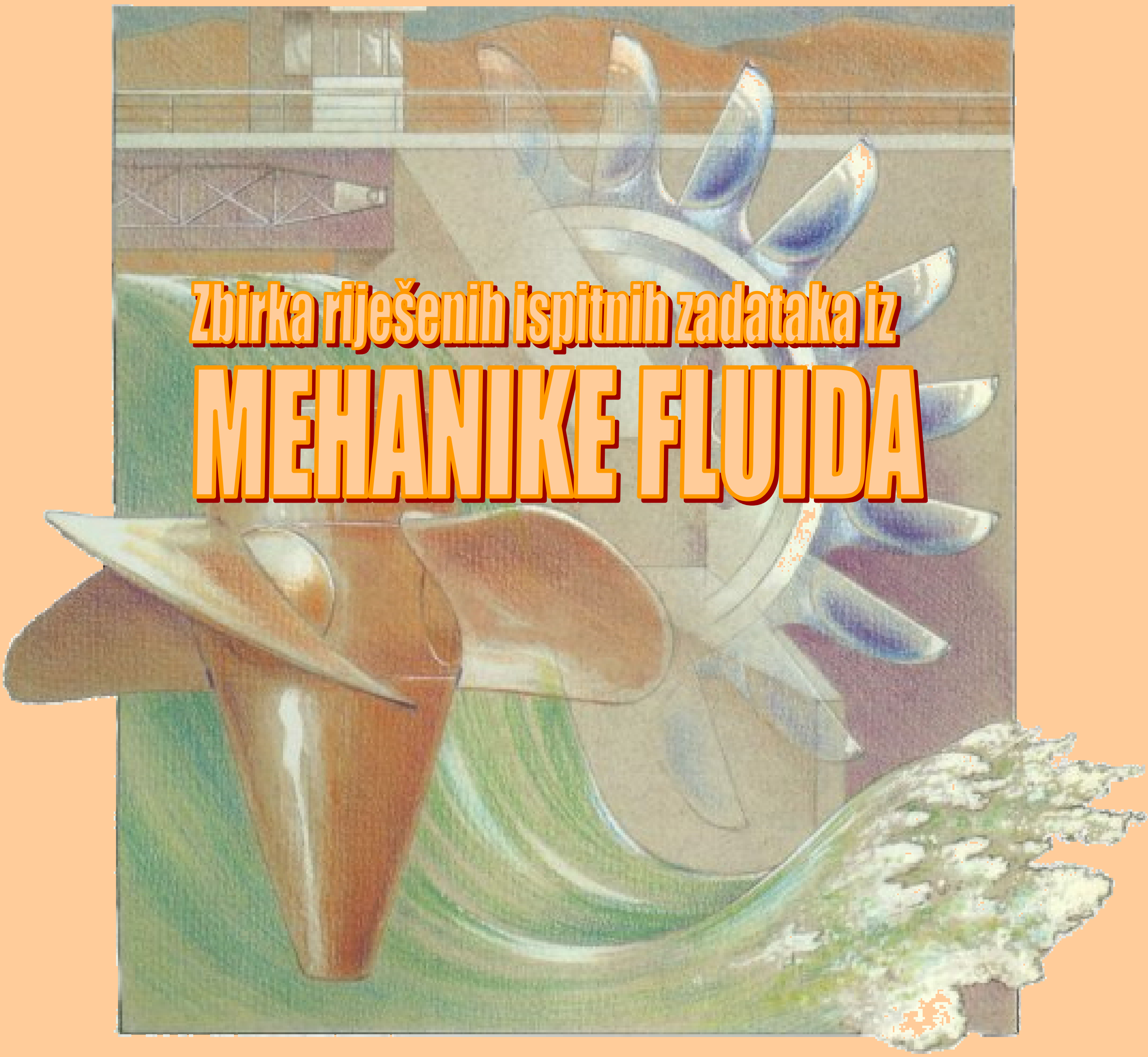
Mario Šavar

Zbirka riješenih ispitnih zadataka iz
MEHANIKE FLUIDA



Zagreb 2002

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Mario Šavar

ZBIRKA RIJEŠENIH ISPITNIH ZADATAKA IZ MEHANIKE FLUIDA I

Zagreb, travanj 2002

Predgovor

Sadržaj ove zbirke čine riješeni zadaci s numeričkog dijela ispita iz kolegija Mehanika Fluida I održanih u 1998, 1999, 2000 i 2001 godini. Ova zbirka nije zamišljena kao edukacijska zbirka zadataka (u ovoj zbirci nema lakših ilustracijskih primjera, detaljnih objašnjenja te osnova teorije) već kao pomoć studentima pri pripremanju ispita. Nadam se da će im ovaj materijal pomoći da se studenti što kvalitetnije pripreme za ispit i da ga uspješno polože.

Ovaj materijal nije pregledan, lektoriran niti recenziran pa kao takav vjerojatno sadrži neke pogreške na kojima se čitaocima unaprijed ispričavam. Obzirom da postoji potreba za ovakvim materijalom, a postupak ispravljanja i objavljivanja je spor i mukotrpan zbirka će se objaviti na web stranicama u ovakvom obliku Zbirka je zapisana u PDF formatu te je za njeno čitanje potreban odgovarajući software (Acrobat reader). Sve čitaoce koji su pronašli pogrešku ili imaju neku sugestiju na sadržaj ove zbirke molim da mi to jave na e – mail adresu mario.savar@fsb.hr . Zbirka te neki drugi materijali bit će objavljeni na web stranicama Katedre za Mehaniku fluida http://www.fsb.hr/hydro .

Ova zbirka nastala je kombinacijom različitih softverskih alata (Word, MathType, MathCad, 5D PDF creator) koji su nisu u potpunosti kompatibilni, a neke matematičke simbole različito interpretiraju. (Word-ova grčka slova φ i θ, Mathcad zapisuje ϕ i θ, a MathType ϕ i ϑ, MathTypeovu oznaku za maseni protok $\dot{m}$ nemoguće je zapisati u MathCadu itd.) Zbog toga su nastale neke manje greške koje se nadam da ću uspjeti otkloniti.

Zagreb, travanj 2002 Autor

Sadržaj

Popis oznaka

Fizikalna veličina	Oznaka	Dimenzija	Jedinica u SI sustavu
površina	A,S	L^2	m^2
brzina zvuka	c	LT^{-1}	m/s
promjer	D, d	L	m
sila	F	MLT^{-2}	N
gravitacija	g	LT^{-2}	m/s^2
težinski protok	$\dot{G}$	MLT^{-3}	N/s
volumenski modul elastičnosti	K	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa
maseni protok	q_{maseni}	MT^{-1}	kg/s
moment sile	M	ML^2T^{-2}	N·m
snaga	P	ML^2T^{-3}	W
tlak	p	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa
volumenski protok	Q	L^3T^{-1}	m^3/s
plinska konstanta	R	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$	J/(kg·K)
potencijal masene sile	U	L^2T^{-2}	m^2/s^2
specifična unutrašnja energija	u	L^2T^{-2}	J/kg
volumen fluida	V	L^3	m^3
brzina strujanja fluida	v	LT^{-1}	m/s
rad sile	W	ML^2T^{-2}	J
geodetska visina	z	L	m
gustoća fluida	ρ	ML^{-3}	kg/m^3
koeficijent kinematičke viskoznosti	ν	L^2T^{-1}	m^2/s
koeficijent dinamičke viskoznosti	μ	$ML^{-1}T^{-1}$	Pa·s
brzina vrtnje	ω	T^{-1}	rad/s
koeficijent trenja	λ	-	-
naprezanje	τ	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2
kut	α, β, γ, δ, ϕ	-	rad
zračnost	ε	L	m
koeficijent površinske napetosti	σ	MT^{-2}	N/m

Dimenzijska analiza

Ispit 17.04.1998. zadatak 5

Brzina tonjenja v nekog tijela u fluidu, ovisi o gravitaciji g, volumenu tijela V, gustoći tijela ρ, gustoći fluida ρ_l te o viskoznosti fluida μ. Primjenom π teorema odredite opći oblik zavisnosti brzine v od preostalih veličina.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Volumen tijela	V	L^3
Gravitacija	g	LT^{-2}
Gustoća tijela	ρ	ML^{-3}
Brzina tonjenja	v	LT^{-1}
Gustoća fluida	ρ_l	ML^{-3}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup V, g i ρ.

$$1=(V)^x(g)^y(\rho)^z$$

$$(L^3)^x(LT^{-2})^y(ML^{-3})^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & z=0 \\ L: & 3x+y-3z=0 & x=0 \\ T: & -2y=0 & y=0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=v(V)^x(g)^y(r)^z$$

$$p_1=LT^{-1}(L^3)^x(LT^{-2})^y(ML^{-3})^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & z=0 \\ L: & 1+3x+y-3z=0 & x=-1/6 \\ T: & -1-2y=0 & y=-1/2 \end{array}$$

$$p_1=\frac{v}{\sqrt{g\sqrt[3]{V}}}$$

$$p_2=m(V)^x(g)^y(r)^z$$

$$p_2=ML^{-1}T^{-1}(L^3)^x(LT^{-2})^y(ML^{-3})^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & -1+3x+y-3z=0 & x=-1/2 \\ T: & -1-2y=0 & y=-1/2 \end{array}$$

$$p_2=\frac{m}{r\sqrt{gV}}$$

$$\pi_3=\frac{\rho_1}{\rho}$$

Funkcionalna zavisnost brzine tonjenja v od preostalih veličina

$$v=\sqrt{g\sqrt[3]{V}}\ f\left(\pi_2,\pi_3\right)=\sqrt{g\sqrt[3]{V}}\,f\left(\frac{\mu}{\rho\sqrt{gV}},\frac{\rho_1}{\rho}\right)$$

Ispit 18.12.1998. zadatak 5

Sila otpora R gibanja tijela u viskoznom stlačivom fluidu zavisio od duljine tijela L, gustoće fluida ρ, dinamičko koeficijenta viskoznosti μ, volumenskog modula elastičnosti K i brzine gibanja tijela U. Primjenom Pi teorema odredite opći oblik zavisnosti sile otpora R od preostalih veličina. Za dimenziono nezavisan skup uzmite ρ, U i L

Veličina	Simbol	Dimenzija
Duljina tijela	L	L
Brzina	U	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Sila otpora	R	MLT^{-2}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Vol. modul elastičnosti	K	$ML^{-1}T^{-2}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup L, U i ρ.

$$1=\left(L\right)^x\left(U\right)^y\left(\rho\right)^z$$

$$\left(L\right)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & z=0 \\ L: & x+y-3z=0 & x=0 \\ T: & -y=0 & y=0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=R\left(L\right)^x\left(U\right)^y\left(\rho\right)^z$$

$$\pi_1=MLT^{-2}\left(L\right)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & 1+x+y-3z=0 & x=-2 \\ T: & -2-y=0 & y=-2 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{R}{\rho U^2L^2}$$

$$\pi_2=\mu\left(L\right)^x\left(U\right)^y\left(\rho\right)^z$$

$$\pi_2=ML^{-1}T^{-1}\left(L\right)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & -1+x+y-3z=0 & x=-1 \\ T: & -1-y=0 & y=-1 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{\mu}{\rho LU}$$

$$\pi_3 = K(L)^x (U)^y (\rho)^z$$

$$\pi_3 = ML^{-1}T^{-2}(L)^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(ML^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$M: \quad 1 + z = 0 \qquad z = -1$$

$$L: \quad -1 + x + y - 3z = 0 \qquad x = 0$$

$$T: \quad -2 - y = 0 \qquad y = -2$$

$$\pi_3 = \frac{K}{\rho U^2}$$

Funkcionalna zavisnost sile otpora R od preostalih veličina

$$\boxed{R = \rho U^2 L^2 \; f(\pi_2, \pi_3) = \rho U^2 L^2 f\left(\frac{\mu}{Dv\rho}, \frac{K}{\rho U^2}\right)}$$

Ispit 03.02.1999. zadatak 5

Uslijed rotacije cilindra oko vlastite osi kutnom brzinom ω dolazi do pretvorbe dijela mehaničke energije u toplinu kao posljedica trenja. Ako brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinu $\dot{Q}$ zavisi od viskoznosti fluida μ, promjera cilindra D, duljine cilindra L i kutne brzine rotacije ω, odredite primjenom dimenzione analize koliko će se puta povećati (ili smanjiti) brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinu , ako se kutna brzina rotacije poveća dva puta, uz ostale nepromijenjene parametre.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer cilindra	D	L
Kutna brzina rotacije	ω	T^{-1}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Duljina cilindra	L	L
Brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinsku	$\dot{Q}$	$ML^2 T^{-3}$

Broj veličina n = 5, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 2

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup D, ω i μ.

$$1 = (\omega)^x (D)^y (\mu)^z$$

$$\left(T^{-1}\right)^x (L)^y \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$M: \quad 1 + z = 0 \qquad z = 0$$

$$L: \quad y - z = 0 \qquad y = 0$$

$$T: \quad -x - z = 0 \qquad x = 0$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1 = \dot{Q}(\omega)^x (D)^y (\mu)^z$$

$$\pi_1 = ML^2T^{-3}\left(T^{-1}\right)^x (L)^y \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$M: \quad 1+z=0 \qquad\qquad z = -1$$

$$L: \quad 2+y-z=0 \qquad\qquad y = -3$$

$$T: \quad -3-x-z=0 \qquad\qquad x = -2$$

$$\pi_1 = \frac{\dot{Q}}{\omega^2 D^3 \mu}$$

$$\pi_2 = \frac{L}{D}$$

Bezdimenzijski Pi parametar mora ostati konstantan pa ako se kutna brzina rotacije poveća dva puta, uz ostale nepromijenjene parametre, brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinu povećati će se četiri puta

$$\pi_1 = const.$$

$$\pi_1 = \left(\frac{\dot{Q}}{\omega^2 D^3 \mu}\right)_1 = \left(\frac{\dot{Q}}{\omega^2 D^3 \mu}\right)_2$$

$$\boxed{\frac{\dot{Q}_2}{\dot{Q}_1} = \frac{\omega_2^{\,2}}{\omega_1^{\,2}} = 4}$$

Ispit 18.02.1999. zadatak 5

Uz pretpostavku da kod male brzine v tonjenja tijela u mirujućem fluida, ta brzina ne zavisi od gustoće fluida već zavisi od težine G tijela, njegove karakteristične linearne dimenzije L te koeficijenta dinamičke viskoznosti μ fluida. Ako je izmjereno da kuglica promjera D = 2.5 mm tone brzinom v = 1.2 cm/min u vodi koeficijenta dinamičke viskoznosti μ = 0.001 Pas, odredite kojom brzinom v_1 će tonuti kuglica promjera D_1 = 5 mm (načinjena iz istog materijala kao i kuglica promjera D) u ulju koeficijenta dinamičke viskoznosti μ_1 = 0.02 Pas.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Brzina tonjenja	v	LT^{-1}
Težina tijela	G	MLT^{-2}
Promjer kuglice	D	L
Viskoznost fluida	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Ako za dimenziono nezavisan skup veličina odaberemo G, D, μ moramo provjeriti da li su ove veličine dimenziono nezavisne.

$$M^0L^0T^0 = (\mathrm{D})^x (\mu)^y (G)^z$$

$$(L)^x \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^y \left(MLT^{-2}\right)^z = M^0L^0T^0$$

$$M: \quad y+z=0 \qquad\qquad z=0$$

$$L: \quad x-y+z=0 \qquad\qquad x=0$$

$$T: \quad -2z-y=0 \qquad\qquad y=0$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

Broj veličina n = 4, a broj dimenziono nezavisnih veličina k = 3, znači da postoji n – k = 1 Pi parametar

$$\pi_1 = v(\mathrm{D})^x(\mu)^y(G)^z$$
$$\pi_1 = LT^{-1}(L)^x\left(ML^{-1}T^{-1}\right)^y\left(MLT^{-2}\right)^z = M^0L^0T^0$$
$$M:\quad y+z=0 \qquad\qquad z=-1$$
$$L:\quad 1+x-y+z=0 \qquad\qquad x=-1$$
$$T:\quad -1-y-2z=0 \qquad\qquad y=1$$
$$\pi_1 = \frac{vD\mu}{G}$$

Za vrijednosti zadane u tekstu zadatka

$$\pi = \frac{v\cdot D\cdot \mu}{G} \qquad\qquad \frac{v_1\cdot D_1\cdot \mu_1}{G_1} = \frac{v\cdot D\cdot \mu}{G}$$

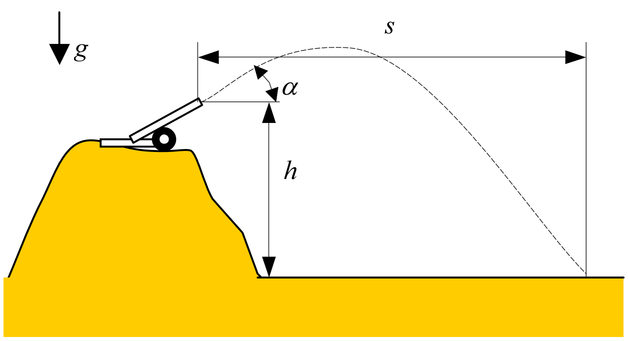
Težina kuglice računa se prema izrazu

$$G = \frac{\rho}{6}\cdot D^3\cdot\pi \qquad G_1 = \frac{\rho}{6}\cdot D_1^{\,3}\cdot\pi \qquad \frac{G_1}{G} = \frac{D_1^{\,3}}{D^3}$$

Brzina tonjenja kuglice iznosi

$$v_1 = v\cdot D\cdot\frac{\mu\cdot G_1}{\left(D_1\cdot\mu_1\right)\cdot G} \qquad v_1 = v\cdot D\cdot\frac{\mu\cdot D_1^{\,3}}{\left(D_1\cdot\mu_1\right)\cdot D^3} \qquad \boxed{v_1 = 4\times 10^{-5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$

Ispit 16.06.1999. zadatak 5



Domet topovskog zrna s ovisi o početnoj brzini zrna v_0, kutu topovske cijevi α, visina brda h i gravitaciji g. Primjeno dimenzione analize odredite bezdimenzijske π parametre te nađite zavisnost tih bezdimenzijskih parametara $F(\pi_1, \pi_2, \ldots)$ pomoću jednadžbe kosog hica.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Visina brda	H	L
Gravitacija	G	LT^{-2}
Brzina zrna	v_0	LT^{-1}
Domet zrna	s	L
Kut cijevi	α	1

$\pi_1 = \alpha$ $\qquad\qquad$ $\pi_2 = s/h$

$$\pi_3 = v_0 \cdot g^x \cdot h^y$$

$$\left(L \cdot T^{-1}\right) \cdot \left(L T^{-2}\right)^x \cdot (L)^y = M^0 L^0 T^0$$

L : 1+x+y=0 x = -1/2
T : -1-2x=0 y = -1/2 $\pi_3 = \dfrac{v_0}{\sqrt{g \cdot h}}$

Iz jednadžbe kosog hica slijedi

$$x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \qquad z = h + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$t = \frac{s}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \qquad h + s \cdot \tan(\alpha) - \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot v_0 \cdot (\cos(\alpha))^2} = 0$$

Pa je funkcionalna zavisnost parametara

$$1 + \frac{s}{h} \cdot \tan(\alpha) - \frac{g \cdot h \cdot s^2}{2 \cdot h^2 \cdot v_0 \cdot (\cos(\alpha))^2} = 0$$

$$\boxed{F(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 1 + \pi_2 \cdot \tan(\pi_1) - \frac{\pi_2^{\,2}}{2 \cdot \pi_3^{\,2} \cdot (\cos(\pi_1))^2} = 0}$$

Ispit 17.12.1999. zadatak 1

Tlak p_2 na kraju horizontalne cijevi kroz koju fluid struji u laminarnom režimu strujanja ovisi o tlaku na početku cijevi p_1 , tangencijalnom naprezanju na stjenci cijevi τ_w , promjeru cijevi D te duljini cijevi L. Primjenom dimenzione analize odredite zavisnost tlaka p_2 od preostalih veličina.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Tlak	p_2	$ML^{-1}T^{-2}$
Tangencijalno naprezanje	τ_w	$ML^{-1}T^{-2}$
Duljini cijevi	L	L
Tlak	p_1	$ML^{-1}T^{-2}$
Promjeru cijevi	D	L

Ako za dimenziono nezavisan skup odaberemo tlak p_1 i promjer cijevi D od n=5 veličina moguće je načiniti n-k= 3 Pi parametra

$$\pi_1 = \frac{p_2}{p_1} \qquad \pi_2 = \frac{\tau_w}{p_1} \qquad \pi_3 = \frac{L}{D}$$

Fizikalna zavisnost može se prikazati pomoću sljedećeg izraza

$$\Phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$$

ili $\pi_1 = \Phi_1(\pi_2, \pi_3)$

$$\boxed{p_2 = p_1 \Phi_1\left(\frac{\tau_w}{p_1}, \frac{L}{D}\right)}$$

Ispit 01.03.2000. zadatak 5

Brinkmanov broj N_B, često korišten pri analizi strujanja organskih fluida, je odnos disipacije i toplinske provodljivosti u fluidu. Broj je Bezdimenzijski parametar nastao kombinacijom dinamičkog koeficijenta viskoznosti μ, brzine v, toplinske vodljivosti λ, i temperature fluida T. Odredite Brinkmanov broj pod pretpostavkom da je utjecaj viskoznosti linearan

Veličina	Simbol	Dimenzija
Dinamički koeficijent viskoznosti	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Brzina	v	LT^{-1}
Toplinska vodljivost	λ	$MLT^{-3}\theta^{-1}$
Temperatura fluida	T	θ

$$N_B = \mu v^x \lambda^y T^z$$

$$M^0 L^0 T^0 \theta^0 = \left(ML^{-1}T^{-1}\right)\left(LT^{-1}\right)^x \left(MLT^{-3}\theta^{-1}\right)^y (\theta)^z$$

$$M: \ 0 = 1 + y$$

$$L: \ 0 = -1 + x + y$$

$$T: \ 0 = -1 - x - 3y$$

$$\theta: \ 0 = -y + z$$

Rješavanjem sustava izračunavaju se eksponenti u Brinkmanovu broju $x = 2$, $y = -1$ i $z = -1$. Konačni izgled bezdimenziskog Brinkmanovog broja je

$$\boxed{N_B = \frac{\mu v^2}{\lambda T}}$$

Ispit 28.04.2000. zadatak 5

Primjenom dimenzijske analize odredite funkcionalnu zavisnost veličine kapljice d na izlazu iz sprej sapnice, ako je poznato da veličina kapljice ovisi o promjeru sapnice D, brzini v u sapnici te svojstvima fluida gustoći ρ, viskoznosti μ i koeficijentu površinske napetosti σ.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer sapnice	D	L
Brzina	v	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Promjer kapljice	d	L
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Površinska napetost	σ	MT^{-2}

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup D, v i ρ.

$$1 = (D)^x (v)^y (\rho)^z$$

$$(L)^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(ML^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z = 0 & z = 0 \\ L: & x + y - 3z = 0 & x = 0 \\ T: & -y = 0 & y = 0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1 = \frac{d}{D}$$

$$\pi_2 = \mu (D)^x (v)^y (\rho)^z$$

$$\pi_2 = ML^{-1}T^{-1} (L)^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(ML^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1 + z = 0 & z = -1 \\ L: & -1 + x + y - 3z = 0 & x = -1 \\ T: & -1 - y = 0 & y = -1 \end{array}$$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{Dv\rho}$$

$$\pi_3 = o (D)^x (v)^y (\rho)^z$$

$$\pi_3 = MT^{-2} (L)^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(ML^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1 + z = 0 & z = -1 \\ L: & x + y - 3z = 0 & x = -1 \\ T: & -2 - y = 0 & y = -2 \end{array}$$

$$\pi_3 = \frac{o}{Dv^2\rho}$$

funkcionalna zavisnost promjera kapljice d od preostalih veličina

$$\boxed{d = D\, f(\pi_2, \pi_3) = D\, f\left(\frac{\mu}{Dv\rho}, \frac{\sigma}{Dv^2\rho}\right)}$$

Ispit 28.06.2000. zadatak 1

Odredite funkcionalnu zavisnost potrebne pogonske sile F potpuno potopljenog torpeda. Sila zavisi od duljine torpeda L, promjera torpeda D, brzine torpeda v, dinamičkog koeficijenta viskoznosti fluida μ, te gustoće fluida ρ.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Duljina torpeda	L	L
Brzina	v	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Promjer torpeda	D	L
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Pogonska sila	F	MLT^{-2}

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup L, v i ρ.

$$1=(L)^x(v)^y(\rho)^z$$

$$(L)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & z=0 \\ L: & x+y-3z=0 & x=0 \\ T: & -y=0 & y=0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=\frac{D}{L}$$

$$\pi_2=\mu(L)^x(v)^y(\rho)^z$$

$$\pi_2=ML^{-1}T^{-1}(L)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & -1+x+y-3z=0 & x=-1 \\ T: & -1-y=0 & y=-1 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{\mu}{Lv\rho}$$

$$\pi_3=F(L)^x(v)^y(\rho)^z$$

$$\pi_3=MLT^{-2}(L)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & 1+x+y-3z=0 & x=-2 \\ T: & -2-y=0 & y=-2 \end{array}$$

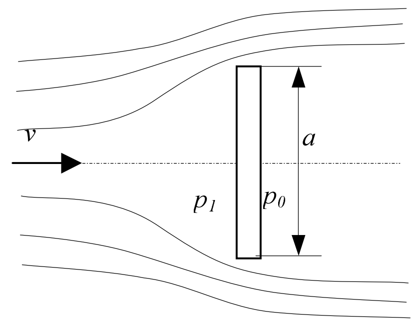
$$\pi_3=\frac{F}{L^2v^2\rho}$$

Funkcionalna zavisnost pogonske sile F od preostalih veličina

$$\boxed{F = L^2 v^2 \rho f(\pi_1, \pi_2) = L^2 v^2 \rho\, f\left(\frac{D}{L}, \frac{\mu}{Dv\rho}\right)}$$

Ispit 12.07.2000. zadatak 1

Ravna ploča je potpuno potopljena u fluid, koji je u stacionarnarnom ravninskom viskoznom strujanju prema slici. Odredite primjenom dimenzijske analize funkcionalnu zavisnost sile otpora F ravne ploče od brzine fluida v, gustoće fluida ρ, viskoznosti μ, razlike tlakova ispred i iza ploče $\Delta p = p_1 - p_0$ te širine ploče a.



Veličina	Simbol	Dimenzija
Razlika tlaka	Δp	$ML^{-1}T^{-2}$
Brzina	v	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Širina ploče	a	L
Pogonska sila	F	MLT^{-2}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 6

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup a, v i ρ.

$$1 = (a)^x (v)^y (\rho)^z$$

$$(L)^x (LT^{-1})^y (ML^{-3})^z = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z = 0 & z = 0 \\ L: & x + y - 3z = 0 & x = 0 \\ T: & -y = 0 & y = 0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1 = \Delta p (a)^x (v)^y (\rho)^z$$

$$\pi_1 = ML^{-1}T^{-2} (\mathrm{L})^x (LT^{-1})^y (\mathrm{ML}^{-3})^z = M^0 L^0 T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1 + z = 0 & z = -1 \\ L: & -1 + x + y - 3z = 0 & x = 0 \\ T: & -2 - y = 0 & y = -2 \end{array}$$

$$\pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho v^2}$$

$$\pi_2 = F(\mathrm{a})^x (v)^y (\rho)^z$$

$$\pi_2 = MLT^{-2}(\mathrm{L})^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad 1+z=0 \qquad z = -1$

$L: \quad 1+x+y-3z=0 \qquad x = -2$

$T: \quad -2-y=0 \qquad y = -2$

$$\pi_2 = \frac{F}{a^2 v^2 \rho}$$

$$\pi_3 = \mu(\mathrm{a})^x (v)^y (\rho)^z$$

$$\pi_2 = ML^{-1}T^{-1}(\mathrm{L})^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad 1+z=0 \qquad z = -1$

$L: \quad -1+x+y-3z=0 \qquad x = -1$

$T: \quad -1-y=0 \qquad y = -1$

$$\pi_3 = \frac{\mu}{av\rho}$$

Funkcionalna zavisnost sile otpora F od preostalih veličina

$$\boxed{F = a^2 v^2 \rho f(\pi_1, \pi_3) = a^2 v^2 \rho\, f\left(\frac{\Delta p}{v^2 \rho}, \frac{\mu}{av\rho}\right)}$$

Ispit 19.09.2000. zadatak 5

Odredite funkcionalnu zavisnosti brzine širenja tlačnog poremećaja c (brzina pulsa) kroz arterije od promjera arterije D, debljine stjenke krvne žile h, gustoće krvi ρ, Youngova modula elastičnosti E te volumenskog modula elastičnosti krvi K.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer arterije	D	L
Brzina pulsa	c	LT^{-1}
Gustoća krvi	ρ	ML^{-3}
Debljina stijenke	h	L
Youngov modul elastičnosti	E	$ML^{-1}T^{-2}$
Volumenski modul elastičnosti	K	$ML^{-1}T^{-2}$

Broj veličina n = 6, broj dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup D, E i ρ.

$$1 = (\mathrm{D})^x (E)^y (\rho)^z$$

$$(\mathrm{L})^x \left(ML^{-1}T^{-2}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad y+z=0 \qquad z = 0$

$L: \quad x-y-3z=0 \qquad x = 0$

$T: \quad -2y=0 \qquad y = 0$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$\pi_1 = h / D$

$\pi_2 = c(\mathrm{D})^x (E)^y (\rho)^z$

$\pi_2 = LT^{-1}(\mathrm{L})^x \left(ML^{-1}T^{-2}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$

$M: \quad y + z = 0$ $\qquad$ z = 1/2

$L: \quad 1 + x - y - 3z = 0$ $\qquad$ x = 0

$T: \quad -1 - 2y = 0$ $\qquad$ y = -1/2

$$\pi_2 = \frac{c}{\sqrt{E/\rho}}$$

$\pi_3 = K(\mathrm{D})^x (E)^y (\rho)^z$

$$\pi_3 = \frac{K}{E}$$

Funkcionalna zavisnost brzine širenja tlačnog poremećaja c od preostalih veličina

$$\boxed{c = \sqrt{E/\rho}\; f(\pi_1, \pi_3) = \sqrt{E/\rho}\; f\left(\frac{h}{D}, \frac{K}{E}\right)}$$

Ispit 24.11.2000. zadatak 5

Sila otpora R gibanja tijela u viskoznom stlačivom fluidu zavisi od duljine tijela L, gustoće fluida ρ, dinamičkog koeficijenta viskoznosti μ, volumenskog modula elastičnosti K i brzine gibanja tijela U. Primjenom Pi teorema odredite opći oblik zavisnosti otpora R od preostalih veličina. Za dimenziono nezavisni skup uzmite ρ, U i L.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Duljina tijela	L	L
Brzina	U	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Sila otpora	R	MLT^{-2}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Vol. modul elastičnosti	K	$ML^{-1}T^{-2}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup L, U i ρ.

$1 = (L)^x (U)^y (\rho)^z$

$(L)^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(ML^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$

$M: \quad z = 0$ $\qquad z = 0$

$L: \quad x + y - 3z = 0$ $\qquad x = 0$

$T: \quad -y = 0$ $\qquad y = 0$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1 = R(\mathrm{L})^x (U)^y (\rho)^z$$

$$\pi_1 = MLT^{-2} (\mathrm{L})^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad 1 + z = 0 \qquad\qquad$ z = -1

$L: \quad 1 + x + y - 3z = 0 \qquad\qquad$ x = -2

$T: \quad -2 - y = 0 \qquad\qquad$ y = -2

$$\pi_2 = \frac{R}{\rho U^2 L^2}$$

$$\pi_2 = \mu(\mathrm{L})^x (U)^y (\rho)^z$$

$$\pi_2 = ML^{-1}T^{-1} (\mathrm{L})^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad 1 + z = 0 \qquad\qquad$ z = -1

$L: \quad -1 + x + y - 3z = 0 \qquad\qquad$ x = -1

$T: \quad -1 - y = 0 \qquad\qquad$ y = -1

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho L U}$$

$$\pi_3 = K(\mathrm{L})^x (U)^y (\rho)^z$$

$$\pi_3 = ML^{-1}T^{-2} (\mathrm{L})^x \left(LT^{-1}\right)^y \left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z = M^0 L^0 T^0$$

$M: \quad 1 + z = 0 \qquad\qquad$ z = -1

$L: \quad -1 + x + y - 3z = 0 \qquad\qquad$ x = 0

$T: \quad -2 - y = 0 \qquad\qquad$ y = -2

$$\pi_3 = \frac{K}{\rho U^2}$$

Funkcionalna zavisnost sile otpora R od preostalih veličina

$$\boxed{R = \rho U^2 L^2 \; f\left(\pi_2, \pi_3\right) = \rho U^2 L^2 f\left(\frac{\mu}{D v \rho}, \frac{K}{\rho U^2}\right)}$$

Ispit 15.12.2000. zadatak 5

Promjer d kapljice fluida nastao u sprej sapnici ovisi o promjeru sapnice D, brzini fluida u sapnici v, gustoći fluida ρ, dinamičkom koeficijentu viskoznosti μ te koeficijentu površinske napetosti σ. Primjenom dimenzijske analize odredi zavisnost promjera d kapljice od preostalih parametara.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer kapljice	d	L
Promjer sapnice	D	L
Brzina	v	LT^{-1}
Gustoća	ρ	ML^{-3}
Koef. površinske napetosti	σ	MT^{-2}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup D, v i ρ.

$$1=(D)^x(v)^y(\rho)^z$$

$$(L)^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{llr} M: & z=0 & z=0 \\ L: & x+y-3z=0 & x=0 \\ T: & -y=0 & y=0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=\sigma(\mathrm{D})^x(v)^y(\rho)^z$$

$$\pi_1=MT^{-2}(\mathrm{L})^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{llr} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & x+y-3z=0 & x=-1 \\ T: & -2-y=0 & y=-2 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{\sigma}{\rho v^2 D}$$

$$\pi_2=\mu(\mathrm{D})^x(v)^y(\rho)^z$$

$$\pi_2=ML^{-1}T^{-1}(\mathrm{L})^x\left(LT^{-1}\right)^y\left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{llr} M: & 1+z=0 & z=-1 \\ L: & -1+x+y-3z=0 & x=-1 \\ T: & -1-y=0 & y=-1 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{\mu}{\rho D v}$$

$$\pi_3=\frac{d}{D}$$

Funkcionalna zavisnost promjera kapljice d od preostalih veličina

$$\boxed{d=D\,f\left(\pi_1,\pi_2\right)=Df\left(\frac{\sigma}{\rho v^2 D},\frac{\mu}{Dv\rho}\right)}$$

Ispit 23.03.2001. zadatak 1

Brzina v taloženja kuglica, ovisi o promjeru D kuglice, gustoći kuglice ρ_k , gustoći fluida ρ, gravitaciji g te viskoznosti fluida μ. Primjenom dimenzijske analize odredite zavisnost brzine taloženja od preostalih veličina.

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer kuglice	D	L
Gustoća kuglice	ρ_k	ML^{-3}
Brzina	v	LT^{-1}
Gustoća fluida	ρ	ML^{-3}
Gravitaciji	g	LT^{-2}
Viskoznost	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

Broj veličina n = 6, dimenzija k = 3, broj Pi parametara n-k = 3

Za dimenziono nezavisne veličine odabire se skup D, g i ρ.

$$1=(D)^x(g)^y(\rho)^z$$

$$(L)^x\left(LT^{-2}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & z=0 \\ L: & x+y-3z=0 & x=0 \\ T: & -2y=0 & y=0 \end{array}$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=v(\mathrm{D})^x(g)^y(\rho)^z$$

$$\pi_1=LT^{-1}(\mathrm{L})^x\left(LT^{-2}\right)^y\left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & z=0 & \mathrm{z}=0 \\ L: & 1+x+y-3z=0 & \mathrm{x}=-1/2 \\ T: & -1-2y=0 & \mathrm{y}=-1/2 \end{array}$$

$$\pi_1=\frac{v}{\sqrt{gD}}$$

$$\pi_2=\mu(\mathrm{D})^x(g)^y(\rho)^z$$

$$\pi_2=ML^{-1}T^{-1}(\mathrm{L})^x\left(LT^{-2}\right)^y\left(\mathrm{ML}^{-3}\right)^z=M^0L^0T^0$$

$$\begin{array}{lll} M: & 1+z=0 & \mathrm{z}=-1 \\ L: & -1+x+y-3z=0 & \mathrm{x}=-3/2 \\ T: & -1-2y=0 & \mathrm{y}=-1/2 \end{array}$$

$$\pi_2=\frac{\mu}{\rho D\sqrt{gD}}$$

$$\pi_3=\frac{\rho_k}{\rho}$$

Funkcionalna zavisnost brzine taloženja v od preostalih veličina

$$v=\sqrt{gD}\;f\left(\pi_2,\pi_3\right)=\sqrt{gD}\;f\left(\frac{\mu}{D\rho\sqrt{gD}},\frac{\rho_k}{\rho}\right)$$

Ispit 11.07.2001. zadatak 1

Brzina broda v ovisi o promjeru D propelera, kutnoj brzini vrtnje ω propelera i gravitaciji g. Primjenom dimenzione analize odredite zavisnost brzine v od preostalih parametara. Ako je na modelu pet puta manjih dimenzija pri kutnoj brzini vrtnje propelera ω = 2 s^{-1} izmjerena brzina broda v = 2 m/s odredite brzinu broda i kutnu brzinu vrtnje propelera na prototipu

Veličina	Simbol	Dimenzija
Promjer propelera	D	L
Gravitacija	g	LT^{-2}
Brzina broda	v	LT^{-1}
Brzina vrtnje	ω	T^{-1}

Za bezdimenzionalno nezavisan skup uzimaju se promjer D i gravitacija g

$$1=\left(D\right)^x\left(g\right)^y$$

$$\left(\mathrm{L}\right)^x\left(LT^{-2}\right)^y=M^0L^0T^0$$

$$L:\quad x+y=0 \qquad\qquad \mathrm{x}=0$$

$$T:\quad -2y=0 \qquad\qquad \mathrm{y}=0$$

Kako je rješenje ovog skupa trivijalno zaključuje se da je skup dimenziono nezavisan.

$$\pi_1=v\left(D\right)^x\left(g\right)^y$$

$$\pi_1=LT^{-1}\left(\mathrm{L}\right)^x\left(LT^{-2}\right)^y=M^0L^0T^0$$

$$L:\quad 1+x+y=0 \qquad\qquad \mathrm{x}=-1/2$$

$$T:\quad -1-2y=0 \qquad\qquad \mathrm{y}=-1/2$$

$$\pi_1=\frac{v}{\sqrt{gD}}$$

$$\pi_2=\omega\left(D\right)^x\left(g\right)^y$$

$$\pi_2=T^{-1}\left(\mathrm{L}\right)^x\left(LT^{-2}\right)^y=M^0L^0T^0$$

$$L:\quad x+y=0 \qquad\qquad \mathrm{x}=1/2$$

$$T:\quad -1-2y=0 \qquad\qquad \mathrm{y}=-1/2$$

$$\pi_2=\omega\sqrt{\frac{D}{g}}$$

Primjenom dimenzione analize može se izraziti zavisnost broda pomoću izraza

$$\Pi_1 = f(\Pi_2) \qquad \frac{v}{\sqrt{g \cdot D}} = f\left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D}{g}}\right) \qquad v = \sqrt{g \cdot D} \cdot f\left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D}{g}}\right)$$

Da bi pojave bile slične odgovarajući Π parametri na modelu i prototipu moraju imati jednake vrijednosti. Iz tog uvjeta računaju se brzina broda i kutna brzinu vrtnje propelera na prototipu

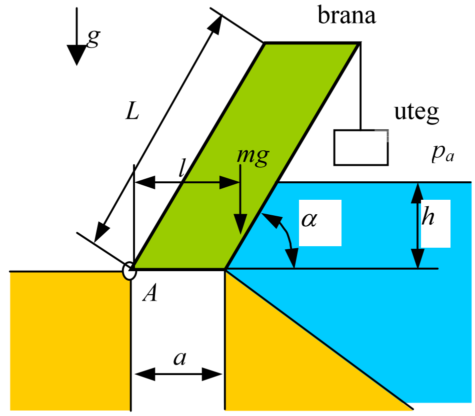
$$\Pi_1 = \frac{v}{\sqrt{g \cdot D}} = \frac{v_1}{\sqrt{g \cdot D_1}} \qquad v_1 = v \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D}} = v \cdot \sqrt{5} \qquad \boxed{v_1 = 4.472 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

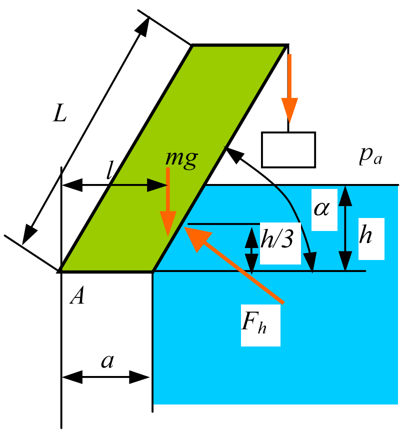
$$\Pi_2 = \omega \cdot \sqrt{\frac{D}{g}} = \omega_1 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{g}} \qquad \omega_1 = \omega \cdot \sqrt{\frac{D}{D_1}} = \frac{\omega}{\sqrt{5}} \qquad \boxed{\omega_1 = 0.894 \mathrm{Hz}}$$

Hidrostatika

Ispit 17.04.1998. zadatak 2

Odredite masu utega koja je potrebna da bi brana jedinične širine, mase m = 50 kg, uležištena u točci A ostala u ravnotežnom položaju. Zadano je: L = 1.6 m, l = 0.6 m, a = 0.48 m, h = 1.2 m, ρ = 999 kg/m^3, α = 60^0.





Sila hidrostatskog tlaka je okomita na površinu i djeluje ispod težišta površine (Na slici je prikazan vrlo čest slučaj kada se površina proteže do slobodne nivo površine (dubina u smjeru površine y). Za takve slučajeve hvatište sile pomaknuto je za šestinu dubine $\Delta y = \dfrac{I_{\xi\xi}}{y_c A} = \dfrac{\frac{y^3 B}{12}}{\frac{y}{2} yB} = \dfrac{y}{6}$ odnosno sila djeluje na dvije trećine dubine.).

$$F_h = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{sin(\alpha)} \cdot B \qquad F_h = 8.145 \times 10^3 \text{ N}$$

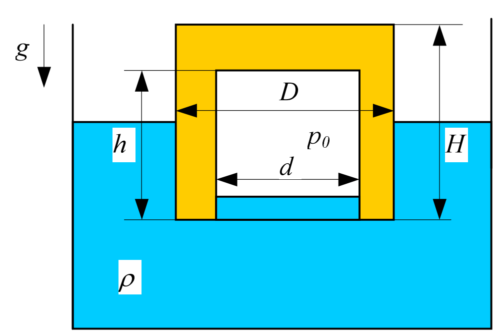
Iz ravnoteže momenata oko točke A (suma momenata jednaka je nuli) moguće je izračunati traženu masu utega

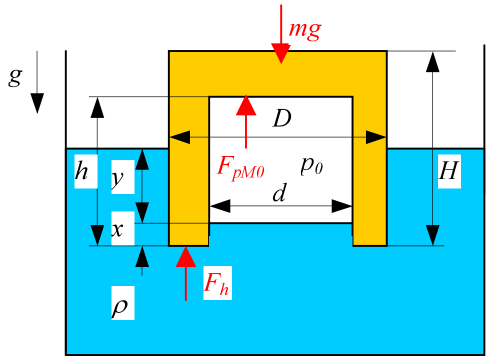
$$m \cdot g \cdot l - F_h \cdot \frac{h}{3} \cdot sin(\alpha) - F_h \cdot cos(\alpha) \cdot \left(a + \frac{h}{3 \cdot tan(\alpha)} \right) + m_u \cdot g \cdot (L \cdot cos(\alpha) + a) = 0$$

$$m_u = \frac{1}{3} \cdot \frac{(-3 \cdot m \cdot g \cdot l \cdot sin(\alpha) + F_h \cdot h + 3 \cdot F_h \cdot a \cdot sin(\alpha) \cdot cos(\alpha))}{g \cdot sin(\alpha) \cdot (L \cdot cos(\alpha) + a)} \qquad \boxed{m_u = 431.991\,\text{kg}}$$

Ispit 15.05.1998. zadatak 2

Odredite tlak p_0 koji će vladati unutar cilindrične posude izrađene od aluminija gustoće ρ_A = 2700 kg/m^3 ako je u trenutku prije uranjanja u vodu gustoće ρ = 998 kg/m^3 posuda bila ispunjena zrakom na atmosferskom tlaku p_a = 1.013 bara. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka unutar posude te zanemarite težinu zraka. Zadano je: H = 0.1m, h = 9 cm, D = 10 cm, d = 8 cm.





