} + \frac{v_4^2}{2\mathrm{g}} + h_{\mathrm{F\,3\text{-}2}} + h_{\mathrm{F\,2\text{-}4}}$$

$$p_{\mathrm{M4}} = \rho g\left(H - h_{\mathrm{F\,3\text{-}2}} + h_{\mathrm{F\,2\text{-}4}}\right) - \frac{8\rho Q_{\max}^{\ 2}}{D^4\pi^2}$$

$$p_{\mathrm{M4}} = 571033,23\ \ \mathrm{Pa} = 5,71\,\mathrm{bar}$$

M.B.J.$_{0\text{-}4}$ (uz zanemarenje gubitaka u usisnom dijelu cjevovoda-od usisa do pumpe)

$$h_{\mathrm{P}} = \frac{p_{\mathrm{M4}}}{\rho \mathrm{g}} + \frac{v_4^2}{2\mathrm{g}} + h_{\mathrm{F\,1\text{-}2}} + h_{\mathrm{F\,2\text{-}4}}$$

$$h_{\mathrm{P}} = 74,6 \text{ m}$$

$$P_{\mathrm{P}} = \rho g Q_P h_{\mathrm{P}}$$

$$P_{\mathrm{P}} = 164605,93 \text{ W} = 164,6 \text{ kW}$$

$$P_{\mathrm{M}} = \frac{P_{\mathrm{P}}}{\eta_{\mathrm{P}}} = 205,76 \text{ kW}$$

Snaga za savladavanje gubitaka cjevovoda

$$P_{\mathrm{F}} = \rho g Q_{\mathrm{P}} h_{\mathrm{F1\text{-}2}} + \rho g Q_{\max} h_{\mathrm{F2\text{-}4}} + \rho g Q_{\mathrm{A}} h_{\mathrm{F3\text{-}2}}$$

$$P_{\mathrm{F}} = 42,8 \text{ kW}$$

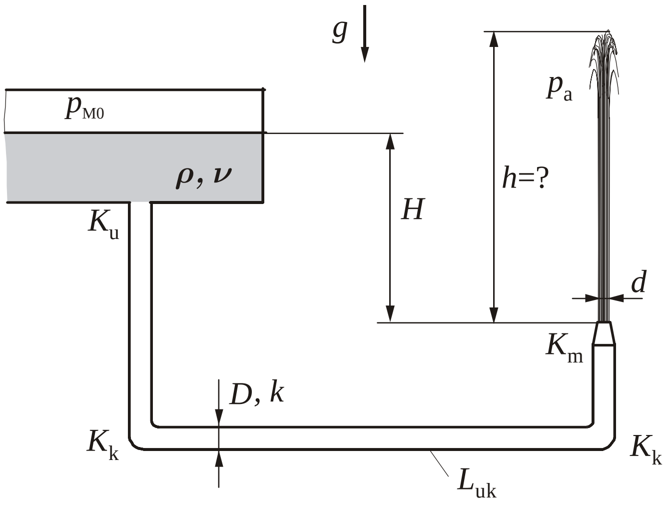
Stupanj djelovanja cjevovoda

$$\eta_{\mathrm{c}} = \frac{P_{\text{u točki 4}}}{P_{\mathrm{P}} + P_{\mathrm{A}}} = \frac{Q_{\max}\left(p_{\mathrm{M4}} + \frac{1}{2}\rho v_4^4\right)}{P_{\mathrm{P}} + Q_{\mathrm{A}} \rho g H}$$

$$\underline{\eta_{\mathrm{c}} = 0,8007}$$

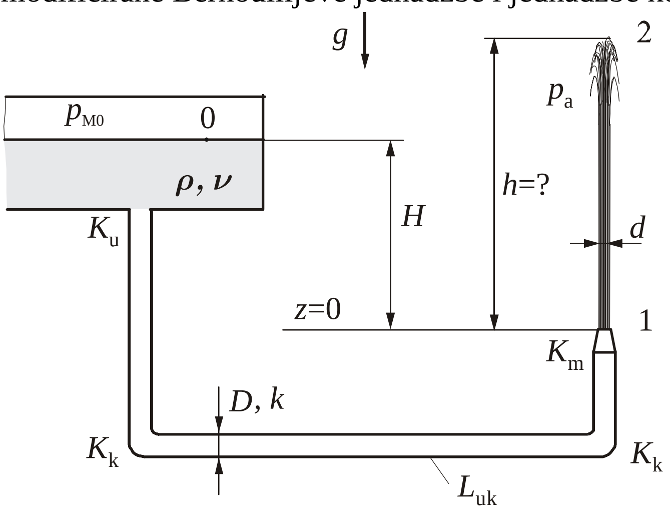
2.