Pretlak unutar zvona računamo iz jednadžbe manometra

$$p_{M0} = \rho \cdot g \cdot y$$

Iz uvjeta plivanja suma sila u vertikalnom smjeru jednaka je nuli

$$m \cdot g = \rho \cdot g \cdot y \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \rho \cdot g \cdot (y + x) \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi = \rho_A \cdot g \cdot \left(\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot H - \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \right)$$

$$y + (y + x) \cdot \left(\frac{D^2}{d^2} - 1 \right) = \frac{\rho_A}{\rho} \cdot \left(\frac{D^2}{d^2} \cdot H - h \right)$$

Iz uvjeta izotermne kompresije slijedi relacija

$$p_a \cdot h = \left(p_a + \rho \cdot g \cdot y \right) (h - x)$$

Rješenjem ovih dvaju jednadžbi po nepoznanicama x i y dolazi se do rješenja. Nakon sređivanja sistem jednadžbi poprima oblik.

$$x = h \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{y}{\left(p_a + \rho \cdot g \cdot y \right)} \qquad y = x \cdot \left(\frac{d^2}{D^2} - 1 \right) + \frac{\rho_A}{\rho} \cdot \left(H - h \cdot \frac{d^2}{D^2} \right)$$

Uvođenjem pomoćnih varijabli

$$A = \frac{d^2}{D^2} - 1 \qquad B = \frac{\rho_A}{\rho} \cdot \left(H - h \cdot \frac{d^2}{D^2} \right) \qquad A = -0.36 \qquad B = 0.115\text{m}$$

$$x = h \cdot \frac{y}{\left[\frac{p_a}{(\rho \cdot g)} + y \right]} \qquad x = h \cdot \frac{A \cdot x + B}{\left[\frac{p_a}{(\rho \cdot g)} + A \cdot x + B \right]}$$

$$A \cdot x^2 + \left[\frac{p_a}{(\rho \cdot g)} + B - A \cdot h \right] \cdot x - B \cdot h = 0 \qquad C = \left[\frac{p_a}{(\rho \cdot g)} + B - A \cdot h \right] \qquad A \cdot x^2 + C \cdot x - B \cdot h = 0$$

Rješenjem kvadratne jednadžbe izračunava se rješenje

$$x = \begin{bmatrix} \frac{1}{(2 \cdot A)} \cdot \left[-C + \left(C^2 + 4 \cdot A \cdot B \cdot h \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \\ \frac{1}{(2 \cdot A)} \cdot \left[-C - \left(C^2 + 4 \cdot A \cdot B \cdot h \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \end{bmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 9.835 \times 10^{-4} \\ 29.159 \end{pmatrix} \text{m}$$

pa se usvaja fizikalno rješenje

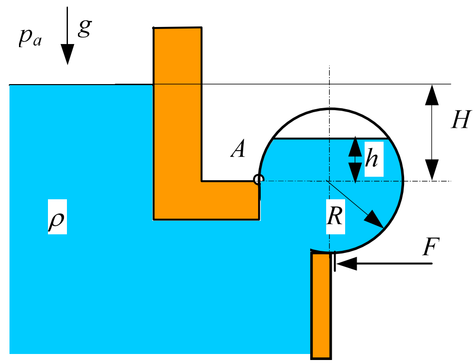
$$x = 9.835\times 10^{-4} m$$

$$y = x\cdot\left(\frac{d^2}{D^2} - 1\right) + \frac{\rho_A}{\rho}\cdot\left(H - h\cdot\frac{d^2}{D^2}\right) \qquad y = 0.114\text{m}$$

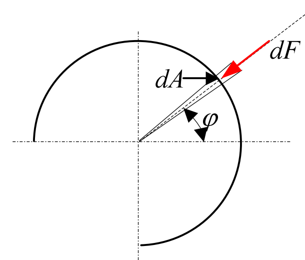
$$p_0 = \rho\cdot g\cdot y + p_a \qquad p_0 = 1.024\times 10^5\ \text{Pa}$$

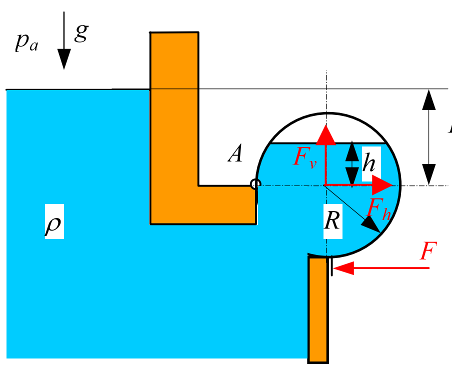
Ispit 24.06.1998. zadatak 2

Odredite silu kojom je potrebno pridržavati valjkasti zatvarač jedinične širine zglobno učvršćen u točci A prema slici. Zadano je: H = 3.6 m, R = 1.2 m, h = 0.4 m, ρ = 999.8 kg/m^3.



Unutar valjka sve diferencijalne sile tlaka dF djeluju u smjeru tlaka, tj. okomito na diferencijalnu površinu dA, pa prolaze kroz centar valjka. Kako niti jedna diferencijalna sila dF ne radi (za bilo koji kutu φ) moment s centrom valjka, niti rezultantna sile ne smije raditi moment s centrom valjka (tj. rezultanta prolazi kroz centar valjka). Prema tome komponente sile hidrostatskog tlaka imaju hvatište u centru valjka.

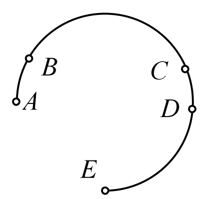




$$F\cdot R = F_h\cdot 0 + F_V\cdot R$$

$$F = F_v$$

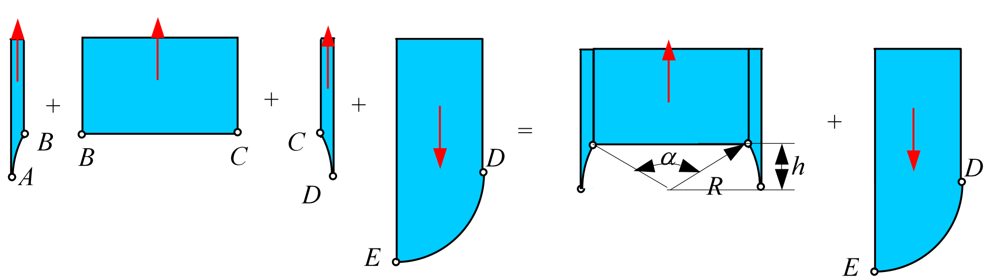
Radi lakšeg računanja vertikalne komponente sile površinu valjka dijelimo u četiri sekcije AB, BC, CD i DE.



Vertikalna komponenta sile na sekciju BC jednaka je umnošku pretlaka i projekcije površine

$$F_{BC} = p_M\cdot A_{zBC} = \rho\cdot g\cdot(H - h)\cdot A_{zBC} = \rho\cdot g\cdot V_{BC}$$

Vertikalna komponenta sile na ostale sekcije jednaka je težini fluida između površine i slobodne površine.

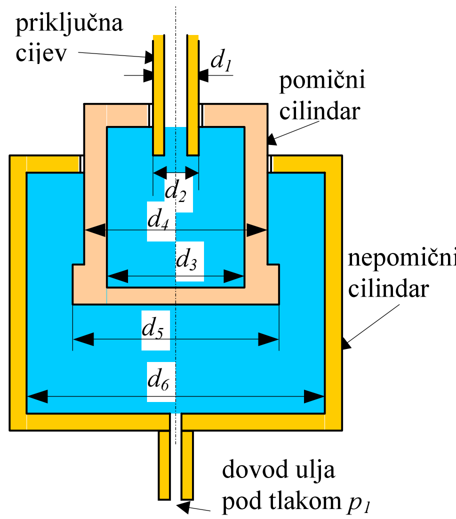


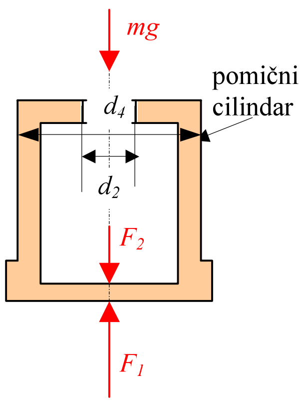
$$\alpha = 2\,acos\left(\frac{h}{R}\right) \qquad \alpha = 141.058\,deg$$

$$F = B\cdot\rho\cdot g\cdot\left[H\cdot 2\cdot R - R^2\cdot\frac{\pi}{2} + \frac{R^2}{2}\cdot(\alpha - sin(\alpha)) - H\cdot R - R^2\cdot\frac{\pi}{4}\right] \qquad \boxed{F = 2.203\times 10^4\ \mathrm{N}}$$

Ispit 08.07.1998. zadatak 2

Odredite tlak u nepokretnoj priključnoj cijevi, ako je masa pokretnog cilindra m_p = 5 kg. Zanemarite utjecaje trenja i brzine gibanja pokretnog cilindra, te pretpostavite savršeno brtvljenje. Zadano je: p_1 = 8 bara, d_1 = 3 mm, d_2 = 6 mm, d_3 = 2 cm, d_4 = 5 cm, d_5 = 6 cm, d_6 = 9 cm.



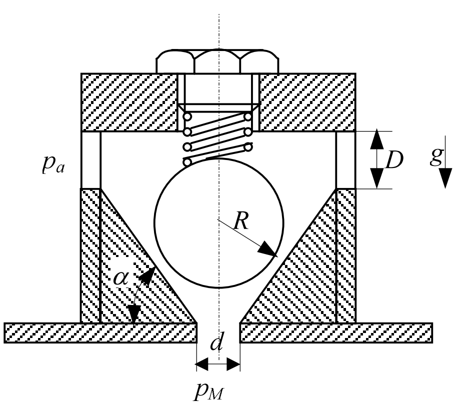


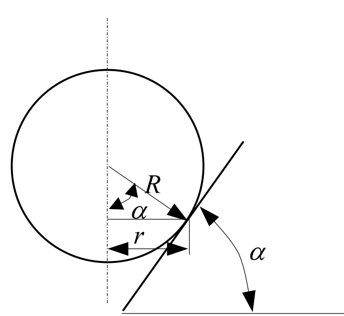
Suma sila na pomični cilindar mora biti jednaka nuli. Sila $p_2(d_3^2-d_2^2)\pi/4$ djeluje na dno pomičnog cilindra ali i na vrh cilindra pa se te dvije sile međusobno poništavaju. Pretpostavlja se da je visina cilindra mala pa je razlika tlaka između vrha i dna cilindra zanemriva.

$$m_p\cdot g + p_2\cdot\frac{d_2{}^2\cdot\pi}{4} - p_1\cdot\frac{d_4{}^2\cdot\pi}{4} = 0 \qquad p_2 = \frac{\left(p_1\cdot d_4{}^2\cdot\pi - 4\cdot m_p\cdot g\right)}{\left(d_2{}^2\cdot\pi\right)} \qquad \boxed{p_2 = 538.214\,bar}$$

Ispit 01.09.1998. zadatak 1

Odredite pretlak p_M potreban za otvaranje sigurnosnog ventila prema slici, ako je sila u opruzi F = 1 N. Masa kuglice m_k = 50 g. Zadano je d = 1 cm, R = 1.5 cm, $\alpha = 50^0$.





Iz ravnoteže sila u vertikalnom smjeru sila pretlaka potrebna za otvaranje sigurnosnog ventila na slici jednaka je zbroju težine kuglice i sile u opruzi.

$$m_k \cdot g + F = p_M \cdot r^2 \cdot \pi$$

Iz geometrijskih odnosa

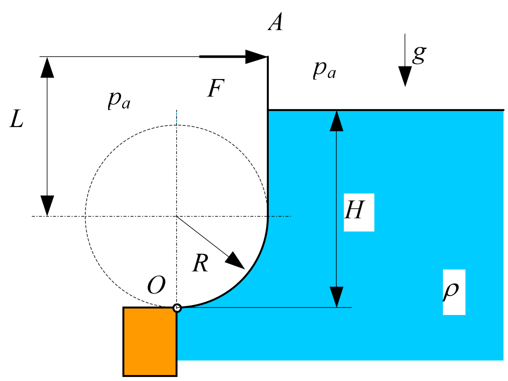
$$r = R \cdot sin(\alpha) \qquad r = 0.011\text{m}$$

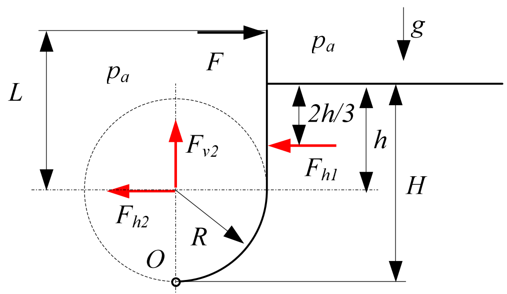
Pretlak u spremniku jednak je

$$p_M = \frac{m_k \cdot g + F}{r^2 \cdot \pi} \qquad \boxed{p_M = 3.593 \times 10^3 \text{ Pa}}$$

Ispit 01.09.1998. zadatak 2

Odredite horizontalnu silu F potrebnu za držanje pregrade OA jedinične širine prema slici. Pregrada je zglobno vezana u točki O. Zadano je: $H = 1.8$ m, $R = 0.7$ m, $L = 1.6$ m, $\rho = 999{,}5$ kg/m^3.





Pregradu OA potrebno je podijeliti u dva segmenta prvi ravna ploča, a drugi četvrt plašta valjka. Sila hidrostatskog tlaka, na četvrt plašta valjka, prolazi kroz središte valjka jer svaka diferencijalna sila na plašt valjka prolazi središtem valjka pa i rezultantna sila prolazi središtem (detaljnije objašnjenje uz zadatak 24.06.1998.).

Horizontalne komponente sile hidrostatskog tlaka računamo prema izrazima

$$F_{h1} = \rho \cdot g \cdot \frac{(H-R)}{2} \cdot (H-R) \cdot B \qquad F_{h2} = \rho \cdot g \cdot \left(H - \frac{R}{2}\right) R \cdot B$$

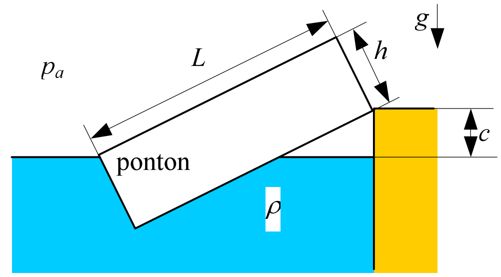
Iz sume momenata oko točke O računamo silu F potrebnu za pridržavanje pregrade

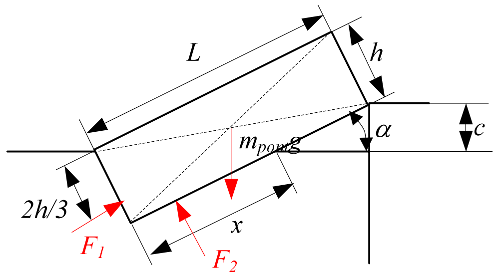
$$F \cdot (L+R) = F_{h1} \cdot \left(\frac{H-R}{3} + R\right) + F_{h2} \cdot R$$

$$F = \frac{\left[F_{h1} \cdot \left(\frac{H-R}{3} + R\right) + F_{h2} \cdot R\right]}{(L+R)} \qquad \boxed{F = 5.778 \times 10^3 \text{ N}}$$

Ispit 15.09.1998. zadatak 2

Odredite maksimalnu masu pontona koji se može podignuti na obalu visine c = 0.5 m, a da ne dođe do prelijevanja vode (gustoće ρ = 999.2 kg/m^3) preko zadnjeg ruba pontona. Zadano je: B = 1 m (širina pontona), L = 4.3 m, h = 0.4 m.





Iz geometrijskih odnosa potrebno je odrediti kut nagiba pontona α te duljinu uranjanja x.

$$c = L \cdot sin(\alpha) - h \cdot cos(\alpha)$$

$$c + h \cdot cos(\alpha) = L \cdot sin(\alpha) = L \cdot \sqrt{1 - cos(\alpha)^2} \qquad (c + h \cdot cos(\alpha))^2 = \left(L \cdot \sqrt{1 - cos(\alpha)^2}\right)^2$$

$$c^2 + 2 \cdot c \cdot h \cdot cos(\alpha) + h^2 \cdot cos(\alpha)^2 = L^2 - L^2 \cdot cos(\alpha)^2$$

$$\left(h^2 + L^2\right) \cdot cos(\alpha)^2 + 2 \cdot c \cdot h \cdot cos(\alpha) + c^2 - L^2 = 0$$

$$\alpha = acos\left[\left[\begin{matrix} \dfrac{1}{\left[2 \cdot \left(h^2 + L^2\right)\right]} \cdot \left[-2 \cdot h \cdot c + 2 \cdot \left(h^2 \cdot L^2 - L^2 \cdot c^2 + L^4\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \\ \dfrac{1}{\left[2 \cdot \left(h^2 + L^2\right)\right]} \cdot \left[-2 \cdot h \cdot c - 2 \cdot \left(h^2 \cdot L^2 - L^2 \cdot c^2 + L^4\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \end{matrix}\right]\right] \qquad \alpha = \begin{pmatrix} 11.963 \\ 178.666 \end{pmatrix} deg$$

$$\alpha = 11.963 deg$$

$$tan(\alpha) = \frac{h}{x} \qquad x = \frac{h}{tan(\alpha)} \qquad x = 1.888 \mathrm{m}$$

Sile hidrostatskog tlaka na uronjeni dio pontona jednake su

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot \frac{h \cdot cos(\alpha)}{2} \cdot h \cdot B \qquad F_2 = \rho \cdot g \cdot \frac{x \cdot sin(\alpha)}{2} \cdot x \cdot B$$

$$F_1 = 766.112 \mathrm{N} \qquad F_2 = 3.616 \times 10^3 \mathrm{N}$$

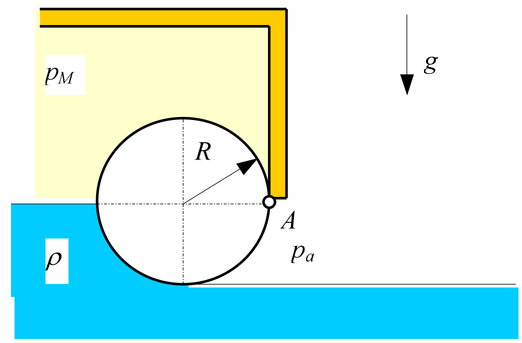
Hvatišta hidrostatskih sila je na dvije trećine dubine (detaljnije objašnjenje uz zadatak 17.04.1998.) pa je suma momenata oko točke dodira pontona s obalom jednaka nuli

$$F_1\cdot\frac{h}{3} + F_2\cdot\left(L - \frac{x}{3}\right) - m_{pont}\cdot g\cdot\left(\frac{L}{2}\cdot cos(\alpha) + \frac{h}{2}\cdot sin(\alpha)\right) = 0$$

$$m_{pont} = \frac{2}{3}\cdot\frac{(F_1\cdot h + 3\cdot F_2\cdot L - F_2\cdot x)}{[g\cdot(L\cdot cos(\alpha) + h\cdot sin(\alpha))]} \qquad \boxed{m_{pont} = 635.887\,\mathrm{kg}}$$

Ispit 20.11.1998. zadatak 2

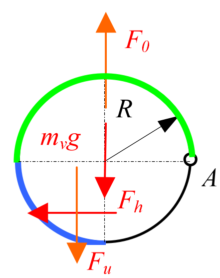
Odredite masu valjka jedinične širine, prema slici, zglobno vezanog u točci A da bi valjak bio u ravnoteži. Zadano je: $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $R = 1.2$ m.



Slobodna nivo površina ($p = p_a$) nalazi se desno od valjka. Kako je nivo fluida lijevo od valjka viši od slobodno nivo površine zaključuje se da u spremniku vlada podtlak te ga računamo iz jednadžbe manometra prema izrazu

$$p_M = -\rho\cdot g\cdot R \qquad p_M = -0.118\,bar$$

Na slici su prikazane sile koje djeluju na valjak na gornju polovicu valjka (zeleno na slici) djeluje sila konstantnog potlaka, na donju četvrtinu valjka (plavo na slici) djeluju vertikalna i horizontalna sila hidrostatskog tlaka te u središtu valjka djeluje sila težine.

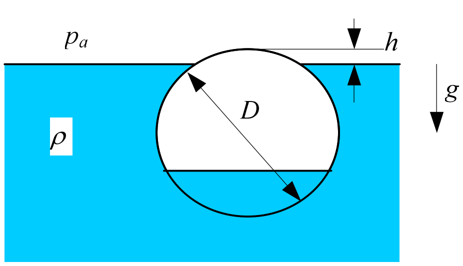


$$F_0 = p_M\cdot 2\cdot R\cdot B \qquad F_h = -\rho\cdot g\cdot\frac{R}{2}\cdot R\cdot B \qquad F_u = -\rho\cdot g\cdot\left(R^2 - \frac{R^2\cdot\pi}{4}\right)\cdot B$$

Unutar plave regije valjka sve diferencijalne sile djeluju u smjeru tlaka (tj. okomito na površinu). Kako niti jedna diferencijalna sila ne radi moment s centom valjka niti rezultantna sila ne smije raditi moment s centrom valjka. Prema tome komponente sile hidrostatskog tlaka pomičemo u centar valjka (detaljnije objašnjenje uz zadatak 24.06.1998.). Suma momenata oko točke A jednaka je

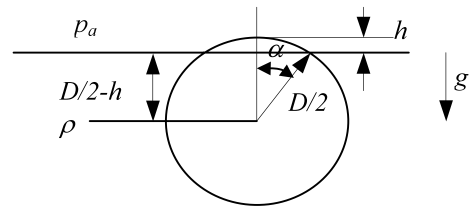
$$m_v\cdot g\cdot R - F_o\cdot R + F_u\cdot R = 0 \qquad m_v = \frac{F_0 - F_u}{g} \qquad \boxed{m_v = 2.571\times 10^3\,\mathrm{kg}}$$

Ispit 18.12.1998. zadatak 2



Odredite masu valjka m_{valjka} (jedinične širine), ako je visina h valjka koja se nalazi iznad površine vode h = 0.18 m. Valjak promjera D = 72 cm, ispunjen je do jedne trećine volumena vodom gustoće $\rho = 998\ \mathrm{kg/m^3}$.

Potrebno je izračunati volumen valjka koji se nalazi iznad vode. Iz geometrijskih odnosa slijede relacije



$$\frac{D}{2} - h = \frac{D}{2}\cdot cos(\alpha) \qquad \alpha = acos\left[\frac{\left(\frac{D}{2} - h\right)}{\frac{D}{2}}\right] \qquad \alpha = 60\,deg$$

Volumen valjka iznad vode i ukupne volumen valjaka računaju se prema izrazima

$$V_k = \frac{D^2}{8}\cdot(2\cdot\alpha - sin(2\cdot\alpha))B \qquad V_k = 0.08\text{m}^3$$

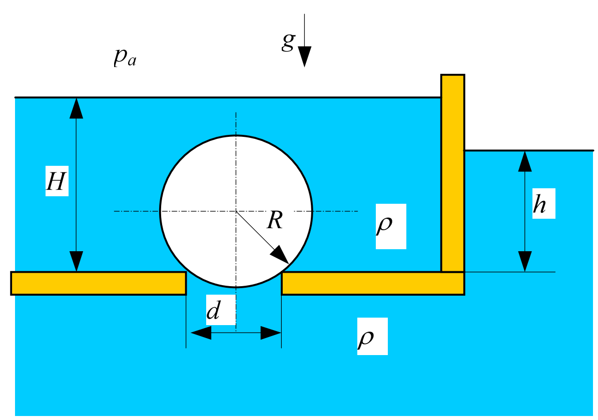
$$V = D^2\cdot\frac{\pi}{4}\cdot B \qquad V = 0.407\text{m}^3$$

Iz uvjeta plivanja valjka suma sila u vertikalnom smjeru mora biti jednaka nuli (sila uzgona i sila težine valjka i vode u njemu su u ravnoteži)

$$m_{valjka}\cdot g + \rho\cdot g\cdot\frac{V}{3} - \rho\cdot g\cdot\left(V - V_k\right) = 0$$

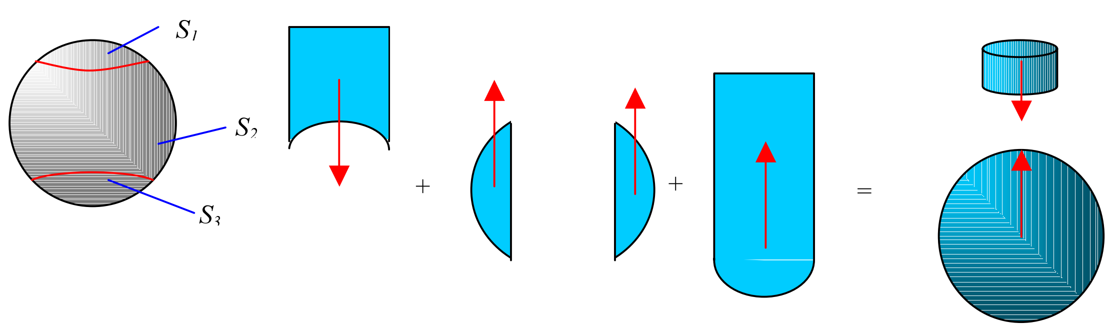
$$m_{valjka} = \frac{1}{3}\cdot\rho\cdot\left(2\cdot V - 3\cdot V_k\right) \qquad \boxed{m_{valjka} = 191.452\text{kg}}$$

Ispit 22.01.1999. zadatak 2



Kugla promjera $R = 0.4$ m i mase $m_{kugle} = 250$ kg zatvara prolaz između dva rezervoara prema slici. Koliki mora biti promjer d otvora da bi kuglica zaplivala kada u drugom rezervoaru visina h dosegne razinu $h = 0.9$ m. Zadano je: $H = 1.2$ m, $\rho = 998.2$ kg/m^3.

Sila hidrostatskog tlaka na kuglu računa se parcijalno za površine S_1 , S_2 i S_3.



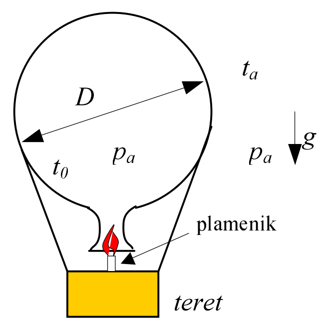
Suma sila u vertikalnom smjeru jednaka je nuli

$$-g \cdot m_{kugle} + \rho \cdot g \cdot \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} - \rho \cdot g \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} (H - h) = 0$$

$$d = \sqrt{\frac{16 \cdot R^3}{3 \cdot (H - h)} - \frac{4 \cdot m_{kugle}}{\rho \cdot \pi \cdot (H - h)}} \qquad \boxed{d = 0.274\text{m}}$$

Ispit 22.01.1999. zadatak 5

Odredite promjer balona D mase m_0 = 210 kg, ispunjenog toplim zrakom (R = 287.04 J/kgK) temperature t_0 = 35 ^{0}C da bi mogao nositi teret mase m_{teret} = 320 kg (gustoća tereta ρ = 750 kg/m^3). Zadano je: p_a = 1.013 bara, t_a = 15 ^{0}C.



Da bi balon lebdio suma sila u vertikalnom smjeru mora biti jednaka nuli.

$$F_{uzgon} - F_{zrak} - F_{teret} = 0$$

Volumen tereta te gustoća zraka računa se iz izraza

$$V_{teret} = \frac{m_{teret}}{\rho} \qquad V_{teret} = 0.427\text{m}^3 \qquad T_0 = (273.15 + 35)K \qquad T_a = (273.15 + 15)K$$

$$\rho_a = \frac{p_a}{R \cdot T_a} \qquad \rho_a = 1.225\text{kg m}^{-3} \qquad \rho_0 = \frac{p_a}{R \cdot T_0} \qquad \rho_0 = 1.145\text{kg m}^{-3}$$

Uvršteno u jednadžbu ravnoteže sila

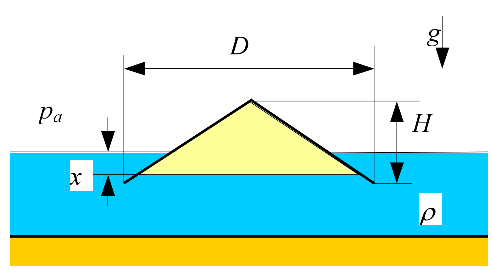
$$\rho_a \cdot g \cdot \left(V_{teret} + V_{balon}\right) - \rho_0 \cdot g \cdot V_{balon} - m_0 \cdot g - m_{teret} \cdot g = 0$$

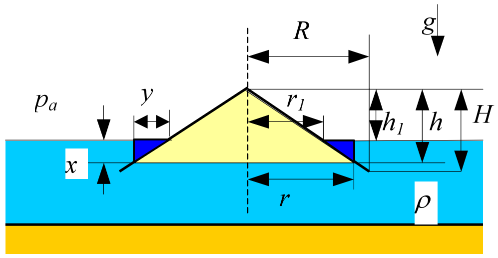
$$V_{balon} = \frac{\left(-\rho_a \cdot V_{teret} + m_0 + m_{teret}\right)}{\left(\rho_a - \rho_0\right)} \qquad V_{balon} = 6.661 \times 10^3\ \text{m}^3$$

$$V_{balon} = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} \qquad R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{balon}}{4 \cdot \pi}} \qquad \boxed{R = 11.672\text{m}}$$

Ispit 03.02.1999. zadatak 2

Odredite masu m poklopca oblika plašta stošca, ako razlika nivoa vode gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 iznosi x = 26 cm. Pretpostavite da je poklopac u trenutku polaganja na razinu vode bio potpuno ispunjen zrakom pri atmosferskom tlaku p_a = 1.013 bara, te da je nakon toga zrak izotermno stlačen. Zadano je: D = 4 m, H = 1 m.





Iz geometrijskih odnosa prema slici slijede relacije

$$\frac{R}{r}=\frac{H}{h} \qquad h=\frac{H\cdot r}{R} \qquad \frac{y}{x}=\frac{R}{H} \qquad y=\frac{R\cdot x}{H} \qquad \frac{R}{r_1}=\frac{H}{h_1} \qquad h_1=\frac{H\cdot r_1}{R}$$

Uvjet izotermne kompresije zraka unutar poklopaca izražen je slijedećom relacijom

$$p_a\cdot V_1=\left(p_a+\rho\cdot g\cdot x\right)\cdot V_2 \qquad p_a\cdot\frac{1}{3}\cdot R^2\cdot\pi\cdot H=\left(p_a+\rho\cdot g\cdot x\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h \qquad p_a\cdot R^3=\left(p_a+\rho\cdot g\cdot x\right)\cdot r^3$$

$$r=R\cdot\sqrt[3]{\frac{p_a}{\left(p_a+\rho\cdot g\cdot x\right)}} \qquad r=1.984\text{m}$$

Iz geometrijskih odnosa slijedi

$$r_1=r-y=r-\frac{R\cdot x}{H} \qquad r_1=1.464\text{m}$$

Volumen V koji se nalazi iznad poklopca (tamno plavo obojen) može se izračunati prema izrazima

$$V=r^2\cdot\pi\cdot x-\frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h+\frac{1}{3}\cdot r_1{}^2\cdot\pi\cdot h_1 \qquad V=0.769\text{m}^3$$

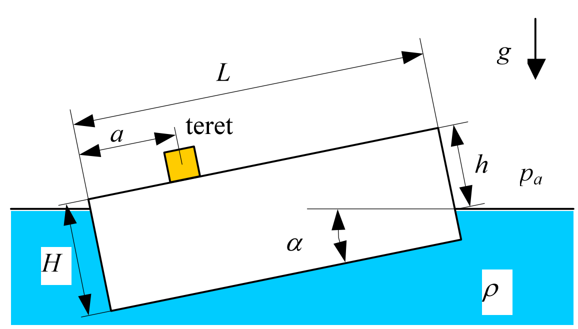
Suma sila u vertikalnom smjeru je jednaka nuli.

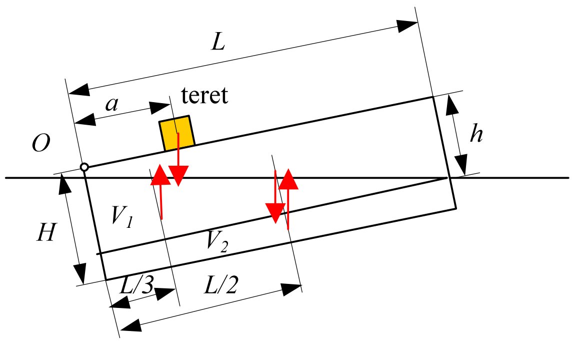
$$m_p\cdot g-\rho\cdot g\cdot x\cdot r^2\cdot\pi+\rho\cdot g\cdot V=0$$

$$m_p=\rho\cdot x\cdot r^2\cdot\pi-\rho\cdot V \qquad \boxed{m_p=2.44\times 10^3\,\text{kg}}$$

Ispit 18.02.1999. zadatak 2

Odredite masu m_t i položaj a tereta, ako se ponton mase m_p = 4 500 kg nagne za kut $\alpha = 14^0$. Zadano je: H = 1.3 m, h = 98 cm, L = 2.4 m, B = 3 m (širina pontona okomito na sliku), ρ = 998.2 kg/m^3.





Volumen pontona koji se nalazi ispod površine vode podijeljen je u volumene V_1 i V_2

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot tan(\alpha) \cdot L \cdot B \qquad V_1 = 2.154\text{m}^3 \qquad V_2 = L \cdot B \cdot (H - h) \qquad V_2 = 2.304\text{m}^3$$

Masu tereta računamo iz uvjeta da je suma sila u vertikalnom smjeru jednaka 0.

$$\sum F_z = 0$$

$$m_t + m_p = g \cdot (V_1 + V_2) \qquad m_t = -m_p + \rho \cdot V_1 + \rho \cdot V_2 \qquad m_t = 1.95 \times 10^3 \text{ kg}$$

Položaj tereta računamo iz uvjeta da je suma momenata oko točke O jednaka 0.

$$\sum M_z = 0$$

$$M_p = m_p \cdot g \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) + \frac{H}{2} sin(\alpha) \right)$$

$$M_1 = \rho \cdot g \cdot V_1 \cdot \left(\frac{L}{3} cos(\alpha) + \frac{2 \cdot h}{3} sin(\alpha) \right)$$

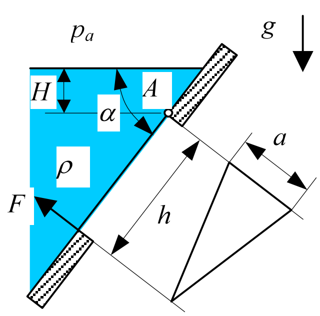
$$M_2 = \rho \cdot g \cdot V_2 \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) + \left(\frac{H + h}{2} \right) \cdot sin(\alpha) \right]$$

$$m_t \cdot a \cdot g \cdot cos(\alpha) + M_p - M_1 - M_2 = 0$$

Teret se nalazi na udaljenosti a od točke O

$$a = \frac{-(M_p - M_1 - M_2)}{[m_t \cdot (g \cdot cos(\alpha))]} \qquad \boxed{a = 1.066\text{m}}$$

Ispit 26.03.1999. zadatak 2



Odredite silu F potrebnu za otvaranje poklopca prema slici zglobno vezanog u A. Poklopac je oblika jednakokračnog trokuta visine h = 0.65 m, i baze a = 0.28 m. Zadano je: H = 0.3 m, $\alpha = 23^0$, $\rho = 998.2$ kg/m^3

Potrebno je odrediti silu F_h na trokutastu ravnu površinu. Iz geometrije je poznato da je težište trokuta na trećini visine, pa je onda sila hidrostatskog tlaka F_h jednaka

$$F_h = \rho \cdot g \cdot \left(H + \frac{h}{3} \cdot sin(\alpha)\right) \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

Sila hidrostatskog tlaka F_h nema hvatište u težištu već ima pomak ispod težišta

$$\Delta h := \frac{\frac{a \cdot h^3}{36}}{\left(\frac{H}{sin(\alpha)} + \frac{h}{3}\right) \cdot \frac{a \cdot h}{2}}$$

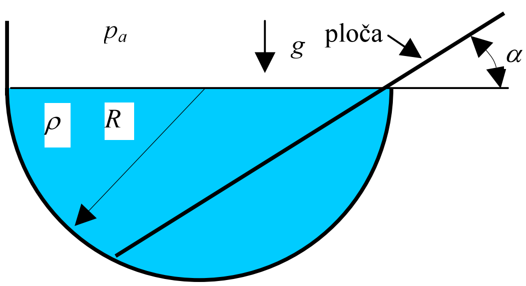
Suma momenta oko toče A jednaka je nuli.

$$F \cdot h - \rho \cdot g \cdot \left(H + \frac{h}{3} \cdot \sin(\alpha)\right) \cdot \frac{a \cdot h}{2} \cdot \left[\frac{h}{3} + \frac{\frac{a \cdot h^3}{36}}{\left(\frac{H}{\sin(\alpha)} + \frac{h}{3}\right) \cdot \frac{a \cdot h}{2}}\right] = 0$$

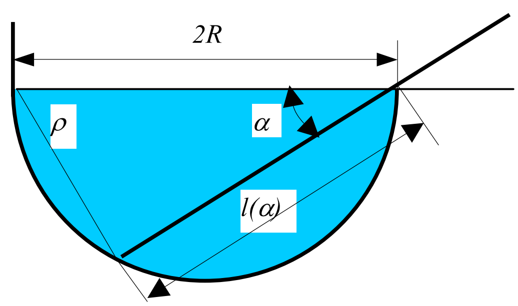
Nakon sređivanja gornjeg izraza sila F potrebna za otvaranje poklopca jednaka je

$$F = \frac{1}{12} \cdot (h \cdot sin(\alpha) + 2 \cdot H) \cdot \rho \cdot g \cdot a \cdot h \qquad \boxed{F = 126.787N}$$

Ispit 30.04.1999. zadatak 2



U horizontalno postavljenom kružnom cilindru jedinične širine ispunjenog vodom (ρ = 998.2 kg/m^3) postavljena je pravokutna ploča jedinične širine. Pri kojem kutu α se hvatište hidrostatske sile na gornju površinu ploče nalazi na najvećoj dubini i pri kojem kutu α_1 sila hidrostatskog tlaka na gornju površinu ploče poprima maksimalnu vrijednost. Zadano je: R = 1.2 m.



Duljina dijela ploče koji je uronjen u vodu ovisi o kutu α, a moguće ga je izračunati iz pravokutnog trokuta

$$l(\alpha) := 2 \cdot R \cdot cos(\alpha)$$

Dubina hvatišta sile hidrostatskog tlaka nalazi se na dvije trećine duljine ploče (detaljnije objašnjenje uz zadatak 17.04.1998.)

$$y(\alpha) = \frac{2}{3} \cdot l \cdot sin(\alpha) \qquad y(\alpha) = \frac{4 \cdot R}{3} \cdot sin(\alpha) \cdot cos(\alpha)$$

Minimalna vrijednost dubine hvatišta računa se iz izraza

$$\frac{d}{d\alpha} y(\alpha) = \frac{4}{3} \cdot R \cdot cos(\alpha)^2 - \frac{4}{3} \cdot R \cdot sin(\alpha)^2 = 0 \qquad \alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \cdot \pi \\ \frac{-1}{4} \cdot \pi \end{pmatrix}$$

Sila hidrostatskog tlaka računa se iz izraza

$$F(\alpha) = \rho \cdot g \cdot l \cdot y \qquad F(\alpha_1) = \rho \cdot g \cdot \frac{4 \cdot R^2}{3} \cdot sin(2 \cdot \alpha_1) \cdot cos(\alpha_1)$$

Maksimalna vrijednost sile hidrostatskog tlaka

$$\frac{d}{d\alpha_1} F(\alpha_1) = \frac{8}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot cos(2 \cdot \alpha_1) \cdot cos(\alpha_1) - \frac{4}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot sin(2 \cdot \alpha_1) \cdot sin(\alpha_1) = 0$$

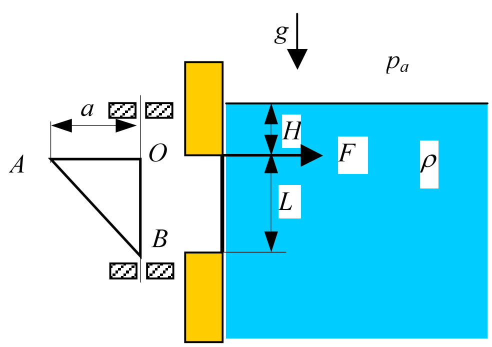
$$0 = \frac{16}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot cos(\alpha_1)^3 - \frac{8}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot cos(\alpha_1) - \frac{8}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot sin(\alpha_1)^2 \cdot cos(\alpha_1)$$

$$0 = 8 \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot cos(\alpha_1)^3 - \frac{16}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot cos(\alpha_1)$$

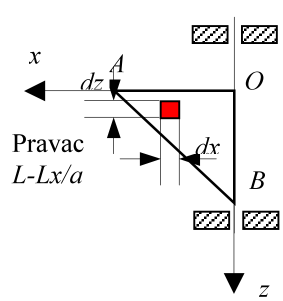
$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \pi \\ -asin\left(\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}\right) \\ asin\left(\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}\right) \end{pmatrix} \qquad \boxed{\alpha_1 = \begin{pmatrix} 90 \\ -35.264 \\ 35.264 \end{pmatrix} deg}$$

Očito je jedino vrijednost $\alpha_1 = 35.264^0$ realno rješenje.

Ispit 21.05.1999. zadatak 2



Trokutasti poklopac AOB uležišten je i okretljiv oko brida OB prema slici. Sila F djeluje s hvatištem u točci A u smjeru okomitom na poklopac. Kolika je veličina sile F potrebna za držanje poklopca u ravnotežnom položaju. Zadano je: ρ = 998 kg/m^3. H = 1m, a = 2 m, L = 3 m.



Moment diferencijalne sile dF na diferencijalnu površinu dx·dz jednak je

$$dM = dF \cdot x = p \cdot dz \cdot dx \cdot x = \rho \cdot g \cdot (H + z) \cdot dx \cdot dz \cdot x$$

Moment sile F oko osi OB jednak je momentu sile hidrostatskog tlaka koji se izračunava integriranjem tlaka po površini

$$M = F \cdot a = \int \int \rho \cdot g \cdot (H + z) \cdot x \, dx \, dz$$

$$F = \frac{1}{a} \cdot \int_0^a \int_0^{L - \frac{L \cdot x}{a}} \rho \cdot g \cdot (H + z) \cdot x \, dz \, dx \qquad F = \frac{1}{a} \cdot \int_0^a \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot L \cdot (a - x) \cdot \frac{(2 \cdot H \cdot a + L \cdot a - L \cdot x)}{a^2} \, dx$$

$$F = \frac{1}{24} \cdot a \cdot \rho \cdot g \cdot L \cdot (L + 4 \cdot H) \qquad F = 1.713 \times 10^4 \, N$$

Zadatak je moguće riješiti i na drugačiji način. Moment sile F oko osi OB mora biti jednak momentu sile hidrostatskog tlaka F_h koja djeluje u hvatištu sile hidrostatskog tlaka. Sila hidrostatskog tlaka se računa iz izraza.

$$F_h = \rho \cdot g \cdot \left(H + \frac{L}{3} \right) \cdot \frac{L \cdot a}{2} \qquad F_h = 5.873 \times 10^4\, N$$

Polarni moment inercije trokutaste površine OAB oko točke O računa se iz izraza

$$I_{xz} = \int_0^a \int_0^{L - \frac{L \cdot x}{a}} x \cdot z \, dz \, dx \qquad I_{xz} = \frac{1}{24} \cdot L^2 \cdot a^2$$

Primjeno Steinerovog pravila računa se polarni moment oko težišta trokutaste površine OAB

$$I_{mn} = I_{xz} - \frac{a}{3} \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{L \cdot a}{2} \qquad I_{mn} = \frac{1}{24} \cdot L^2 \cdot a^2 - \frac{1}{18} \cdot L^2 \cdot a^2 \qquad I_{mn} = \frac{-1}{72} \cdot L^2 \cdot a^2 \qquad I_{mn} = -0.5\mathrm{m}^4$$

Hvatište sile hidrostatskog tlaka računa se iz izraza

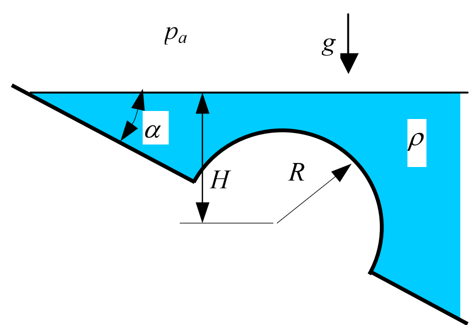
$$h_1 = \frac{I_{mn}}{\left(H + \frac{L}{3} \right) \cdot \frac{L \cdot a}{2}} \qquad h_1 = -0.083\mathrm{m}$$

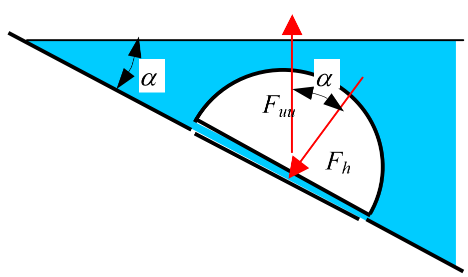
Moment sile F oko osi OB mora biti jednak momentu sile hidrostatskog tlaka

$$F_2 \cdot a = F_h \cdot \left(\frac{a}{3} + h_1 \right) \qquad F_2 = \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot F_h \cdot a + F_h \cdot h_1 \right)}{a} \qquad \boxed{F_2 = 1.713 \times 10^4\, N}$$

Ispit 16.06.1999. zadatak 2

Odredite silu (veličinu, smjer i hvatište) na polukuglasti zatvarač prema slici. Zadano je: $R = 1.3$m. $H = 2.7$ m, $\rho = 998.2$ kg/m^3, $\alpha = 47^0$.





Sila na polukuglasti zatvarač može se zamijeniti sa dvije sile, silom hidrostatskog tlaka F_h na ravnu površinu i uzgonskom silom na polovinu kugle F_u (prema slici)

Sila hidrostatskog tlaka F_h na ravnu površinu iznosi

$$F_h := \rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi$$

Uzgonska sila na polovinu kugle F_u

$$F_u := \frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot g \cdot \rho$$

Horizontalna komponenta rezultantne sile iznosi

$$F_x = -\rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi \cdot sin(\alpha) \qquad F_x = -1.026 \times 10^5\,N$$

Vertikalna komponenta rezultantne sile iznosi

$$F_z = -\rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \cdot \pi \cdot cos(\alpha) + \frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot g \cdot \rho \qquad F_z = -5.066 \times 10^4\,N$$

Rezultantna sila i kut djelovanja računaju se prema izrazima

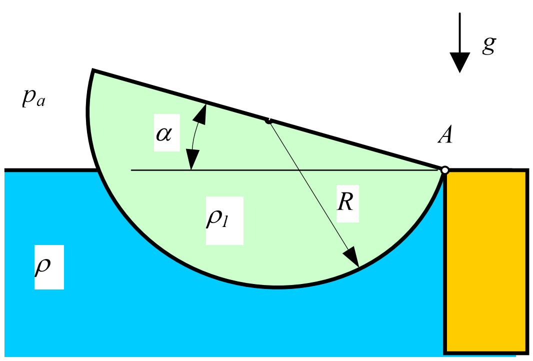
$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_z^{\,2}} \qquad \boxed{F = 1.145 \times 10^5\,N}$$

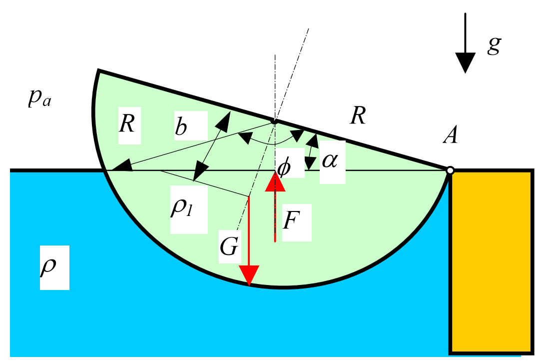
$$\beta = atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right) \qquad \boxed{\beta = 26.272deg}$$

Rezultantna sila prolazi kroz središte kugle. (Niti jedna diferencijalna sila na površini poklopca ne čini moment u odnosu na središte kugle, pa tako niti rezultantna sila ne smije činiti moment s središtem. Detaljnije objašnjenje uz zadatak 24.06.1998.).

Ispit 30.06.1999. zadatak 2

Odredite gustoću materijala ρ_l od kojega je napravljena polucilindrična greda jedinične dužine ako je greda nagnuta u odnosu na površinu vode gustoće $\rho = 998.2$ kg/m^3 za kut $\alpha = 18^0$ te zglobno vezana u točci A.





Na polucilindričnu gredu djeluju sila uzgona i sila težine.

$$F \cdot R \cdot cos(\alpha) = G \cdot (R \cdot cos(\alpha) + b \cdot sin(\alpha))$$

Sila težine jednaka je težini polucilindra i djeluje u težištu polukruga $b = 4R/3\pi$, a sila uzgona jednaka je težini istisnutog fluida (kružnog odsječka) a djeluje u težištu istisnutog volumena.

$$\rho \cdot g \cdot \frac{R^2}{2} \cdot (\phi - sin(\phi)) \cdot R \cdot cos(\alpha) = \rho_l \cdot g \cdot \frac{R^2 \pi}{2} \cdot \left(\frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi} \cdot sin(\alpha) + R \cdot cos(\alpha)\right)$$

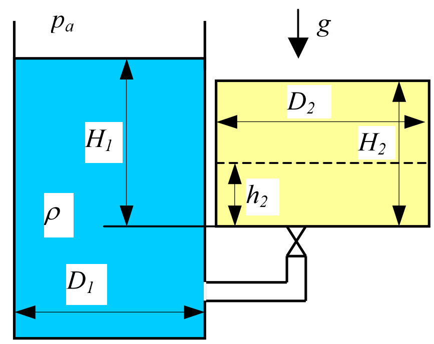
Sređivanjem izraza izračunava se gustoća grede

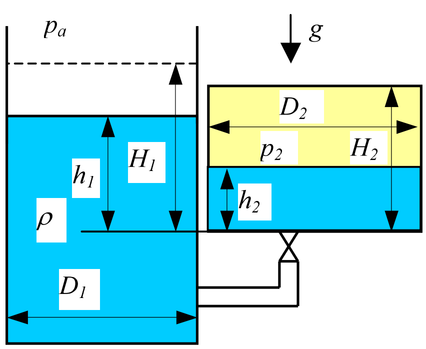
$$\rho_1 = \frac{-\left(\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot g\cdot R^3\cdot cos(\alpha)\cdot\phi - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot g\cdot R^3\cdot cos(\alpha)\cdot sin(\phi)\right)}{\left(\frac{-2}{3}\cdot g\cdot R^3\cdot sin(\alpha) - \frac{1}{2}\cdot g\cdot R^3\cdot\pi\cdot cos(\alpha)\right)} \qquad \rho_1 = 3\cdot\rho\cdot cos(\alpha)\cdot\frac{(\phi - sin(\phi))}{(4\cdot sin(\alpha) + 3\cdot\pi\cdot cos(\alpha))}$$

$$\boxed{\rho_1 = 537.656\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}$$

Ispit 01.09.1999. zadatak 2

Dva cilindrična spremnika, prema slici, povezana su cjevovodom s ugrađenim ventilom. U situaciji prema slici ventil je zatvoren a desni je spremnik potpuno ispunjen zrakom pod apsolutnim tlakom p_0 = 0.54 bar. Odredite visinu h$_2$ do koje će se desni spremnik ispuniti vodom ako se ventil otvori. Pretpostavite izotermno stlačivanje zraka u desnom spremniku. Zadano je. p_a = 1010 mbar, D_1 = 1.2 m, D_2 = 1.6 m, H_1 = 2.7 m, H_2 = 1.4 m, ρ = 998.2 kg/m^3.





Jednadžba manometra za slučaj kada je ventil otvoren te se desni spremnik ispunio vodom

$$p_a + \rho\cdot g\cdot h_1 = p_2 + \rho\cdot g\cdot h_2$$

Jednadžba kontinuiteta (količina vode koja je istekla iz lijevog spremnika jednaka je količini vode koja je utekla u desni spremnik)

$$\frac{D_1^2\cdot\pi}{4}\cdot(H_1 - h_1) = \frac{D_2^2\cdot\pi}{4}\cdot h_2$$

Jednadžba izotermne kompresije unutar desnog spremnika h_2

$$p_0\cdot H_2 = p_2\cdot(H_2 - h_2)$$

Rješenjem ovog sustava izračunava se visina h_2 fluida unutar desnog spremnika

$$p_2 = p_0 \cdot \frac{H_2}{(H_2 - h_2)} \qquad h_1 = H_1 - h_2 \cdot \frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}}$$

$$\frac{p_a}{\rho \cdot g} + H_1 - h_2 \cdot \frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} = \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \left[p_0 \cdot \frac{H_2}{(H_2 - h_2)} \right] + h_2$$

$$\frac{p_a}{\rho \cdot g} + H_1 - \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \left[p_0 \cdot \frac{H_2}{(H_2 - h_2)} \right] = h_2 \cdot \left(\frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} + 1 \right)$$

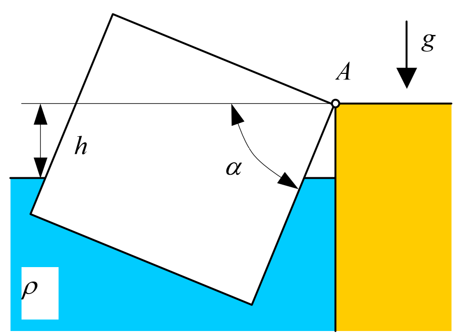
$$h_2^{\,2} \cdot \left(\frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} + 1 \right) - \left[\frac{p_a}{\rho \cdot g} + H_1 + H_2 \cdot \left(\frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} + 1 \right) \right] \cdot h_2 + \left(\frac{p_a - p_0}{\rho \cdot g} + H_1 \right) \cdot H_2 = 0$$

$$a = \frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} + 1 \qquad b = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + H_1 + H_2 \cdot \left(\frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} + 1 \right) \qquad c = \left(\frac{p_a - p_0}{\rho \cdot g} + H_1 \right) \cdot H_2$$

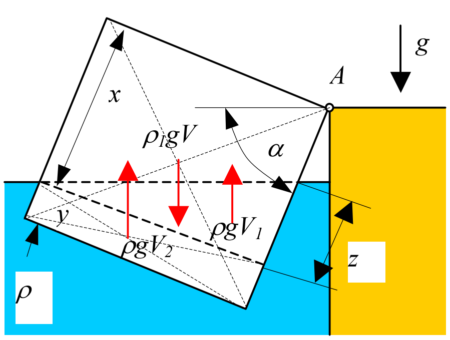
$$a \cdot h_2^{\,2} - b \cdot h_2 + c = 0 \qquad h_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} \right) \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} \right) \end{bmatrix} \qquad \boxed{h_2 = \begin{pmatrix} 5.384 \\ 0.702 \end{pmatrix} \text{m}}$$

Fizikalno realno rješenje je h_2 = 0.702 m.

Ispit 14.09.1999. zadatak 2



Kocka stranice a = 0.73 m i gustoće ρ_l = 690 kg/m^3 , djelomično je uronjena u vodu gustoće ρ = 998.2 kg/m^3.prema slici. Odredite reakciju u točci A (silu i moment). Zadano je: $\alpha = 53^0$, h = 7 cm.



Dužine x, y i z se određuju iz geometrije kocke

$$x = \frac{a}{tan(\alpha)} + \frac{h}{sin(\alpha)} \qquad y = a - x \qquad z = a - y - \frac{h}{sin(\alpha)}$$

Volumeni V, V_1 i V_2 računaju se prema izrazima

$$V = a^3 \qquad V_1 = a^2\cdot\frac{z}{2} \qquad V_2 = a^2\cdot y$$

Udaljenosti težišta tih volumena od točke A

$$x_0 = \frac{a}{2}\cdot(sin(\alpha) + cos(\alpha))$$

$$x_1 = \left(x - \frac{1}{3}\cdot z\right)\cdot cos(\alpha) + \frac{a}{3}\cdot sin(\alpha)$$

$$x_2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)\cdot cos(\alpha) + \frac{a}{2}\cdot sin(\alpha)$$

Iz sume sila i sume momenata izračunava se reakcija u A

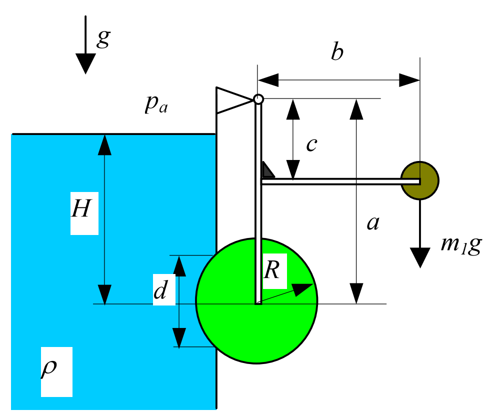
$$F_z = \rho_1\cdot g\cdot V_1 - \rho\cdot g\cdot(V_1 + V_2)$$

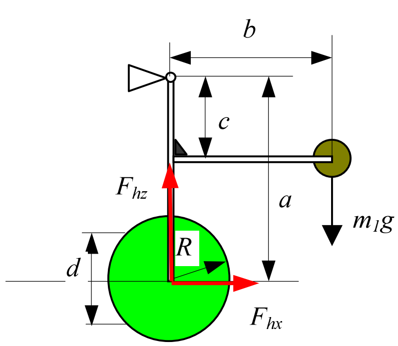
$$M = \rho\cdot g\cdot V_1\cdot x_1 + \rho\cdot g\cdot V_2\cdot x_2 - \rho_1\cdot g\cdot V\cdot x_0$$

$$\boxed{F_z = -924.262N} \qquad \boxed{M = -336.01N\cdot m}$$

Ispit 26.11.1999. zadatak 2

Odredite visinu H kod koje će se otvoriti kuglasti zatvarač zglobno učvršćen u točci A. Zanemarite mase poluga. Zadano je: R = 0.23 m, d = 33 cm, a = 1.8 m, b = 1.3 m, c = 0.7 m, m_1 = 67 kg, ρ = 998.2 kg/m^3.





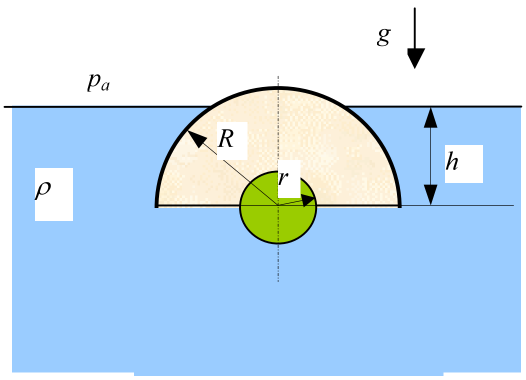
Rezultantna sila na kuglasti zatvarač prema slici može se rastaviti na dvije komponente (horizontalnu i vertikalnu). Rezultantna sila prolazi kroz težište kugle (detaljnije objašnjenje uz zadatak 24.06.1998.). Iz slike je vidljivo da vertikalna komponenta sile ne čini nikakav moment sa zglobom već samo horizontalna. Ako postavimo jednadžbe za horizontalnu komponentu sile hidrostatskog tlaka i sumu momenata oko zgloba

$$F_{hx} = \rho\cdot g\cdot H\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad F_{hx}\cdot a - m_1\cdot g\cdot b = 0$$

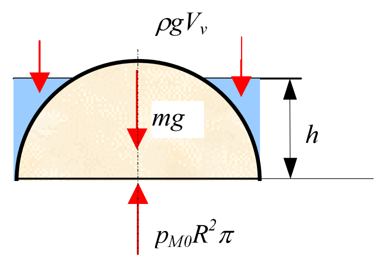
Rješavanjem ovog sustava jednadžbi moguće je izračunati visinu vode H

$$H = 4 \cdot \frac{m_1 \cdot g \cdot \frac{b}{a}}{\left(\rho \cdot g \cdot d^2 \cdot \pi\right)} \qquad \boxed{H = 0.567\text{m}}$$

Ispit 17.12.1999. zadatak 2



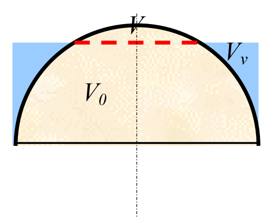
Odredite masu m_p polukuglaste posude koja je uronjena do dubine h = 0.38 m Unutar polukuglaste posude pliva kugla promjera r = 0.23 m prema slici. Zanemarite debljinu stjenke polukuglaste posude. Zadano je: R = 41 cm, ρ = 998 kg/m^3.



Uvjet zadatka da unutar polukuglaste posude pliva kugla potpuno je nevažan jer kugla nije u doticaju s posudom. Suma sila koje djeluju na polukuglastu posudu mora biti u ravnoteži

$$p_{M0} \cdot R^2 \cdot \pi - m_p \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_v = 0$$

Koristeći jednadžbu manometra pretlak p_{M0} u fluidu je



$$p_{M0} = \rho \cdot g \cdot h$$

Jednadžba ravnoteže prelazi u oblik

$$\rho \cdot g \cdot h \cdot R^2 \cdot \pi - m_p \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_v = 0$$

Odnosno

$$m_p = \rho \cdot g \cdot h \cdot R^2 \cdot \pi - \rho \cdot g \cdot V_v = \rho \cdot g \cdot V_0$$

Iz geometrijskih izraza volumen V_0 jednak je

$$V_0 = \frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot \pi - V \qquad V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot H^2 \cdot (3 \cdot R - H) \qquad H = R - h$$

$$V_0 = \frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot H^2 \cdot (3 \cdot R - H)$$

Masa poklopca jednaka je

$$m_p = \rho \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot H^2 \cdot (3 \cdot R - H)\right] = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(2 \cdot R^3 - 3 \cdot H^2 \cdot R + H^3\right)$$

Uvrštavanjem $H = R - h$ te sređivanjem izraza

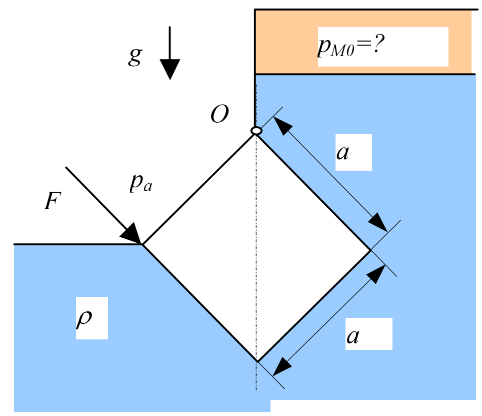
$$m_p = \frac{1}{3}\cdot\rho\cdot\pi\cdot\left[2\cdot R^3 - 3\cdot(R-h)^2\cdot R + (R-h)^3\right] = \frac{1}{3}\cdot\rho\cdot\pi\cdot h\cdot\left(3\cdot R^2 - h^2\right)$$

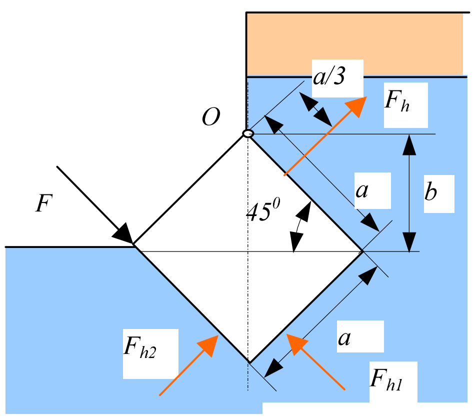
Uvrštavanjem numeričkih vrijednosti dobiva se tražena masa poklopca

$$\boxed{m_p = 142.93\text{kg}}$$

Ispit 28.01.2000. zadatak 2

Odredite silu F potrebnu da bi se kvadratna greda jedinične duljine zglobno učvršćena u točki O držala u ravnoteži. Zadano je: a = 0.4 m, ρ = 998 kg/m^3.





$$b = a\cdot sin(45deg)$$

$$b = 0.283\text{m}$$

Zadatak je moguće riješiti kao problem tri sile hidrostatskog tlaka na tri ravne površine. Očito je da su hidrostatske sile F_{h1} i F_{h2} jednake po iznosu te imaju isti krak s obzirom na zglob O samo različitu orijentaciju pa se momenti te dvije sile poništavaju. Sila hidrostatskog tlaka F_h računa se iz izraza

$$F_h = \rho\cdot g\cdot\frac{b}{2}\cdot a\cdot B \qquad F_h = 553.638N$$

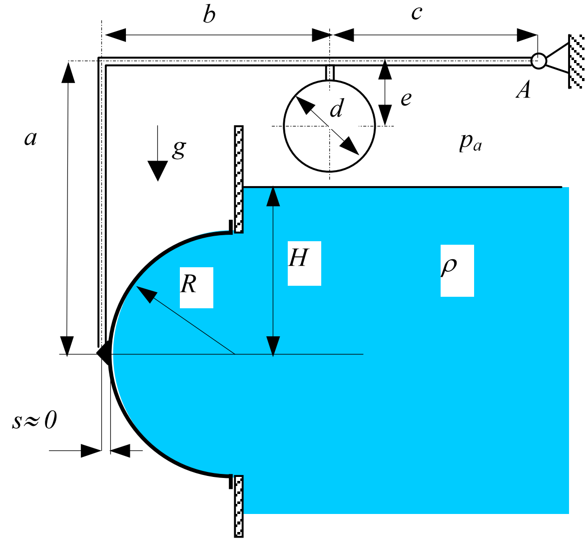
Pošto je greda u ravnoteži potrebno je da je suma momenata oko zgloba O jednaka nuli

$$F\cdot a + F_h\cdot\frac{a}{3} = 0 \qquad F = -F_h\cdot\frac{1}{3} \qquad \boxed{F = -184.546N}$$

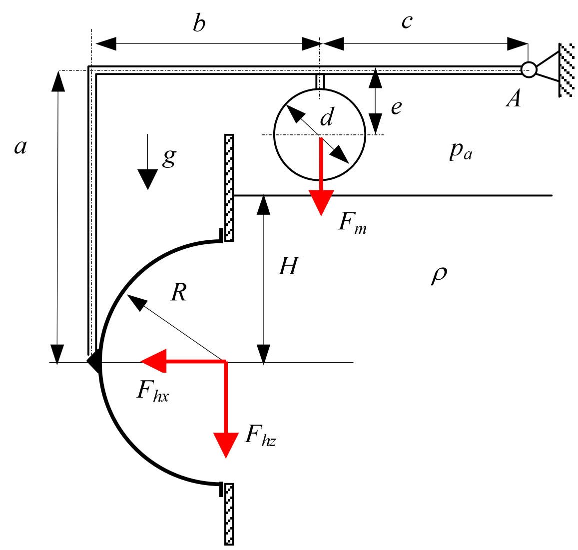
Očito je da je orijentacija sile F suprotnog smjera nego je zadana u tekstu zadatka (na slici).

Ispit 16.02.2000. zadatak 2

Odredite visinu H stupca vode kod kojeg će doći do otvaranja polukuglastog poklopca polumjera R = 28 cm. Pretpostavite da su sve poluge zanemarive težine, a da je uteg promjera d = 48 cm izrađen od materijala gustoće ρ_{utega} = 780 kg/m^3. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m^3, a = 1.5 m, b = 0.9 m, c = 2.4 m, e = 0.3 m.



Sile fluida na poklopac te sila težine utega računaju se iz izraza



$$F_{hx} = \rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \pi$$

$$F_{hz} = \rho \cdot g \cdot \frac{2 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} \qquad F_{hz} = 450.061N$$

$$F_m = \rho_{utega} \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d^3 \cdot \pi}{8} \qquad F_m = 442.933N$$

Moment svih sila oko točke A jednak je nuli

$$F_{hx} \cdot a - F_{hz} \cdot (b + c - R) - F_m \cdot c = 0$$

$$F_{hx} = \frac{\left(F_{hz} \cdot b + F_{hz} \cdot c - F_{hz} \cdot R + F_m \cdot c\right)}{a}$$

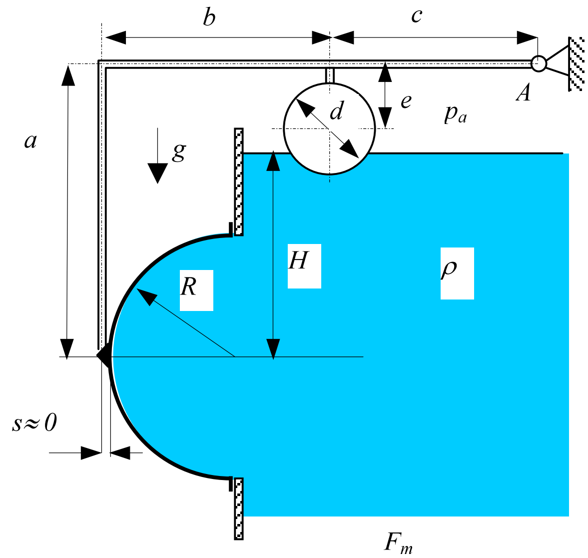
Uvrštenjem izraza za horizontalnu silu moguće je izračunati visinu stupca vode

$$\rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \pi = \frac{\left(F_{hz} \cdot b + F_{hz} \cdot c - F_{hz} \cdot R + F_m \cdot c\right)}{a}$$

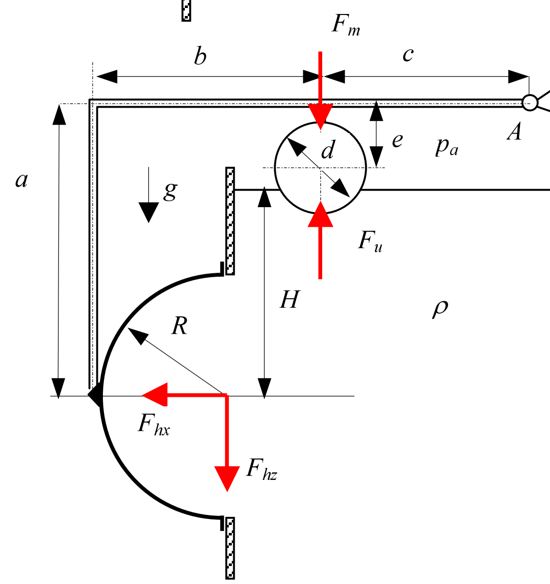
$$H = \frac{\left(F_{hz} \cdot b + F_{hz} \cdot c - F_{hz} \cdot R + F_m \cdot c\right)}{\left(a \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot \pi\right)} \qquad \boxed{H = 0.67\text{m}}$$

Ispit 01.03.2000. zadatak 2

Odredite udaljenost c utega promjera d = 48 cm izrađenog od materijala gustoće ρ_{utega} = 7800 kg/m^3, od zgloba A kod kojeg će doći do otvaranja polukuglastog poklopca polumjera R = 21 cm, prema slici. Pretpostavite da visina H stupca vode H = 110 cm te da su sve poluge zanemarive težine. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m^3, a = 1.5 m, b = 0.9 m, c = 2.4 m, e = 0.3 m.



Sile fluida na poklopac, uzgonska sila utega te sila težine utega računaju se iz izraza



$$F_{hx} = \rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \pi \qquad F_m = \rho_{utega} \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d^3 \cdot \pi}{8}$$

$$F_{hz} = \rho \cdot g \cdot \frac{2 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} \qquad F_u = \rho \cdot g \cdot \frac{\pi}{3} \cdot h^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot d}{2} - h \right)$$

Moment svih sila oko točke A jednak je nuli

$$F_{hx} \cdot a - F_{hz} \cdot (b + c - R) - (F_m - F_u) \cdot c = 0$$

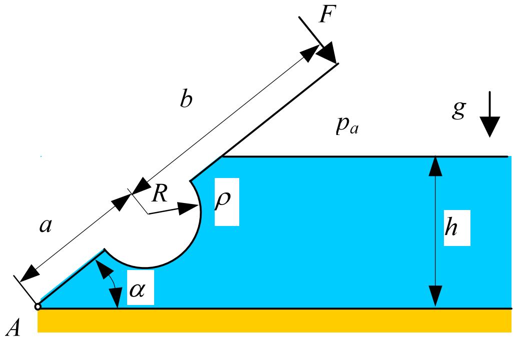
$$\rho \cdot g \cdot H \cdot R^2 \pi \cdot a - \rho \cdot g \cdot \frac{2 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} \cdot (b + c - R) - \left[\rho_{utega} \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d^3 \cdot \pi}{8} - \rho \cdot g \cdot \frac{\pi}{3} \cdot h^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot d}{2} - h \right) \right] \cdot c = 0$$

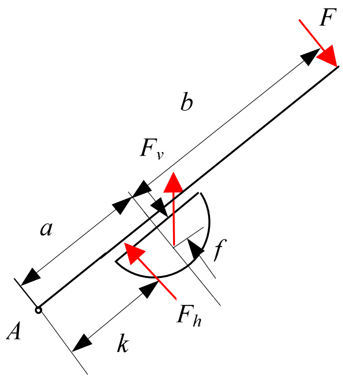
Iz momentne jednadžbe lako se izračunava udaljenost c

$$c = -2 \cdot \rho \cdot R^2 \cdot \frac{\left(-3 \cdot H \cdot a + 2 \cdot R \cdot b - 2 \cdot R^2\right)}{\left(4 \cdot \rho \cdot R^3 + \rho_{utega} \cdot d^3 - 3 \cdot \rho \cdot h^2 \cdot d + 2 \cdot \rho \cdot h^3\right)} \qquad \boxed{c = 0.468\text{m}}$$

Ispit 24.03.2000. zadatak 2

Odredite silu F potrebnu za pridržavanje poklopca jedinične širine, prema slici, zglobno učvršćenim u točci A. Zadano je: a = 1.2 m, b = 2.6 m, R = 0.67 m, ρ = 998.2 kg/m^3, $\alpha = 78^0$, h = 2.8 m.





Sila na poklopac može se rastaviti u dvije sile sila na ravni poklopac F_h te uzgonska sila F_v

$$F_h = \rho\cdot g\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{h}{sin(\alpha)}\cdot B \qquad F_v = \rho\cdot g\cdot\frac{R^2\cdot\pi}{2}\cdot B$$

Hvatišta sila nalaze se na

$$k = \frac{1}{3}\cdot\frac{h}{sin(\alpha)} \qquad f = \frac{4\cdot R}{3\cdot\pi}$$

Rješavanjem sume momenata oko toče A dobiva se rješenje

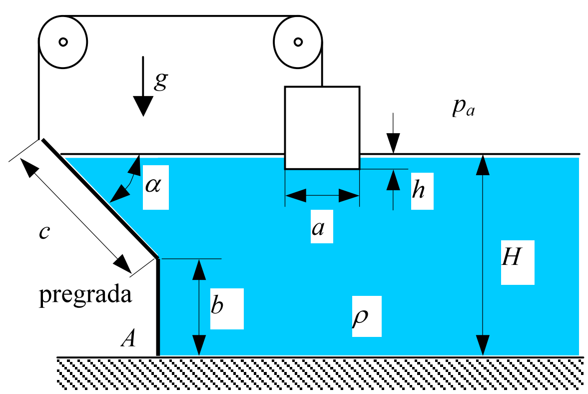
$$F_h\cdot k + F_v\cdot f\cdot sin(\alpha) + F_v\cdot a\cdot cos(\alpha) - F\cdot(a+b) = 0$$

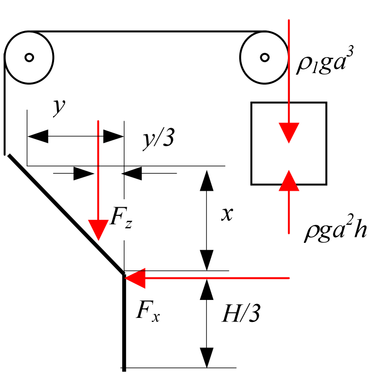
$$F = \frac{\left(F_h\cdot k + F_v\cdot f\cdot sin(\alpha) + F_v\cdot a\cdot cos(\alpha)\right)}{(a+b)}$$

$$\boxed{F = 1.081\times 10^4\, N}$$

Ispit 28.04.2000. zadatak 2

Odredite gustoću ρ_l kockastog utega da bi poklopac jedinične širine, prema slici, zglobno učvršćen u točci A bio u ravnoteži. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m^3, a = 49 cm, b = 65 cm, c = 52 cm, H = 87 cm, h = 11 cm, $\alpha = 41^0$.





Voda koja se nalazi između pregrade i slobodne nivo površine zauzima oblik trokuta visine x i baze y

$$x = H - b \qquad y = \frac{x}{tan(\alpha)}$$

Horizontalna i vertikalna komponenta sile računaju se prema izrazu

$$F_x = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot B \qquad F_z = \rho \cdot g \cdot \frac{x \cdot y}{2} \cdot B$$

$$F_x = 3.705 \times 10^3 N \qquad F_z = 272.515N$$

Suma momenata oko točke A jednaka je nuli

$$F_x \cdot \frac{H}{3} + F_z \cdot \frac{y}{3} - \left(\rho_1 \cdot g \cdot a^3 - \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot h\right) c \cdot cos(\alpha) = 0$$

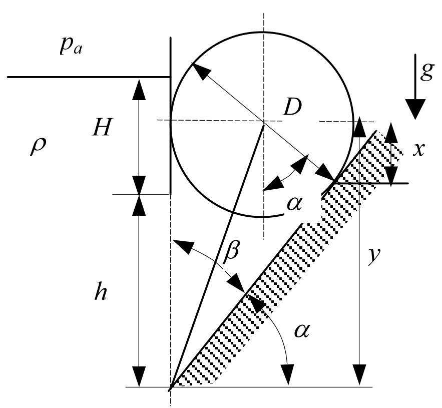
Gustoća utega računa se iz izraza

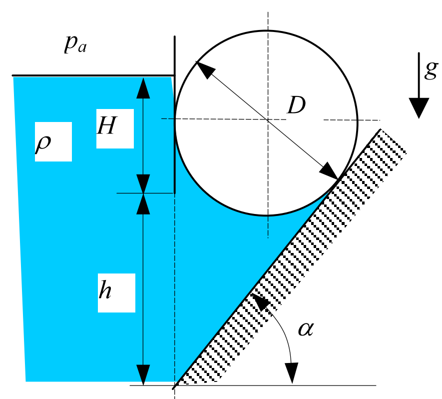
$$\rho_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(F_x \cdot H + F_z \cdot y + 3 \cdot c \cdot cos(\alpha) \cdot \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot h\right)}{\left[c \cdot \left[cos(\alpha) \cdot \left(g \cdot a^3\right)\right]\right]}$$

$$\boxed{\rho_1 = 2.648 \times 10^3 \, \mathrm{kg\,m^{-3}}}$$

Ispit 19.05.2000. zadatak 2

Odredite masu valjka jedinične duljine da bi otvor spremnika prema slici ostao zatvoren. Zadano je: $D = 1.8$ m, $H = 1.3$m, $h = 1.5$ m, $\alpha = 47^0$, $\rho = 998$ kg/m^3.

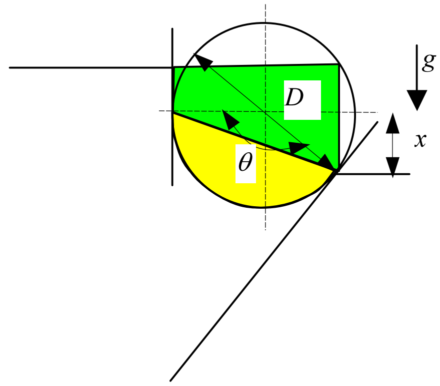




Najprije definiramo neke jednostavne geometrijske veličine

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \qquad R = \frac{D}{2} \qquad \theta = \pi - \beta \qquad y = \frac{R}{tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} \qquad y = 2.285\mathrm{m} \qquad x = R \cdot cos(\alpha) \qquad x = 0.614\mathrm{m}$$

Horizontalnu komponentu sile računamo iz izraza



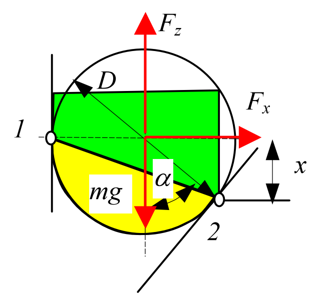
$$F_x = \rho \cdot g \cdot \left(H + h - y + \frac{x}{2} \right) \cdot x \cdot B \qquad F_x = 4.939 \times 10^3 \, N$$

Površinu valjkastog segmenta (žuta površina) računa se prema izrazu

$$A_{segmenta} = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot (\theta - sin(\theta)) \qquad A_{segmenta} = 0.692\text{m}^2$$

Površina trapeza (zelena površina) računa se prema izrazu

$$A_{trapeza} = (R + R \cdot sin(\alpha)) \cdot \left(H + h - y + \frac{x}{2} \right) \qquad A_{trapeza} = 1.281\text{m}^2$$



Vertikalna komponenta sile jednaka je

$$F_z = \rho \cdot g \cdot (A_{segmenta} + A_{trapeza}) \cdot B \qquad F_z = 1.931 \times 10^4 \, N$$

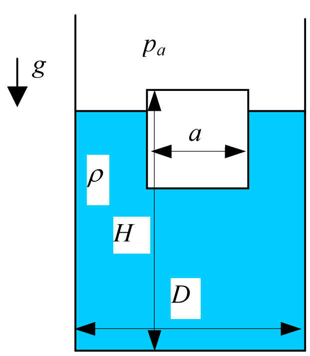
Hvatište horizontalne i vertikalne komponente sile nalazi se u središtu valjka (detaljnije objašnjenje uz zadatak 24.06.1998.). Za slučaj otvaranja zakretanjem oko točke 1

$$(m \cdot g - F_z)R = 0 \qquad m = \frac{F_z}{g} \qquad m = 1.969 \times 10^3 \, \text{kg}$$

Za slučaj otvaranja zakretanjem oko točke 2

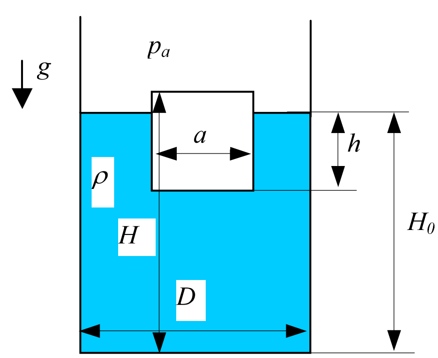
$$(m_1 \cdot g - F_z)R \cdot sin(\alpha) - F_x \cdot R \cdot cos(\alpha) = 0 \qquad m_1 = \frac{(sin(\alpha) \cdot F_z + F_x \cdot cos(\alpha))}{(sin(\alpha) \cdot g)} \qquad \boxed{m_1 = 2.439 \times 10^3 \, \text{kg}}$$

Ispit 28.06.2000. zadatak 2



Odredite udaljenost H gornjeg ruba kocke leda (stranice a = 20 mm, gustoća leda ρ_L=917 kg/m^3) od dna okrugle čaše promjera D = 73 mm. U čaši se nalazi 2,5 dl Coca cole gustoće ρ=1140 kg/m^3.

Iz uvjeta plivanja kocke leda (težina leda jednaka je težini istisnute tekućine) određuje se dubina h uronjenosti leda u tekućinu.



$$\rho_L \cdot g \cdot a^3 = \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot h \qquad h = \rho_L \cdot \frac{a}{\rho} \qquad h = 0.016\text{m}$$

Iz uvjeta jednakosti volumena (ukupni volumen jednak je volumenu leda plus volumen Coca cole)

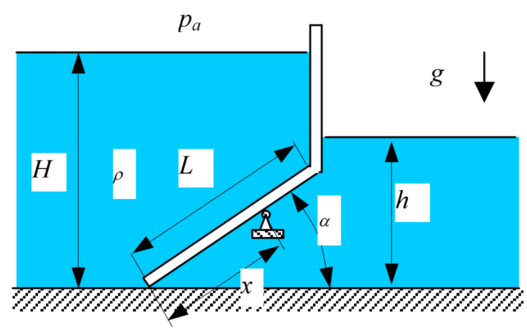
$$H_0 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = V + a^2 \cdot h \qquad H_0 = 4 \cdot \frac{(V + a^2 \cdot h)}{(D^2 \cdot \pi)} \qquad H_0 = 0.061\text{m}$$

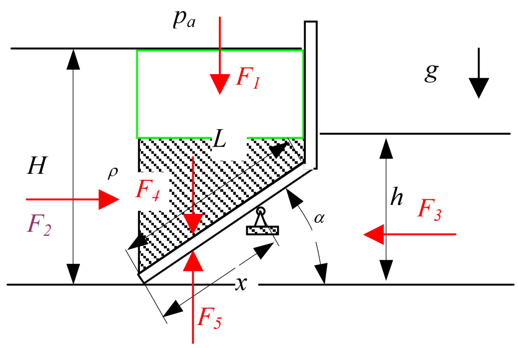
Visina gornjeg ruba leda udaljena je od dna

$$H = H_0 + (a - h) \qquad \boxed{H = 0.065\text{m}}$$

Ispit 12.07.2000. zadatak 2

Odredite minimalnu udaljenost x kod koje neće doći do otvaranja pregrade jedinične širine zglobno vezane u točci A. Zanemarite težinu pregrade. Zadano je: ρ = 998 kg/m^3, L = 2.9 m, H = 1.6 m, h = 1.2 m, α = 21^0.





Radi lakšeg zapisivanja uvodimo varijable

$$a = L \cdot sin(\alpha) \qquad b = L \cdot cos(\alpha)$$

$$a = 1.039\text{m} \qquad b = 2.707\text{m}$$

Sile na pregradu računamo prema izrazima

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot b \cdot (H - h) \cdot B \qquad F_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot H^2 \cdot B \qquad F_3 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h^2 \cdot B$$

Sile F_4 i F_5 jednake su po iznosu (težina vode unutar šrafiranog volumena) ali suprotnih smjerova pa se poništavaju

Suma momenata oko točke A jednaka je nuli

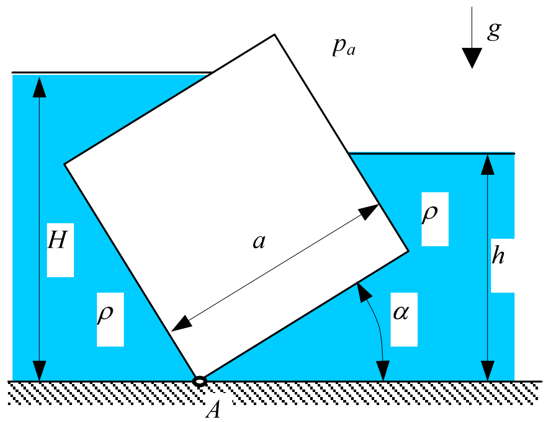
$$F_1 \cdot \left(x \cdot cos(\alpha) - \frac{b}{2} \right) + F_2 \cdot \left(x \cdot sin(\alpha) - \frac{H}{3} \right) - F_3 \cdot \left(x \cdot sin(\alpha) - \frac{h}{3} \right) = 0$$

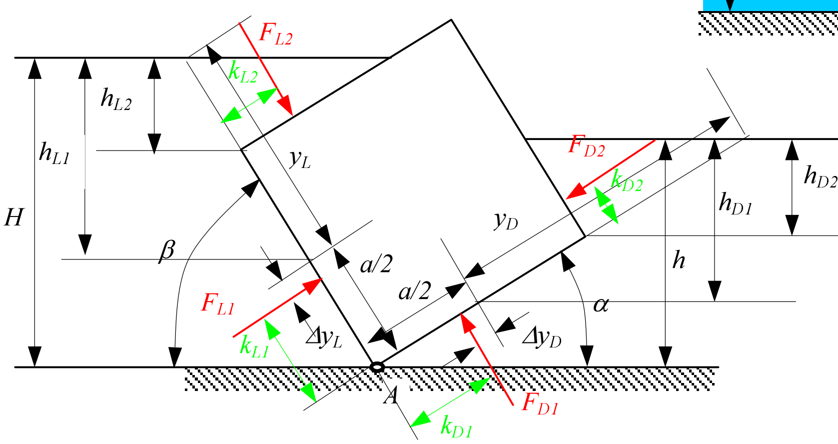
Tražena udaljenost x računa se prema izrazu

$$x = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot F_1 \cdot b + \frac{1}{3} \cdot F_2 \cdot H - \frac{1}{3} \cdot F_3 \cdot h \right)}{\left(F_1 \cdot cos(\alpha) + F_2 \cdot sin(\alpha) - F_3 \cdot sin(\alpha) \right)} \qquad \boxed{x = 1.536\text{m}}$$

Ispit 04.09.2000. zadatak 2

Odredite gustoću ρ_0 kvadratne grede jedinične širine da bi greda zglobno vezana u točci A bila u ravnoteži. Zadano je: H = 2.2 m, h = 1.4, a = 1.6 m, $\alpha = 51.7^0$, $\rho = 998.2\ kg/m^3$.