Treba odrediti visinu h, protok Q i snagu P_F koja se troši na svladavanje trenja, u situaciji prema slici. Koliku bi visinu h_{id} dosegao mlaz i koliki bi bio protok Q_{id} da je fluid idealan. Zadano je: ρ=999 kg/m^3, ν=1,13·10^{-6} m^2/s, D=65 mm, d=30 mm, L_{uk}=9,9 m, k=0,045 mm, H=2,4 m, K_k=0,9, K_u=0,5, K_m=0,05 (uz izlaznu brzinu), p_{M0}=0,86 bar.



Rješenje:

Osnovni zadatak u ovom primjeru je naći protok, odnosno brzinu na izlazu iz mlaznice jer je tada jednostavno odrediti visinu h koju će dosegnuti mlaz. Zadatak se kao i uvijek rješava primjenom modificirane Bernoullijeve jednadžbe i jednadžbe kontinuiteta.



Slika (a)

Na slici (a) su ucrtane karakteristične točke sustava. Točka 0 se nalazi na slobodnoj površini fluida u velikom spremniku, tako da je brzina u točki 0 jednaka nuli. Neka je izlazna brzina u točki 1 označena sa v_1, a brzina strujanja u cijevi s v. Ukupni lokalni i linijski gubici mehaničke energije su

$$h_F = \left(K_u + 2K_k\right)\frac{v^2}{2g} + K_m\frac{v_1^2}{2g} + \lambda\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} \qquad \text{(a)}$$

gdje je lokalni gubitak u mlaznici izračunat s izlaznom brzinom v_1. Modificirana Bernoullijeva jednadžba od točke 0 do točke 1 glasi

$$\frac{p_{M0}}{\rho g} + H = \frac{v_1^2}{2g} + h_F \qquad \text{(b)}$$

a jednadžba kontinuiteta

$$Q = v\frac{D^2\pi}{4} = v_1\frac{d^2\pi}{4} \qquad \text{(c)}$$

Ako se brzine v i v_1 u jednadžbama (a) i (b) izraze s pomoću protoka Q, te jednadžba (a) uvrsti u jednadžbu (b), slijedi izraz

$$Q^2\frac{8}{\pi^2 g}\left[\frac{1+K_\mathrm{m}}{d^4}+\frac{K_\mathrm{u}+2K_\mathrm{k}+\lambda\frac{L}{D}}{D^4}\right]=\frac{p_{\mathrm{M0}}}{\rho g}+H \qquad \text{(d)}$$

U gornjem su izrazu nepoznati protok Q i koeficijent trenja λ, koji zavisi od protoka Q, te će za određivanje protoka trebati primijeniti iterativni postupak. Za tu svrhu će se u izraz (d) uvrstiti sve poznate veličine, nakon čega se dobiva

$$\{Q\}_{\mathrm{m^3/s}}=\frac{11,63}{\sqrt{1,425\cdot 10^6+8,532\cdot 10^6\lambda}} \qquad \text{(e)}$$

Reynoldsov broj izražen s pomoću protoka je

$$Re=\frac{4Q}{\pi D\nu}=17,33\cdot 10^6\{Q\}_{\mathrm{m^3/s}} \qquad \text{(f)}$$

U izrazima (e) i (f) sve konstante su dimenzijske, a s obzirom da su sve veličine uvrštavane u SI sustavu jedinica, protok Q će biti izražen u m^3/s. Koeficijent trenja λ za turbulentno strujanje se računa iz izraza

$$\lambda=\frac{1,325}{\left[\ln\left(\frac{k}{3,7D}+\frac{5,74}{Re^{0,9}}\right)\right]^2} \qquad \text{(g)}$$

Iterativni postupak započinje s pretpostavljenom vrijednošću koeficijenta trenja λ u režimu potpuno izražene hrapavosti, koja se dobije iz izraza (g) za $Re\to\infty$. Nakon toga se iz izraza (e) računa protok Q, a iz izraza (f) Reynoldsov broj koji uvršten u izraz (g) daje korigiranu vrijednost koeficijenta trenja λ, s kojom započinje nova iteracija. Rezultati iterativnog postupka su sumirani u sljedećoj tablici

Broj iteracije	λ	Q, m^3/s	Re
0	0,0180	0,009256	$1,60\cdot 10^5$
1	0,0202	0,009200	$1,59\cdot 10^5$
2	0,0202	0,009200	