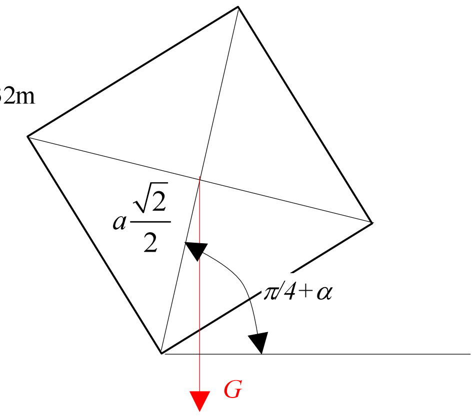




Zadatak rješavamo kao problem četiri sile na ravnu površinu.

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$y_D = \dfrac{h}{sin(\alpha)} - \dfrac{a}{2}$	$y_L = \dfrac{H}{sin(\beta)} - \dfrac{a}{2}$	$y_D = 0.984\text{m}$	$y_L = 2.75\text{m}$
$\Delta y_D = \dfrac{a^3 \cdot B}{12 \cdot y_D \cdot a \cdot B}$	$\Delta y_L = \dfrac{a^3 \cdot B}{12 \cdot y_L \cdot a \cdot B}$	$\Delta y_D = 0.217\text{m}$	$\Delta y_L = 0.078\text{m}$
$h_{D1} = h - \dfrac{a}{2} \cdot sin(\alpha)$	$h_{L1} = H - \dfrac{a}{2} \cdot sin(\beta)$	$h_{D1} = 0.772\text{m}$	$h_{L1} = 1.704\text{m}$
$F_{D1} = \rho \cdot g \cdot h_{D1} \cdot a \cdot B$	$F_{L1} = \rho \cdot g \cdot h_{L1} \cdot a \cdot B$	$F_{D1} = 1.209 \times 10^4 N$	$F_{L1} = 2.669 \times 10^4 N$
$k_{D1} = \dfrac{a}{2} - \Delta y_D$	$k_{L1} = \dfrac{a}{2} - \Delta y_L$	$k_{D1} = 0.583\text{m}$	$k_{L1} = 0.722\text{m}$
$h_{D2} = h - a \cdot sin(\alpha)$	$h_{L2} = H - a \cdot sin(\beta)$	$h_{D2} = 0.144\text{m}$	$h_{L2} = 1.208\text{m}$
$F_{D2} = \rho \cdot g \cdot \dfrac{h_{D2}}{2} \cdot \dfrac{h_{D2}}{cos(\alpha)} \cdot B$	$F_{L2} = \rho \cdot g \cdot \dfrac{h_{L2}}{2} \cdot \dfrac{h_{L2}}{cos(\beta)} \cdot B$	$F_{D2} = 164.57N$	$F_{L2} = 9.106 \times 10^3 N$
$k_{D2} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{h_{D2}}{cos(\alpha)}$	$k_{L2} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{h_{L2}}{cos(\beta)}$	$k_{D2} = 0.078\text{m}$	$k_{L2} = 0.513\text{m}$



.Težinu kocke računa se prema izrazima

$$G = \rho_0 \cdot g \cdot a^2 \cdot B \qquad k = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \qquad k = -0.132\text{m}$$

Suma momenata svih sila oko točke A mora biti jednaka nuli

$$G \cdot k + F_{L1} \cdot k_{L1} + F_{L2} \cdot k_{L2} - F_{D1} \cdot k_{D1} - F_{D2} \cdot k_{D2} = 0$$

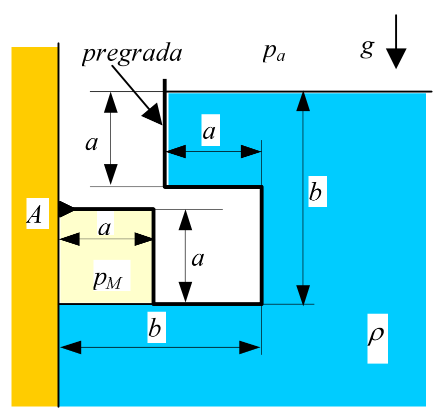
$$\rho_0 \cdot g \cdot a^2 \cdot B \cdot k + F_{L1} \cdot k_{L1} + F_{L2} \cdot k_{L2} - F_{D1} \cdot k_{D1} - F_{D2} \cdot k_{D2} = 0$$

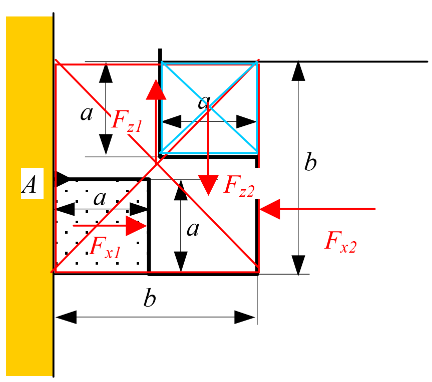
$$\rho_0 = \frac{\left(F_{L1} \cdot k_{L1} + F_{L2} \cdot k_{L2} - F_{D1} \cdot k_{D1} - F_{D2} \cdot k_{D2}\right)}{\left[-g \cdot \left[a^2 \cdot (B \cdot k)\right]\right]}$$

$$\boxed{\rho_0 = 5.097 \times 10^3 \,\text{kg}\,\text{m}^{-3}}$$

Ispit 19.09.2000. zadatak 2

Odredite reakciju u točci A (silu i moment) za situaciju prema slici. Zanemarite težinu pregrade jedinične širine. Zadano je: a = 0.24 m, b = 0.76m, ρ = 998.2 kg/m^3.





Horizontalne i vertikalne komponente sile na pregradu računaju se prema izrazima

$$F_{z1} = \rho \cdot g \cdot b^2 \cdot B \qquad F_{z1} = 5.654 \times 10^3\, N$$

$$F_{z2} = \rho \cdot g \cdot a^2 \cdot B \qquad F_{z2} = 563.846 N$$

$$F_{x1} = \rho \cdot g \cdot b\, a \cdot B \qquad F_{x1} = 1.786 \times 10^3\, N$$

$$F_{x2} = \rho \cdot g \cdot \frac{b}{2}\, b \cdot B \qquad F_{x2} = 2.827 \times 10^3\, N$$

$$F_{zA} = F_{z1} - F_{z2} \qquad F_{zA} = 5.09 \times 10^3\, N$$

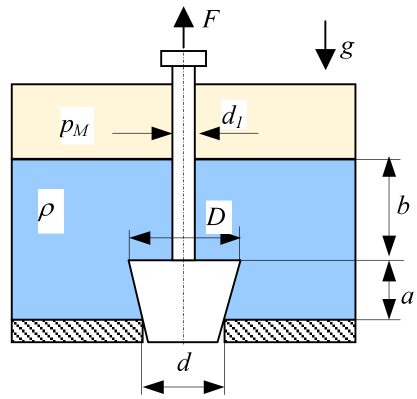
$$F_{xA} = F_{x1} - F_{x2} \qquad F_{xA} = -1.042 \times 10^3\, N$$

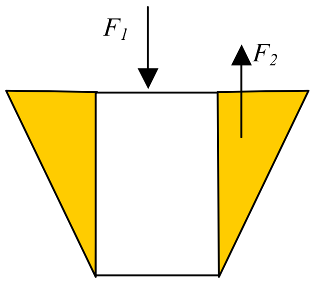
Moment tih sila oko točke A računa se prema izrazu

$$M_A = F_{x1}\cdot\frac{a}{2} + F_{x2}\cdot\left(\frac{b}{3} - a\right) + F_{z1}\cdot\frac{b}{2} - F_{z2}\cdot\left(b - \frac{a}{2}\right) \qquad \boxed{M_A = 2.04\times 10^3\, N\cdot m}$$

Ispit 24.11.2000. zadatak 2

Otvor na dnu posude, u kome se nalazi ulje gustoće $\rho = 830$ kg/m^3, zatvoren je konusnim čepom, čije su dimenzije: D = 100 mm, d = 50 mm, a = 100 mm, d_1 = 25 mm. Nivo ulja iznad čepa je b = 50 mm. Zanemarujući težinu čepa i trenje u njegovim vodilicama odrediti silu F potrebnu za podizanje čepa. Zadano je : p_M = 10 kPa.





Sila F_1 jednaka je tlaku koji vlada na površini čepa pomnoženim s površinom na kojoj djeluje

$$F_1 = \left(d^2 - d_1^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}\cdot\left(p_M + \rho\cdot g\cdot b\right) \qquad F_1 = 15.326\text{N}$$

Sila F_2 jednaka je uzgonu tijela nastalim oduzimanjem valjka od krnjeg stošca (na slici žuto)

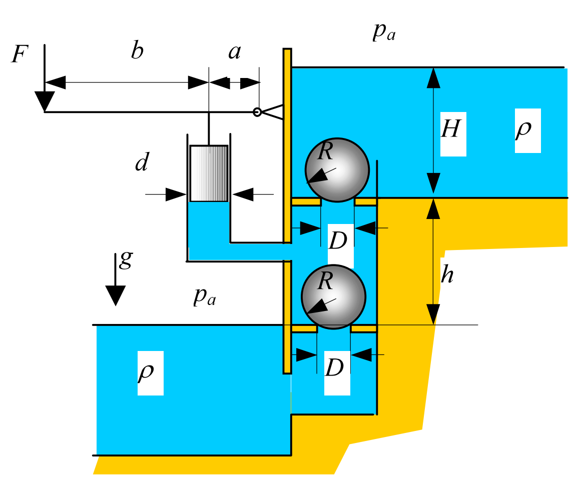
$$F_2 = \rho\cdot g\cdot\left[\frac{1}{12}\cdot\left(D^2 + d^2 + D\cdot d\right) - \frac{d^2}{4}\right]\cdot a\cdot\pi \qquad F_2 = 2.131\text{N}$$

Ukupna sila jednaka je

$$F_z = F_2 - F_1 \qquad \boxed{F_z = -13.195\text{N}}$$

Ispit 15.12.2000. zadatak 2

Odredite silu F u ručici pri usisnom i tlačnom režimu rada jednostavne pumpe prema slici. Zadano je: a = 12 cm, b = 26 cm, H = 1.2 m, h = 0.98 m, d = 15 cm, D = 0.02 m, R = 0.02 m, ρ = 998 kg/m^3(gustoća vode), ρ_k = 7800 kg/m^3(gustoća kuglice).



Postavljajući sumu sila za gornju kuglicu (tlačni režim rada) djeluju sile težine kuglice uzgona kuglice hidrostatskog tlaka u gornjem rezervoaru te tlaka ostvarenog putem stapa.

$$\rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \rho_k \cdot g \cdot \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi - \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi - p_M \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 0$$

iz ovog izraza moguće je izračunati pretlak ispod stapa pa onda i silu na ručici

$$p_M = \frac{1}{3} \cdot g \cdot \frac{\left(3 \cdot \rho \cdot H \cdot D^2 + 16 \cdot \rho_k \cdot R^3 - 16 \cdot \rho \cdot R^3\right)}{D^2} \qquad p_M = 1.886 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$F \cdot (a + b) - p_M \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot a = 0 \qquad F = \frac{1}{4} \cdot p_M \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \frac{a}{(a + b)} \qquad F = 105.245 \text{N}$$

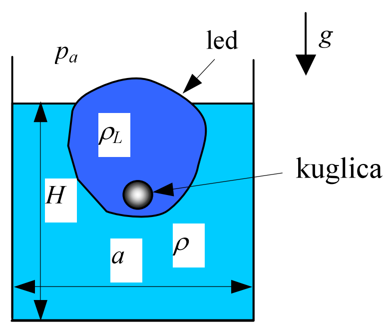
Analogno postavljajući sumu sila za donju kuglicu (usisni režim rada) djeluju sile težine kuglice uzgona kuglice hidrostatskog tlaka u ostvarenog putem stapa .

$$\left(\rho \cdot g \cdot h + p_M\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \rho_k \cdot g \cdot \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi - \rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi = 0$$

$$p_M = \frac{-1}{3} \cdot g \cdot \frac{\left(3 \cdot D^2 \cdot \rho \cdot h + 16 \cdot \rho_k \cdot R^3 - 16 \cdot \rho \cdot R^3\right)}{D^2} \qquad p_M = -1.671 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$F \cdot (a + b) - p_M \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot a = 0 \qquad F = \frac{1}{4} \cdot p_M \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \frac{a}{(a + b)} \qquad \boxed{F = -93.23 \text{N}}$$

Ispit 14.02.2001. zadatak 2



U kockastoj posudi stranice a = 0.5 m napunjene vodom gustoće ρ = 998,2 kg/m^3 do visine H = 0.42 m pliva komad leda gustoće ρ_L = 917 kg/m^3. Unutar leda volumena V_L = 12 dm^3 se nalazi čelična kuglica volumena V_K = 49 cm^3 gustoće ρ_K = 7800 kg/m^3. Odredite za koliko će se promijeniti nivo vode H kada se led otopi.

Potrebno je postaviti uvjet plivanja leda tj. Da je težina leda i čelične kuglica jednaka sili uzgona odnosno težini istisnute tekućine.

$$\rho_L \cdot g \cdot V_L + \rho_K \cdot g \cdot V_K = \rho \cdot g \cdot \left(V_{L1} + V_K\right)$$

$$V_{L1} = \frac{\left(\rho_L \cdot V_L + \rho_K \cdot V_K - \rho \cdot V_K\right)}{\rho} \qquad V_{L1} = 0.011 \text{m}^3$$

Iz uvjeta plivanja lako se izračunava volumen leda V_{L1} koji se nalazi ispod površine vode. Potrebno je postaviti i uvjet topljenja leda tj. masa leda je jednaka masi vode nastale topljenjem leda. Volumen otopljenog leda V_{L2} računa se iz izraza

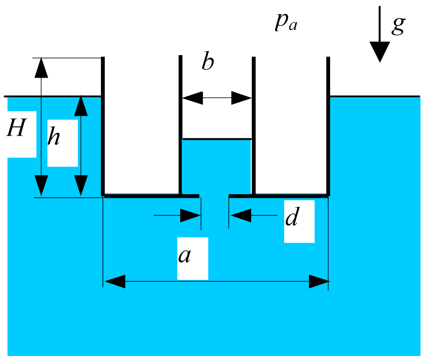
$$\rho_L \cdot V_L = \rho \cdot V_{L2} \qquad V_{L2} = \frac{\rho_L \cdot V_L}{\rho} \qquad V_{L2} = 0.0110 \text{m}^3$$

Količina vode koja se nalazila u posudi (prije topljenja leda) plus količina vode nastala topljenjem leda jednaka količini vode u posudi nakon topljenja leda. Iz tog uvjeta moguće je izračunati promjenu nivoa vode u posudi.

$$a^2 \cdot H - V_{L1} - V_K + V_{L2} = a^2 \cdot (H + \Delta H) - V_K$$

$$\Delta H = \frac{(V_{L2} - V_{L1})}{a^2} \qquad \boxed{\Delta H = -1.3356 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

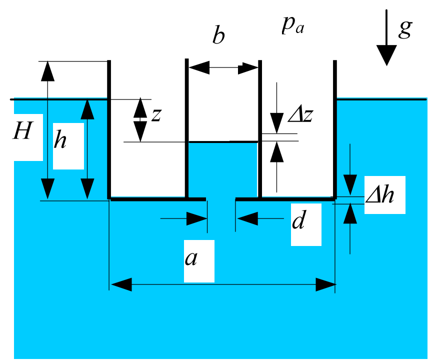
Ispit 28.02.2001. zadatak 2



Brod duljine L = 100 m širine a = 20 m, mase m_b = 7000 tona, pregrađen je s tri vertikalne pregrade prema slici. Ako se na dnu srednje pregrade pojavi otvor promjera d = 20 cm brod počinje tonuti. Odredite dubinu h_1 do koje će potonuti brod, vrijeme t da potone na tu dubinu (za $b = a/3$) te maksimalnu širinu srednjeg spremnika b pri kojoj će brod još uvijek ostati plovan. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 15 m, ρ = 1025 kg/m^3,

Dubina h_1 tonjenja broda računa se iz uvjeta plivanja, tj. da je težina broda jednaka uzgonu lijeve i desne komore

$$m_b \cdot g = \rho \cdot g \cdot L \cdot (a - b) \cdot h_1 \qquad h_1 = \frac{m_b}{\rho \cdot L \cdot (a - b)} \qquad h_1 = 5.122\mathrm{m}$$



Iz uvjeta plivanja moguće je izračunati i početni gaz (dubinu h_2) broda prije nego je nastala pukotina promjera d.

$$m_b \cdot g = \rho \cdot g \cdot L \cdot a \cdot h_2 \qquad h_2 = \frac{m_b}{\rho \cdot L \cdot a} \qquad h_2 = 3.415\mathrm{m}$$

Unutar spremnika uslijed utjecanja vode kroz otvor promjera d dolazi do povišenja razine za Δz (gledajući relativno u odnosu na posudu) međutim dno posude potone za Δh. Povećanje mase koja se nalazi unutar posude povećava i uzgonsku silu odnosno povećanje dubine potonuća. Odnos Δz i Δh određujemo iz uvjeta plivanja

$$\rho \cdot g \cdot L \cdot a \cdot h_2 + \rho \cdot g \cdot L \cdot (h - z) \cdot b = \rho \cdot g \cdot L \cdot a \cdot h \qquad z = \frac{(a \cdot h_2 + h \cdot b - a \cdot h)}{b} \qquad \Delta h = \frac{b}{b - a} \cdot \Delta z$$

$$h = z + y \qquad \Delta h = \Delta z + \Delta y \qquad \Delta y = \Delta h - \Delta z = \left(\frac{b}{b - a} - 1\right) \cdot \Delta z = \frac{a}{b - a} \cdot \Delta z$$

Količina fluida koja je utekla kroz otvor promjera d u jedinici vremena jednaka je povećanju volumena zbog povišenja razine Δz i povećanja volumena zbog dubljeg tonjenja Δh

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \qquad v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = A(y) \cdot dy \qquad \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = bL \cdot \left(\frac{a}{b - a}\right) \cdot dz$$

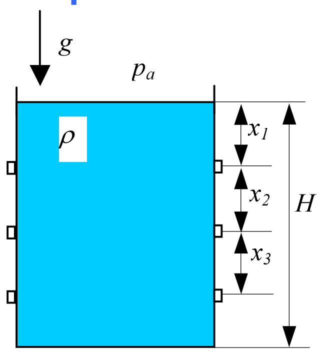
Rješavanjem diferencijalne jednadžbe izračunava se vrijeme tonjenja broda

$$t = \frac{b \cdot L \cdot \left(\frac{a}{b - a}\right)}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{h_1}^{0} \frac{1}{\sqrt{z}}\, dz \qquad t = 4 \cdot b \cdot L \cdot \frac{a}{(a - b) \cdot d^2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} \qquad t = 3.253 \times 10^4\ \mathrm{s}$$

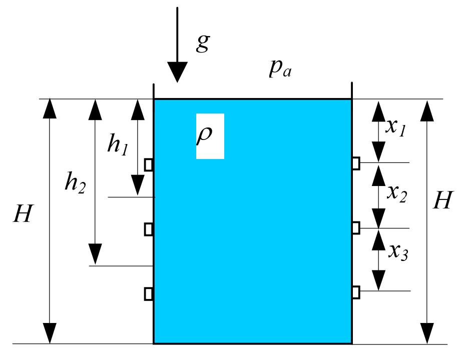
Maksimalnu širinu pregrade b moguće je izračunati iz uvjeta da brod maksimalno smije utonuti do gornjeg ruba H

$$m_b \cdot g = \rho \cdot g \cdot L \cdot (a - b) \cdot H \qquad b = \frac{\left(-m_b + \rho \cdot L \cdot a \cdot H\right)}{\left(\rho \cdot L \cdot H\right)} \qquad \boxed{b = 15.447\text{m}}$$

Ispit 23.03.2001. zadatak 2



Tankostjena valjkasta bačva potpuno je ispunjena vodom gustoće $\rho = 998.2$ kg/m^3 do visine $H = 2.3$ m, prema slici. Zbog povećanja krutosti stjenke potrebno je ugraditi tri ojačanja. Odredite položaje ojačanja x_1 , x_2 i x_3 tako da je svako ojačanje opterećeno jednakom silom.



Na dio plašta diferencijalne širine dr djeluje i diferencijalna sila zadana izrazom

$$dF_h := \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot dr$$

Potrebno je odrediti širine h_1 i h_2 pojaseva na koje djeluje trećina odnosno dvije trećine diferencijalne sile dF_h.

$$dF_{h1} = dF_{h2} = dF_{h2} = \frac{dF_h}{3}$$

$$dF_{h1} = \rho \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} \cdot h_1 \cdot dr = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot dr = \frac{dF_h}{3} \qquad h_1 = \frac{H}{\sqrt{3}} \qquad h_1 = 1.328\text{m}$$

$$dF_{h1} + dF_{h2} = \rho \cdot g \cdot \frac{h_2}{2} \cdot h_2 \cdot dr = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot dr = \frac{2 \cdot dF_h}{3} \qquad h_2 = H \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad h_2 = 1.878\text{m}$$

Položaj ojačanja x_1 određuje se iz uvjeta da sila hidrostatskog tlaka na pojas h_1 ima hvatište na dubini x_1

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot h_1 \qquad \boxed{x_1 = 0.885\text{m}}$$

Na sličan način može se odrediti položaj ojačanja x_2 iz uvjeta da sila hidrostatskog tlaka na pojas h_2 - h_1 ima hvatište na dubini x_1+ x_2

$$x_{2c} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{2}$$

$$x_1 + x_2 = x_{2c} + \frac{I_{\xi\xi}}{x_{2c} \cdot \left(h_2 - h_1\right) \cdot dr} = x_{2c} + \frac{\left(h_2 - h_1\right)^3 \cdot \frac{dr}{12}}{x_{2c} \cdot \left(h_2 - h_1\right) \cdot dr} = x_{2c} + \frac{\left(h_2 - h_1\right)^2}{12 \cdot x_{2c}} = 1.619\text{m} \qquad \boxed{x_2 = 0.734\text{m}}$$

Konačno položaj ojačanja x$_2$ može se odrediti iz uvjeta da sila hidrostatskog tlaka na pojas $H - h_2$ ima hvatište na dubini x_1+ x_2+x_3

$$x_{3c} = h_2 + \frac{H - h_2}{2}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_{3c} + \frac{I_{\xi\xi}}{x_{3c}\cdot(H - h_2)\cdot dr} = x_{3c} + \frac{(H - h_2)^3\cdot\frac{dr}{12}}{x_{3c}\cdot(H - h_2)\cdot dr} = x_{3c} + \frac{(H - h_2)^2}{12\cdot x_{3c}} = 2.096\text{m} \quad \boxed{x_3 = 0.477\text{m}}$$

Do identičnog rješenja moglo se doći iz uvjeta da je moment hidrostatske sile oko gornjeg ruba posude na pojasu širine h_2 jednak momentima sila na pojasu h_1 i pojasu $h_2 - h_1$

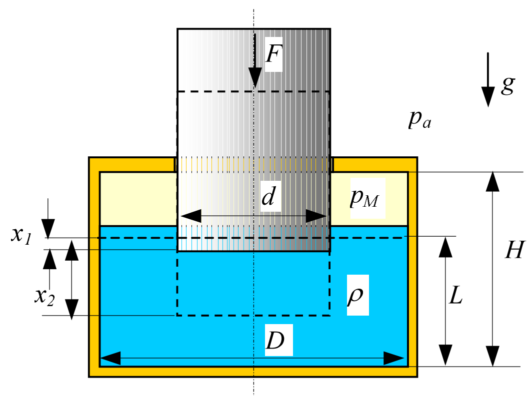
$$\frac{2\cdot dF_h}{3}\cdot\frac{2\cdot h_2}{3} = \frac{dF_h}{3}\cdot x_1 + \frac{dF_h}{3}\cdot(x_1 + x_2) \qquad x_2 = \frac{4}{3}\cdot h_2 - 2x_1 \qquad x_2 = 0.733\text{m}$$

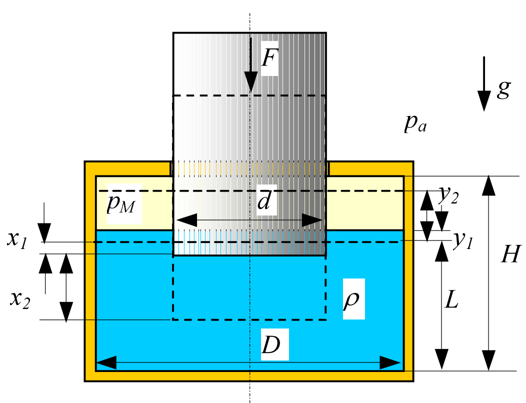
Slično se koristi uvjet da je moment ukupne hidrostatske sile oko gornjeg ruba posude jednak momentima sila na pojasu h_1 , pojasu $h_2 - h_1$ i pojasu $H - h_2$

$$dF_h\cdot\frac{2\cdot H}{3} = \frac{dF_h}{3}\cdot x_1 + \frac{dF_h}{3}\cdot(x_2 + x_1) + \frac{dF_h}{3}\cdot(x_3 + x_2 + x_1) \qquad x_3 = 2\cdot H - 3x_1 - 2x_2 \qquad x_3 = 0.477\text{m}$$

Ispit 27.04.2001. zadatak 2

Hidraulički amortizer prikazan je na slici u neopterećenom stanju. Izračunajte mase m_k klipa i silu opterećenja F ako su zadani pomaci $x_1 = 5.2$ mm (pomak pod djelovanja težine klipa) i $x_2 = 75.3$ mm (pomak uslijed djelovanja težine klipa i sile F). Zanemarite trenja između klipa i vodilica. Pretpostavite izotermnu promjenu stanja zraka unutar amortizera te savršeno brtvljene između amortizera i klipa. Zadano je $H = 520$ mm, $D = 430$ mm, $d = 220$ mm, $p_a = 1{,}013$ bar, $L = 370$ mm (visina vode gustoće $\rho = 998.2$ kg/m^3 u početnom položaju kada je amortizer rastavljen).





Kod sastavljanja amortizera (klip taman začepi otvor promjera d) u amortizeru se nalazi volumen V_0 na atmosferskom tlaku

$$V_0 = (H - L)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad V_0 = 0.022\text{m}^3$$

Iz jednakosti volumena moguće je izračunati podizanje razine y_1 i y_2

$$x_1\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} = y_1\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad y_1 = x_1\cdot\frac{d^2}{D^2 - d^2} \qquad y_1 = 1.844mm$$

$$x_2\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} = y_2\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad y_2 = x_2\cdot\frac{d^2}{D^2 - d^2} \qquad y_2 = 26.7mm$$

Volumen stlačenog zraka unutar amortizera nakon kompresije samo uslijed težine klipa jednak je

$$V_1 = V - (H - L)\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} - y_1\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad V_1 = 0.016\text{m}$$

Iz uvjeta zadatka o izotermnoj kompresiji zraka moguće je izračunati pretlak unutar amortizera

$$\left(p_{M1} + p_a\right)\cdot V_1 = p_a\cdot V_0 \qquad p_{M1} = p_a\cdot\frac{V_0}{V_1} - p_a \qquad p_{M1} = 0.376bar$$

Iz uvjeta ravnoteže sila na klip moguće je izračunati masu klipa

$$m_k\cdot g = \left[\rho\cdot g\cdot\left(x_1 + y_1\right) + p_{M1}\right]\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad m_k = \left[\rho\cdot g\cdot\left(x_1 + y_1\right) + p_{M1}\right]\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4\cdot g} \qquad m_k = 146.118\text{kg}$$

Volumen stlačenog zraka unutar amortizera nakon kompresije uslijed težine klipa i opterećenja silom F jednak je

$$V_2 = V - (H - L)\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} - y_2\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad V_2 = 0.013\text{m}$$

Iz uvjeta zadatka o izotermnoj kompresiji zraka moguće je izračunati pretlak unutar amortizera

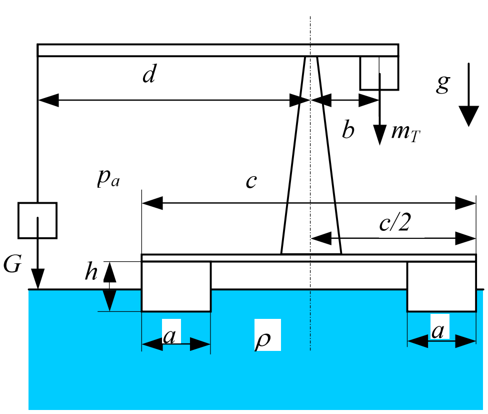
$$\left(p_{M2} + p_a\right)\cdot V_2 = p_a\cdot V_0 \qquad p_{M2} = p_a\cdot\frac{V_0}{V_2} - p_a \qquad p_{M2} = 0.656bar$$

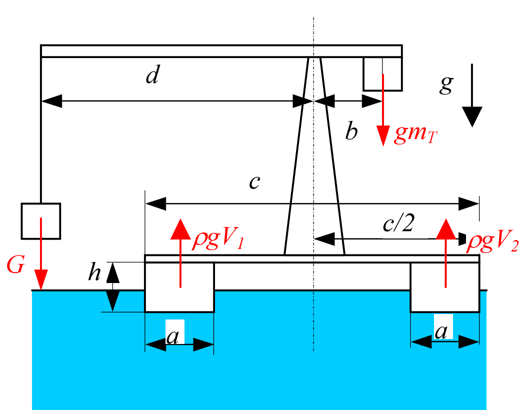
Iz uvjeta ravnoteže sila na klip moguće je izračunati silu opterećenja

$$F + m_k\cdot g = \left[\rho\cdot g\cdot\left(x_2 + y_2\right) + p_{M2}\right]\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \quad F = \left[\rho\cdot g\cdot\left(x_2 + y_2\right) + p_{M2}\right]\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} - m_k\cdot g \quad \boxed{F = 1.1\times 10^3\ \text{N}}$$

Ispit 27.06.2001. zadatak 2

Odredite maksimalnu težinu G koju može podizati dizalica prema slici. Zanemarite težine dizalice i pontona te naginjanje pontona tijekom opterećenja. Zadano je: $a = 2$ m, $b = 1.2$ m, $h = 0.75$m, $L = 2$ m (širina pontona okomito na sliku), $c = 6$ m, $d = 8$ m, $m_T = 3$ t, $\rho = 999$ kg/m^3. Pri proračunu potrebno je uzeti u obzir plovnost dizalice kao i opasnost od prevrtanja.





Potrebno je provjeriti prevrtanje dizalice. Suma momenata oko lijevog pontona mora biti jednaka nuli

$$G\cdot\left(d - \frac{c}{2} + \frac{a}{2}\right) - m_T\cdot g\cdot\left(\frac{c}{2} - \frac{a}{2} + b\right) + \rho\cdot g\cdot V_2\cdot(c - a) = 0$$

Ako postavimo uvjet plivanja tj težina tereta i utega mora biti jednaka sumi uzgonskih sila plovaka

$$G + m_T \cdot g - \rho \cdot g \cdot \left(V_1 + V_2\right) = 0$$

Treća jednadžba potrebna za rješavanje sustava je da lijevi plovak mora plivati (smije biti potopljen najviše do dubine h)

$$V_1 = a \cdot L \cdot h$$

Rješavanjem ove tri jednadžbe po nepoznanicama G, V_1 i V_2 dolazi se do rješenja

$$G + m_T \cdot g - \rho \cdot g \cdot \left(a \cdot L \cdot h + V_2\right) = 0$$

$$G = \rho \cdot g \cdot \left(a \cdot L \cdot h + V_2\right) - m_T \cdot g$$

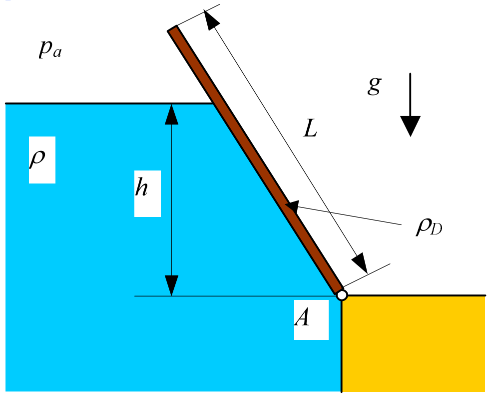
$$\left[\rho \cdot g \cdot \left(a \cdot L \cdot h + V_2\right) - m_T \cdot g\right] \cdot \left(d - \frac{c}{2} + \frac{a}{2}\right) - m_T \cdot g \cdot \left(\frac{c}{2} - \frac{a}{2} + b\right) + \rho \cdot g \cdot V_2 \cdot (c - a) = 0$$

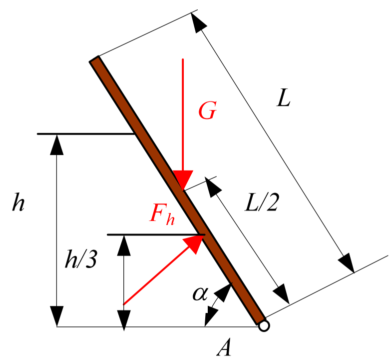
$$V_2 = \frac{\left(2 \cdot \rho \cdot a \cdot L \cdot h \cdot d - \rho \cdot a \cdot L \cdot h \cdot c + \rho \cdot a^2 \cdot L \cdot h - 2 \cdot m_T \cdot d - 2 \cdot m_T \cdot b\right)}{\left[\rho \cdot (-2 \cdot d - c + a)\right]} \qquad V_2 = 0.963\text{m}^3$$

$$G = \rho \cdot g \cdot \left(a \cdot L \cdot h + V_2\right) - m_T \cdot g \qquad \boxed{G = 9.403 \times 10^3\ \text{N}}$$

Ispit 11.07.2001. zadatak 2

Odredite maksimalnu visinu h razine fluida gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 da ne dođe do prevrtanja drvene pregrade, jedinične širine, zglobno vezane u točci A. Zadano je: L = 1.2 m, ρ_D = 750 kg/m^3, d = 2 cm (debljina drvene pregrade).





Na drvenu pregradu djeluju sila težine G pregrade i hidrostatska sila F_h .

$$G = \rho_D \cdot g \cdot L \cdot d \cdot B \qquad G = 176.52\text{N}$$

$$F_h = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot B \cdot \frac{h}{\sin(\alpha)}$$

Da ne dođe do prevrtanja grede suma momenata oko točke A mora biti jednaka nuli.

$$G \cdot \frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) - F_h \cdot \frac{h}{3 \cdot sin(\alpha)} = 0 \qquad \rho_D \cdot g \cdot L \cdot d \cdot B \cdot \frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot B \cdot \frac{h}{sin(\alpha)} \cdot \frac{h}{3 \cdot sin(\alpha)}$$

$$\rho_D \cdot L^2 \cdot d \cdot cos(\alpha) = \rho \cdot \frac{h^3}{3 \cdot (sin(\alpha))^2} \qquad h^3 = 3 \cdot \frac{\rho_D}{\rho} \cdot L^2 \cdot d \cdot cos(\alpha) \cdot (sin(\alpha))^2$$

Maksimum visine *h* određuje se tako da prvu derivaciju izjednačavamo s nulom

$$\frac{d}{d\alpha} h^3 = \frac{d}{d\alpha}\left[3 \cdot \frac{\rho_D}{\rho} \cdot L^2 \cdot d \cdot cos(\alpha) \cdot (sin(\alpha))^2\right] = 3 \cdot \frac{\rho_D}{\rho} \cdot L^2 \cdot d \cdot \left(2 \cdot cos(\alpha)^2 \cdot sin(\alpha) - sin(\alpha)^3\right) = 0$$

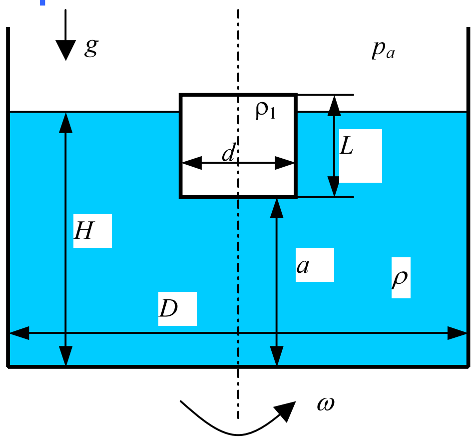
$$-sin(\alpha)^3 + 2 \cdot cos(\alpha)^2 \cdot sin(\alpha) = 0$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ atan(\sqrt{2}) \\ -atan(\sqrt{2}) \end{pmatrix} \qquad \alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 54.736 \\ -54.736 \end{pmatrix} deg \qquad \alpha = 54.736 deg$$

$$h = \sqrt[3]{3 \cdot \frac{\rho_D}{\rho} \cdot L^2 \cdot d \cdot cos(\alpha) \cdot (sin(\alpha))^2} \qquad \boxed{h = 0.292\text{m}}$$

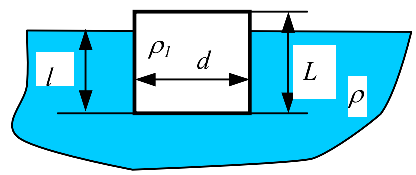
Relativno mirovanje

Ispit 17.04.1998. zadatak 1



U cilindričnoj posudi promjera D = 0.22 m ispunjenog vodom gustoće ρ = 999 kg/m^3 do visine H = 0.32 m, pliva drveni valjak promjera d = 10 cm, visine L = 4 cm, gustoće drveta ρ_l = 750 kg/m^3. Odredite udaljenost a baze drvenog valjka od dna cilindrične posude nakon što posudu zarotiramo kutnom brzinom ω = 7 rad/s.

Potrebno je izračunati volumen V_0 fluida u posudi. Prethodno je potrebno postaviti uvjet plivanja drvenog valjka tj. da je sila uzgona jednaka sili težine.

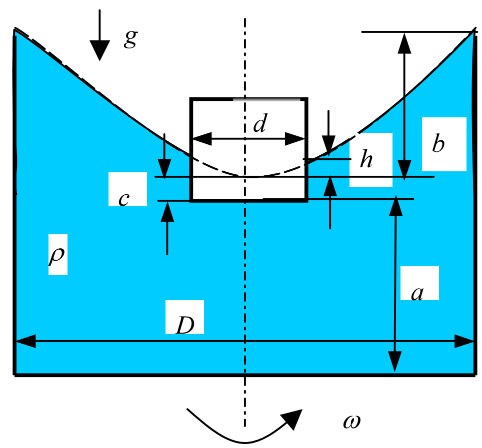


$$\rho_l \cdot g \cdot L \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \rho \cdot g \cdot l \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad l = \frac{L \cdot \rho_l}{\rho} \qquad l = 0.03\text{m}$$

Pomoću dubine tonjenja l drvenog valjka računa se volumen fluida u posudi

$$V_0 = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot H - \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \qquad V_0 = 0.012\text{m}^3$$

Nakon rotacije konstantnom kutnom brzinom površina fluida formira slobodnu nivo površinu u obliku rotacionog paraboloida.



$$h = \frac{\omega^2 \cdot d^2}{8 \cdot g} \qquad h = 6.246 \times 10^{-3}\text{m}$$

$$b = \frac{\omega^2 \cdot D^2}{8 \cdot g} \qquad b = 0.03\text{m}$$

Prema uvjetu plivanja, drvenog valjka u fluidu koji rotira konstantnom kutnom brzinom, sila uzgona i sila težine su jednake

$$\rho_l \cdot g \cdot L \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \rho \cdot g \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \left(c + \frac{h}{2}\right) \qquad c = \frac{(2 \cdot \rho_l \cdot L - \rho \cdot h)}{2 \cdot \rho} \qquad c = 0.027\text{m}$$

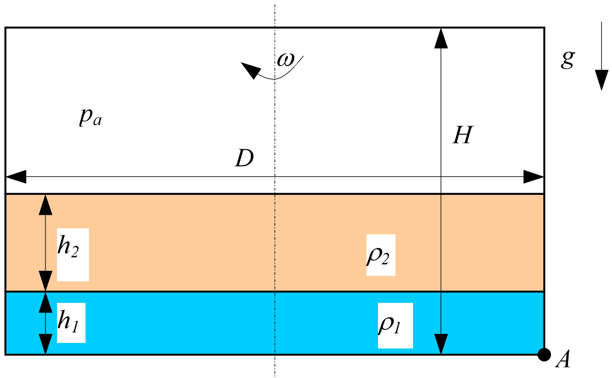
Volumen fluida u posudi prije i poslije rotacije je jednak, pa se iz tog uvjeta računa udaljenost a dna posude od donjeg ruba drvenog valjka

$$V_0 = a \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi \cdot (c + h) + \frac{D^2 - d^2}{8} \cdot \pi \cdot (b - h)$$

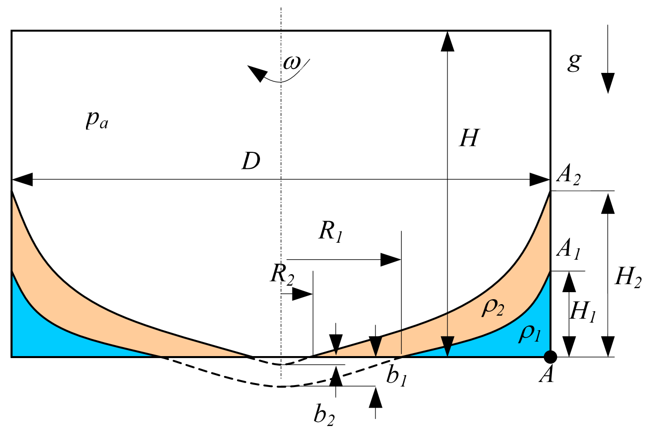
$$a = \frac{4}{(D^2 \cdot \pi)} \cdot V_0 - c - \frac{1}{2} \cdot h + \frac{1}{D^2} \cdot d^2 \cdot c + \frac{1}{(2 \cdot D^2)} \cdot d^2 \cdot h - \frac{1}{2} \cdot b + \frac{1}{(2 \cdot D^2)} \cdot d^2 \cdot b$$

$$\boxed{a = 0.278\text{m}}$$

Ispit 15.05.1998. zadatak 1



U cilindričnoj posudi promjera D = 2.4 m i visine H = 1.25 m nalaze se dva fluida različite gustoće. Posuda je ispunjena vodom gustoće ρ_1 = 999 kg/m^3 do visine h_1 = 0.32 m te uljem gustoće ρ_2 = 830 kg/m^3 do visine h_2 = 0.17 m. Odredite pretlak u točci A nakon što posudu zarotiramo kutnom brzinom ω= 3.8 rad/s.



Iz uvjeta jednakosti volumena (vode i ulja) prije i poslije rotacije slijede relacije

$$V_1 = (h_1 + h_2)\cdot R^2\cdot\pi = \left(R^2 - R_2^2\right)\cdot\frac{H_2}{2}\cdot\pi$$

$$V_2 = h_1\cdot R^2\cdot\pi = \left(R^2 - R_1^2\right)\cdot\frac{H_1}{2}\cdot\pi$$

Iz uvjeta da slobodna površina nakon rotacije poprima oblik rotacionog paraboloida slijede relacije

$$H_2 + b_2 = \frac{\omega^2\cdot R^2}{2\cdot g} \qquad b_2 = \frac{\omega^2\cdot R_2^2}{2\cdot g} \qquad H_2 = \frac{\omega^2}{2\cdot g}\cdot\left(R^2 - R_2^2\right)$$

$$H_1 + b_1 = \frac{\omega^2\cdot R^2}{2\cdot g} \qquad b_1 = \frac{\omega^2\cdot R_1^2}{2\cdot g} \qquad H_1 = \frac{\omega^2}{2\cdot g}\cdot\left(R^2 - R_1^2\right)$$

Rješavanjem ovog sustava jednadžbi po nepoznanicama H_1 i H_2

$$(h_1 + h_2)\cdot R^2 = \frac{H_2}{\omega^2}\cdot g \qquad h_1\cdot R^2 = \frac{H_1}{\omega^2}\cdot g$$

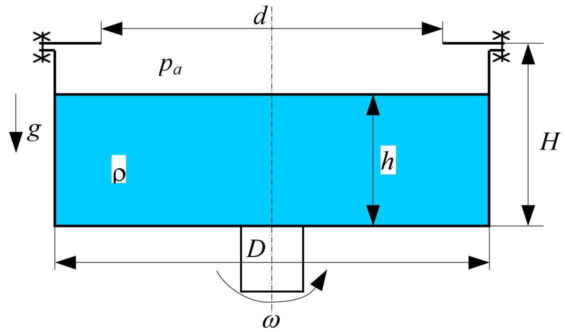
$$H_2 = \omega\cdot R\cdot\sqrt{\frac{h_1 + h_2}{g}} \qquad H_2 = 1.019\text{m}$$

$$H_1 = \omega\cdot R\cdot\sqrt{\frac{h_1}{g}} \qquad H_1 = 0.824\text{m}$$

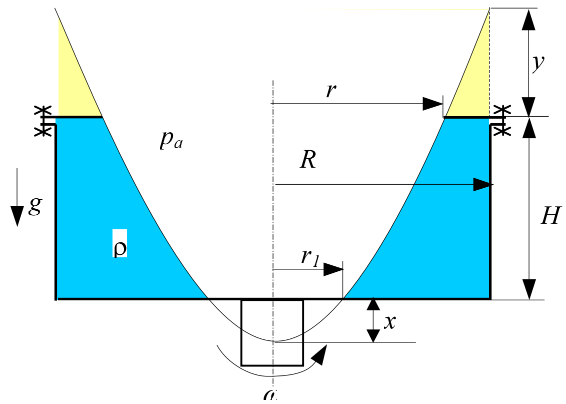
izračunava se pretlak u točci A

$$p_{MA} = \left[\rho_2\cdot\left(H_2 - H_1\right) + \rho_1\cdot H_1\right]\cdot g \qquad \boxed{p_{MA} = 9.662\times 10^3\ \text{Pa}}$$

Ispit 24.06.1998. zadatak 1



Odredite silu na poklopac cilindrične posude prema slici, koja je prije rotacija bila ispunjena vodom gustoće ρ = 998 kg/m^3 do visine h = 6.9 cm. Nakon rotacije u posudi ostane polovica prvobitnog volumena vode. Zadano je: D = 10 cm, d = 8 cm, H = 7.8 cm.