Očito se protok Q u posljednje dvije iteracije slaže u prve četiri signifikantne znamenke te se iterativni postupak prekida i usvaja Q=9,2 l/s. Iz jednadžbe (c) slijede brzine v=2,77 m/s i v_1=13,0 m/s, a iz jednadžbe (a) uz λ=0,0202 prema gornjoj tablici h_F=2,54 m. Snaga koja se troši na svladavanje gubitaka je $P_\mathrm{F}=\rho g Q h_\mathrm{F}=229\ \mathrm{W}$. Visina h koju dosegne mlaz se određuje iz Bernoullijeve jednadžbe od točke 1 do točke 2 prema slici (a). U obje točke vlada atmosferski tlak, a s obzirom da je točka 2 najviša točka mlaza, u njoj je brzina jednaka nuli. Ako se zanemari utjecaj sile trenja između mlaza i okolne atmosfere, može se tvrditi da od točke 1 do točke 2 nema gubitaka mehaničke energije, te vrijedi

$$\frac{v_1^2}{2g}=h=8,64\ \mathrm{m} \qquad \text{(h)}$$

Kada bi fluid bio idealan, tj. strujanje bez gubitaka mehaničke energije, brzina strujanja bi se računala na temelju Bernoullijeve jednadžbe koja ima oblik jednadžbe (b) uz h_F=0, odnosno

$$v_\mathrm{id}=\sqrt{\frac{2}{\rho}p_{\mathrm{M0}}+2gH}=14,8\ \mathrm{m/s} \qquad \text{(i)}$$

Protok bi bio Q_id=10,5 l/s, a mlaz bi dosegnuo visinu h_id=11,18 m.

Napomena: Kao što je kod istjecanja fluida kroz otvor na velikom spremniku uveden koeficijent korekcije brzine C_v, tako bi se i u ovom slučaju mogao definirati isti taj koeficijent kao odnos stvarne i idealne brzine strujanja što bi u ovom slučaju bilo

$$C_\mathrm{v} = \frac{v_1}{v_\mathrm{id}} = 0,878 \tag{j}$$

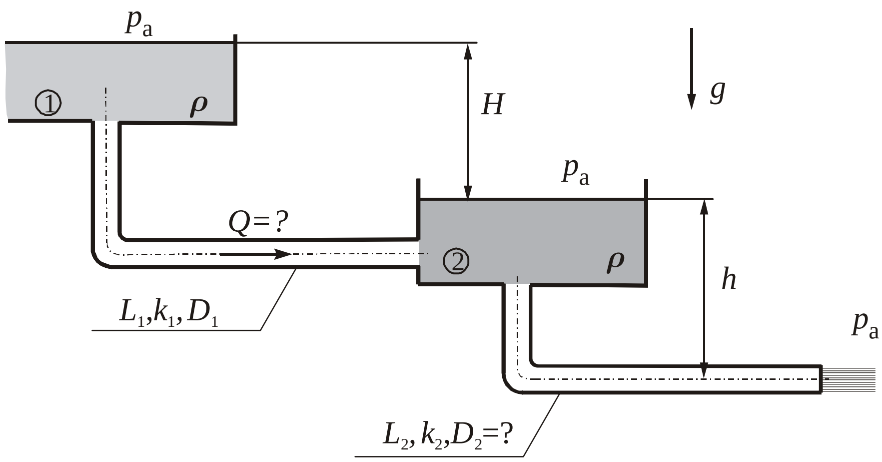
U ovom slučaju koeficijent C_v obuhvaća sve lokalne i linijske gubitke mehaničke energije, koji se također mogu pokazati jednim jedinstvenim koeficijentom lokalnog gubitka uz izlaznu brzinu

$$K_\mathrm{uk} = \frac{1}{C_\mathrm{v}^2} - 1 = 0,294 \tag{k}$$

Isti taj koeficijent se može izračunati iz izraza (a) uz uvjet $h_\mathrm{F} = K_\mathrm{uk}\frac{v_1^2}{2g}$, tj.

$$K_\mathrm{uk} = K_\mathrm{m} + \left(K_\mathrm{u} + 2K_\mathrm{k} + \lambda\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{v_1^2} = 0,294\,. \tag{l}$$

3. Odredite promjer D_2 cjevovoda da bi razina fluida u spremniku 2 prema slici ostala konstantna. Zadano je: ρ=997 kg/m^3, ν=0,86·10^{-6} m^2/s, H=18,2 m, h=11,4 m, L_1=898 m, D_1=200 mm, k_1=k_2=0,02 mm i L_2=2610 m.