Prema uvjetu zadatka polovica fluida koji se nalazio u posudi prije rotacije jednak je volumenu koji se nalazi za vrijeme rotacije

$$\frac{1}{2}\cdot R^2\cdot\pi\cdot h = H\cdot\pi\cdot\left(R^2 - r^2\right) + \frac{1}{2}\cdot H\cdot\pi\cdot\left(r^2 - r_1^{\,2}\right)$$

Slobodna površina poprima oblik rotacionog paraboloida pa vrijede relacije

$$x = \frac{\omega^2\cdot r_1^{\,2}}{2\cdot g} \qquad H + x = \frac{\omega^2\cdot r^2}{2\cdot g} \qquad H = \frac{\omega^2\cdot\left(r^2 - r_1^{\,2}\right)}{2\cdot g} \qquad r^2 - r_1^{\,2} = \frac{2\cdot g\cdot H}{\omega^2}$$

Uvrštenjem ovih izraza u jednadžbu jednakosti volumena moguće je izračunati brzinu kutne rotacije ω

$$R^2\cdot h = 2\cdot H\cdot\left(R^2 - r^2\right) + \frac{2\cdot g\cdot H^2}{\omega^2}$$

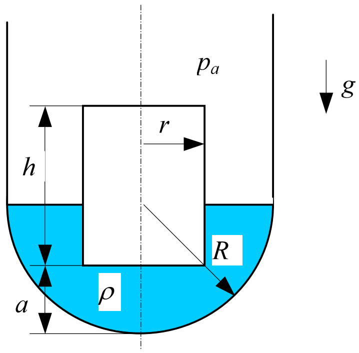
$$\omega = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot H^2}{R^2\cdot h - 2\cdot H\cdot R^2 + 2\cdot H\cdot r^2}} \qquad \omega = 60.97 s^{-1}$$

Sila na poklopac jednaka je težini fluida između poklopca i slobodne površine (na slici obojano žuto)

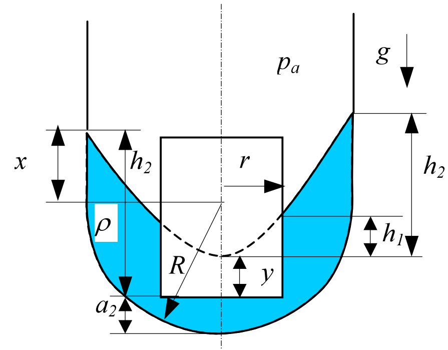
$$F = \rho\cdot g\cdot V = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot g\cdot y\cdot\pi\cdot\left(R^2 - r^2\right) \qquad y = \frac{\omega^2\cdot\left(R^2 - r^2\right)}{2\cdot g}$$

$$F = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot g\cdot\pi\cdot\left(R^2 - r^2\right)\cdot\frac{\omega^2\cdot\left(R^2 - r^2\right)}{2\cdot g} \qquad \boxed{F = 2.36\,\mathrm{N}}$$

Ispit 22.01.1999. zadatak 1



U polukuglastoj posudi ispunjenoj vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 pliva valjak mase m_{valjka} = 33 kg. Koliko iznosi udaljenost a između dna posude i valjka, kada se posuda zarotira konstantnom kutnom brzinom ω = 3 s^{-1}. Zadano je. R = 0.4m, r = 0.2 m, h = 0.35 m.



Iz uvjeta plivanja prije nego je posuda zarotirana moguće je izračunati udaljenost a valjka od dna posude

$$m_{valjka} \cdot g = \rho \cdot g \cdot V_u = \rho \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (R - a) \qquad a = R - \frac{m_{valjka}}{\rho \cdot r^2 \cdot \pi} \qquad a = 0.137\text{m}$$

Nakon što se posuda zarotira slobodna površina poprima oblik rotacionog paraboloida pa se visine h_1 i h_2 mogu izračunati iz jednadžbe slobodne površine

$$h_1 = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} \qquad h_2 = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = 0.018\text{m} \qquad h_2 = 0.073\text{m}$$

Iz uvjeta plivanja nakon što je posuda zarotirana moguće je izračunati udaljenost y prema slici

$$m_{valjka} \cdot g = \rho \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \left(y + \frac{h_1}{2} \right) = \rho \cdot g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (R - a) \qquad y = R - a - \frac{h_1}{2} \qquad y = 0.254\text{m}$$

Iz jednakosti volumena fluida prije i nakon rotacije slijede relacije

$$V_{fluida} = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} - r^2 \cdot \pi \cdot (R - a) = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} + \left(x - \frac{h_2}{2} \right) R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi \cdot \left(y + \frac{h_1}{2} \right)$$

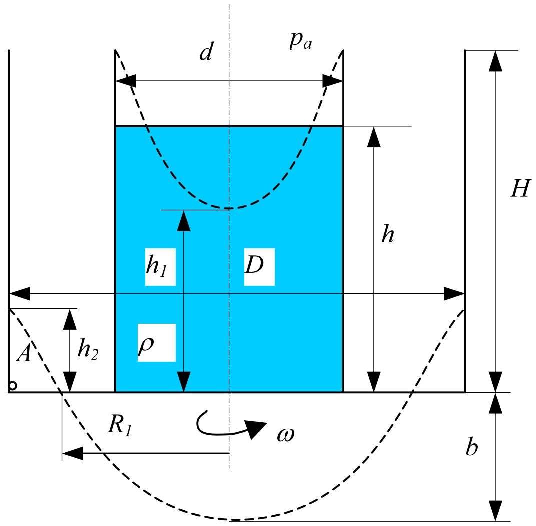
$$x = \frac{h_2}{2} \qquad x = 0.037\text{m}$$

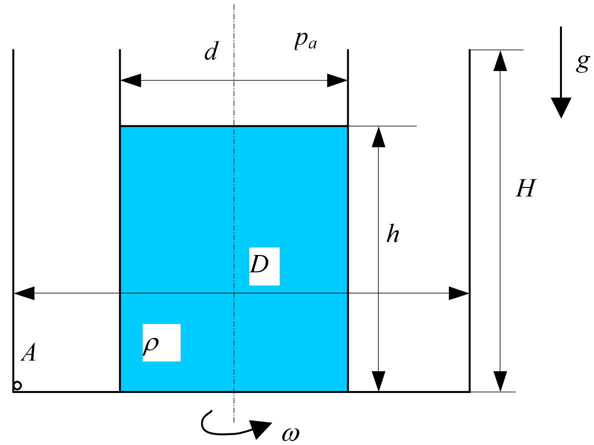
Iz geometrijskih odnosa moguće je izračunati udaljenost a_2 valjka od dna rotirajuće posude

$$a_2 = R + x - h_2 - y \qquad \boxed{a_2 = 0.109\text{m}}$$

Ispit 18.02.1999. zadatak 1

Odredite tlak u točci A na vanjskom plaštu cilindrične posude prema slici kada se zarotira konstantnom kutnom brzinom $\omega = 17$ rad/s. Zadano je: $D = 14$ cm, $d = 8$ cm, $H = 9$ cm, $h = 8$ cm, $\rho = 998.2$ kg/m^3.





$$R = \frac{D}{2} \qquad R = 0.07\text{m}$$

$$r = \frac{d}{2} \qquad r = 0.04\text{m}$$

Površina vode nakon rotacije zauzme oblik rotacionog paraboloida definiranog jednadžbom

$$H - h_1 = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = \left(H - \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^2}{g}\right) \qquad h_1 = 0.066\text{m}$$

Uslijed rotacije dio vode se preljeva iz unutrašnje u vanjsku posudu

$$V_{preljeva} = r^2 \cdot \pi \cdot (h - h_1) - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (H - h_1) \qquad V_{preljeva} = 8.987 \times 10^{-6}\,\text{m}^3$$

Dio vode koji se preljeva u drugu posudu zauzima oblik rotacionog paraboloida volumena

$$V_{preljeva} = \frac{1}{2} \cdot h_2 \cdot \left(R^2 - R_1^2\right) \cdot \pi$$

Jednadžba rotacionog paraboloida za fluid u vanjskoj posudi glasi

$$b = \frac{\left(\omega^2 \cdot R_1^2\right)}{2 \cdot g} \qquad b + h_2 = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}$$

Rješavanjem ove tri jednadžbe po nepoznanicama b, h_2, R_1 dobiva se rješenje

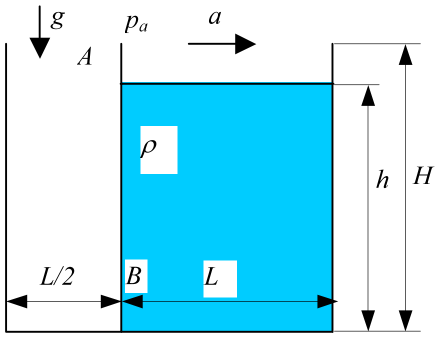
$$\frac{\left(\omega^2 \cdot R_1^2\right)}{2 \cdot g} + h_2 = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g} \qquad h_2 = \frac{\omega^2 \cdot \left(R^2 - R_1^2\right)}{2 \cdot g} \qquad \frac{h_2 \cdot 2 \cdot g}{\omega^2} = \left(R^2 - R_1^2\right)$$

$$V_{preljeva} = \frac{1}{2} \cdot h_2 \cdot \frac{h_2 \cdot 2 \cdot g}{\omega^2} \cdot \pi \qquad h_2 = \frac{1}{g} \cdot \frac{\omega}{\pi} \cdot \sqrt{g \cdot \pi \cdot V_{preljeva}} \qquad h_2 = 9.182 \times 10^{-3}\,\text{m}$$

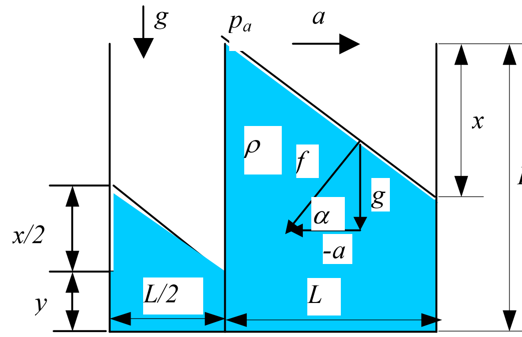
Pomoću visine h_2 vode u vanjskom spremniku jednostavno je izračunati tlak u točci A

$$p_A = \rho \cdot g \cdot h_2 \qquad \boxed{p_A = 89.88\,\text{kg}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^{-2}}$$

Ispit 26.03.1999. zadatak 1



Odredite silu F na pregradu kolica $\overline{AB}$ jedinične širine koja se ubrzavaju udesno konstantnom akceleracijom a = 7.2 m/s. Zadano je: H = 1.2 m, h = 1.06 m, L = 0.6 m, ρ = 998.2 kg/m^3.



Nakon što nastupi jednoliko ubrzano gibanje akceleracijom a dio fluida prelije se preko pregrade AB u desni dio spremnika, prema slici. Poznavajući akceleraciju a moguće je izračunati nagib vode u kolicima nakon što nastupi jednoliko ubrzano gibanje

$$tan(\alpha) = \frac{g}{a} \qquad \frac{g}{a} = \frac{L}{x} \qquad x = L\cdot\frac{a}{g} \qquad x = 0.441\mathrm{m}$$

Početni volumen vode u kolicima nakon što nastupi gibanje rasporedio se dijelom u desni, a dijelom u lijevi spremnik (prelio se preko pregrade AB).

$$L\cdot h = \left(\frac{x}{2} + H - x\right)\cdot L + V_{preljeva} \qquad L\cdot\left(h - H + \frac{L\cdot a}{2\cdot g}\right) = V_{preljeva} = \frac{x\cdot L}{8} + y\cdot\frac{L}{2}$$

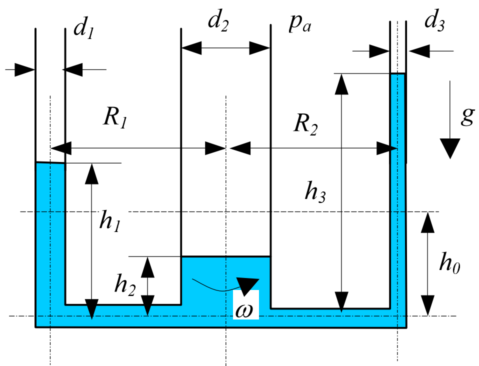
Odatle je jednostavno izračunati visinu y fluida u drugom spremniku

$$y = 2\cdot h - 2\cdot H + L\cdot\frac{a}{g} - \frac{1}{4}\cdot x \qquad y = 0.05\mathrm{m}$$

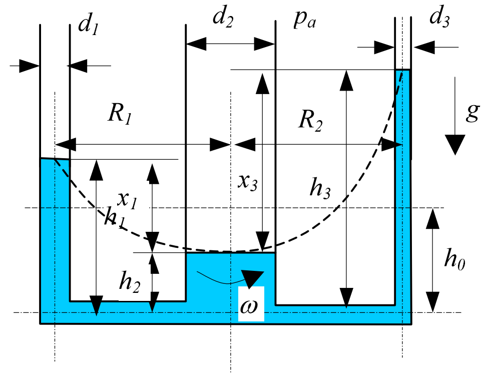
Poznajući visine fluida u oba spremnika sila na pregradu AB računa se prema izrazu

$$F = \rho\cdot g\cdot\frac{H^2}{2} - \rho\cdot g\cdot\frac{y^2}{2} \qquad \boxed{F = 7.036\times 10^3\,\mathrm{kg\,s^{-2}}}$$

Ispit 30.04.1999. zadatak 1



Tri cjevčice promjera d_1 = 10 mm, d_2 = 17 mm i d_3 = 6 mm ispunjene su tekućinom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 do visine h = 12 cm. Odredite visine h_1, h_2 i h_3 nakon što cjevčice zarotiramo konstantnom kutnom brzinom ω = 25.6 rad/s. Zadano je R_1 = 5 cm, R_2 = 12 cm.



Slobodna površina fluida u rotaciji jednolikom kutnom brzinom zauzima oblik rotacionog paraboloida. Iz jednadžbe rotacionog paraboloida određuju se visine fluida u cjevčicama.

$$x_1 = \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{2 \cdot g} \qquad x_1 = 0.084\text{m}$$

$$x_3 = \frac{\omega^2 \cdot R_2^2}{2 \cdot g} \qquad x_3 = 0.481\text{m}$$

Količina fluida u cjevčicama prije i poslije rotacije mora biti ista.

$$\left(h_2 + x_1\right) \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} + \left(h_2 + x_3\right) \cdot \frac{d_3^2 \cdot \pi}{4} + h_2 \cdot \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} = h_0 \cdot \left(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2\right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

Iz ove jednadžbe visina vode u srednjoj cjevčici iznosi

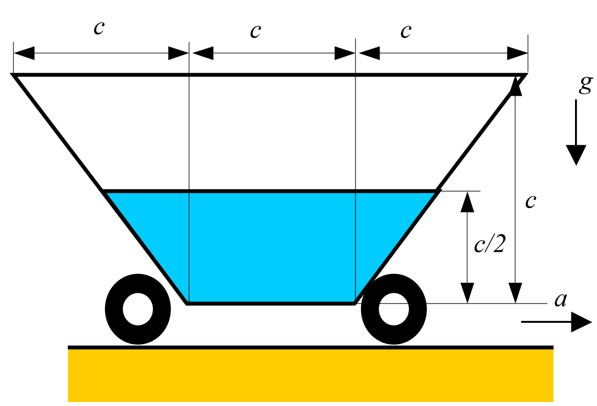
$$h_2 = \frac{-\left(d_1^2 \cdot x_1 + d_3^2 \cdot x_3 - h_0 \cdot d_1^2 - h_0 \cdot d_2^2 - h_0 \cdot d_3^2\right)}{\left(d_1^2 + d_3^2 + d_2^2\right)} \qquad \boxed{h_2 = 0.06\text{m}}$$

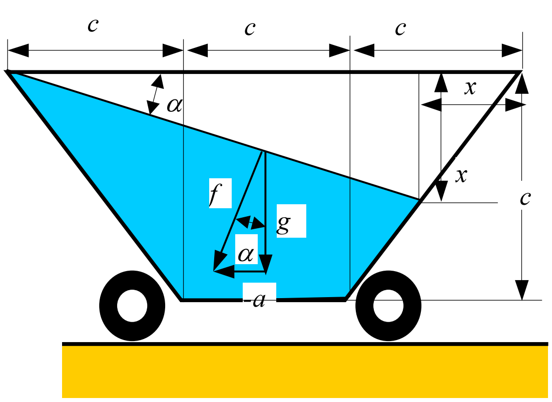
Visine fluida u preostala dvije cjevčice

$$h_1 = h_2 + x_1 \qquad \boxed{h_1 = 0.143\text{m}} \qquad\qquad h_3 = h_2 + x_3 \qquad \boxed{h_3 = 0.541\text{m}}$$

Ispit 30.06.1999. zadatak 1

Odredite maksimalnu dozvoljenu akceleraciju kojom kolica mogu ubrzavati. a da ne dođe do prelijevanja preko ruba kolica.





U kolicima se nalazi identičan volumen vode prije i poslije ubrzavanja akceleracijom a (uvjet da ne dođe do prelijevanja). Međutim ni količina zraka u kolicima se ne mijenja tokom ubrzavanja. Volumen zraka V_0 je trapezna prizma sa stranicama 3c i 2c te visinom baze $c/2$.

$$V_0 = \frac{5}{2} \cdot c \cdot \frac{c}{2}$$

Nakon akceleriranja zrak zauzme oblik trokutaste prizme

$$V_0 = 3c \cdot \frac{x}{2}$$

Kako su ova dva volumena identična lako je izračunati visinu trokuta x

$$3 \cdot c \cdot \frac{x}{2} = \frac{5}{4}c^2 \qquad x = \frac{5}{6} \cdot c$$

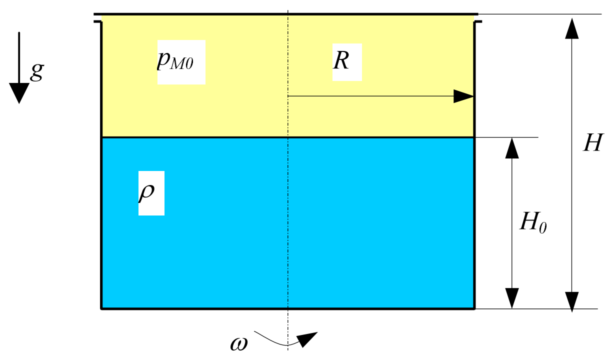
Kut nagiba površini jednak je kutu između jedinične masene sile i gravitacije

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{g} \qquad \tan(\alpha) = \frac{x}{3c - x}$$

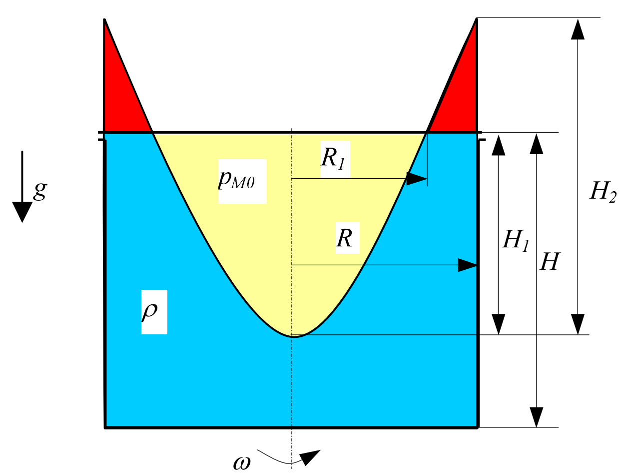
Iz ovih izraza lako se može izračunati akceleracija kolica

$$\frac{a}{g} = \frac{\frac{5 \cdot c}{6}}{3c - \frac{5 \cdot c}{6}} \qquad a = \frac{5}{25} \cdot g \qquad \boxed{a = 1.961 \mathrm{ms}^{-2}}$$

Ispit 01.09.1999. zadatak 1



Poklopac na cilindričnoj posudi u mirovanju, prema slici, pridržava se podtlakom p_{M0} = 0.001 bar u posudi. Pri kojoj kutnoj brzini rotacije ω će se poklopac otvoriti. Zadano je H = 2.6 m, H_0 = 1.8 m, R = 1m, ρ = 998.2 kg/m^3.



Volumen zraka unutar posude jednak je prije i poslije rotacije

$$R^2 \cdot \pi \cdot (H - H_0) = \frac{1}{2} \cdot R_1^2 \cdot \pi \cdot H_1$$

Slobodna površina unutar posude poprima oblik rotacionog paraboloida

$$H_1 = \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{2 \cdot g} \qquad H_2 = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}$$

Uvrštenjem u jednadžbu volumena zraka slijede izrazi

$$R^2\cdot\pi\cdot\left(H-H_0\right)=\frac{1}{2}\cdot R_1^{\,2}\cdot\pi\cdot\frac{\omega^2\cdot R_1^{\,2}}{2\cdot g}$$

$$R_1=\sqrt[4]{\frac{\left[R^2\cdot\left(H-H_0\right)\cdot g\cdot 4\right]}{\omega^2}}\qquad\qquad H_1=\frac{\omega^2}{2\cdot g}\cdot\sqrt{\frac{\left[R^2\cdot\left(H-H_0\right)\cdot g\cdot 4\right]}{\omega^2}}$$

Sila na poklopac jednaka je sili konstantnog tlaka na cijeli poklopac te težini volumena fluida između površine i slobodne površine (na slici crveno)

$$F=-p_{M0}\cdot R^2\cdot\pi+\frac{1}{2}\cdot\left(H_2-H_1\right)\cdot\left(R^2-R_1^{\,2}\right)\cdot\rho\cdot g\cdot\pi=0$$

$$F=-p_{M0}\cdot R^2\cdot\pi+\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\omega^2\cdot R^2}{2\cdot g}-\frac{\omega^2}{2\cdot g}\cdot\sqrt{\frac{\left[R^2\cdot\left(H-H_0\right)\cdot g\cdot 4\right]}{\omega^2}}\right]\cdot\left[R^2-\sqrt{\frac{\left[R^2\cdot\left(H-H_0\right)\cdot g\cdot 4\right]}{\omega^2}}\right]\cdot\rho\cdot g\cdot\pi=0$$

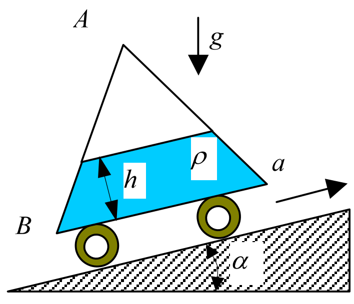
$$-p_{M0}\cdot R^2\cdot\pi+\frac{\omega^2}{4}\cdot\left[R^2-2\cdot\left[R^2\cdot\left(H-H_0\right)\cdot\frac{g}{\omega^2}\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right]^2\cdot\rho\cdot\pi=0$$

Iz ove jednadžbe kutna brzina rotacije ω jednaka je

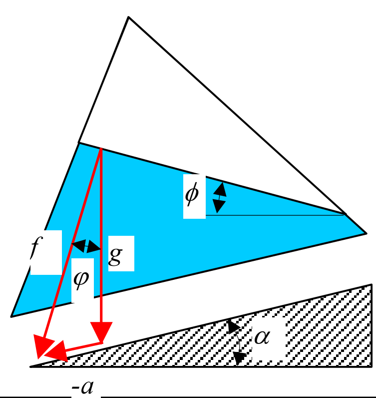
$$\omega=\frac{2}{R}\cdot\left[\sqrt{\frac{p_{M0}}{\rho}}+\sqrt{g\cdot\left(H-H_0\right)}\right]$$

$$\boxed{\omega=6.235\mathrm{s}^{-1}}$$

Ispit 26.11.1999. zadatak 1



Odredite silu na stražnju stranu AB kolica oblika jednakostranične prizme stranice b = 1.27 m, prema slici, ako kolica jedinične širine ubrzavaju uz kosinu konstantnom akceleracijom a = 1.2 m/s^2 . Zadano je: h = 0.82 m (visina fluida u kolicima u stanju mirovanja na ravnoj podlozi), α = 15^0 , ρ = 998.2 kg/m^3.



Iz trokuta ubrzanja prema slici primjenom sinusnog poučka može se izračunati kut nagiba površine

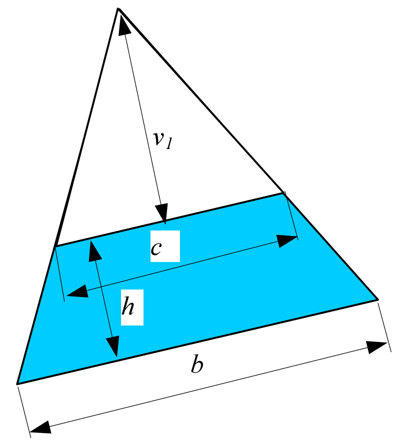
$$\frac{g}{sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha-\phi\right)}=\frac{a}{sin(\phi)}$$

$$\frac{g}{cos(\alpha+\phi)}=\frac{a}{sin(\phi)}$$

$$\frac{g}{(cos(\alpha)\cdot cos(\phi)-sin(\alpha)\cdot sin(\phi))}=\frac{a}{sin(\phi)}$$

$$\frac{g}{\left(cos(\alpha)\cdot\frac{cos(\phi)}{sin(\phi)}-sin(\alpha)\right)}=a$$

$$\phi=atan\left[a\cdot\frac{cos(\alpha)}{(g+a\cdot sin(\alpha))}\right]\qquad \phi=0.114$$

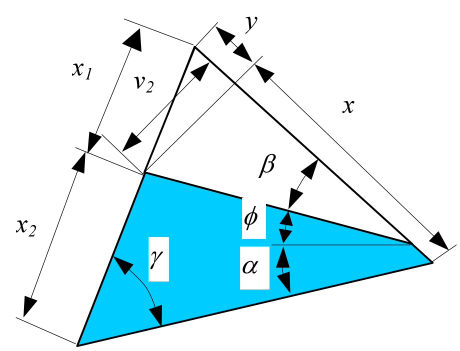


Iz jednakosti volumena prije i nakon akceleracije slijede relacije

$$v=\frac{b\cdot\sqrt{3}}{2}\qquad v_1=v-h$$

$$\frac{v_1}{v}=\frac{c}{b}\qquad c=\frac{v_1}{v}\cdot b$$

$$V=\frac{c\cdot v_1}{2}$$



$$V=\frac{(x+y)}{2}\cdot v_2\qquad V=\frac{\left(\frac{v_2}{tan(\beta)}+\frac{v_2}{tan(\gamma)}\right)}{2}\cdot v_2$$

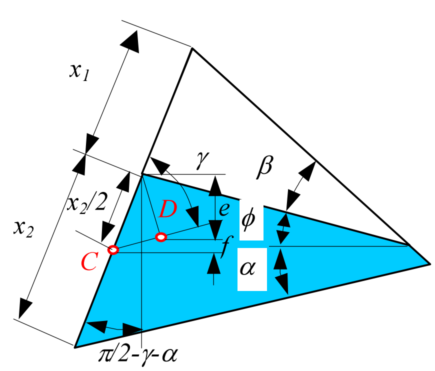
$$V=\left(\frac{1}{tan(\beta)}+\frac{1}{tan(\gamma)}\right)\cdot\frac{{v_2}^2}{2}\qquad v_2=\sqrt{\frac{2\cdot V}{\frac{1}{tan(\beta)}+\frac{1}{tan(\gamma)}}}$$

Iz geometrijskih odnosa slijedi

$$x_1=\frac{v_2}{sin(\gamma)}\qquad x_2=b-x_1$$

$$x_1=0.256\text{m}\qquad x_2=1.014\text{m}$$

Potrebno je naći pretlak u točci C koja se nalazi na $x_2/2$. Iz geometrije slijedi.



$$CD = \frac{x_2}{2} \cdot cos(\gamma) \qquad e + f = \frac{x}{2} \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \gamma\right)$$

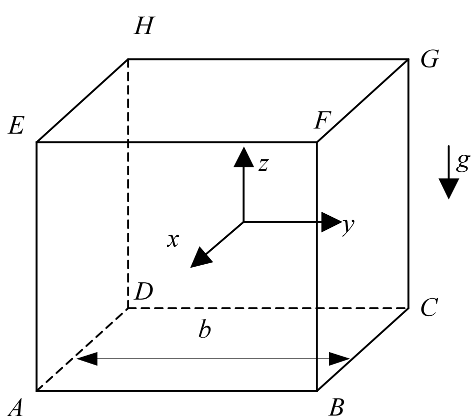
Pretlak je posljedica djelovanja jediničnih masenih sila gravitacije i inercije.

$$p_{MC} = p_{MD} + \rho \cdot g \cdot f + \rho \cdot a \cdot \frac{x_2}{2} \cdot cos(\gamma) = \rho \cdot g \cdot e + \rho \cdot g \cdot f + \rho \cdot a \cdot \frac{x_2}{2} \cdot cos(\gamma) = \rho \cdot \left(g \cdot \frac{x_2}{2} \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \gamma\right) + a \cdot \frac{x_2}{2} \cdot cos(\gamma) \right)$$

Odnosno sila je jednaka

$$F = \rho \cdot \left(g \cdot \frac{x_2}{2} \cdot sin(\alpha + \gamma) + a \cdot \frac{x_2}{2} \cdot cos(\gamma) \right) \cdot x_2 \cdot B \qquad \boxed{F = 5.166 \times 10^3 \, N}$$

Ispit 16.02.2000. zadatak 1



Odredite akceleraciju a (po smjeru i veličini) kockastog spremnika, prema slici, ispunjenog fluidom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 ako su zadane razlike tlakova na prostornim dijagonalama. Zadano je: Δp_{AG} = 2.3 bar, Δp_{BH} =1.4 bar, Δp_{CE} = 3.1 bar, b = 4.2 m.

Jednadžbe manometra između točaka A i G, B i H, te C i E

$$p_A + \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) - \rho \cdot b \cdot a_y = p_G$$

$$p_B + \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) + \rho \cdot b \cdot a_y = p_H$$

$$p_C - \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) + \rho \cdot b \cdot a_y = p_E$$

Uvrštenjem razlike tlakova dobiva se sustav jednadžbi

$$\Delta p_{AG} + \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) - \rho \cdot b \cdot a_y = 0$$

$$\Delta p_{BH} + \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) + \rho \cdot b \cdot a_y = 0$$

$$\Delta p_{CE} - \rho \cdot b \cdot a_x - \rho \cdot b \cdot (a_z + g) + \rho \cdot b \cdot a_y = 0$$

Rješenjem sustava jednadžbi dobiva se

$$\Delta p_{AG} + 2\cdot\rho\cdot b\cdot a_x - 2\cdot\rho\cdot b\cdot(a_z + g) + \Delta p_{BH} = 0$$

$$\Delta p_{AG} - 2\cdot\rho\cdot b\cdot(a_z + g) + \Delta p_{CE} = 0$$

$$a_z = \frac{1}{2}\cdot\frac{(\Delta p_{AG} - 2\cdot\rho\cdot b\cdot g + \Delta p_{CE})}{(\rho\cdot b)}$$

$$a_x = \frac{-1}{2}\cdot\frac{(\Delta p_{AG} - 2\cdot\rho\cdot b\cdot a_z - 2\cdot\rho\cdot b\cdot g + \Delta p_{BH})}{(\rho\cdot b)}$$

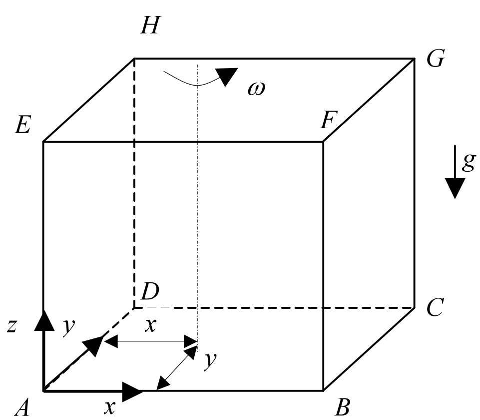
$$a_y = \frac{-(\Delta p_{CE} - \rho\cdot b\cdot a_x - \rho\cdot b\cdot a_z - \rho\cdot b\cdot g)}{(\rho\cdot b)}$$

$a_z = 54.595\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

$a_x = 20.275\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

$a_y = 10.734\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

Ispit 01.03.2000. zadatak 1



Odredite položaj vertikalne osi oko koje kockasti spremnik, prema slici, rotira konstantnom kutnom brzinom $\omega = 2.3$ rad/s. Spremnik je ispunjen fluidom gustoće $\rho = 998.2$ kg/m^3. Zadano je: $\Delta p_{AC} = 1250$ Pa, $\Delta p_{BD} = 2050$ Pa, $b = 4.2$ m.

Ako pretpostavimo da u točki prodora os rotacije i kvadrata ABCD vlada tlak p_0 tlakove u točkama A, B, C i D računamo iz izraza

$$p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot(x^2 + y^2) = p_A \qquad p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[(b-x)^2 + (b-y)^2\right] = p_C$$

$$p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[(b-x)^2 + y^2\right] = p_B \qquad p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[x^2 + (b-y)^2\right] = p_D$$

Iz ovih jednadžbi lako se računa razlika tlakova na dijagonalama AC i BD

$$p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot(x^2 + y^2) - \left[p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[(b-x)^2 + (b-y)^2\right]\right] = p_A - p_C$$

$$p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[(b-x)^2 + y^2\right] - \left[p_O + \rho\cdot\frac{\omega^2}{2}\cdot\left[x^2 + (b-y)^2\right]\right] = p_B - p_D$$

Rješavanjem ovog sustava jednadžbi dolazimo do rješenja

$$-\rho\cdot\omega^2\cdot b^2 + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot x + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y = p_A - p_C$$

$$-\rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot x + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y = p_B - p_D$$

$$-\rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot x + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y = \Delta p_{BD}$$

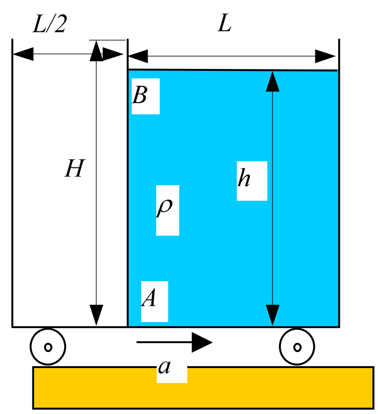
$$-\rho\cdot\omega^2\cdot b^2 + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot\frac{\left(\rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y - \Delta p_{BD}\right)}{\left[\rho\cdot\left(\omega^2\cdot b\right)\right]} + \rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y = \Delta p_{AC}$$

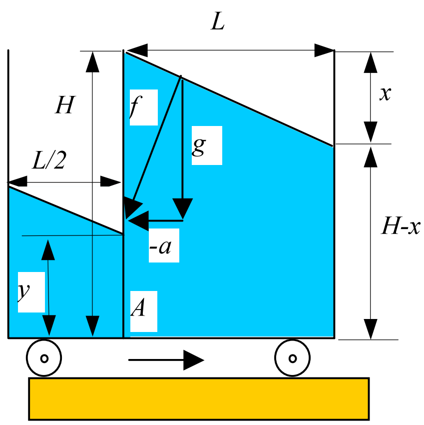
$$y = \frac{-1}{2}\cdot\frac{\left(-\rho\cdot\omega^2\cdot b^2 - \Delta p_{BD} - \Delta p_{AC}\right)}{\left[\rho\cdot\left(\omega^2\cdot b\right)\right]} \qquad x = \frac{\left(\rho\cdot\omega^2\cdot b\cdot y - \Delta p_{BD}\right)}{\left[\rho\cdot\left(\omega^2\cdot b\right)\right]}$$

$$\boxed{x = 2.082\text{m}} \qquad \boxed{y = 2.174\text{m}}$$

Ispit 24.03.2000. zadatak 5

Odredite silu F na pregradu kolica $\overline{AB}$ koja se ubrzavaju udesno konstantnom akceleracijom $\underline{a}$ = 7.2 m/s. Zadano je: H = 1.2 m, h = 0.98 m, L = 0.6 m, ρ = 998.2 kg/m^3.





Slobodna nivo površina je okomita na rezultantnu masenu silu f. Iz geometrijskih odnosa sa trokut masenih sila i trokut slobodne površine i geometrije kolica slijede izrazi.

$$tan(\alpha) = \frac{a}{g} \qquad tan(\alpha) = \frac{x}{L} \qquad x = \frac{a\cdot L}{g} \qquad x = 0.587\text{m}$$

Iz geometrijskih odnosa računamo volumen vode unutar desne pregrade prije i poslije ubrzavanja kolica

$$V_1 = h\cdot L\cdot B \qquad V_1 = 0.784\text{m}^3 \qquad V_2 = H\cdot L\cdot B - \frac{x\cdot L\cdot B}{2} \qquad V_2 = 0.645\text{m}^3$$

Volumen vode koji se prelio iz desne u lijevu pregradu računa se pomoću izraz

$$V_3 = V_1 - V_2 \qquad V_3 = 0.139\text{m}^3 \qquad V_3 = \frac{L}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{B}{2} + \frac{L}{2}\cdot y\cdot B$$

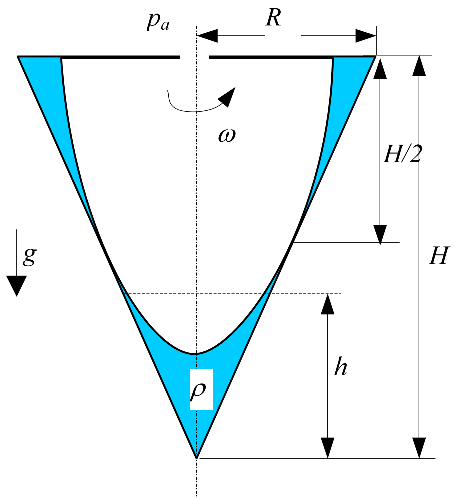
Visina y fluida u lijevoj pregradi računa se prema

$$y = \frac{2 \cdot V_3}{L \cdot B} - \frac{x}{4} \qquad y = 0.201\text{m}$$

Sila na pregradu iznosi

$$F_R = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{H^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) \cdot B \qquad \boxed{F_R = 5.726 \times 10^3\, N}$$

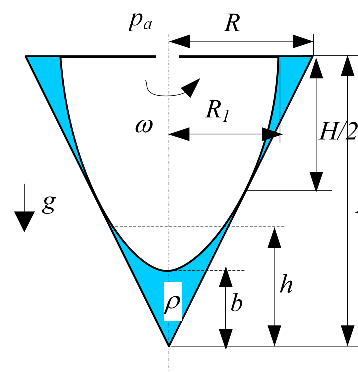
Ispit 04.09.2000. zadatak 1



Vertikalni stožac visine H = 45 cm i polumjera baze R = 27 cm, ispunjen vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 rotira kutnom brzinom ω. Odredite do koje visine h je stožac bio ispunjen vodom prije rotacije, ako tijekom rotacije slobodna površina tangira plašt stošca na visini H/2, prema slici.

Slobodna površina ima oblik rotacionog paraboloida zadanog jednadžbom

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g}$$



Nagib površine jednak dobiva se deriviranjem jednadžbe površine

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g}$$

U točci $z = H/2$ odnosno $r = R/2$ nagib površine jednak je nagibu plašta stošca

$$\frac{\omega^2 \cdot R}{2 \cdot g} = \frac{H}{R}$$

Točka $z = H/2$ odnosno $r = R/2$ nalazi se na rotacionom paraboloidu pa za nju vrijedi jednadžba površine rotacionog paraboloida ($z=\omega^2 r^2/2g$)

$$\frac{\omega^2 \cdot R^2}{8 \cdot g} = \frac{H}{2} - b$$

gdje je b udaljenost tjemena parabole od vrha stošca. Koristeći prethodne dvije jednadžbe neposredno slijedi $b = H/4$. Iz jednadžbe nagiba površine izračunava se kutna brzina ω

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{R^2}} \qquad \omega = 11.003\text{s}^{-1}$$

Jednadžba rotacionog paraboloida za najvišu točku ($z = H$, $r = R_1$ i $b = H/4$)

$$\frac{\omega^2 \cdot R_1^{\,2}}{2g} = \frac{3 \cdot H}{4} \qquad R_1 = \sqrt{\frac{3 \cdot g}{2} \cdot \frac{H}{\omega^2}} \qquad R_1 = 0.234\text{m}$$

Volumen fluida u rotaciji jednak je

$$V := \frac{1}{3}\cdot R^2\cdot H\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot R_1{}^2\cdot\frac{3}{4}\cdot H\cdot\pi \qquad V = 5.368\times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

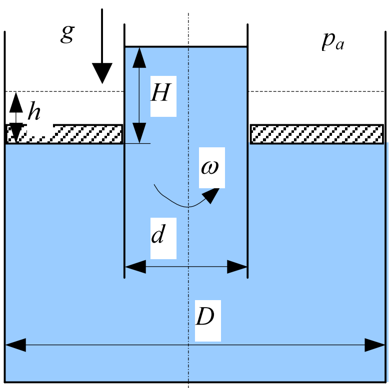
Iz sličnosti trokuta u stanju mirovanja

$$\frac{r}{h} = \frac{R}{H} \qquad r = \frac{R\cdot h}{H}$$

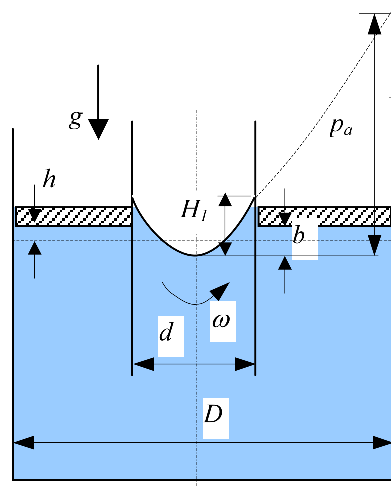
Volumen u stanju mirovanja računa se iz izraza

$$V = \frac{1}{3}\cdot r^2\cdot h\cdot\pi \qquad V = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{R\cdot h}{H}\right)^2\cdot h\cdot\pi \qquad h := \left(\frac{V\cdot H^2\cdot 3}{R^2\cdot\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \boxed{h = 0.242\mathrm{m}}$$

Ispit 15.12.2000. zadatak 1



Odredite visinu h podizanja kružnog poklopaca nakon što se posuda i fluid zarotiraju konstantnom kutnom brzinom $\omega = 17\ \mathrm{s}^{-1}$. Zadano je: $D = 23$ cm, $d = 12$ cm, $H = 5$ cm, $\rho = 998$ kg/m3.