Rješenje:

U ovom primjeru imamo istjecanje fluida iz velikog spremnika 1, u spremnik 2 konačnih dimenzija, iz kojeg fluid istječe u atmosferu. Traži se da razina fluida u spremniku 2 ostane konstantna, te je prema jednadžbi kontinuiteta jasno da protok Q kojim fluid utiče u spremnik 2 mora biti jednak protoku kojim fluid iz njega istječe. Budući je zadana visinska razlika H, te svi podaci za cjevovod između spremnika 1 i 2, moguće je izračunati protok Q, kojim fluid utiče u spremnik 2, a zatim se treba odrediti promjer D_2, da bi fluid istim tim protokom istjecao iz spremnika 2.

Protok Q će se odrediti iz modificirane Bernoullijeve jednadžbe, koja postavljena od točke 1 na slobodnoj površini u spremniku 1, do točke 2 na slobodnoj površini u spremniku 2. Uzimajući u obzir da su brzine na obje slobodne površine jednake nuli, te da između točaka 1 i 2 imamo lokalni gubitak utjecanja u spremnik 2 (K=1) modificirana Bernoullijeva jednadžba glasi:

$$\frac{p_a}{\rho g}+H=\frac{p_a}{\rho g}+K\frac{v_1^2}{2g}+\lambda_1\frac{L_1}{D_1}\frac{v_1^2}{2g} \qquad \text{(a)}$$

a brzina v_1 u cjevovodu između spremnika 1 i 2 se može izraziti preko protoka Q u obliku

$$v_1=\frac{4Q}{D_1^2\pi} \qquad \text{(b)}$$

Kombinacijom izraza (a) i (b) slijedi

$$H=\frac{8Q^2}{D_1^2\pi^2 g}(D_1+\lambda_1 L_1)\,,$$

odnosno traženi protok Q je

$$Q=\sqrt{\frac{g\pi^2 D_1^5 H}{8(D_1+\lambda_1 L_1)}} \qquad \text{(c)}$$

Uvrštavanjem zadanih veličina iz gornjeg izraza slijedi

$$\{Q\}_{\mathrm{m^3/s}}=\frac{0,2654}{\sqrt{0,2+898\lambda_1}} \qquad \text{(d)}$$

gdje je

$$\lambda_1 = \frac{1,325}{\left[\ln\left(\frac{k_1}{3,7D_1} + \frac{5,74}{Re_1^{0,9}}\right)\right]^2} \tag{e}$$

i

$$Re = \frac{vD_e}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D_1 \upsilon} = 7,4\cdot 10^6 \{Q\}_{m^3/s} \tag{f}$$

Protok Q se određuje iterativno iz izraza (d), (e) i (f), s tim da iterativni postupak započinjemo s izrazom (e) uz pretpostavku $Re_1=\infty$. Nakon određivanja λ_1, određuje se protok prema izrazu (d), a zatim Reynoldsov broj prema izrazu (f), nakon čega se ponovo može izračunati λ_1 prema izrazu (e). Tablica se popunjava sve dok se protok ne prestane mijenjati u prve tri znamenke.

Iteracije	λ_1	Q [m^3/s]	Re_1
0	0,0119	0,0803	$5,947\cdot 10^5$
1	0,0142	0,0739	$5,467\cdot 10^5$
2	0,0143	0,0735	$5,442\cdot 10^5$
3	0,0143	**0,0735**	

Iz tablice je očito da je strujanje turbulentno jer je Reynoldsov broj daleko veći od kritične vrijednosti 2300, što opravdava i pretpostavku da je koeficijent ispravka kinetičke energije približno jednak jedinici. Budući se protok Q prestao mijenjati u prve tri znamenke nakon druge iteracije, za rješenje se uzima konačna vrijednost ***Q*=73,5 l/s.**

Nakon što je određen protok Q kroz prvu cijev, traži se promjer druge cijevi da bi kroz nju fluid strujao jednakim protokom Q. Promjer D_2 će se odrediti iz modificirane Bernoullijeve jednadžbe (M.B.J.) postavljene od točke na slobodnoj površini spremnika 2, gdje vlada atmosferski tlak, a brzina strujanja je nula, do točke u mlazu, na izlazu iz cjevovoda, gdje je tlak jednak atmosferskom tlaku, a brzina mlaza jednaka brzini u cjevovodu $v_2 = \frac{4Q}{D_2^2\pi}$. Uzimajući u obzir linijske gubitke M.B.J. glasi