Masu poklopca moguće je izračunati iz izraza (dok posuda miruje)

$$m\cdot g = \rho\cdot g\cdot H\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad m = \rho\cdot H\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi \qquad m = 1.509\mathrm{kg}$$

Kada se fluid zarotira konstantnom kutnom brzinom slobodna površina zauzme oblik rotacionog paraboloida pa je visine H_1 i H_2 moguće je izračunati iz jednadžbi

$$H_1 = \frac{\omega^2\cdot d^2}{8\cdot g} \qquad H_2 = \frac{\omega^2\cdot D^2}{8\cdot g} \qquad H_1 = 0.053\mathrm{m} \qquad H_2 = 0.195\mathrm{m}$$

iz jednadžbe ravnoteže sila u vertikalnom smjeru slijedi jednadžba

$$m\cdot g = \rho\cdot g\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi\cdot(H_1 - b) + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot g\cdot\frac{D^2 - d^2}{4}\cdot\pi\cdot(H_2 - H_1)$$

iz ove jednadžbe moguće je izračunati veličinu b

$$m = -\rho \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi \cdot b + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi \cdot \left(H_2 + H_1\right)$$

$$b = \frac{H_2 + H_1}{2} - \frac{4 \cdot m}{\rho \cdot \left(D^2 - d^2\right) \cdot \pi} \qquad b = 0.074\text{m}$$

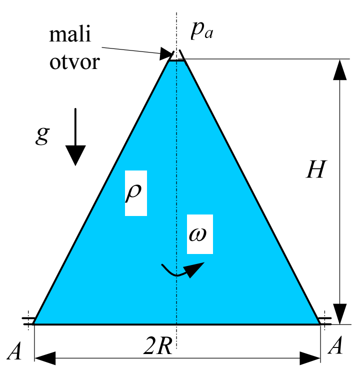
iz jednakosti volumena prije i poslije rotacije slijedi relacija

$$H \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + V_0 = V_0 + h \cdot \frac{D^2}{4} \cdot \pi - b \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot H_1$$

iz ovog izraza izračunava se visina podizanja poklopca h

$$h = \frac{1}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{\left(2 \cdot H + 2 \cdot b - H_1\right)}{D^2} \qquad \boxed{h = 0.027\text{m}}$$

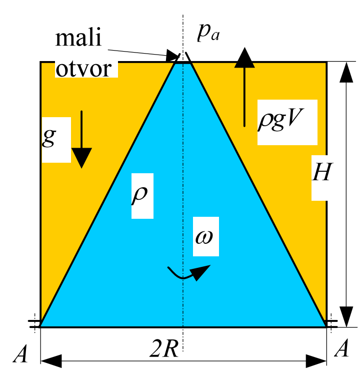
Ispit 27.04.2001. zadatak 1



Posuda oblika stošca rotira oko vertikalne osi konstantnom kutnom brzinom ω. Odredite kutnu brzinu ω tako da bi sila na vijke A bila tri puta veća od sile u slučaju kada posuda ne rotira. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m3, R = 1.2 m, H = 1.45 m.

U slučaju kada posuda ne rotira sila na vijke A jednaka je volumenu između plašta stošca i slobodne površine

$$F_S = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(R^2 \cdot \pi \cdot H\right)$$



U slučaju kada posuda rotira konstantnom kutnom brzinom slobodna površina poprima oblik rotacionog paraboloida

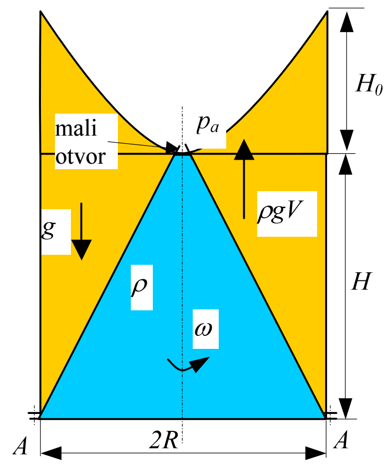
$$H_0 = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}$$

Sila u vijcima A jednaka je težini koja se nalazi između površine (plašt stošca) i slobodne površine (jednadžba paraboloida)

$$F_R = F_s + \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \pi \cdot H_0 \cdot \rho \cdot g$$

Prema uvjetu zadatka sila F_R mora biti tri puta veća od sile F_S

$$3 \cdot F_S = F_R \qquad 2 \cdot \left(R^2 \cdot \pi \cdot H\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(R^2 \cdot \pi \cdot H\right) + \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \pi \cdot \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}$$

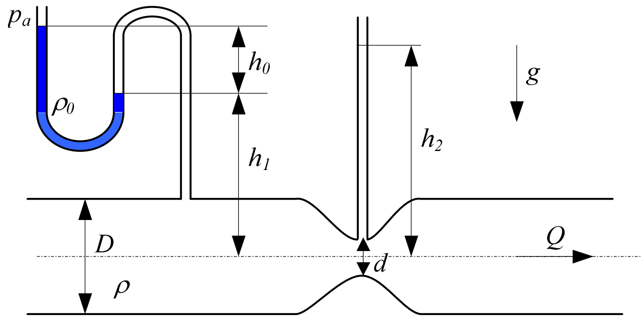


Rješavanjem prethodne jednadžbe se izračunava kutna brzina rotacije

$$\omega = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot H \cdot g}}{R} \qquad \boxed{\omega = 7.257 \frac{1}{s}}$$

Bernoullijeva jednadžba

Ispit 24.06.1998. zadatak 5



Izračunajte protok Q kroz cijev prema slici uz pretpostavku da je koeficijent protoka C_d = 0.98 . Zadano je: D = 200 mm, d = 150 mm, h_1 = 38 cm, h_2 = 65 cm, h_0 = 5.2 cm, ρ_0 = 13560 kg/m^3, ρ = 1000 kg/m^3.

Bernoullijeva jednadžba između presjeka promjera D Venturijeve cijevi i presjeka promjera d

$$\frac{p_1}{\rho\cdot g}+\frac{v_1^2}{2\cdot g}=\frac{p_2}{\rho\cdot g}+\frac{v_2^2}{2\cdot g}$$

Pomoću jednadžbe kontinuiteta brzine možemo izraziti kao

$$v_1=\frac{4\cdot Q}{D^2\cdot\pi} \qquad v_2=\frac{4\cdot Q}{d^2\cdot\pi}$$

Jednadžbe manometra

$$p_1=p_a+\rho_0\cdot g\cdot h_0+\rho\cdot g\cdot h_1 \qquad p_2=p_a+\rho\cdot g\cdot h_2$$

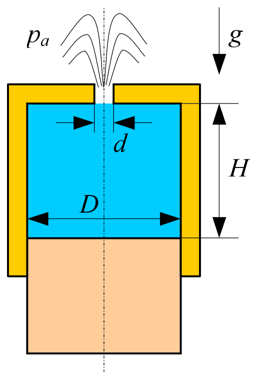
Rješavajući ovaj sistem jednadžbi moguće je izračunati protok kroz Venturijevu cijev

$$\frac{p_a+\rho_0\cdot g\cdot h_0+\rho\cdot g\cdot h_1}{\rho\cdot g}+\frac{Q^2\cdot 8}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}=\frac{p_a+\rho\cdot g\cdot h_2}{\rho\cdot g}+\frac{Q^2\cdot 8}{d^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

$$Q=\sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_0}{\rho}h_0+h_1-h_2\right)\cdot\pi^2\cdot g}{8\cdot\left(\frac{1}{d^4}-\frac{1}{D^4}\right)}} \qquad Q=0.062\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

$$Q_{st}=C_d\cdot Q \qquad \boxed{Q_{st}=0.061\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}$$

Ispit 08.07.1998. zadatak 1



Odredite vrijeme potrebno da se cilindrična kapa, mase m_k = 7 kg, spusti na stup promjera D = 20 cm. Zanemarite trenje između kape i stupa, te pretpostavite savršeno brtvljenje. Zadano je: d = 2 mm, c_d = 0.8, H = 17 cm, ρ = 998 kg/m^3.

Suma sila koje djeluju na cilindričnu kapu mora biti jednaka nuli. Sila težini jednaka je tlaku koji djeluje ispod kape pomnoženoj s površinom.

$$m_k \cdot g - p_M \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi = 0$$

$$p_M = \frac{4 \cdot m_k \cdot g}{\left(D^2 - d^2\right) \cdot \pi} \qquad p_M = 0.022 bar$$

Bernoullijeva jednadžba od točke ispod kape do otvora promjera d te jednadžba kontinuiteta

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad \frac{p_M}{\rho \cdot g} = \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)$$

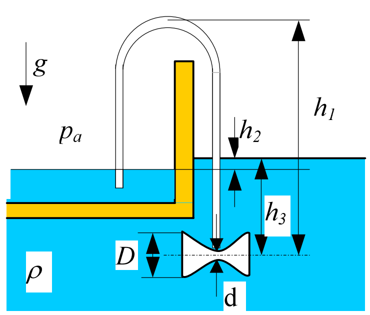
$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{p_M}{\rho \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)}} \qquad v = 2.093 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Tijekom vremena konstantna je ravnoteža sila pa je konstantna brzina istjecanja fluida kroz otvor promjera d i protok Q.

$$V = Q \cdot t = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot H = c_d \cdot v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot t$$

$$t = \frac{H \cdot D^2}{c_d \cdot v \cdot d^2} \qquad \boxed{t = 1.015 \times 10^3 \mathrm{~s}}$$

Ispit 15.09.1998. zadatak 1



Iza krmenog zrcala čamca pričvršćen je venturimetar da bi crpio vodu (gustoće ρ = 999.2 kg/m^3) iz čamca. Odredite minimalnu brzinu čamca kod koje započinje crpenje vode (prazna priključna cijev) te minimalnu brzinu kod koje je crpenje još uvijek moguće (puna priključna cijev). Zadano je: h_1 = 0.85 m, h_2 = 0.13 m, h_3 = 0.21 m, D = 4 cm, d = 1 cm.

Za određivanje minimalne brzine čamca kod koje započinje crpenje vode (prazna priključna cijev) potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu i jednadžbu kontinuiteta od ulaza u venturimetar pa do grla venturimetra.

$$v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Kako se venturimetar nalazi u homogenom strujanju fluida tlak na ulazu može se računati pomoću jednadžbe manometra

$$p_{M1} = \rho \cdot g \cdot h_3 \qquad p_{M1} = 2.058 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Podtlak grla venturimetra koji je potreban da započinje crpenje vode (prazna priključna cijev) mora savladati visinu vodenog stupca od vode u čamcu do vrha sifona

$$p_{M2} = -\rho \cdot g \cdot \left(h_1 - h_3 + h_2\right) \qquad p_{M2} = -7.545 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\frac{\rho \cdot g \cdot h_3}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{-\rho \cdot g \cdot \left(h_1 - h_3 + h_2\right)}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{D^4}{d^4}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{-2 \cdot g \cdot \left(h_1 + h_2\right)}{\left(1 - \frac{D^4}{d^4}\right)}} \qquad v_1 = 0.275 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

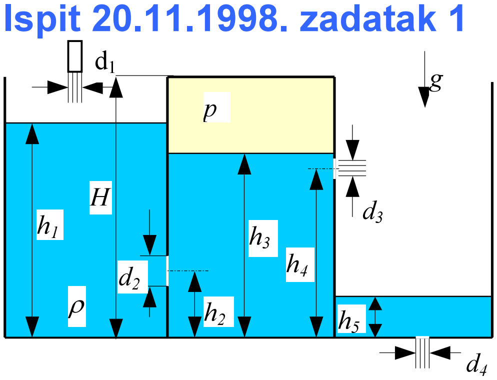
Minimalnu brzinu čamca kod koje je crpenje još uvijek moguće (puna priključna cijev) moguće je izračunati iz istog sustava jednadžbi (Bernoullijevu jednadžba i jednadžba kontinuiteta od ulaza u venturimetar pa do grla venturimetra). Pri minimalnoj brzini čamca crpljenje vode iz čamca je zanemarivo, odnosno brzina fluida u sifonu je približno jednaka nuli pa za sifon možemo postaviti jednadžbu manometra.

$$p_{M2} := \rho \cdot g \cdot \left(h_3 - h_2\right)$$

Rješavanjem sustava jednadžbi izračunava se minimalna brzine čamca (Bernoullijevu jednadžba, jednadžba kontinuiteta od ulaza u venturimetar pa do grla venturimetra i jednadžbu manometra)

$$\frac{\rho \cdot g \cdot h_3}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{\rho \cdot g \cdot \left(h_3 - h_2\right)}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{D^4}{d^4} \qquad v_1 = \sqrt{\frac{-2 \cdot g \cdot h_2}{\left(1 - \frac{D^4}{d^4}\right)}} \qquad \boxed{v_1 = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Ispit 20.11.1998. zadatak 1



Odredite visine h_1 , h_3 i h_5 unutar spremnika prema slici koje se uspostave pri stacionarnom strujanju protokom Q = 9.42 l/s. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka u srednjem spremniku. Zadano je: p_a = 1.013 bar, H = 1 m, ρ = 1000 kg/m^3, h_2 = 0.28 m, h_4 = 0.49 m, d_1 = 0.1 m, d_2 = 75.6 mm, d_3 = 92.6 mm, d_4 = 72.2 mm.

Prema jednadžbi kontinuiteta za stacionarno strujanje količina vode koja ulazi u spremnik jednaka je količini vode koja izlazi iz spremnika

$$Q = v_2 \cdot \frac{d_2^{\,2} \cdot \pi}{4} = v_3 \cdot \frac{d_3^{\,2} \cdot \pi}{4} = v_4 \cdot \frac{d_4^{\,2} \cdot \pi}{4}$$

Odatle je moguće izračunati i pripadajuće brzine

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{d_2^{\,2} \cdot \pi} \qquad v_3 = \frac{4 \cdot Q}{d_3^{\,2} \cdot \pi} \qquad v_4 = \frac{4 \cdot Q}{d_4^{\,2} \cdot \pi}$$

$$v_2 = 2.099\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_3 = 1.399\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_4 = 2.301\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Potrebno je postaviti tri Bernoullijeve jednadžbe i to od lijeve do srednje nivo površine u spremniku, od srednje do preljeva fluida kroz otvor promjera d_3 te od slobodne nivo površine do izlaznog mlaza iz posude U obzir je potrebno uzeti i lokalni gubitak ulaska u veliki spremnik (prolazak fluida kroz otvor promjera d_2).

$$h_1 = h_3 + \frac{P_M}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad h_3 + \frac{P_M}{\rho \cdot g} = h_4 + \frac{v_3^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad h_5 = \frac{v_4^{\,2}}{2 \cdot g}$$

Iz zadnje Bernoullijeve jednadžbe slijedi

$$h_5 = \frac{v_4^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad h_5 = 0.27\mathrm{m}$$

Kombiniranjem prve i druge Bernoullijeve jednadžbe slijedi

$$h_1 = h_4 + \frac{v_3^{\,2}}{2 \cdot g} + \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad h_1 = 0.814\mathrm{m}$$

Pomoću jednadžbe izotermne kompresije $pV=$ const. Moguće je izračunati pretlak i visinu nivoa fluida u srednjem spremniku. Na početku punjenja srednjeg spremnika u njemu se nalazi zrak na atmosferskom tlaku. Tek kada se podizanjem nivoa vode u srednjem spremniku začepi otvor promjera d_3 dolazi do izotermne kompresije

$$p_a \cdot \left(H - h_4 - \frac{d_3}{2} \right) = \left(p_M + p_a \right) \cdot \left(H - h_3 \right) \qquad h_3 = h_4 + \frac{v_3^{\,2}}{2 \cdot g} - \frac{p_M}{\rho \cdot g}$$

Za izračunavanje pretlaka p_M potrebno je riješiti kvadratnu jednadžbu

$$a = p_a \cdot \left(H - h_4 - \frac{d_3}{2} \right) \cdot \rho \cdot g \qquad a_1 = \rho \cdot g \cdot \left(H - h_4 - \frac{v_3^{\,2}}{2 \cdot g} \right)$$

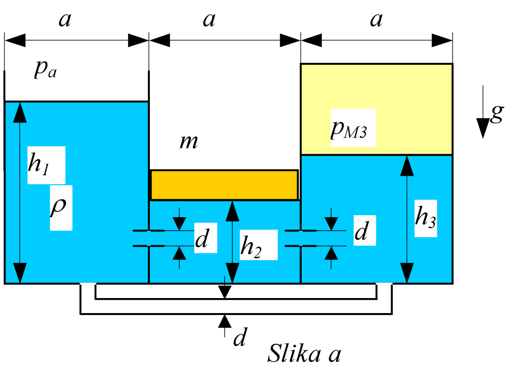
$$a = \left(p_M + p_a \right) \left(a_1 + p_M \right) \qquad p_M^{\,2} + \left(a_1 + p_a \right) \cdot p_M + a_1 \cdot p_a - a = 0$$

$$p_M = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} \cdot a_1 - \frac{1}{2} \cdot p_a + \frac{1}{2} \cdot \left(a_1^{\,2} - 2 \cdot a_1 \cdot p_a + p_a^{\,2} + 4 \cdot a \right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \\ \frac{-1}{2} \cdot a_1 - \frac{1}{2} \cdot p_a - \frac{1}{2} \cdot \left(a_1^{\,2} - 2 \cdot a_1 \cdot p_a + p_a^{\,2} + 4 \cdot a \right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \end{bmatrix} \qquad p_M = \begin{pmatrix} 5.018 \times 10^{-3} \\ -1.058 \end{pmatrix} bar$$

Očito je da jedno rješenje nije fizikalno pa se usvaja $p_M = 0.005018$ bar. A tražena visina h_3 jednaka je

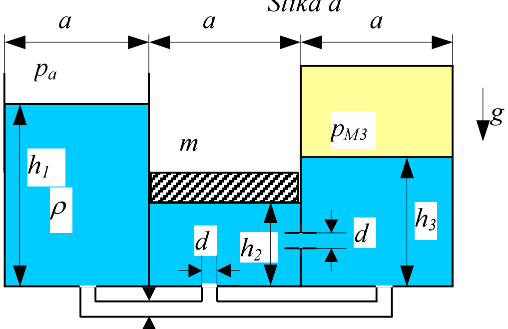
$$h_3 = h_4 + \frac{v_3^{\,2}}{2\cdot g} - \frac{p_M}{\rho\cdot g} \qquad \boxed{h_3 = 0.539\text{m}}$$

Ispit 18.12.1998. zadatak 1



Slika a

Odredite smjer strujanja i protok koji će se uspostaviti između tri rezervoara (jedinične širine) za situacije prema *slici a* i *b*. Pretpostavite da se visine nivoa u rezervoarima ne mijenja kada se uspostavi stacionarno strujanje. Zadano je: h_1 = 1.3 m, h_2 = 0.5 m, h_3 = 0.9m, d = 12 mm, p_{M3} = 0.3 bara, m_{stap} = 23 kg, a = 0.75m, ρ = 998 kg/m^3.



Slika b

Strujanje će se uspostaviti od mjesta s najvećom piezometrijskom visinom prema svim ostalim mjestima čija je visina manja

$$h_{p1} = h_1 \qquad h_{p1} = 1.3\text{m}$$

$$h_{p2} = h_2 + \frac{m_{stap}\cdot g}{a\cdot B\cdot \rho\cdot g} \qquad h_{p2} = 0.531\text{m}$$

$$h_{p3} = h_3 + \frac{p_{M3}}{\rho\cdot g} \qquad h_{p3} = 3.965\text{m}$$

Za slučaj prikazan na *slici a*, prema pizometarskim visinama može se zaključiti da će strujanje nastupiti od desnog rezervoara prema srednjem i prema lijevom. U prestrujnoj cijevi između lijevog i srednjeg rezervoara fluid će strujati od lijevog prema srednjem rezervoaru. Protoke i brzine može se izračunati prema slijedećim izrazima

$$v_{32} = \sqrt{2\cdot g\cdot\left(h_{p3} - h_{p2}\right)} \qquad v_{31} = \sqrt{2\cdot g\cdot\left(h_{p3} - h_{p1}\right)} \qquad v_{12} = \sqrt{2\cdot g\cdot\left(h_{p1} - h_{p2}\right)}$$

$$v_{32} = 8.207\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_{31} = 7.23\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_{12} = 3.884\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q_{32} = v_{32}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad Q_{31} = v_{31}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad Q_{12} = v_{12}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}$$

$$\boxed{Q_{32} = 9.282\times 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \qquad Q_{31} = 8.177\times 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \qquad Q_{12} = 4.393\times 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

Za zadatak prikazan na *slici b* piezometarske visine su iste kao i u slučaju *a*, pa će se strujanje uspostaviti od desnog rezervoara prema lijevom i srednjem.

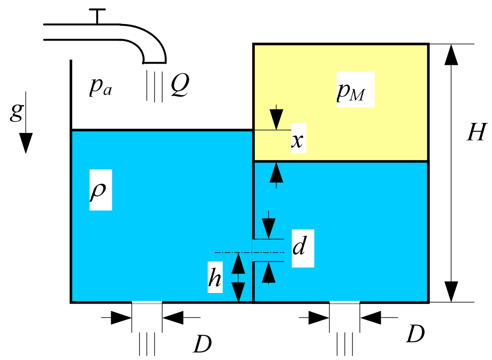
$$v_{32} = \sqrt{2\cdot g\cdot\left(h_{p3} - h_{p2}\right)} \qquad v_{31} = \sqrt{2\cdot g\cdot\left(h_{p3} - h_{p1}\right)}$$

$$v_{32} = 8.207\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_{31} = 7.23\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q_{32} = 2v_{32}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad Q_{31} = v_{31}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}$$

$$\boxed{Q_{32} = 1.856\times 10^{-3}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \qquad Q_{31} = 8.177\times 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

Ispit 03.02.1999. zadatak 1



Odredite razliku x nivoa vode gustoće ρ = 1000 kg/m^3 u rezervoarima nakon što se uspostavi stacionarno strujanje. U početnom trenutku oba rezervoara su bila prazna. Pretpostavite strujanje idealnog fluida te izotermnu kompresiju zraka u desnom rezervoaru. Zadano je: D = 4 cm, d = 2 cm, Q = 7 l/s, H = 2 m, h = 0.3m, p_a = 1.013 bara.

Jednadžba kontinuiteta

$$Q = v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + v_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad Q_1 = v_3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

Bernoullijeva jednadžba od površine lijevog spremnika do izlaznog mlaza desnog spremnika (uzet je u obzir gubitak pri strujanju iz lijevog u desni spremnik)

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{v_3^2}{2 \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \frac{D^4}{d^4}\right) \qquad v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{1 + \frac{D^4}{d^4}}}$$

Bernoullijeva jednadžba od površine lijevog spremnika do izlaznog mlaza lijevog spremnika

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

Rješavanjem ovog sustava jednadžbi (Bernoullijeva jednadžbe i jednadžba kontinuiteta) moguće je izračunati visinu fluida u lijevom spremniku

$$Q = v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + v_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{1 + \frac{D^4}{d^4}}} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Q = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{1 + \frac{D^4}{d^4}}} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{D^4}{d^4}}}\right)$$

$$h_1 = \frac{Q^2 \cdot 8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \cdot \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{D^4}{d^4}}}\right)^2} \qquad h_1 = 1.025\text{m}$$

Brzine na svim presjecima izračunavaju se prema izrazima

$$v_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot h_1} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h_1}{1+\frac{D^4}{d^4}}} \qquad v_3 = v_2\cdot\frac{D^2}{d^2}$$

$$v_1 = 4.483\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_2 = 1.087\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_3 = 4.349\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ako sa x označimo razliku visina lijevog i desnog spremnika Bernoullijeva jednadžba od lijevog do desnog spremnika izgleda

$$x = \frac{p_M}{\rho\cdot g} + \frac{v_3^{\,2}}{2\cdot g} \qquad p_M = \rho\cdot g\cdot x - \frac{\rho\cdot v_3^{\,2}}{2}$$

Uvjet izotermne kompresije unutar desnog spremnika dan je izrazom

$$p_a(H-h) = \left(p_a + p_M\right)\left(H - h_1 + x\right)$$

$$p_a(H-h) = \left(p_a + \rho\cdot g\cdot x - \frac{\rho\cdot v_3^{\,2}}{2}\right)\left(H - h_1 + x\right)$$

$$0 = \rho\cdot g\cdot x^2 + \left(-\rho\cdot g\cdot h_1 + p_a + \rho\cdot g\cdot H - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2}\right)\cdot x - p_a\cdot h_1 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2}\cdot H + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2}\cdot h_1 + p_a\cdot h$$

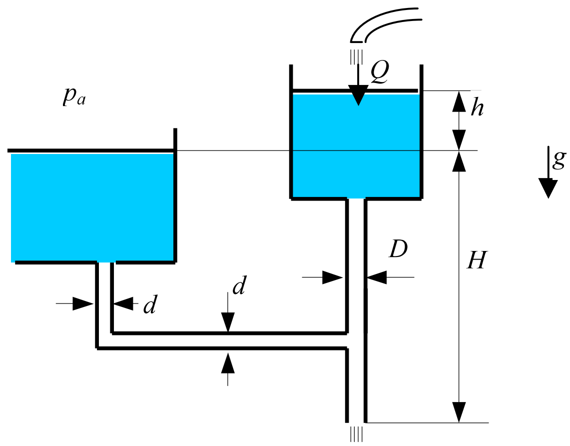
$$a = \rho\cdot g \qquad b = -\rho\cdot g\cdot h_1 + p_a + \rho\cdot g\cdot H - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2} \qquad c = -p_a\cdot h_1 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2}\cdot H + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot v_3^{\,2}\cdot h_1 + p_a\cdot h$$

$$a\cdot x^2 + b\cdot x + c = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} \frac{1}{(2\cdot a)}\cdot\left[-b + \left(b^2 - 4\cdot a\cdot c\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \\ \frac{1}{(2\cdot a)}\cdot\left[-b - \left(b^2 - 4\cdot a\cdot c\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 0.759 \\ -11.1 \end{pmatrix}\mathrm{m} \qquad x = 0.759m$$

$$p_M = \rho\cdot g\cdot x - \frac{\rho\cdot v_3^{\,2}}{2} \qquad \boxed{p_M = -2.015\times 10^3\,\mathrm{Pa}}$$

Ispit 16.06.1999. zadatak 1



Odredite visinu h nivoa u spremniku koji će se uspostaviti u stacionarnom režimu strujanja. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: Q = 0.0052 m^3/s, H = 0.8 m, D =0.03 m, d = 0.02 m.

Iz višeg u niži rezervoar struji fluid brzinom

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Na izlazu iz cijevi promjera d prema Torricellijevoj formuli brzina iznosi

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + H)}$$

Jednadžba kontinuiteta za sistem prema slici glasi

$$\left(v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + v_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \right) = Q$$

Odnosno ako se uvrste izrazi za brzinu

$$\left[\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot d^2 \cdot \pi + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + H)} \cdot D^2 \cdot \pi \right] = Q$$

Kvadriranjem lijeve i desne strane

$$Q^2 = \left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot h} \cdot d^2 \cdot \pi + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot h + g \cdot H} \cdot D^2 \cdot \pi \right)^2$$

$$Q^2 = \frac{1}{8} \cdot g \cdot h \cdot d^4 \cdot \pi^2 + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{g \cdot h} \cdot d^2 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{g \cdot h + g \cdot H} \cdot D^2 + \frac{1}{8} \cdot D^4 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot h + \frac{1}{8} \cdot D^4 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot H$$

Ako se izraz sredi te kvadrira lijeva i desna srana

$$\left[\frac{8}{\left(\pi^2 \cdot g \right)} \cdot Q^2 - h \cdot d^4 - D^4 \cdot h - D^4 \cdot H \right]^2 = \left(2 \cdot \sqrt{h} \cdot d^2 \cdot \sqrt{h + H} \cdot D^2 \right)^2$$

$$\frac{\left(-8 \cdot Q^2 + d^4 \cdot h \cdot \pi^2 \cdot g + D^4 \cdot h \cdot \pi^2 \cdot g + D^4 \cdot H \cdot \pi^2 \cdot g \right)^2}{\left(\pi^4 \cdot g^2 \right)} - 4 \cdot h \cdot d^4 \cdot (h + H) \cdot D^4 = 0$$

Izvodi se kvadratna jednadžba po nepoznanici h

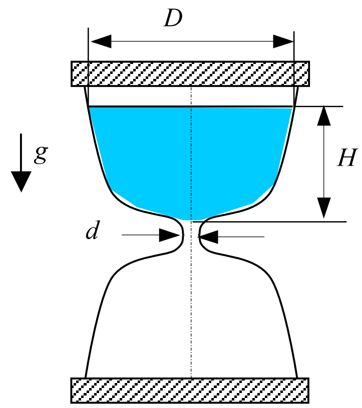
$$h^2 + \frac{\left[\frac{-16}{\left(\pi^2 \cdot g \right)} \cdot Q^2 \cdot D^4 + 2 \cdot D^8 \cdot H - \frac{16}{\left(\pi^2 \cdot g \right)} \cdot Q^2 \cdot d^4 - 2 \cdot d^4 \cdot D^4 \cdot H \right]}{\left(D^8 + d^8 - 2 \cdot d^4 \cdot D^4 \right)} \cdot h + \frac{\left[\frac{64}{\left(\pi^4 \cdot g^2 \right)} \cdot Q^4 + D^8 \cdot H^2 - \frac{16}{\left(\pi^2 \cdot g \right)} \cdot Q^2 \cdot D^4 \cdot H \right]}{\left(D^8 + d^8 - 2 \cdot d^4 \cdot D^4 \right)} = 0$$

Rješavanjem jednadžbe dobivaju se dva rješenja

$$\boxed{h = \begin{pmatrix} 7.471 \\ 0.798 \end{pmatrix} \text{m}}$$

Od kojih je rješenje h=0.798 m realno. Drugo rješenje ne zadovoljava jednadžbu kontinuiteta.

Ispit 26.11.1999. zadatak 5



Vodeni sat (klepsidra) prema slici služi za mjerenje vremena. Odredite promjer d grla klepsidre da bi se gornja površina kapljevine spuštala konstantnom brzinom v = 1 mm/s. Pretpostavite strujanje idealnog fluida, te da je gornji spremnik na početku istjecanja bio ispunjen do visine H. Zadano je: D = 5 cm, H = 7 cm.

U početnom trenutku kada je gornji spremnik potpuno pun brzinu računamo prema Torricellievoj formuli

$$v_g = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

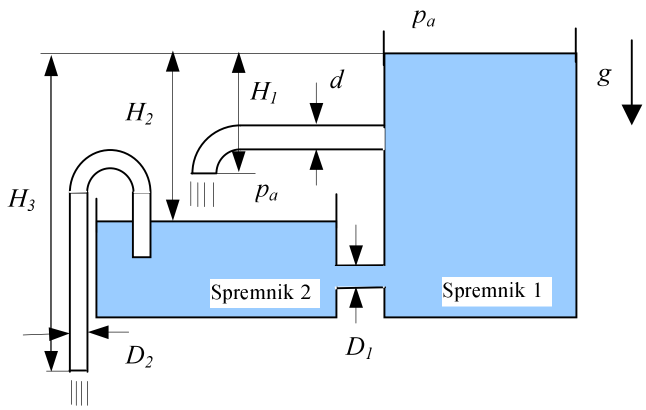
Količina fluida nastala smanjenjem gornje razina fluida jednaka je protoku kroz grlo klepsidre

$$Q = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad Q = v_g \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_g \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

Promjer grla klepsidre jednak je

$$d = D \cdot \sqrt{\frac{v}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}} \qquad \boxed{d = 1.461 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Ispit 28.01.2000. zadatak 1



Odredite promjer d cjevovoda prema slici da bi nivo u spremniku 2 ostao na istoj visini. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Pretpostavite konstantnu visinu u spremniku 1. Zadano je: H_1 = 0.65 m, H_2 = 1.2 m, H_3 = 3.6 m, D_1 = 100 mm, D_2 = 250 mm.

Pomoću Torricellijeve jednadžbe moguće je izračunati brzine kroz sve tri cijevi

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_1} \qquad v_1 = 3.571\mathrm{ms}^{-1}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_2} \qquad v_2 = 4.851\mathrm{ms}^{-1}$$

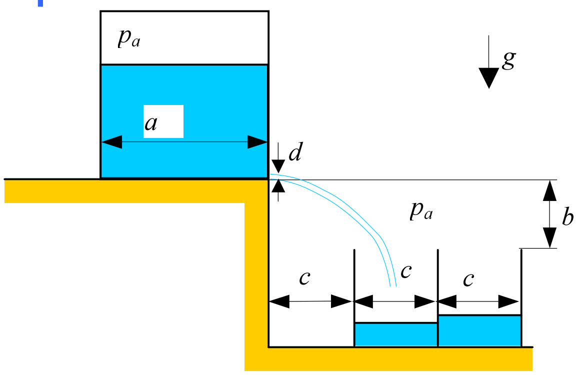
$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_3 - H_2)} \qquad v_3 = 6.861\mathrm{ms}^{-1}$$

Ako je visina fluida u spremniku 2 konstantna količina fluida koji ulazi u spremnik jednaka je količini fluida koji izlazi iz spremnika. Pomoću jednadžbe kontinuiteta lako je izračunati promjer cjevovoda d

$$v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + v_2 \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} = v_3 \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = \frac{1}{v_1} \cdot \sqrt{v_1 \cdot \left(-v_2 \cdot D_1^2 + v_3 \cdot D_2^2\right)} \qquad \boxed{d = 0.326\text{m}}$$

Ispit 24.03.2000. zadatak 1



Odredite količinu fluida u spremnicima 1, 2 i 3 nakon pražnjenja kockastog spremnika stranice a = 1 m, kroz otvor promjera d = 3 cm na dnu spremnika prema slici te da je na početku spremnik bio potpuno ispunjen fluidom. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: b = 2.3 m, c = 0.7 m.

Iz jednadžbi za kosi hitac moguće je proračunati minimalnu brzinu koja je potrebna da bi fluid ulazio u spremnik 1. Brzine koje su veće od te prebacuju fluid preko sva tri spremnika.

$$b = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad 3 \cdot c = v_1 \cdot t \qquad b = \frac{g}{2} \cdot \left(3 \cdot \frac{c}{v_1}\right)^2$$

$$v_1 = \frac{3}{(2 \cdot b)} \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \sqrt{b \cdot g} \qquad v_1 = 3.066\text{m s}^{-1}$$

Brzina v_1 na otvoru uvjetovana je po Bernoullijevoj jednadžbi visinom h_1 fluida u spremniku

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = 0.479\text{m}$$

Maksimalna brzina s kojom prema kosom hitcu fluid pogađa spremnik 2

$$b = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad 2 \cdot c = v_2 \cdot t \qquad b = \frac{g}{2} \cdot \left(2 \cdot \frac{c}{v_2}\right)^2$$

$$v_2 = \frac{1}{b} \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \sqrt{b \cdot g} \qquad v_2 = 2.044\text{m s}^{-1} \qquad h_2 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad h_2 = 0.213\text{m}$$

Maksimalna brzina s kojom prema kosom hitcu fluid pogađa spremnik 3

$$b = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad c = v_3 \cdot t \qquad b = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{c}{v_3}\right)^2$$

$$v_3 = \frac{1}{(2 \cdot b)} \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \sqrt{b \cdot g} \qquad v_3 = 1.022\text{m s}^{-1} \qquad h_3 = \frac{v_3^2}{2 \cdot g} \qquad h_3 = 0.053\text{m}$$

Količina fluida koja je preletila preko oba spremnik zbog prevelike brzine istjecanja računa se prema

$$V_0 = a^2 \cdot (a - h_1) \qquad \boxed{V_0 = 0.521\text{m}^3}$$

Količine fluida koje su pretočena u spremnika 1, 2 i 3 računaju se iz izraza

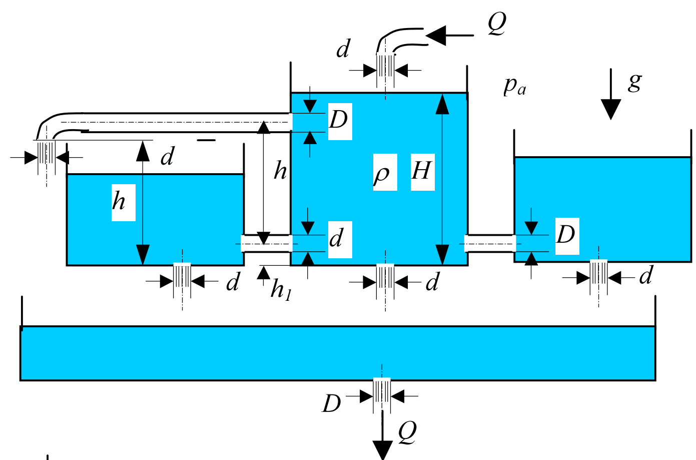
$$V_1 = a^2 \cdot (h_1 - h_2) \qquad V_1 = 0.266\text{m}^3$$

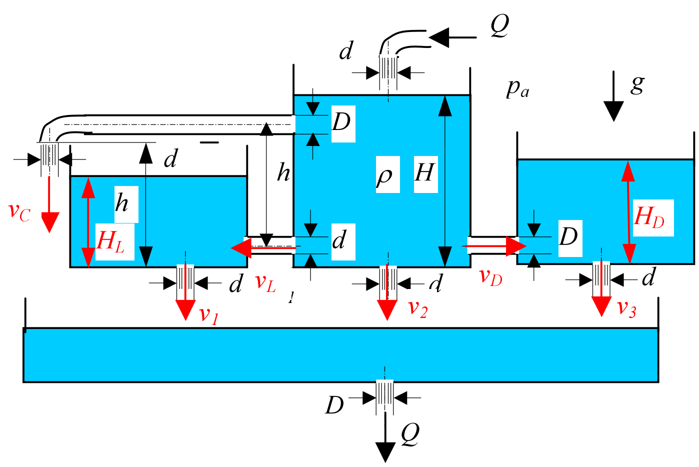
$$V_2 = a^2 \cdot (h_2 - h_3) \qquad V_2 = 0.16\text{m}^3$$

$$V_3 = a^2 \cdot h_3 \qquad V_3 = 0.053\text{m}^3$$

Ispit 19.09.2000. zadatak 1

Odredite protok Q za sistem prema slici. Pretpostavite stacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: $D = 0.1$ m, $d = 0.042$ m, $H = 2.1$ m, $h = 1.3$ m, $h_1 = 0.2$ m, $\rho = 1000$ kg/m^3.





Koristeći Torricellijevu formulu

$$v_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} \qquad v_L = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - H_L)} \qquad v_D = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - H_D)}$$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_L} \qquad v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \qquad v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_D}$$

Koristeći jednadžbu kontinuiteta za svaki spremnik izvode se izrazi

$$Q = (v_2 + v_C + v_L) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + v_D \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

$$Q = (v_1 + v_2 + v_3 + v_C) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$v_L \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_D \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta za lijevi i desni spremniku moguće je izračunati visine fluida u tim spremnicima

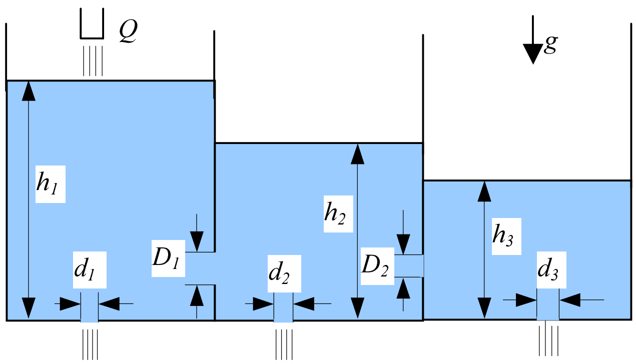
$$\sqrt{2\cdot g\cdot(H-H_L)}=\sqrt{2\cdot g\cdot H_L} \qquad \sqrt{2\cdot g\cdot(H-H_D)}\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}=\sqrt{2\cdot g\cdot H_D}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}$$

$$H_L=\frac{H}{2} \qquad H_D=\frac{1}{\left(D^4+d^4\right)}\cdot D^4\cdot H$$

protok Q iznosi

$$Q=\left(v_2+v_C+v_L\right)\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}+v_D\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad \boxed{Q=0.029\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-1}}$$

Ispit 24.11.2000. zadatak 1



Odredite promjere D_1 i D_2 otvora između spremnika, prema slici, da bi protok iz sva tri spremnika bio isti. Pretpostavite neviskozno stacionarno strujanje fluida. Zadano je: Q = 1.2 l/s, d_1 = 12 mm, d_2 = 17 mm, d_3 = 22 mm.

Izlazne brzine iz spremnika jednostavno je izračunati iz jednadžbe kontinuiteta jer kroz svaki otvor istječe trećina ulaznog protoka

$$v_1=\frac{Q}{3}\cdot\frac{4}{d_1{}^2\pi} \qquad v_2=\frac{Q}{3}\cdot\frac{4}{d_2{}^2\pi} \qquad v_3=\frac{Q}{3}\cdot\frac{4}{d_3{}^2\pi}$$

Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe od površine spremnika do izlaznog otvora izračunavaju se visine fluida u spremniku

$$h_1=\frac{v_1{}^2}{2\cdot g} \qquad h_2=\frac{v_2{}^2}{2\cdot g} \qquad h_3=\frac{v_3{}^2}{2\cdot g}$$

Postavljenjem Bernoullijeve jednadžbe između lijevog i srednjeg spremnika uzimajući u obzir gubitak ulaska u veliki spremnik izračunava se brzina strujanja između spremnika.

$$h_1=h_2+\frac{v_4{}^2}{2\cdot g} \qquad v_4=\sqrt{2\cdot g\cdot(h_1-h_2)} \qquad v_4=3.066\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Kroz otvor između lijevog i srednjeg spremnika proteče dvije trećine ulaznog protoka

$$v_4\cdot\frac{D_1{}^2\cdot\pi}{4}=\frac{2}{3}\cdot Q$$

pa je veličina otvora

$$D_1 = \sqrt{\frac{8\cdot Q}{v_4\cdot \pi\cdot 3}} \qquad D_1 = 0.018\text{m}$$

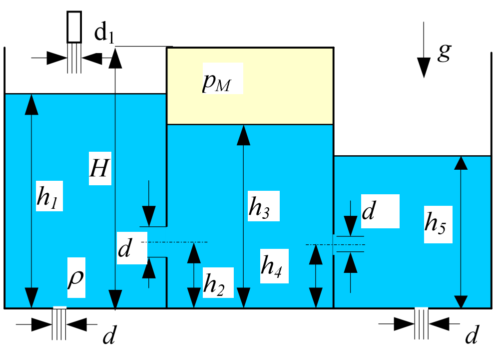
Postavljenjem Bernoullijeve jednadžbe između srednjeg i desnog spremnika uzimajući u obzir gubitak ulaska u veliki spremnik izračunava se brzina strujanja između spremnika.

$$h_2 = h_3 + \frac{v_5^2}{2\cdot g} \qquad v_5 = \sqrt{2\cdot g\cdot (h_2 - h_3)} \qquad v_5 = 1.414\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kroz otvor između srednjeg i desnog otvora proteče trećina ulaznog protoka pa je veličina otvora

$$v_5\cdot\frac{D_2^2\cdot\pi}{4} = \frac{1}{3}\cdot Q \qquad D_2 = \sqrt{\frac{4\cdot Q}{v_5\cdot\pi\cdot 3}} \qquad \boxed{D_2 = 0.019\text{m}}$$

Ispit 14.02.2001. zadatak 1



Odredite visine h_1 , h_3 i h_5 unutar spremnika prema slici koje se uspostave pri stacionarnom strujanju protokom Q = 30 l/s. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka u srednjem spremniku. Zadano je: p_a = 1.013 bar, H = 1 m, ρ = 1000 kg/m^3, h_2 = 0.18 m, h_4 = 0.18 m, d = 75.6 mm, d_1 = 100 mm.

Prema jednadžbi kontinuiteta za stacionarno strujanje količina vode koja ulazi u spremnik jednaka je količini vode koja izlazi iz spremnika

$$Q = Q_1 + Q_4 \qquad Q_1 = v_1\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad Q_4 = v_4\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad Q = (v_1 + v_4)\cdot\frac{d^2\pi}{4}$$

Brzine u izlaznim mlazovima određuju se iz Torricellijeve jednadžbe

$$v_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot h_1} \qquad v_4 = \sqrt{2\cdot g\cdot h_5}$$

Potrebno je postaviti dvije Bernoullijeve jednadžbe i to od lijeve do srednje nivo površine u spremniku, te od srednje do desne nivo površine u spremniku. U obzir je potrebno uzeti i lokalni gubitak ulaska u veliki spremnik (prolazak fluida kroz otvor promjera d).

$$h_1 = \frac{p_M}{\rho\cdot g} + h_3 + \frac{v_4^2}{2g} \qquad \frac{p_M}{\rho\cdot g} + h_3 = h_5 + \frac{v_4^2}{2g}$$

Rješavanjem ovih dvaju jednadžbi slijedi

$$h_1 = h_5 + 2\cdot\frac{v_4^2}{2g} \qquad h_1 = h_5 + 2\cdot h_5 \qquad h_1 = 3h_5$$

Primjenom jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati tražene visine

$$Q = \left(\sqrt{2\cdot g\cdot h_1} + \sqrt{2\cdot g\cdot h_5}\right)\cdot\frac{d^2\pi}{4} \qquad Q = \left(\sqrt{6\cdot g\cdot h_5} + \sqrt{2\cdot g\cdot h_5}\right)\cdot\frac{d^2\pi}{4} \qquad Q = \sqrt{g\cdot h_5}\cdot\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)\cdot\frac{d^2\pi}{4}$$

$$h_5 = \frac{16Q^2}{g\cdot\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)^2\cdot d^4\cdot\pi^2} \qquad h_5 = 0.305\text{m} \qquad h_1 = 3h_5 \qquad h_1 = 0.915\text{m}$$

Uvrštavanjem ovih rješenja u Bernoullijevu jednadžbu moguće je odrediti pretlak u srednjem spremniku

$$h_1 = \frac{p_M}{\rho\cdot g} + h_3 + \frac{v_4^{\,2}}{2g} \qquad 3h_5 = \frac{p_M}{\rho g} + h_3 + h_5 \qquad p_M = \rho\cdot g\cdot\left(2h_5 - h_3\right)$$

Pomoću jednadžbe izotermne kompresije pV= const. Moguće je izračunati visinu nivoa fluida u srednjem spremniku

$$p_a\cdot\left(H - h_2 - \frac{d}{2}\right) = \left(p_M + p_a\right)\cdot\left(H - h_3\right) \qquad p_a\cdot\left(H - h_2 - \frac{d}{2}\right) = \left[\rho\cdot g\cdot\left(2h_5 - h_3\right) + p_a\right]\cdot\left(H - h_3\right)$$

Za izračunavanje visine h_3 potrebno je riješiti kvadratnu jednadžbu

$$p_a\cdot\left(H - h_2 - \frac{d}{2}\right) = \rho\cdot g\cdot h_3^{\,2} - h_3\cdot\left(p_a + \rho\cdot g\cdot 2\cdot h_5 + \rho\cdot g\cdot H\right) + H\cdot p_a + H\cdot\rho\cdot g\cdot 2\cdot h_5$$

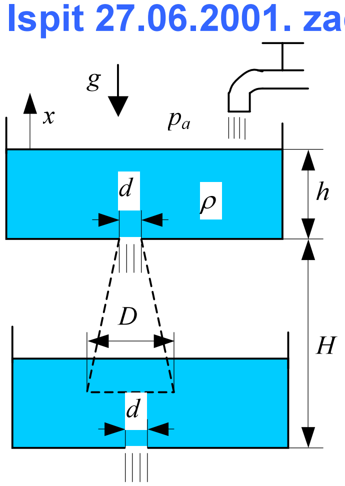
$$x = p_a + \rho\cdot g\cdot 2\cdot h_5 + \rho\cdot g\cdot H \qquad y = H\cdot p_a + H\cdot\rho\cdot g\cdot 2\cdot h_5 - p_a\cdot\left(H - h_2 - \frac{d}{2}\right)$$

$$\rho\cdot g\cdot h_3^{\,2} - x\cdot h_3 + y = 0$$

$$h_3 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(2\cdot\rho\cdot g)}\cdot\left[x + \left(x^2 - 4\cdot\rho\cdot g\cdot y\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \\ \dfrac{1}{(2\cdot\rho\cdot g)}\cdot\left[x - \left(x^2 - 4\cdot\rho\cdot g\cdot y\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \boxed{h_3 = \begin{pmatrix} 11.695 \\ 0.245 \end{pmatrix}\text{m}}$$

Očito je da jedno rješenje nije fizikalno pa se usvaja h_3 = 0.245 m.