$$h = \frac{v_2^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{v_2^2}{2g} = (\lambda_2 L_2 + D_2)\frac{8Q^2}{D_2^5\pi^2 g} \tag{g}$$

odakle je

$$D_2 = \sqrt[5]{\frac{8Q^2}{\pi^2 gh}(D_2 + \lambda_2 L_2)} \tag{h}$$

Uvrštavanjem svih zadanih vrijednosti u izraz (h) slijedi:

$$\{D_2\}_m = 0,1314\ \sqrt[5]{(\{D_2\}_m + 2610\lambda_2)} \tag{i}$$

gdje je

$$\lambda_2 = \frac{1,325}{\left[\ln\left(\frac{k_2}{3,7D_2} + \frac{5,74}{Re_2^{0,9}}\right)\right]^2} \tag{j}$$

i Reynoldsov broj

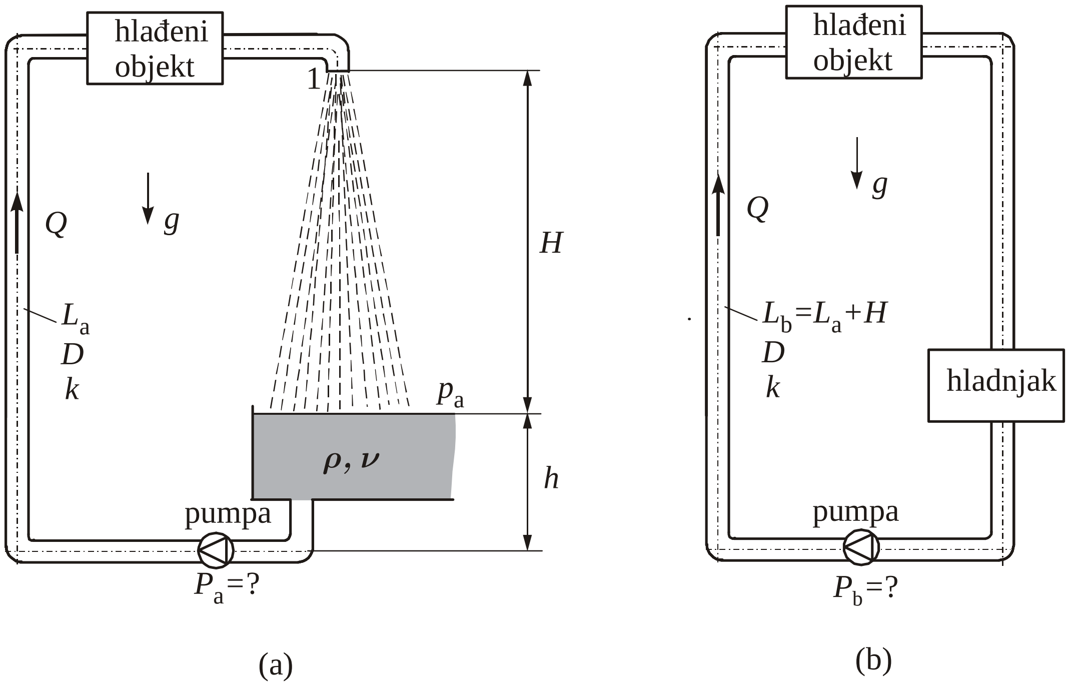
$$Re_2 = \frac{4Q}{\pi\nu}\frac{1}{D_2} = \frac{108817}{\{D_2\}_m} \tag{k}$$

Promjer D_2 će se također odrediti iterativno iz izraza (i), (j) i (k), pri čemu je iterativni postupak moguće započeti pretpostavkom bilo koje veličine. Sljedeća tablica prikazuje rezultate dobivene u iterativnom postupku koji započinje s pretpostavkom D_2=D_1=0,2 m. Na kraju bi dobili isti rezultat da se krenulo i s nekom drugom vrijednošću promjera D_2.