Ispit 27.06.2001. zadatak 1



Odredite promjenu visine x nivoa fluida u gornjem spremniku ako na izlazni otvor gornjeg spremnika pričvrsti difuzor prema slici. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: H = 1.6 m, d = 1.2 cm, D = 2 cm, h = 1.43 m, ρ = 998.2 kg/m^3.

Iz Torricellijeve jednadžbe u slučaju bez difuzora moguće je izračunati brzinu strujanja na izlaznom otvoru promjera d

$$v = \sqrt{2\cdot g\cdot h} \qquad v = 5.296\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta računa se protok kroz sistem

$$Q = v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad Q = 5.99 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

U slučaju strujanja s difuzorom postavlja se Bernoullijeva jednadžba od površine gornjeg do površine donjeg spremnika

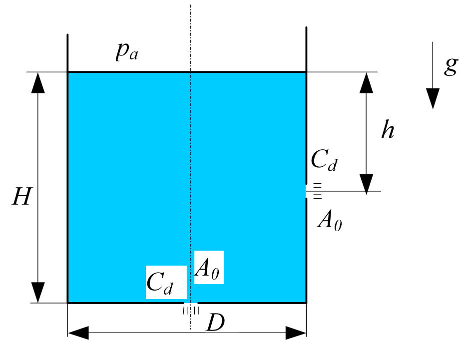
$$H + x = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

$$x = \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} - H \qquad \boxed{x = -1.415\text{m}}$$

Istjecanje

Ispit 15.09.1998. zadatak 5

Cilindrična posuda prema slici ima na dnu i plaštu dva jednaka otvora, svaki površine A_0 = 4.5 mm^2, koeficijenta protoka C_d = 0.82. Izračunajte vrijeme potrebno da se slobodna površina spusti za visinu h i to: a) ako se posuda prazni samo kroz otvor na plaštu, b) ako se posuda prazni samo kroz otvor na dnu Pretpostavite kvazistacionarno istjecanje fluida. Zadano je : H = 40 cm, D = 33 cm, h = 18 cm.



Iz jednadžbe kontinuiteta količina fluida koja je istekla kroz otvor jednaka je smanjenju volumena unutar posude. Brzinu na izlaznom presjeku računamo iz Torricellijeve jednadžbe. Za slučaj otvora na plaštu posude vrijeme pražnjenja računamo prema izrazima (Ishodište koordinatnog sustava potrebno je postaviti u visini otvora kroz koji istječe fluid).

$$Q_1 \cdot dt = A(z)\,dz$$

$$C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}\,dt = A(z)\,dz$$

$$\Delta t_1 = t_1 - t_2 = \frac{1}{\left(C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}\right)}\left(\int_0^h \frac{A(z)}{\sqrt{z}}\,dz\right) = \frac{1}{\left(4 \cdot C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}\right)}\left[\int_0^h \frac{D^2 \cdot \pi}{\left(\sqrt{z}\right)}\,dz\right]$$

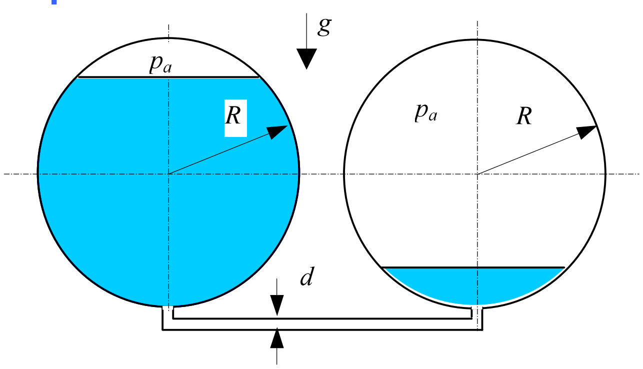
$$\Delta t_1 = \frac{1}{\left(4 \cdot C_d \cdot A_0\right)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \cdot D^2 \cdot \pi \qquad \Delta t_1 = 4.441 \times 10^3 \text{ s}$$

Za slučaj otvora na dnu posude vrijeme pražnjenja računamo prema izrazima

$$\Delta t_2 = \frac{1}{\left(C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}\right)}\left(\int_0^H \frac{A(z)}{\sqrt{z}}\,dz\right) = \frac{1}{\left(4 \cdot C_d \cdot A_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}\right)}\left[\int_0^H \frac{D^2 \cdot \pi}{\left(\sqrt{z}\right)}\,dz\right]$$

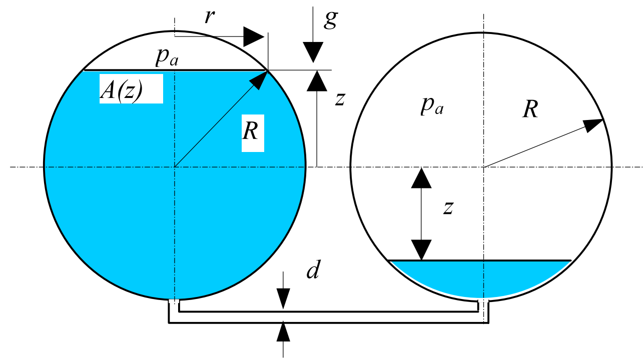
$$\Delta t_2 = \frac{1}{\left(4 \cdot C_d \cdot A_0\right)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \cdot D^2 \cdot \pi \qquad \boxed{\Delta t_2 = 6.62 \times 10^3 \text{ s}}$$

Ispit 21.05.1999. zadatak 1



Odredite vrijeme potrebno da se razina u oba kuglasta spremnika izjednači. U početnom trenutku lijevi spremnik je bio potpuno pun, a desni potpuno prazan. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje idealnog fluida te potpuno ispunjenu preljevnu cijev u početnom trenutku. Zadano je: R = 2m, d = 0.12 m.

Ako pretpostavite kvazistacionarno strujanje idealnog fluida onda brzinu istjecanja možemo odrediti iz Bernoullijeve jednadžbe (potrebno je uzeti u obzir lokalni gubitak ulaska u veliki spremnik a brzine unutar spremnika zanemariti)



$$2\cdot z = \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad v = \sqrt{4\cdot g\cdot z}$$

Površinu $A(z)$ fluida unutar spremnika moguće je izračunati iz pravokutnog trokuta

$$A(z) = r^2\cdot\pi \qquad r = \sqrt{R^2 - z^2}$$

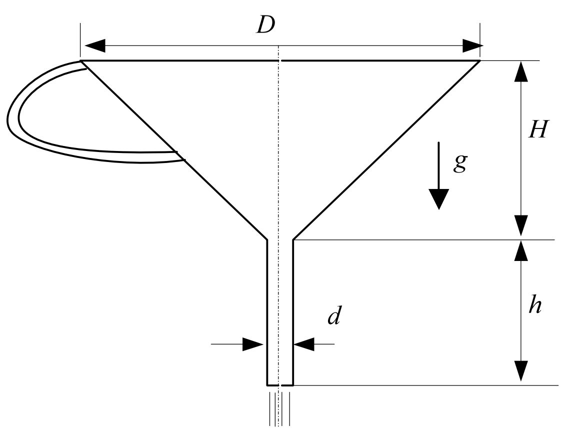
Količina fluida koja istječe iz kuglastog spremnika jednaka je smanjenju mase unutar spremnika

$$Q\cdot dt = A(z)\cdot dz \qquad v\cdot A_0\cdot dt = r^2\cdot\pi\cdot dz \qquad \sqrt{4\cdot g\cdot z}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot dt = \left(R^2 - z^2\right)\cdot\pi\cdot dz$$

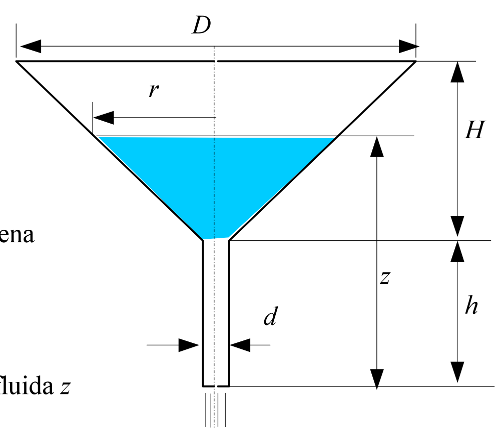
Integriranjem zadane jednadžbe dolazi se do rješenja

$$t = \int_0^R \frac{4\cdot\left(R^2 - z^2\right)}{d^2\cdot\sqrt{4\cdot g\cdot z}}\,dz \qquad t = \frac{16}{5}\cdot\frac{\sqrt{g\cdot R}}{g}\cdot\frac{R^2}{d^2} \qquad \boxed{t = 401.423\text{s}}$$

Ispit 14.09.1999. zadatak 1



Odredite vrijeme potrebno za pražnjenje lijevka (traktura) prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zanemarite vrijeme potrebno da se isprazni cjevčica promjera d. Zadano je: D = 20 cm, d = 0.5 cm, H = 17 cm, h = 12 cm.



Gubitak fluida unutar lijevka jednak je protoku u jedinici vremena

$$\sqrt{2\cdot g\cdot z}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot dt = r^2\cdot\pi\cdot dz$$

Iz sličnosti trokuta lako je odrediti ovisnost radijusa r o razini fluida z

$$r = \frac{\left[\frac{D-d}{H}\cdot(z-h) + d\right]}{2}$$

odnosno

$$t = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot g} \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \int_h^{H+h} \frac{r^2 \cdot \pi}{\sqrt{z}} dz \qquad t = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot g} \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \int_h^{H+h} \frac{\left[\frac{\left[\frac{D-d}{H} \cdot (z-h) + d\right]}{2}\right]^2 \cdot \pi}{\sqrt{z}} dz$$

Radi lakšeg rješavanje uvode se pomoćne varijable

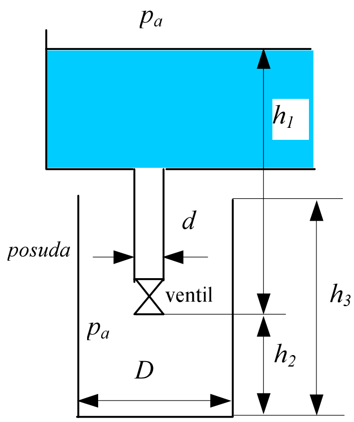
$$B = \frac{1}{2} \cdot \frac{(D-d)}{H} \qquad C = \frac{1}{2} \cdot \frac{(d \cdot H - D \cdot h + d \cdot h)}{H} \qquad E = H + h \qquad t = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot g} \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \int_h^{E} \frac{(B \cdot z + C)^2 \cdot \pi}{\sqrt{z}} dz$$

Rješavanjem integrala dobiva se izraz

$$t = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\left[\sqrt{g} \cdot \left(\pi \cdot d^2\right)\right]} \cdot \left[\frac{2}{15} \cdot \sqrt{E} \cdot \left(3 \cdot B^2 \cdot E^2 + 15 \cdot C^2 + 10 \cdot C \cdot B \cdot E\right) \cdot \pi - \frac{2}{15} \cdot \sqrt{h} \cdot \left(3 \cdot B^2 \cdot h^2 + 15 \cdot C^2 + 10 \cdot C \cdot B \cdot h\right) \cdot \pi\right]$$

$$\boxed{t = 15.647\text{s}}$$

Ispit 28.01.2000. zadatak 5



Odredite vrijeme, mjereno od otvaranja ventila, potrebno da se napuni posuda prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. U proračunu je potrebno uzeti u obzir debljinu cijevi d. Zadano je: h_1 = 1.8 m = const. d = 25 mm, h_2 = 30 cm, h_3 = 100 cm, D = 80 cm.

Brzina strujanja u trenutku otvaranja ventila računa se iz Torricellijeve jednadžbe

$$v := \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

Vrijeme potrebno da se napuni posuda do visine h_2 računa se iz izraza

$$V = D^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h_2 \qquad V = 0.151\text{m}^3$$

$$V = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot t_1 \qquad t_1 = 4 \cdot \frac{V}{\left(v \cdot d^2 \cdot \pi\right)} \qquad t_1 = 51.702\text{s}$$

Brzina istjecanja nakon vremena t_1 se mijenja kako se mijenja visina u posudi

$$A(z) \cdot dz = v(z) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt \qquad \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi \cdot dz = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(h_1 - z\right)} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt$$

Rješavanjem ovih izraza može se izračunati vrijeme potrebno da se posuda napuni do vrha

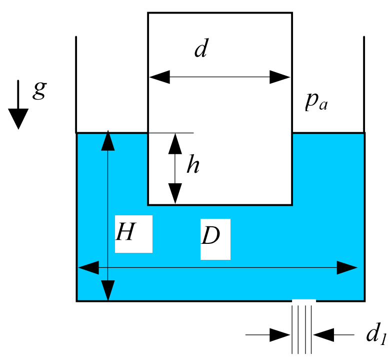
$$t_2 = \frac{D^2 - d^2}{d^2} \cdot \int_0^{h_3 - h_2} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - z)}} \, dz$$

$$t_2 = \frac{(D^2 - d^2)}{d^2} \cdot \left(\frac{-\sqrt{-g \cdot h_3 + g \cdot h_2 + g \cdot h_1}}{g} \cdot \sqrt{2} + \frac{\sqrt{g \cdot h_1}}{g} \cdot \sqrt{2} \right)$$

Ukupno vrijeme punjenja jednako je

$t_2 = 135.285\,\mathrm{s}$ $\quad t = t_1 + t_2 \quad$ $\boxed{t = 186.987\,\mathrm{s}}$

Ispit 28.04.2000. zadatak 1



Odredite vrijeme potrebno da se potpuno isprazni cilindrična posuda promjera D = 72 cm u kojoj pliva valjak promjera d = 23 cm prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: d_1 = 13mm, H = 1.2 m, h = 45 cm.

Količina fluida koja iscuri kroz otvor na dnu posude jednak je smanjenju volumena fluida unutar posude

$$Q \cdot dt = A(z) \cdot dz \qquad dt = \frac{A(z) \cdot dz}{\sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot \frac{d_1^{\,2} \cdot \pi}{4}}$$

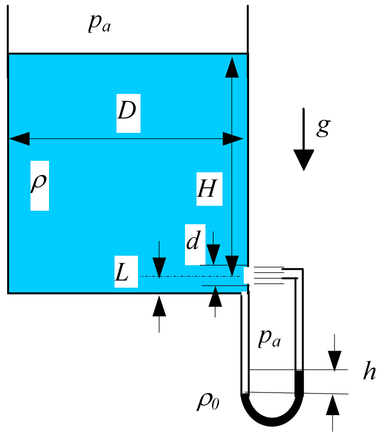
Kako je dubina plivanja h konstantna zbog uvjeta plivanja potrebno je zadatak promatrati u dva dijela. Prvi dok valjak slobodno pliva te drugi kada valjak nasjedne na dno posude.

$$t = \frac{-A_1 \cdot 4}{d_1^{\,2} \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_H^h \frac{1}{\sqrt{z}} \, dz + \frac{-A_2 \cdot 4}{d_1^{\,2} \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_h^0 \frac{1}{\sqrt{z}} \, dz$$

$$t = \frac{D^2}{d_1^{\,2} \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot 2 \cdot \left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right) + \frac{D^2 - d^2}{d_1^{\,2} \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot 2 \cdot \left(\sqrt{h} - \sqrt{0}\right)$$

$$\boxed{t = 1.423 \times 10^3 \,\mathrm{s}}$$

Ispit 19.05.2000. zadatak 1



Odredite vrijeme t pražnjenja cilindričnog spremnika promjera D = 23 cm, ako je očitanje na manometru iznosi $h = 0.067z$ (z je visina vode u spremniku) i na mijenja se tijekom pražnjenja spremnika. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje fluida. Zadano je: H = 1.2m, d = 12 mm, ρ = 998 kg/m^3, ρ_0 = 13570 kg/m^3, $L \approx 0$, c_c = 1 (koeficijent kontrakcije mlaza).

Iz Torricellijeve jednadžbe brzina fluida na otvoru promjera d računa se iz izraza

$$v = c_v\sqrt{2\cdot g\cdot z}$$

Bernoullijeva jednadžba od otvora na spremniku do zaustavne točke na ulazu u manometar

$$\frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} = \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad \frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} = c_v^{\ 2}\cdot z$$

Jednadžba manometra

$$p_1 + \rho\cdot g\cdot y + \rho_0\cdot g\cdot h - \rho\cdot g\cdot h\cdot -\rho\cdot g\cdot y - \rho\cdot g\cdot z = p_a \qquad p_{M1} = \rho\cdot g\cdot z - \left(\rho_0 - \rho\right)\cdot g\cdot h$$

Rješavanjem ovih izraza izračunava se koeficijent smanjenja brzine iz izraza

$$c_v^{\ 2}\cdot z\cdot\rho\cdot g = \rho\cdot g\cdot z - \left(\rho_0 - \rho\right)\cdot g\cdot h \qquad c_v = \sqrt{\frac{\rho\cdot z - \left(\rho_0 - \rho\right)\cdot h}{\rho\cdot z}}$$

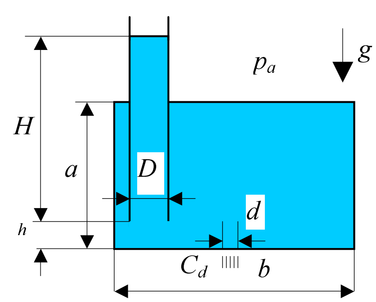
$$c_v = 0.395$$

Vrijeme potrebno da bi fluid istekao iz posude računa se pomoću jednadžbe

$$t = \frac{-1}{c_v\cdot d^2\cdot\sqrt{2g}}\cdot\int_H^0 \frac{D^2}{\sqrt{z}}\,dz \qquad t = \frac{1}{\left(c_v\cdot d^2\right)}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{g}}\cdot\sqrt{H}\cdot D^2 \qquad \boxed{t = 460.143\text{s}}$$

Ispit 04.09.2000. zadatak 5

Odredite vrijeme t pražnjenja pravokutnog spremnika, potpuno zatvorenog prema atmosferi, jedinične širine, prema slici. Potrebno je izračunati i vrijeme pražnjenja odušne cijevi. Zadano je: D = 0.2 m, d = 0.7 cm, a = 0.5 m, b = 0. 7 m, H = 2.3 m, C_d = 0.92, h = 0.1 m.



Kvazistacionarno istjecanje fluida iz spremnika sa slobodnom površinom konstantnom s promjenom visine, računa se prema izrazu

$$t = \frac{8 \cdot A}{C_d \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2g}} \cdot \left(\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2}\right)$$

Vrijeme istjecanja fluida iz odušne cijevi je

$$t_1 = \frac{8 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}}{C_d \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2g}} \cdot \left(\sqrt{H + h} - \sqrt{h}\right) \qquad t_1 = 494.062\,\text{s}$$

Kada se razina fluida u odušnoj cijevi spustila do razine h fluid struji konstantnom brzinom koja se može izračunati iz Bernoullijeve jednadžbe od dna priključne cijevi koje se nalazi na visini h do otvora na spremniku

$$h = \frac{v^2}{2g} \qquad v = \sqrt{2g \cdot h} \qquad v = 1.4\,\text{ms}^{-1}$$

Vrijeme potrebno se razina fluida u spremniku spusti na visinu h računa se iz izraza

$$t_2 = \frac{V_0}{Q} \qquad t_2 = \frac{[(a - h) \cdot b \cdot B]}{\left(C_d \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \sqrt{2g \cdot h}\right)} \qquad t_2 = 5.647 \times 10^3\ \text{s}$$

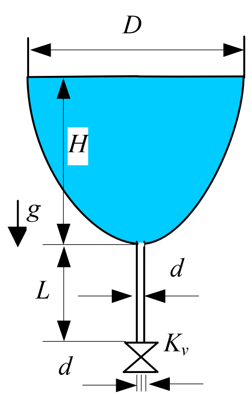
Vrijeme potrebno se razina fluida u spremniku spusti sa visine h do nule računa se iz izraza (izrazi za istjecanje fluida iz spremnika, slobodna površina je ponovo izložena atmosferskom tlaku)

$$t_3 = \frac{8 \cdot b \cdot B}{C_d \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2g}} \cdot \left(\sqrt{h}\right) \qquad t_3 = 2.823 \times 10^3\ \text{s}$$

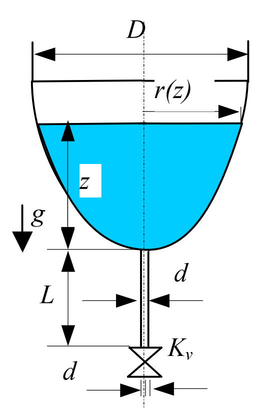
Ukupno vrijeme pražnjenja

$$t = t_1 + t_2 + t_3 \qquad \boxed{t = 8.964 \times 10^3\ \text{s}}$$

Ispit 28.02.2001. zadatak 1



Odredite vrijeme t pražnjenja spremnika oblika rotacionog paraboloida, prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno viskozno strujanje fluida te da je koeficijent trenja λ konstantan i da iznosi $\lambda = 0.02$. Zadano je $H = 2.31$ m, $L = 7$ m, $K_v = 3$, $d = 0.015$ m, $D = 1.6$ m.



Potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu za kvazistacionarno viskozno strujanje fluida od slobodne površine do ventila na kraju cjevovoda

$$z = \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + K_v + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + K_v + 1\right)}} \cdot \sqrt{z}$$

Posuda je oblika rotacionog paraboloida pa vrijedi izraz $z - L = a \cdot r^2$. Konstantu a određujemo pomoću rubnih uvjeta

za rubni uvjet $z = L + H$ $r = \frac{D}{2}$ slijedi $H = a \cdot \frac{D^2}{4}$ $a = \frac{4 \cdot H}{D^2}$

Pa je ovisnost slobodne površine $A(z)$ o visini z dana izrazom

$$A(z) = r^2 \cdot \pi = \frac{z - L}{a} \cdot \pi = \frac{z - L}{4 \cdot H} \cdot \pi \cdot D^2$$

Iz jednadžbe kontinuiteta očito je da je količina fluida koja je istekla iz cjevovoda jednaka smanjenju volumena unutar posude

$$v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = A(z) \cdot dz$$

uvrštavanjem izraza za brzinu i slobodnu površinu slijedi izraz

$$\sqrt{\frac{2 \cdot g}{\left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + K_v + 1\right)}} \cdot \sqrt{z} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = \frac{z - L}{4 \cdot H} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot dz$$

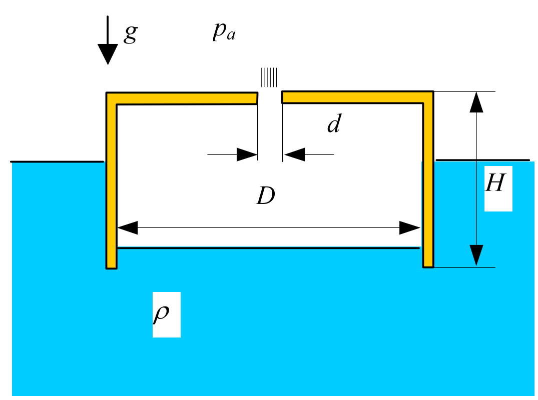
rješavanjem diferencijalne jednadžbe izračunava se vrijeme pražnjenja spremnika t

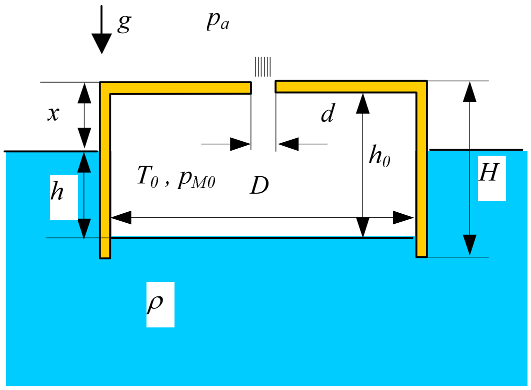
$$dt = \frac{D^2 \cdot \sqrt{\left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + K_v + 1\right)}}{H \cdot d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \frac{z - L}{\sqrt{z}} \cdot dz \qquad K_1 = \frac{D^2 \cdot \sqrt{\left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + K_v + 1\right)}}{H \cdot d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \qquad t = \int_L^{H+L} K_1 \cdot \frac{z - L}{\sqrt{z}}\, dz$$

$$t = \frac{2}{3} \cdot K_1 \cdot (H + L)^{\left(\frac{3}{2}\right)} - 2 \cdot K_1 \cdot (H + L)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot L + \frac{4}{3} \cdot L^{\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot K_1 \qquad \boxed{t = 3.714 \times 10^3 \text{ s}}$$

Ispit 23.03.2001. zadatak 5

Odredite vrijeme t potrebno da posuda mase m_p = 2200 kg, promjera D = 1.75 m potpuno potone. Pretpostavite da je u početnom trenutku u posudi bio zrak na atmosferskom tlaku, te da se zrak izotermno komprimirao pri temperaturi T_0 =293 K. Vrijeme potrebno za kompresiju zraka unutar posude zanemarite. Zanemarite utjecaj debljine stjenke posude te pretpostavite stacionarno izentropsko strujanje kroz otvor promjera d = 2 mm. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m^3, H = 2.9 m, zrak κ = 1.4, R = 287.04 J/kgK, p_a = 1.013 bar.





Iz uvjeta plovnosti (težina posude jednaka je sili tlaka ispod posude) moguće je izračunati pretlak ispod posude kao i dubinu h

$$m_p \cdot g - p_{M0} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 0 \qquad p_{M0} = \frac{4 \cdot m_p \cdot g}{D^2 \cdot \pi} \qquad p_{M0} = 0.09 bar$$

$$h = \frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} \qquad h = 0.916\text{m}$$

Iz pretpostavke da je u početnom trenutku u posudi bilo zrak na atmosferskom tlaku, te da se zrak izotermno komprimirao pri temperaturi T_0 =293 moguće je izračunati visinu h_0 komprimiranog zraka u posudi

$$p_a \cdot H \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = (p_a + p_{M0}) \cdot h_0 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad h_0 = \frac{(p_a \cdot H)}{(p_a + p_{M0})} \qquad h_0 = 2.664\text{m}$$

Iz odnosa tlaka u posudi i atmosferskog tlaka uz pomoć tablica za izentropsko strujanje moguće je odrediti Machov broj u izlaznom mlazu

$$\frac{p_a}{(p_a + p_{M0})} = 0.919 \qquad M_1 = 0.35 \qquad \frac{T}{T_0} = 0.9761 \qquad T_1 = 0.9761 \cdot T_0 \qquad T_1 = 285.997\text{K}$$

Pomoću jednadžbe stanja plina određuje se gustoća fluida u posudi i izlaznom mlazu

$$\rho_1 = \frac{p_a}{R \cdot T_1} \qquad \rho_1 = 1.234 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \qquad \rho_0 = \frac{p_a + p_{M0}}{R \cdot T_0} \qquad \rho_0 = 1.311 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Maseni protok kroz otvor promjera d izračunava se prema izrazu

$$q_{maseni} = \rho \cdot M_1 \cdot \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad q_{maseni} = 0.372 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Visinu x za koliko posuda mora potonuti računamo iz izraza

$$x = h_0 - h \qquad x = 1.748\text{m}$$

Masu zraka koji se nalazi unutar toga volumena (mora istrujiti kroz otvor promjera d, da bi posuda potonula) računamo prema izrazu

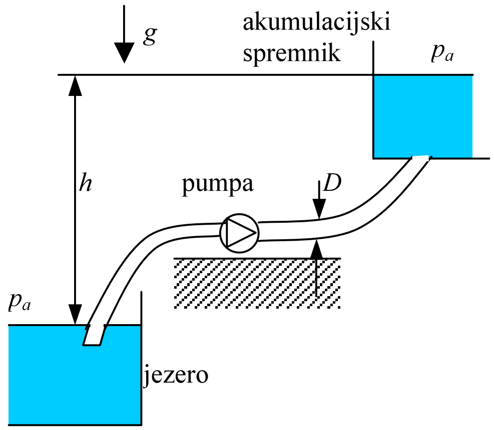
$$m_{zraka} := \rho_0 \cdot x \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

Vrijeme potonuća računamo iz izraza

$$t = \frac{m_{zraka}}{q_{maseni}} \qquad \boxed{t = 14.813\text{s}}$$

Cjevovod

Ispit 17.04.1998. zadatak 3



Za dobavu vode gustoće 998.2 kg/m^3 iz jezera do akumulacijskog rezervoara smještenog na visini h = 24 m koristi se pumpa sljedeće karakteristike $\{h_p\}_{\mathrm{m}} = 27 - 900\,\{Q\}_{\mathrm{m3/s}} - 1000\,\{Q\}^2_{\mathrm{m3/s}}$. Svi lokalni gubici uključujući i gubitak ulaska u veliki spremnik iznose K_{UK} = 37, a linijske gubitke zanemarite. Odredite za koliko će se povećati protok ako se uz postojeći pumpu priključi pumpa istih karakteristika a) serijski, b) paralelno. Cjevovod je unutrašnjeg promjera D = 0.1 m.

Da bi se izračunao protok Q potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu od jezera do akumulacijskog spremnika

$$h_P = h + K_{UK}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

Kada uvrstimo karakteristiku pumpe problem se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe

$$a + b\cdot Q + c\cdot Q^2 = h + K_{UK}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g} \qquad a = 27m \qquad b = -900\frac{s}{m^2} \qquad c = -1000\frac{s^2}{m^5}$$

$$a - h + b\cdot Q + \left(c - K_{UK}\cdot\frac{8}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}\right)\cdot Q^2 = 0$$

Kako kvadratna jednadžba ima dva rješenja usvaja se fizikalno realno (pozitivno). Rješenje.

$$Q = \begin{pmatrix} -0.032 \\ 3.014\times 10^{-3} \end{pmatrix}\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

U slučaju serijskog spajanja pumpi (dvije pumpe u nizu) uzima se u Bernoullijevoj jednadžbi visina dobave svake od pumpi

$$2\cdot h_P = h + K_{UK}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g} \qquad 2\cdot a + 2\cdot b\cdot Q + 2\cdot c\cdot Q^2 = h + K_{UK}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

Rješenjem kvadratne jednadžbe dobiva se protok u slučaju serijskog spoja pumpi

$$2\cdot a - h + 2\cdot b\cdot Q_s + \left(2\cdot c - K_{UK}\cdot\frac{8}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}\right)\cdot Q_s^2 = 0 \qquad Q_s = \begin{pmatrix} -0.069 \\ 0.013 \end{pmatrix}\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Analogno kod paralelnog spoja pumpi (pola protoka ide kroz jednu granu a pola kroz drugu) za protok kroz pumpu uzima se samo polovica izvornog protoka

$$a + b\cdot\frac{Q_P}{2} + c\cdot\frac{Q_P^2}{4} = h + K_{UK}\cdot\frac{8\cdot Q_P^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

Rješenjem kvadratne jednadžbe izračunava se protok kod paralelno spojenih pumpi

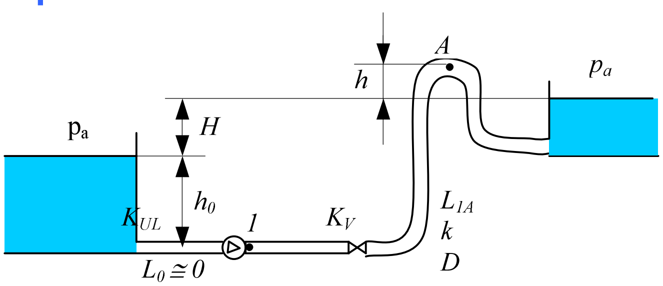
$$Q_p = \begin{pmatrix} -0.02 \\ 4.973\times 10^{-3} \end{pmatrix} \frac{m^3}{s}$$

odnosno razlika protoka jednaka je

$$\Delta Q_s = 0.013 - 3.014\times 10^{-3} \qquad \boxed{\Delta Q_s = 9.986\times 10^{-3}}$$

$$\Delta Q_p = 4.973\times 10^{-3} - 3.014\times 10^{-3} \qquad \boxed{\Delta Q_p = 1.959\times 10^{-3}}$$

Ispit 15.05.1998. zadatak 3



Odredite koliki je minimalni pretlak u sistemu prema slici ukoliko je izmjeren maksimalni pretlak u sistemu p_M = 7 bara. Zadano je: ρ = 999,1 kg/m^3, ν = 1,05$\cdot$10^{-6} m^2/s, H = 20 m, h = 2 m, h_0 = 1m, L_{1A} = 90m, D = 250 mm, L_{uk} = 250 m, k = 0.045 mm (hrapavost cijevi), K_{UL} =2, K_V = 5.

U sistemu prema slici maksimalni pretlak nalazi se u točci 1 neposredno iza pumpe pa se Bernoullijeva jednadžba postavlja od točke 1 do površine velikog spremnika u kojeg se prepumpava voda.

$$\frac{p_M}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} = h_0 + H + \left(\lambda_1\cdot\frac{L_{uk}}{D} + K_v + 1\right)\cdot\frac{v^2}{2\cdot g}$$

Iz ove jednadžbe moguće je izračunati brzinu strujanja u cijevi v

$$v := \sqrt{\frac{\frac{p_M}{\rho\cdot g} - (h_0 + H)}{\lambda_1\cdot\frac{L_{uk}}{D} + K_v}\cdot 2\cdot g}$$

Početne pretpostavke za koeficijent trenja λ dane su izrazima

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7\cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D, 10^{10}\right) \qquad \lambda_1 = 0.013$$

Iterativnim računanjem dolazi se do vrijednosti brzine v

$$v = \sqrt{\frac{\frac{p_M}{\rho \cdot g} - (h_0 + H)}{\lambda_1 \cdot \frac{L_{uk}}{D} + K_v} \cdot 2 \cdot g} \qquad v = 7.326 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn)$$

$$Rn = 1.744 \times 10^6 \qquad \lambda_1 = 0.014$$

$$v = \sqrt{\frac{\frac{p_M}{\rho \cdot g} - (h_0 + H)}{\lambda_1 \cdot \frac{L_{uk}}{D} + K_v} \cdot 2 \cdot g} \qquad v = 7.19 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn)$$

$$Rn = 1.712 \times 10^6 \qquad \lambda_1 = 0.014$$

$$v = \sqrt{\frac{\frac{p_M}{\rho \cdot g} - (h_0 + H)}{\lambda_1 \cdot \frac{L_{uk}}{D} + K_v} \cdot 2 \cdot g} \qquad v = 7.188 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn)$$

$$Rn = 1.711 \times 10^6 \qquad \lambda_1 = 0.014$$

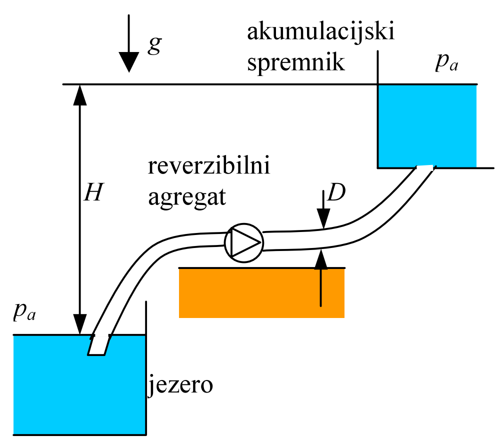
Minimalni pretlak u sistemu računa se postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe između točke 1 i točke A

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + h_0 + H + h + \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_{1A}}{D} + K_v + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M1} = p_M - \frac{1}{(2 \cdot D)} \cdot v^2 \cdot \rho \cdot \lambda_1 \cdot L_{1A} - \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot \rho \cdot K_v - h_0 \cdot \rho \cdot g - H \cdot \rho \cdot g - h \cdot \rho \cdot g \qquad \boxed{p_{M1} = 2.141 \times 10^5\ \mathrm{Pa}}$$

Ispit 24.06.1998. zadatak 3

Reverzibilni agregat u pumpnom pogonu prepumpava vodu iz jezera u akumulacijski spremnik, te je u turbinskom radu pri spuštanju vode iz akumulacijskog spremnika u jezero. Agregat ima karakteristiku zadanu jednadžbom $\{h_A\}_\mathrm{m} = 650 - 0.9[\{Q\}_{\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}]^2$. Odredite snage reverzibilnog agregata kada radi u turbinskom i pumpnom pogonu. Koliki je stupanj djelovanja postrojenja? Zanemarite sve lokalne gubitke izuzev gubitka ulaska u veliki spremnik. Zadano je $H = 560$ m, $D = 2$ m, $L = 17$ km (ukupna duljina cjevovoda), $k = 0{,}8$ mm (visina hrapavosti cjevovoda), $\rho = 999$ kg/m^3. $\nu = 1.52\ 10^{-6}$m^2/s.



Karakteristika agregata dana je izrazom

$$h_A = a - b \cdot Q^2 \qquad a = 650m \qquad b = 0.9 \frac{s^2}{m^5}$$

Kada agregat radi u pumpnom pogonu Bernoullijeva jednadžba od jezera do akumulacijskog spremnika dana je izrazom

$$h_p = H + \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad a - b \cdot Q^2 = H + \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iterativnim postupkom računamo protok Q (za pumpni pogon)

$$\lambda_1 = \lambda\left(k, D, 10^{10}\right) \qquad \lambda_1 = 0.016$$

$$Q = \sqrt{\frac{a - H}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)\cdot\frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + b}} \qquad Q = 7.493\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{4Q}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad Rn = 3.138\times 10^6$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.016 \qquad Q = 7.493\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Visina dobave agregata u pumpnom pogonu iznosi

$$h_p = a - b \cdot Q^2 \qquad h_p = 599.463\mathrm{m}$$

Kada agregat radi u turbinskom pogonu Bernoullijeva jednadžba od akumulacijskog spremnika do jezera

$$H - h_T = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)\cdot\frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad H - a + b \cdot Q^2 = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)\cdot\frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iterativnim postupkom računamo protok Q (za turbinski pogon) koeficijent trenja λ uzimamo za prvi iteracijski korak identičan koeficijentu trenja za pumpni pogon

$$Q = \sqrt{\frac{H - a}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)\cdot\frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} - b}} \qquad Q = 21.999\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{4Q}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad Rn = 9.214\times 10^6$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.016 \qquad Q = 21.999\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

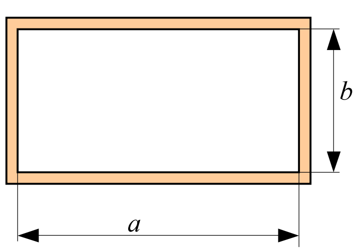
Neto pad turbinskog agregata jednak je

$$h_T = a - b \cdot Q^2 \qquad h_T = 214.427\mathrm{m}$$

Stupanj djelovanja agregata jednak je

$$\eta_P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q_p}{\rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q_p} \qquad \eta_T = \frac{\rho \cdot g \cdot h_T \cdot Q_T}{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q_T} \qquad \eta = \eta_T \cdot \eta_p \qquad \eta = \frac{h_T}{h_p} \qquad \boxed{\eta = 0.358}$$

Ispit 08.07.1998. zadatak 3



Klimatizacijoni vod pravokutnog poprečnog presjeka a x b = 40 x 30 cm zbog rekonstrukcije prostorije potrebno je zamijeniti klimatizacionim vodom pravokutnog poprečnog presjeka čija visina nije veća od b_1 = 17 cm. Odredi širinu klimatizacionog voda koja osigurava jednaki pad tlaka po jedinici duljini, pri istom protoku. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: k = 0.15 mm (visina hrapavosti).

Poprečni presjeci klimatizacijskog voda nisu kružni pa je potrebno uvesti ekvivalentni promjer

$$D_{ek} = \frac{4A}{O} = \frac{2\cdot a\cdot b}{a+b} \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1}$$

Prema uvjetu zadatka pad tlaka u klimatizacijskom vodu mora biti jednak u oba slučaja

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda_0\cdot\frac{L}{D_{ek}}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{a^2\cdot b^2\cdot 2\cdot g} = \lambda_1\cdot\frac{L}{D_{ek1}}\cdot\frac{8\cdot Q^2}{a_1^{\,2}\cdot b_1^{\,2}\cdot 2\cdot g}$$

$$\lambda_0\cdot\frac{a+b}{2\cdot a\cdot b}\cdot\frac{1}{a^2\cdot b^2} = \lambda_1\cdot\frac{a_1+b_1}{2\cdot a_1\cdot b_1}\cdot\frac{1}{a_1^{\,2}\cdot b_1^{\,2}}$$

Iz ovog izraza moguće je izračunati širinu klimatizacijskog voda

$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}}$$

Iteracijski postupak započinjemo pretpostavkom $a_1 = a$

$$a_1 = a \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1} \qquad \lambda_0 = \lambda\left(k, D_{ek}, 10^{10}\right) \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek1}, 10^{10}\right)$$

Iteracijskim postupkom dolazimo do širine klimatizacijskog voda a_1

$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}} \qquad a_1 = 0.677\text{m} \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek1}, 10^{10}\right)$$

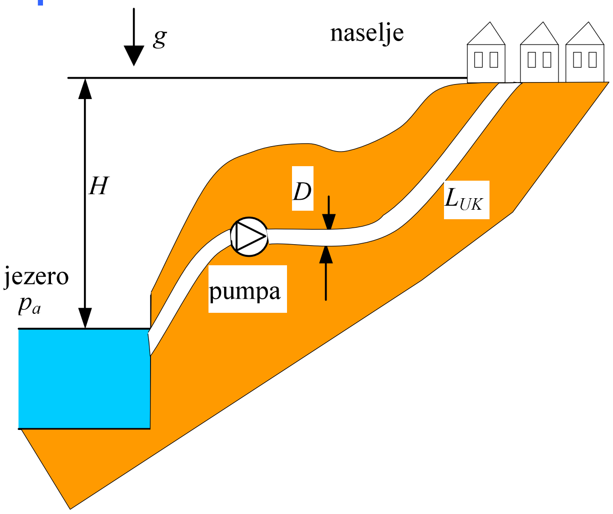
$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}} \qquad a_1 = 0.765\text{m} \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek1}, 10^{10}\right)$$

$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}} \qquad a_1 = 0.79\text{m} \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek1}, 10^{10}\right)$$

$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}} \qquad a_1 = 0.796\text{m} \qquad D_{ek1} = \frac{2\cdot a_1\cdot b_1}{a_1+b_1} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek1}, 10^{10}\right)$$

$$a_1 = \frac{a\cdot b}{b_1}\cdot\sqrt[3]{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\cdot\frac{a_1+b_1}{a+b}} \qquad \boxed{a_1 = 0.798\text{m}}$$

Ispit 01.09.1998. zadatak 3



Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod od vučenih cijevi ukupne duljine L_{UK} = 2.4 km. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m^3, kinematičkog koeficijenta viskoznosti ν = 1.52 10^{-6} m^2/s) naselju koje se nalazi na visini h = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p_M = 3 bara. Nakon desetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 25% više vode uz isti totalni pretlak. Uslijed korozije visina hrapavosti se povećala na k = 0.045 mm. Odredite koliko puta se povećala potrebna snaga za transport vode. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite. Zadano je D = 150 mm.