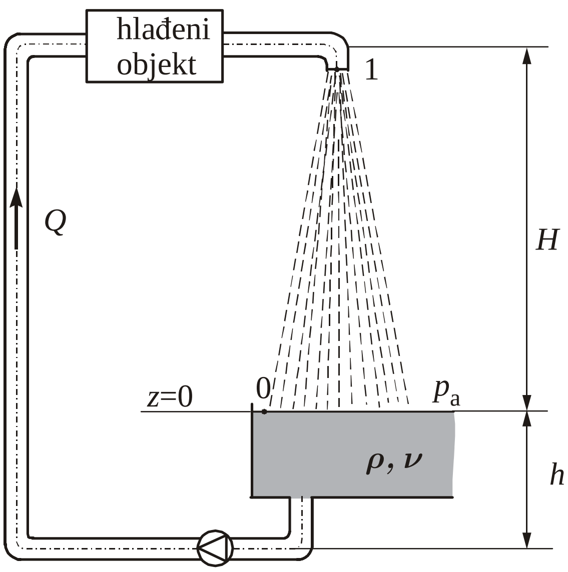
Iteracije	D_2 [m]	k_2/D_2	Re_2	λ_2
0	0,2000	0,0001	$5{,}430 \cdot 10^5$	0,01130
1	0,2580	0,000073	$4{,}199 \cdot 10^5$	0,01446
2	0,2723	0,000074	$3{,}998 \cdot 10^5$	0,01450
3	**0,2723**			

Iz tablice je očito da se nakon druge iteracije promjer D_2 prestao mijenjati u prve četiri znamenke, pa se za konačno rješenje usvaja D_2=272 mm.

4. Treba odrediti snagu koju pumpa predaje fluidu u sustavu za hlađenje kada je izveden kao otvoreni, prema slici (a), te kao zatvoreni prema slici (b). U oba je slučaja protok u sustavu Q=5 l/s, a promjenu gustoće i viskoznosti s temperaturom se može zanemariti. Zadano je: ρ=998,2 kg/m^3, ν=1,2$\cdot$10^{-6} m^2/s, L_a=10,4 m, D=80 mm, k=0,05 mm, H=2,4 m, h=0,5 m, svi lokalni gubici u otvorenom sustavu ΣK_a=4,2, a u zatvorenom ΣK_b=4,8, L_b=L_a+H.



Rješenje:



Slika (a) Otvoreni sustav

Problem strujanja u otvorenom sustavu će se riješiti postavljanjem modificirane Bernoullijeve jednadžbe od točke 0 na slobodnoj površini spremnika do točke 1 na izlazi iz cijevi sustava za hlađenje, kao što je prikazano na slici (a). U otvorenom sustavu za hlađenje cirkulira stalno jedan te isti fluid, te se može pretpostaviti da je razina fluida u spremniku stalno na istoj visini te da je brzina strujanja u točki 0 približno jednaka nuli. Prema tome je očito da je kinetička energija mlaza u točki 1 sa stajališta strujanja izgubljena. Ako se usvoji da se ravnina z=0 poklapa sa slobodnom površinom u spremniku, modificirana Bernoullijeva jednadžba od točke 0 do točke 1 glasi

$$h_p = H + \frac{v^2}{2g} + \sum K_a \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L_a}{D}\frac{v^2}{2g} \qquad \text{(a)}$$

iz koje je očito da će se visina dobave pumpe trošiti na svladavanje geodetske visine *H*, lokalnih i linijskih gubitaka, a da će se dio visine dobave pretvoriti u kinetičku energiju izlaznog mlaza. Tražena se visina dobave pumpe može izračunati direktno iz izraza (a) jer su poznati i protok i promjer cjevovoda. Brzina strujanja fluida je

$$v = \frac{4Q}{D^2\pi} = 0{,}995\ \mathrm{m/s} \qquad \text{(b)}$$

Reynoldsov broj je

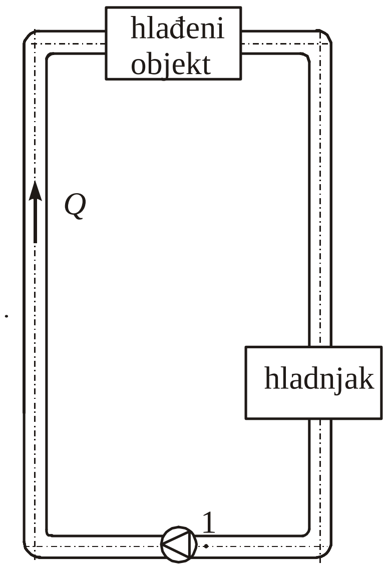
$$Re = \frac{vD}{\nu} = 6{,}63 \cdot 10^4 \qquad \text{(c)}$$

iz čega se zaključuje da je strujanje u cijevi turbulentno, te se koeficijent trenja λ računa iz izraza

$$\lambda = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2} \qquad \text{(d)}$$

što uvršteno u izraz (a) daje visinu dobave pumpe $h_\mathrm{p} = 2{,}8\ \mathrm{m}$. Snaga koju pumpa predaje fluidu je tada

$$P_\mathrm{a} = \rho g Q h_\mathrm{p} = 137{,}4\ \mathrm{W} \qquad \text{(e)}$$



Slika (b) Zatvoreni sustav

Slika (b) prikazuje zatvoreni sustav hlađenja u kojem cirkulira jedan te isti rashladni fluid. U ovom su slučaju strujnice zatvorene krivulje, te se modificirana Bernoullijeva jednadžba može postaviti npr. od ulaza u pumpu, točka 1 na slici (b), duž strujnice kroz pumpu, hlađeni objekt i hladnjak ponovo do točke 1 na ulazu u pumpu. S obzirom da polazna točka odgovara dolaznoj u Bernoullijevoj jednadžbi se izjednačuju dovedena energija i energija gubitaka, tj. vrijedi

$$h_\mathrm{p} = \sum K_\mathrm{b} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L_\mathrm{b}}{D} \frac{v^2}{2g} \qquad \text{(f)}$$

Iz gornje je jednadžbe očito da će se visina dobave pumpe trošiti samo na svladavanje lokalnih i linijskih gubitaka trenja. Brzina i koeficijent trenja λ su jednaki kao i u prethodnom slučaju, te je $h_\mathrm{p} = 0{,}42\ \mathrm{m}$.

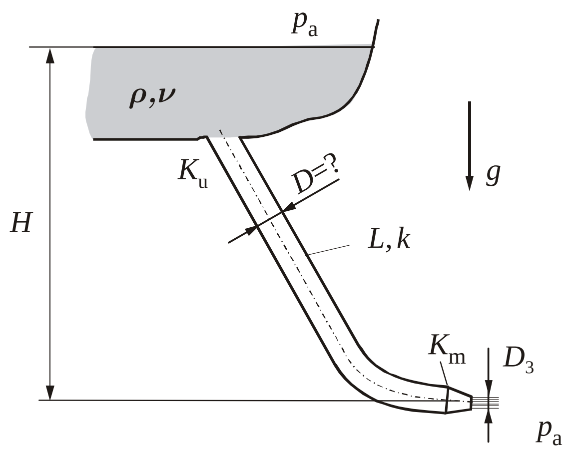
Snaga pumpe u ovom slučaju je

$$P_\mathrm{b} = \rho g Q h_\mathrm{p} = 20{,}6\ \mathrm{W} \qquad \text{(g)}$$

Očito je u zatvorenom sustavu potrebna puno manja snaga pumpe nego u otvorenom jer u zatvorenom sustavu nije potrebno svladavati geodetsku visinu *H*, a nema ni gubitka kinetičke energije.

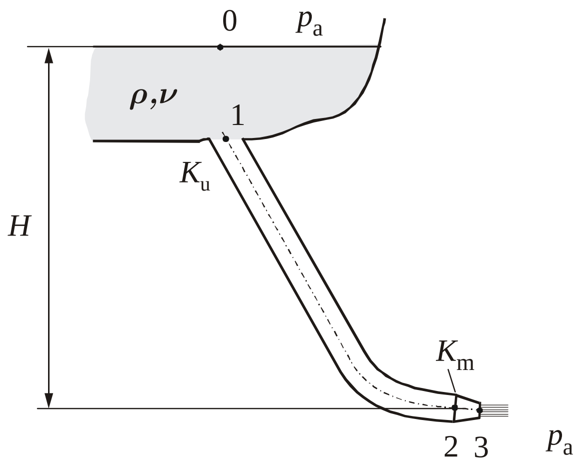
5.

Treba odrediti promjer D cjevovoda da bi se na izlazu iz mlaznice dobilo 92% raspoložive potencijalne energije u obliku kinetičke energije izlaznog mlaza uz protok od Q=0,552 m^3/s. Koliki je promjer D_3 mlaznice. Zadano je: ρ=998,2 kg/m^3, ν=1,139$\cdot$10^{-6} m^2/s, L=390 m, k=0,2 mm, H=274 m, K_u=0,1, K_m=0,06.



Rješenje:

Ovdje se radi o cjevovodu koji dovodi fluid iz akumulacijskog jezera do Pelton turbine, gdje se traži da se turbini privede što više raspoložive energije. Zbog toga će se fluid transportirati kroz cjevovod velikog promjera D, u kojem će strujanje biti malom brzinom, te će i gubici mehaničke energije biti mali. Pred mlaznicom će tlak biti visok, a u mlaznici će se ta energija tlaka pretvoriti u kinetičku energiju mlaza.



Slika (a)

Slika (a) prikazuje cjevovod s ucrtanim karakterističnim točkama. U točki 1 na ulazu u cjevovod nastaje lokalni gubitak mehaničke energije koji se obračunava kroz koeficijent lokalnog gubitka K_u, od točke 1 do točke 2 postoje linijski gubici, a od točke 2 do točke 3, ponovo lokalni gubitak u mlaznici koji je zadan koeficijentom K_m lokalnog gubitka. S obzirom da nije naglašeno uz koju se visinu brzine računa ovaj lokalni gubitak, podrazumijeva se veća visina brzine, a u ovom slučaju to je izlazna brzina.

Visinska razlika H označuje raspoloživu potencijalnu energiju po jedinici težine fluida, a kinetička energija mlaza po jedinici težine fluida je $v_3^2/2g$, gdje je v_3 brzina mlaza. Traži se da kinetička energija mlaza bude 92% raspoložive potencijalne energije, tj.

$$\frac{v_3^2}{2g} = 0{,}92H \qquad \text{(a)}$$

odakle je brzina v_3=70,3 m/s. Promjer D_3 mlaznice koji će osigurati traženu brzinu v_3 kod zadanog protoka Q slijedi iz jednadžbe kontinuiteta

$$D_3 = \sqrt{\frac{4Q}{v_3 \pi}} = 100 \text{ mm} \qquad \text{(b)}$$

Promjer D cjevovoda će se odrediti iz modificirane Bernoullijeve jednadžbe, koja postavljena od točke 0 do točke 3 glasi

$$H=\frac{v_3^2}{2g}+K_\mathrm{m}\frac{v_3^2}{2g}+\frac{v^2}{2g}\left(K_\mathrm{u}+\lambda\frac{L}{D}\right) \qquad \text{(c)}$$

i jednadžbe kontinuiteta

$$Q=v\frac{D^2\pi}{4}=v_3\frac{D_3^{\,2}\pi}{4} \qquad \text{(d)}$$

gdje je sa v označena brzina u cijevi promjera D.

Uvrštavanjem jednadžbe (d) u (c) se dobiva

$$H=\frac{v_3^2}{2g}\left(1+K_\mathrm{m}\right)+\frac{8Q^2}{\pi^2D^5g}\left(K_\mathrm{u}D+\lambda L\right) \qquad \text{(e)}$$

iz koje se može izraziti promjer D u obliku

$$D=\sqrt[5]{\frac{8Q^2\left(K_\mathrm{u}D+\lambda L\right)}{\pi^2g\left[H-\frac{v_3^2}{2g}\left(1+K_\mathrm{m}\right)\right]}}\Rightarrow\{D\}_\mathrm{m}=0,3261\sqrt[5]{0,1\{D\}_\mathrm{m}+390\lambda} \qquad \text{(f)}$$

Reynoldsov broj je

$$Re=\frac{4Q}{\pi D\nu}=\frac{6,17\cdot10^5}{\{D\}_\mathrm{m}} \qquad \text{(g)}$$

Iz jednadžbe (f) je očito da za određivanje promjera D treba poznavati koeficijent trenja λ koji je funkcija Reynoldsova broja, a za čije je određivanje potrebno poznavati promjer D, te je očito nužan iterativni postupak. Iterativni postupak započinje pretpostavljanjem promjera. Jedan od načina je da se u jednadžbi (f) pretpostavi koeficijent trenja λ=0,02, a da se član 0,1D zanemari. Tada je

$$D_0=0,3261\sqrt[5]{390\cdot0,02}=0,492\ \mathrm{m} \qquad \text{(h)}$$

Sljedeća tablica prikazuje rezultate iterativnog postupka koji započinje s vrijednošću D_0.

Broj iteracije	D, m	k/D	Re	λ
0	0,492	0,000407	$1,254\cdot10^6$	0,0165
1	0,4739	0,000422	$1,301\cdot10^6$	0,0166
2	0,4745			

U gornjoj tablici je koeficijent trenja λ izračunat iz izraza (7.6) jer se očito radi o turbulentnom strujanju. Vrijednost promjera D u gornjoj tablici se prestala mijenjati u prve tri znamenke te se može usvojiti da je konačna vrijednost D=474 mm. Isti bi se rezultat dobio da se krenulo od neke druge vrijednosti promjera D_0. Za kontrolu se može izračunati brzinu $v=4Q/D^2\pi=3,12\ \mathrm{m/s}$, koja uvrštena u polaznu modificiranu Bernoullijevu jednadžbu (c) daje visinu H=273,9 m, što se vrlo dobro slaže sa zadanom vrijednošću H=274 m, te je time dokazana točnost rezultata.