Koeficijent trenja λ_1 na početku eksploatacije računamo prema izrazima

$$Rn = \frac{4 \cdot Q_1}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k_1, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.017$$

Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja na početku eksploatacije

$$h_{p1} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_1 \cdot \frac{L_{UK}}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_1 \cdot \frac{L_{UK}}{D} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad h_{p1} = 132.997\,\text{m}$$

Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja nakon desetgodišnje eksploatacije

$$Q_2 = Q_1 \cdot 1.25 \quad k_2 = 0.045\,mm \qquad Rn_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda_2 = \lambda(k_2, D, Rn_2) \qquad \lambda_2 = 0.018$$

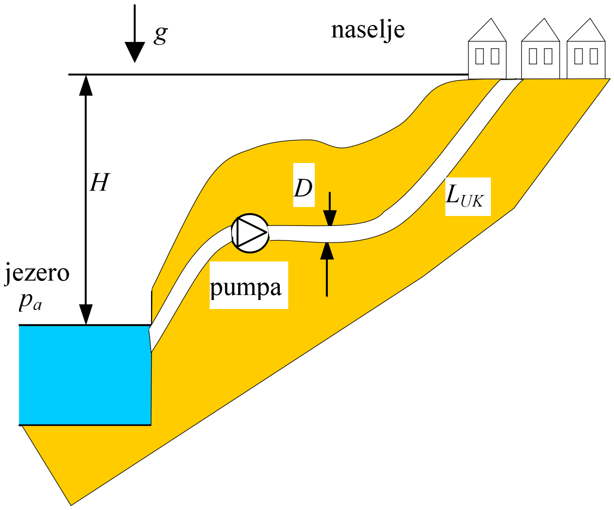
$$h_{p2} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_2 \cdot \frac{L_{UK}}{D} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad h_{p2} = 151.752\,\text{m}$$

Povećanje potrebne snage računamo prema

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_{p1} \cdot Q_1 \qquad P_1 = 3.254 \times 10^4\,\text{W} \qquad P_2 = \rho \cdot g \cdot h_{p2} \cdot Q_2 \qquad P_2 = 4.641 \times 10^4\,\text{W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \qquad \boxed{\eta = 1.426}$$

Ispit 15.09.1998. zadatak 3



Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod od vučenih cijevi ukupne duljine L_{UK} = 2.4 km i unutrašnjeg promjera D = 150 mm. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m^3, kinematičkog koeficijenta viskoznosti ν = 1.52 10^{-6} m^2/s) naselju koje se nalazi na visini H = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p_M = 3 bara. Nakon dvadesetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 25% više vode uz isti totalni pretlak. Zbog gubitaka vode cijevi su s unutrašnje strane plastificirane slojem debljine 4 mm, površinske hrapavosti 0.1 mm. Odredite koliko puta se povećala potrebna snaga za transport vode. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite.

Koeficijent trenja λ_1 na početku eksploatacije računamo prema izrazima

$$Rn = \frac{4 \cdot Q_1}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k_1, D, Rn\right) \qquad \lambda_1 = 0.017$$

Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja na početku eksploatacije

$$h_{p1} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_1 \cdot \frac{L_{UK}}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_1 \cdot \frac{L_{UK}}{D} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^{\,2}}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad h_{p1} = 132.997\text{m}$$

Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja nakon dvadesetogodišnje eksploatacije i smanjenja unutrašnjeg promjera cijevi zbog plastificiranja

$$Q_2 = Q_1 \cdot 1.25 \quad k_2 = 0.1mm \quad D_2 = 142mm \quad Rn_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{D_2 \cdot \pi \cdot \nu} \quad \lambda_2 = \lambda\left(k_2, D_2, Rn_2\right) \quad \lambda_2 = 0.02$$

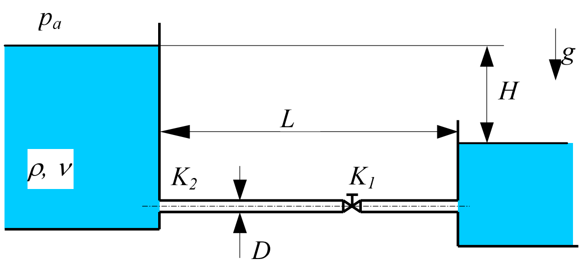
$$h_{p2} = H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \lambda_2 \cdot \frac{L_{UK}}{D_2} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^{\,2}}{D_2^{\,4} \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad h_{p2} = 172.94\text{m}$$

Povećanje potrebne snage računamo prema

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_{p1} \cdot Q_1 \quad P_1 = 3.254 \times 10^4 \text{ W} \qquad P_2 = \rho \cdot g \cdot h_{p2} \cdot Q_2 \quad P_2 = 5.289 \times 10^4 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \qquad \boxed{\eta = 1.625}$$

Ispit 20.11.1998. zadatak 3



Izmjeren je protok kroz cjevovodni sistem prema slici od Q = 0.027 m^3/s. Odredite visinu pješčane hrapavosti. Zadano je: H = 1.2 m, L = 12 m, D = 0.15 m, ρ = 1000 kg/m^3, K_1 = 7, K_2 = 0.3, ν = 1.52 10^{-6} m^2/s.

Za izračunavanje pješčane hrapavosti u cijevi potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu

$$H = \left(K_1 + K_2 + 1 + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iz ove jednadžbe moguće je izračunati koeficijent trenja λ

$$\lambda = \left(\frac{H \cdot D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}{8Q^2} - K_1 - K_2 - 1\right) \cdot \frac{D}{L} \qquad \lambda = 0.022$$

Reynoldsov broj zadan je izrazom

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad Re = 1.508 \times 10^5$$

Koeficijent trenja λ zadan je izrazom Swamee i Jane

$$\lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2}$$

Iz tog izraza moguće je izračunati visinu pješčane hrapavosti k

$$k := 3.7 \cdot D \cdot \left(e^{\sqrt{\frac{1.325}{\lambda}}} - \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)$$

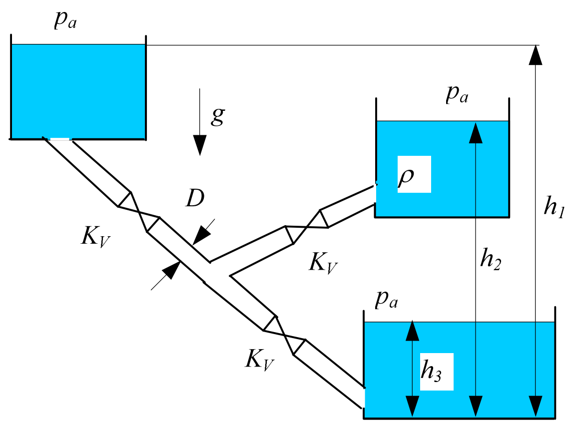
Korijen daje dva rješenja pozitivno i negativno uvrštavanjem pozitivnog rješenja ne daje fizikalno rješenje

$$k = 1.241 \times 10^3 \text{ m}$$

dok se uvrštenjem negativnog rješenja korijena dobiva fizikalno realno rješenje

$$\boxed{k = 1.786 \times 10^{-4} \text{ m}}$$

Ispit 18.12.1998. zadatak 3



Odredite visinu h_2 vode u spremniku, ako u spremnik utječe 12% ukupnog protoka kroz sistem. Koeficijent lokalnog gubitka svih ventila na slici K_V = 7, sve linijske gubitke zanemarite kao i gubitke u račvi. Promjer svih cjevovoda iznosi D = 0.17m. Zadano je : h_1 = 13 m, h_3 = 4m, ρ = 1000 kg/m^3.

Iz uvjeta zadatka (u spremnik 2 utječe 12% ukupnog protoka kroz sistem) i jednadžbe kontinuiteta moguće je3 uspostaviti slijedeće odnose među protocima

$$Q_2 = 0.12 \cdot Q_1 \qquad Q_3 = 0.88 \cdot Q_1 \qquad Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$v_2 = 0.12 \cdot v_1 \qquad v_3 = 0.88 \cdot v_1 \qquad v_1 = v_2 + v_3$$

Za izračunavanje visine h_2 potrebno je postaviti Bernoullijeve jednadžbe i to od najvišeg spremnika do srednjeg spremnika te od najvišeg spremnika do najnižeg spremnika.

$$h_1 = h_2 + K_V \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(K_v + 1\right) \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = h_2 + K_V \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(K_v + 1\right) \cdot \frac{\left(0.12 \cdot v_1\right)^2}{2 \cdot g}$$

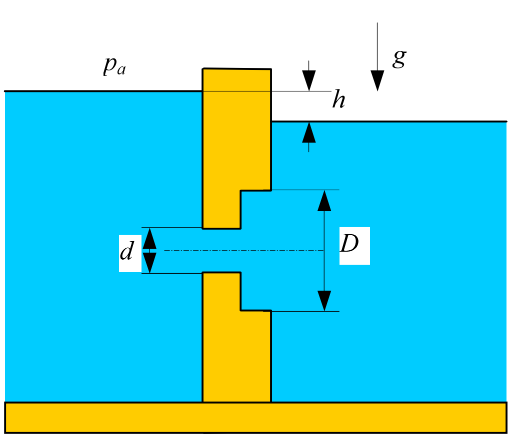
$$h_1 = h_3 + K_V \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(K_v + 1\right) \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = h_3 + K_V \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(K_v + 1\right) \cdot \frac{\left(0.88 \cdot v_1\right)^2}{2 \cdot g}$$

Rješenjem ovog sustava od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice izračunava se tražena visina fluida u srednjem spremniku

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \left(h_1 - h_3\right)}{K_v + 0.88^2 \cdot \left(K_v + 1\right)}} \qquad v_1 = 3.658 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$h_2 = h_1 - \left[K_V \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(K_v + 1\right) \cdot \frac{\left(0.12 \cdot v_1\right)^2}{2 \cdot g}\right] \qquad \boxed{h_2 = 8.147\mathrm{m}}$$

Ispit 22.01.1999. zadatak 3



Odredite odnos promjera D/d da bi lokalni gubici za otvor između dva spremnika, prema slici, bili minimalni. Sve linijske gubitke zanemarite, a od lokalnih gubitaka uzmite u razmatranje gubitak ulaska u veliki spremnik i gubitak naglog proširenja.

Bernoullijeva jednadžba između dva spremnika sadržava gubitak naglog proširenja i gubitak ulaska u veliki spremnik

$$h = K_{NP}\cdot\frac{v_1^2}{2\cdot g} + \frac{v_2^2}{2\cdot g}$$

Jednadžba kontinuiteta i izraz za koeficijent otpora naglog proširenja

$$v_1 = \frac{4\cdot Q}{D^2\cdot\pi} \qquad v_2 = \frac{4\cdot Q}{d^2\cdot\pi} \qquad K_{NP} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

Uvršteno u Bernoullijevu jednadžbu

$$h = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2\cdot\frac{8\cdot Q^2}{d^4\cdot\pi^2\cdot g} + \frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g} = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2\cdot\frac{8\cdot Q^2}{d^4\cdot\pi^2\cdot g} + \frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

$$h = \frac{8\cdot Q^2}{\pi^2\cdot g}\cdot\left[\left(1 - 2\cdot\frac{d^2}{D^2} + \frac{d^4}{D^4}\right)\cdot\frac{1}{d^4} + \frac{1}{D^4}\right]$$

$$h = \frac{8\cdot Q^2}{\pi^2\cdot g}\cdot\left[\frac{1}{d^4} - \frac{2}{\left(d^2\cdot D^2\right)} + \frac{2}{D^4}\right]$$

Minimum visine dobiva se da se prva derivacija visine izjednači s nulom

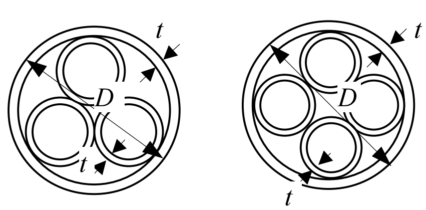
$$\frac{d}{dD}h = \frac{d}{dD}\left[\frac{8\cdot Q^2}{\pi^2\cdot g}\cdot\left[\frac{1}{d^4} - \frac{2}{\left(d^2\cdot D^2\right)} + \frac{2}{D^4}\right]\right] = 0$$

$$\frac{d}{dD}h = \left[\frac{8\cdot Q^2}{\pi^2\cdot g}\cdot\left(\frac{4}{d^2\cdot D^3} - \frac{8}{D^5}\right)\right] = 0$$

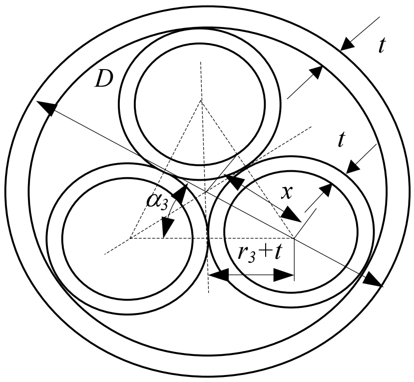
$$D^2 = 2d^2$$

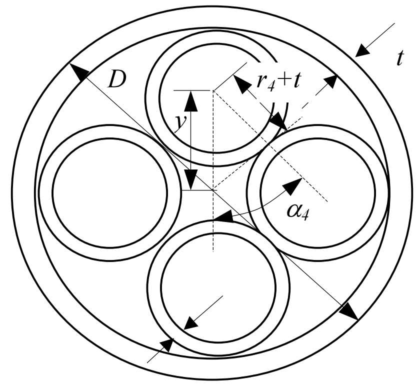
$$\boxed{D = \sqrt{2}\cdot d}$$

Ispit 03.02.1999. zadatak 3



Unutar zaštitne cijevi vanjskog promjera D = 1.5 m potrebno je postaviti tri odnosno četiri cijevi, prema slici, dimenzionirane tako da se dotiču. Odredite odnos protoka za isti pad tlaka po jedinici duljine u oba slučaja. Pretpostavite da su sve stjenke cijevi debljine t = 1.2 cm, te pretpostavite strujanje u laminarnom režimu.





Iz geometrijskih odnosa prema slici slijedi

$$\alpha_3 = 30deg \qquad x = \frac{r_3 + t}{cos(\alpha_3)}$$

$$R = x + r_3 + 2 \cdot t = \frac{r_3 + t}{cos(\alpha_3)} + r_3 + 2 \cdot t \qquad r_3 = \frac{-(-R \cdot cos(\alpha_3) + t + 2 \cdot t \cdot cos(\alpha_3))}{(1 + cos(\alpha_3))} \qquad r_3 = 0.331\mathrm{m}$$

$$\alpha_4 = 45deg \qquad y = \frac{r_4 + t}{cos(\alpha_4)} \qquad R = y + r_4 + 2 \cdot t = \frac{r_4 + t}{cos(\alpha_4)} + r_4 + 2 \cdot t$$

$$r_4 = \frac{-(-R \cdot cos(\alpha_4) + t + 2 \cdot t \cdot cos(\alpha_4))}{(1 + cos(\alpha_4))} \qquad r_4 = 0.294\mathrm{m}$$

Pad tlaka po jedinici duljine za bilo koju unutrašnju cijev izračunava se iz Bernoullijeve jednadžbe i izraza za koeficijent otpora λ za laminarno strujanje prema uvjetu zadatka

$$\Delta h = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{16 \cdot d \cdot \pi \cdot \nu}{Q} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{128}{\pi} \cdot \nu \cdot Q \cdot \frac{L}{g \cdot d^4} \qquad \lambda = \frac{64}{Re} = \frac{16 \cdot d \cdot \pi \cdot \nu}{Q}$$

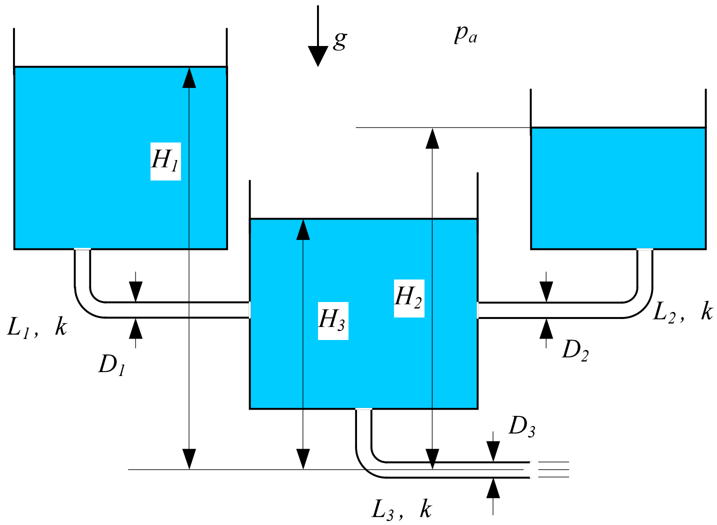
Iz jednakosti pada tlaka za oba slučaja računaju se odnosi parcijalnih protoka kroz cijevi

$$\frac{128}{\pi} \cdot \nu \cdot Q_3 \cdot \frac{L}{g \cdot (2 \cdot r_3)^4} = \frac{128}{\pi} \cdot \nu \cdot Q_4 \cdot \frac{L}{g \cdot (2 \cdot r_4)^4} \qquad \frac{Q_3}{Q_4} = \frac{{r_3}^4}{{r_4}^4}$$

Ukupni odnos protoka O jednak je

$$O = \frac{3Q_3}{4Q_4} = \frac{3{r_3}^4}{4{r_4}^4} \qquad \boxed{O = 1.203}$$

Ispit 18.02.1999. zadatak 3



Odredite promjer D_3 cijevi iz uvjeta da se razina H_3 vode (ρ = 998.2 kg/m^3, ν = 1.139 10^{-5}m^2/s) unutar spremnika 3 na mijenja. Zadano je: H_1 = 47m, H_2 = 35m, H_3 = 27m, D_1 = 0.23 m, D_2 = 0.15 m, k = 0.01 mm (hrapavost svih cijevi), L_1 = 23 m, L_2 = 58 m, L_3 = 78 m.

Za proračun koeficijenta linijskog trenja λ korišten je izraz

$$\lambda(k,D,Re) := \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7\cdot D}+\frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2}$$

Ako se postave dvije Bernoullijeve jednadžbe za viskozno strujanje, prva od spremnika 1 (lijevi spremnik) do spremnika 3 (donji spremnik), a druga od spremnika 2 (desni spremnik) do spremnika 3

$$H_1 - H_3 = \left(\lambda_1\cdot\frac{L_1}{D_1}+1\right)\cdot\frac{v_1^{\,2}}{2\cdot g} \qquad H_2 - H_3 = \left(\lambda_2\cdot\frac{L_2}{D_2}+1\right)\cdot\frac{v_2^{\,2}}{2\cdot g}$$

Iz Bernoullijevih jednadžbi mogu se odrediti brzine strujanja u funkciji ostalih varijabli

$$v_1 := \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot(H_1-H_3)}{\left(\lambda_1\cdot\frac{L_1}{D_1}+1\right)}} \qquad v_2 := \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot(H_2-H_3)}{\left(\lambda_2\cdot\frac{L_2}{D_2}+1\right)}}$$

Brzine strujanja ovise o koeficijentu linijskog trenja, koji ovisi o relativnoj hrapavosti i o Reynoldsovom broju. Kako Reynoldsov broj ovisi o brzini potrebno je provesti iteracijski postupak. Iteraciju počinjemo izrazom

$$\lambda_1 = \lambda(k, D_1, 10000000) \qquad \lambda_1 = 0.011$$

Pomoću ove pretpostavljene vrijednosti koeficijenta linijskog trenja možemo izračunati prvu iterativnu vrijednost brzine

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot(H_1-H_3)}{\left(\lambda_1\cdot\frac{L_1}{D_1}+1\right)}} \qquad v_1 = 13.769\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Nakon toga proračunavamo vrijednost Reynoldsova broja

$$Re_1 = \frac{v_1\cdot D_1}{\nu} \qquad Re_1 = 2.78\times 10^5$$

S podacima iz prve iteracije proračunavamo ponovo koeficijent linijskog trenja, vrzinu i Reynoldsov broj

$\lambda_1 = \lambda(k, D_1, Re_1)$ $\quad\quad \lambda_1 = 0.015$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_3)}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + 1\right)}} \quad\quad v_1 = 12.514\,\mathrm{m\,s^{-1}} \quad\quad Re_1 = \frac{v_1 \cdot D_1}{\nu} \quad\quad Re_1 = 2.527 \times 10^5$$

U narednom iteracionom koraku dobivaju se rješenja

$$\lambda_1 = \lambda(k, D_1, Re_1) \quad\quad v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_3)}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + 1\right)}} \quad\quad \lambda_1 = 0.015 \quad\quad v_1 = 12.455\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Ova rješenja se malo razlikuju od rješenja prethodnog iteracijskog koraka (0.55%) pa ih se može usvojiti kao točna. Identičan postupak provodimo i za brzinu v_2

$\lambda_2 = \lambda(k, D_2, 10000000)$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.011$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H_2 - H_3)}{\left(\lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} + 1\right)}} \quad\quad Re_2 = \frac{v_2 \cdot D_2}{\nu} \quad\quad \lambda_2 = \lambda(k, D_2, Re_2)$$

$v_2 = 5.384\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $\quad\quad Re_2 = 7.091 \times 10^4$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.02$

Iteracionim postupkom se izračunava točnije rješenja, kako slijedi

$v_2 = 4.282\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $\quad\quad Re_2 = 5.64 \times 10^4$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.02$

$v_2 = 4.193\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $\quad\quad Re_2 = 5.522 \times 10^4$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.021$

$v_2 = 4.185\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $\quad\quad Re_2 = 5.511 \times 10^4$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.021$

$v_2 = 4.184\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ $\quad\quad Re_2 = 5.51 \times 10^4$ $\quad\quad \lambda_2 = 0.021$

Pomoću Bernoullijeve jednadžbe (od površine rezervoara 3 do izlaza iz cjevovoda) i iz jednadžbe kontinuiteta (količina vode koja ulazi u spremnik 3 jednaka je količini vode koja izlazi iz spremnika 3) moguće je odrediti promjer izlaznog cjevovoda

$$H_3 = \left(\lambda_3 \cdot \frac{L_3}{D_3} + 1\right) \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g} \quad\quad v_3 \cdot \frac{D_3^2 \cdot \pi}{4} = v_1 \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} + v_2 \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4}$$

Kako je ovaj sistem jednadžbi nije eksplicite rješiv potrebno ga je riješiti iterativnim postupkom. Itrerativni postupak počinjemo pretpostavkom

$D_3 = 0.2 \cdot m$ $\quad\quad \lambda_3 = \lambda(k, D_3, 10000000)$ $\quad\quad \lambda_3 = 0.011$

Za ove vrijednosti moguće je u prvoj iteraciji izračunati brzinu strujanja i promjer. S izračunatim vrijednostima započinjemo novi iteracijski korak

$$v_3 = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot H_3}{\left(\lambda_3\cdot\frac{L_3}{D_3}+1\right)}} \qquad D_3 = \sqrt{\frac{v_1}{v_3}\cdot D_1^2 + \frac{v_2}{v_3}\cdot D_2^2} \qquad \begin{aligned} v_3 &= 10.038\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ D_3 &= 0.274\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Te nastavljamo iteracijski postupak

$$v_3 = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot H_3}{\left(\lambda_3\cdot\frac{L_3}{D_3}+1\right)}} \qquad D_3 = \sqrt{\frac{v_1}{v_3}\cdot D_1^2 + \frac{v_2}{v_3}\cdot D_2^2} \qquad \begin{aligned} v_3 &= 11.354\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ D_3 &= 0.258\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

Naredne iteracije poboljšavaju rješenje

$$v_3 = 11.091\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$D_3 = 0.261\,\mathrm{m}$$

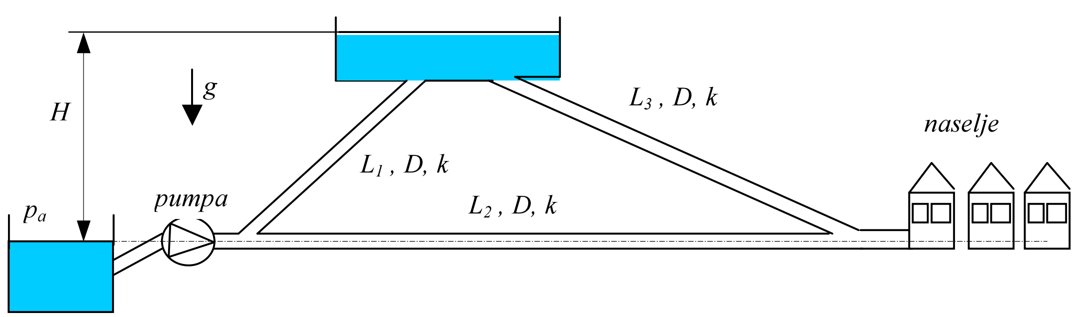
$$v_3 = 11.141\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\boxed{D_3 = 0.26\,\mathrm{m}}$$

Kao točno rješenje usvaja se $D_3 = 0.26$ m.

Ispit 26.03.1999. zadatak 3

U normalnom režimu rada cjevovodom L_2 transportira se naselju prema slici Q = 0.01 m^3/s vode ρ = 999,8 kg/m^3, $\nu = 1{,}04\cdot10^{-6}$ m^2/s pri totalnom pretlaku u naselju p_M = 3.2 bara. Pretpostavite da je potrošnja vode konstantna svih 24 sata i da se 16 sati za pogon pumpe koristi električna energija standardne cijene, a 8 sati električna energija koja je 30% jeftinija. Odredite uštedu (u %) ukoliko bi se naselje 16 sati opskrbljivalo cjevovodom L_3 iz akumulacijskog rezervoara (isključena pumpa), a 8 sati (jeftinija tarifa el. energije) pumpa istovremeno cjevovodom L_2 opskrbljuje naselje i cjevovodom L_1 puni akumulaciju. Zadano je: H = 37 m, L_1 = 2.3 km, L_2 = 4.3 km, L_3 = 2.2 km, D = 0.3 m (promjer svih cjevovoda) k = 0.015 mm (hrapavost svih cijevi), p_M = 3.2 bara (totalni pretlak u naselju). Zanemarite sve lokalne gubitke, kao i gubitke ispred pumpe. Koliki će biti totalni pretlak u naselju kada se naselje opskrbljuje samo iz akumulacijskog rezervoara.



Potrebno je izračunati visinu dobave i snagu pumpe za standardni režim rada. Bernoullijeva jednadžba za taj slučaj strujanja dana je izrazom

$$h_{p1} = \left(\lambda_2\cdot\frac{L_2}{D}\right)\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g} + \frac{p_M}{\rho\cdot g}$$

Za izračunavanje visine dobave pumpe potrebno je izračunati koeficijent trenja λ. Brzinu strujanja u cjevovodu i Reynoldsov broj se računaju prema izrazima

$$v = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad v = 0.141 \mathrm{m\,s^{-1}} \qquad Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad Re = 4.081 \times 10^4$$

Koeficijent trenja λ se računa iz izraza

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda_2 = \lambda(k, D, Re) \qquad \lambda_2 = 0.022$$

Za izračunate podatke visina dobave pumpe iznosi

$$h_{p1} = 33.01 \mathrm{m}$$

Bernoullijeva jednadžba za slučaj pumpanja fluida u akumulacijski spremnika s dvostrukim protokom (za 8 sati rada mora se osigurati količina vode za 16 sati potrošnje).

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, 2 \cdot Re) \qquad \lambda_1 = 0.019$$

$$h_{p2} = \left(1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D}\right) \cdot \frac{4 \cdot 8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + H \qquad h_{p2} = 37.596 \mathrm{m}$$

Ušteda se izračunava iz omjera uloženih snaga pomnoženih s relativnom cijenom

$$\eta = \frac{h_{p2} \cdot (3 \cdot Q \cdot 8 \cdot 0.7)}{h_{p1} \cdot Q \cdot (16 + 8 \cdot 0.7)} \qquad \boxed{\eta = 0.886}$$

Totalni tlak se izračunava iz Bernoullijeve jednadžbe

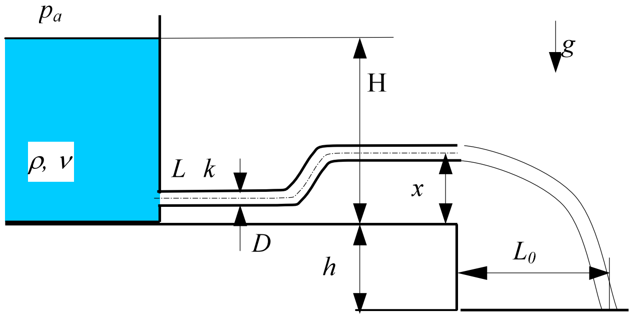
$$H = \left(\lambda_3 \cdot \frac{L_3}{D}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \frac{p_M}{\rho \cdot g} \qquad \lambda_3 = \lambda_2$$

$$p_M = \rho \cdot g \cdot \left[H - \left(\lambda_3 \cdot \frac{L_3}{D}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}\right] \qquad p_M = 3.606 bar$$

$$p_M = \rho \cdot g \cdot \left[h_{p2} - \left(\lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}\right] \qquad p_M = 3.649 bar$$

Iz rješenja je vidljivo da će ušteda iznositi 11,4% i da će totalni pretlak u naselju biti veći od traženog (3.65 bara tijekom 8 sati i 3.61 bara tijekom 16 sati)

Ispit 30.04.1999. zadatak 3



Odredite maksimalni domet L_0 mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m^3, ν = 1.04 10^{-6} m^2/s). Kraj cijevi postavljen je horizontalno na visini x. Sve lokalne gubitke zanemarite. Radi jednostavnijeg proračuna pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: D = 0.3 m, L = 23 m, k = 0.015 mm (visina hrapavosti cijevi), h = 1.2 m, H = 3.7 m.

Polazne jednadžbe za računanje maksimalnog dometa mlaza vode su jednadžba kosog hica i Bernoullijeva jednadžba.

$$v \cdot t = L_0 \qquad h + x = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad h + x = \frac{g \cdot L_0^2}{2 \cdot v^2}$$

$$(H - x) = \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

Eliminacijom brzine v izvodi se izraz

$$L_o^2 = \frac{2 \cdot (h + x) \cdot v^2}{g} \qquad L_0^2 = \frac{4 \cdot g \cdot (H - x) \cdot (h + x)}{g \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 1\right)} \qquad f(x) = \frac{4 \cdot g \cdot (H - x) \cdot (h + x)}{g \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 1\right)}$$

Tražeći maksimum funkcije $f(x)$ izračunava se rješenje

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{4 \cdot g}{g \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 1\right)} \cdot [(H - x) - (h + x)] = 0$$

$$H - h = 2 \cdot x \qquad x = \frac{H - h}{2} \qquad x = 1.25 \cdot m$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe moguće je iteracijskim postupkom izračunati brzinu na izlazu iz cijevi

$$H - x = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - x)}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)}}$$

Koeficijent linijskog trenja λ računa se prema izrazu

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, 10000000) \qquad \lambda_1 = 0.011$$

Uzastopnim iteracijama poboljšavamo točnost izračuna brzine v na izlazu iz cijevi

$$v = 5.115\,\mathrm{m\,s^{-1}} \qquad Rn = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn)$$

$$H - x = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - x)}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)}}$$

$$v = 4.984\,\mathrm{m\,s^{-1}} \qquad Rn = \frac{v \cdot D}{\nu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn)$$

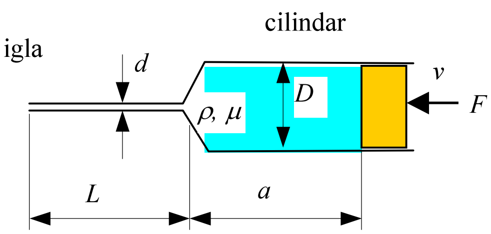
$$H - x = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - x)}{\left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D} + 1\right)}}$$

$$v = 4.981\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Iz jednadžbe horizontalnog hica određuje se domet mlaza

$$h + x = \frac{g \cdot L_0^2}{2 \cdot v^2} \qquad L_0 = \frac{1}{g} \cdot v \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot (h + x)} \qquad \boxed{L_0 = 3.521\,\mathrm{m}}$$

Ispit 21.05.1999. zadatak 3



Kolika je sila F potrebna za potiskivanja stapa unutar injekcije brzinom v = 18 mm/s. Hipodermalna igla ima unutarnji promjer d = 0.3 mm te je duga L = 60 mm. Gustoća je fluida unutar injekcije ρ = 800 kg/m^3 te viskoznost μ = 0.98 10^{-3} Pas. Pretpostavite da nema curenja fluida između stapa i cilindra injekcije te zanemarite sve lokalne gubitke pri strujanju fluida unutar injekcije. U razmatranje je potrebno uzeti linijske gubitke unutar cilindra i igle. Zadano je: a = 50 mm, D = 5 mm.

Brzinu strujanja fluida kroz hipodermalnu iglu moguće je izračunati iz jednadžbe kontinuiteta

$$v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_1 = v \cdot \frac{D^2}{d^2} \qquad v_1 = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Za izračunate brzine strujanja potrebno je utvrditi režime strujanja kao i koeficijente linijskog trenja unutar cilindra te unutar igle

$$Rn = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} \qquad Rn = 73.469 \qquad Rn_1 = \frac{v_1 \cdot d \cdot \rho}{\mu} \qquad Rn_1 = 1.224 \times 10^3$$

$$\lambda = \frac{64}{Rn} \qquad \lambda = 0.871 \qquad \lambda_1 = \frac{64}{Rn_1} \qquad \lambda_1 = 0.052$$

Kako su oba Reynoldsova broja znatno ispod 2320 očito se radi o laminarnom strujanju. Da bi izračunali pretlak p_M na čelu klipa potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu od čela klipa do kraja igle

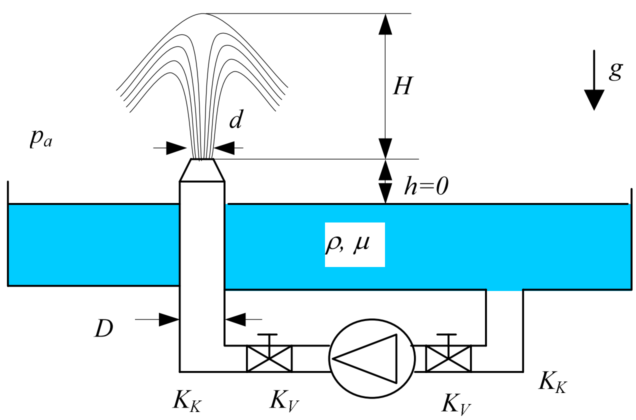
$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{{v_1}^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \lambda_1 \cdot \frac{d}{L}\right) + \lambda \cdot \frac{a}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$p_M = \left[-\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{v^2}{g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{{v_1}^2}{g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{{v_1}^2}{g} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{d}{L} + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \frac{a}{D} \cdot \frac{v^2}{g} \right] \cdot \rho \cdot g \qquad p_M = 0.1\,bar$$

Silu F potrebnu za istiskivanje fluida i injekcije računa se iz izraza

$$F = p_M \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{F = 0.196N}$$

Ispit 16.06.1999. zadatak 3



Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave i protok) da bi visina mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m^3 , μ = 1.52 10^{-3} Pas) vodoskoka bila H = 3.4 m. Zadano je: K_K = 2.7, K_V = 4.5, K_s = 1.2 (lokalni gubitak sapnice izražen uz veću brzinu), L = 7.2 m (ukupna duljina svih cijevi) D = 0.3 m (promjer svih cijevi). Pretpostavite da su sve cijevi iz trgovačkog čelika. Zadano je: d = 0.1 m.

Iz visine mlaza pomoću Torricellijeve formule moguće je odrediti brzinu mlaza na izlaz iz sapnice

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

Pomoću jednadžbe kontinuiteta moguće je odrediti brzinu u cjevovodnom sustavu

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{d^2}{D^2}$$

Pomoću brzine v_2 moguće je izračunati Reynoldsov broj u cijevi a onda i koeficijent linijskog trenja λ (za cijevi od trgovačkog čelika uzima se da je visina hrapavosti k = 0.045 mm)

$$Rn = \frac{v_2 \cdot D \cdot \rho}{\mu} \qquad \lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Rn^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda = 0.017$$

Upotrebom Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati visinu dobave pumpe h

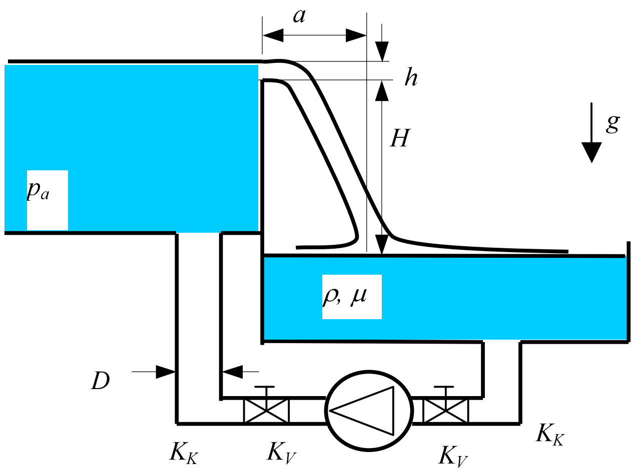
$$h = \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 2 \cdot K_K + 2 \cdot K_V\right) \cdot \frac{{v_2}^2}{2 \cdot g} + \left(K_S + 1\right) \cdot \frac{{v_1}^2}{2 \cdot g}$$

$$\boxed{h = 8.102\text{m}}$$

Protok kroz pumpu je konstantan i zadan je brzinom v_1

$$Q = v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{Q = 0.064 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}}$$

Ispit 30.06.1999. zadatak 3



Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave i protok) da bi domet preljeva (slapa) mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m^3 , μ = 1.52 10^{-3} Pas) bio a = 1.4 m, te da bi debljina h mlaza jedinične širine bila h = 12 cm. Zadano je: K_K = 2.7, K_V = 4.5, L = 7.2 m (ukupna duljina svih cijevi) D = 0.3 m (promjer svih cijevi). Pretpostavite da su sve cijevi iz trgovačkog čelika. Pretpostavite uniformni profil brzine na preljevu. Zadano je: H = 2.7 m.

Brzinu vode na preljevu moguće je odrediti iz jednadžbe kosog hica

$$H = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad t = \frac{a}{v_x} \qquad H = \frac{g \cdot a^2}{2 \cdot v_x^2}$$

$$v_x = \frac{1}{(2 \cdot H)} \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \sqrt{H \cdot g} \qquad v_x = 1.887 \mathrm{m s}^{-1}$$

Brzinu vode unutar cjevovoda moguće je odrediti iz jednadžbe kontinuiteta

$$v = v_x \cdot \frac{h \cdot B \cdot 4}{D^2 \cdot \pi} \qquad v = 3.203 \mathrm{m s}^{-1}$$

Za poznatu brzinu strujanja unutar cjevovoda moguće je izračunati Reynoldsov broj te koeficijent trenja linijskog gubitka λ..

$$Rn = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} \qquad \lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Rn^{0.9}} \right) \right)^2} \qquad \lambda = 0.015$$

Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe između prvog i drugog spremnika

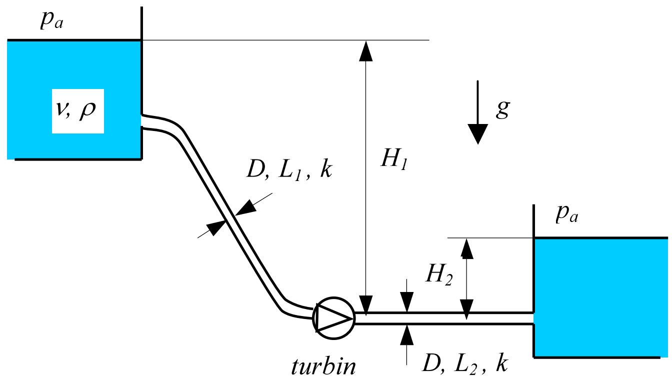
$$h := \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + 2 \cdot K_K + 2 \cdot K_V + 1 \right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + H$$

izračunava se visina dobave pumpe te protok kroz cjevovod

$$\boxed{h = 10.939 \mathrm{m}} \qquad Q = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{Q = 0.226 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}}$$

Ispit 01.09.1999. zadatak 3

Odredite protok Q kroz sistem prema slici ako je pad tlaka kroz turbini p_T = 4.18 bar. Zadano je: H_1 = 49 m, H_2 = 2.8 m, ρ = 998.2 kg/m^3, ν =1.055 10^{-6} m^2/s, D = 350 mm, k = 0.045 mm, L_1 = 98 m, L_2 = 46 m.



Bernoullijeva jednadžba od površine lijevog do površine desnog spremnika

$$H_1 - \frac{p_T}{\rho\cdot g} = H_2 + \left(\lambda\cdot\frac{L_1 + L_2}{D} + 1\right)\cdot\frac{v^2}{2\cdot g} = H_2 + \left(\lambda\cdot\frac{L_1 + L_2}{D} + 1\right)\cdot\frac{8\cdot Q^2}{D^4\cdot\pi^2\cdot g}$$

Iz ove jednadžbe protok Q jednak je

$$Q = \sqrt{\frac{\left(H_1 - \frac{p_T}{\rho\cdot g} - H_2\right)\cdot D^4\cdot\pi^2\cdot g}{8\cdot\left(\lambda\cdot\frac{L_1+L_2}{D} + 1\right)}}$$

Za prvu iteraciju pretpostavljamo

$$\lambda_1 = 0.013$$

Iterativnim postupkom izračunava se protok Q

$$Q = \sqrt{\frac{\left(H_1 - \frac{p_T}{\rho\cdot g} - H_2\right)\cdot D^4\cdot\pi^2\cdot g}{8\cdot\left(\lambda_1\cdot\frac{L_1+L_2}{D} + 1\right)}} \qquad Q = 0.321\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-1} \qquad Rn = \frac{4\cdot Q}{D\cdot\pi\cdot\nu} \qquad Rn = 1.106\times 10^6$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.014$$

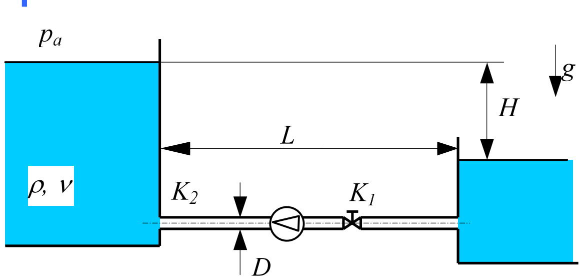
$$Q = \sqrt{\frac{\left(H_1 - \frac{p_T}{\rho\cdot g} - H_2\right)\cdot D^4\cdot\pi^2\cdot g}{8\cdot\left(\lambda_1\cdot\frac{L_1+L_2}{D} + 1\right)}} \qquad \boxed{Q = 0.308\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-1}} \qquad Rn = \frac{4\cdot Q}{D\cdot\pi\cdot\nu} \qquad Rn = 1.063\times 10^6$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.014$$

Usvaja se protok od Q = 308 lit/s.

Ispit 14.09.1999. zadatak 3

Pumpa visine dobave h_p = 32 m, ostvaruje protok od Q = 3.2 l/s kroz sistem prema slici. Odredite za koliko će se povećati protok kroz sistem ako ugradimo pumpu visine dobave h_{p1} = 46 m uz nepromijenjene ostale veličine. Zadano je D = 0.12m (promjer cjevovoda), k = 0.015 mm (visina hrapavosti cjevovoda), L = 1283 m, H = 18 m, ρ = 998.2 kg/m^3 , μ = 1.52 10^{-3} Pas.



Bernoullijeva jednadžba za slučaj pumpe od h_p = 32 metra visine dobave od desnog do lijevog spremnika

$$h_p = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D} + K_{12}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + H$$

Koeficijent trenja λ računa se iz izraza

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 2.23 \times 10^4 \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.025$$

Suma koeficijenata lokalnih gubitaka u cjevovodu računa se iz Bernoullijeve jednadžbe

$$K_{12} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\left[h_p - 8 \cdot \frac{Q^2}{\left[D^5 \cdot \left(\pi^2 \cdot g\right)\right]} \cdot \lambda_1 \cdot L_1 - H\right]}{Q^2} \cdot D^4 \cdot \pi^2 \cdot g \qquad K_{12} = 3.158 \times 10^3$$

Bernoullijeva jednadžba za slučaj pumpe visine dobave h_p = 46 metra

$$h_{p1} = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D} + K_{12}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + H$$

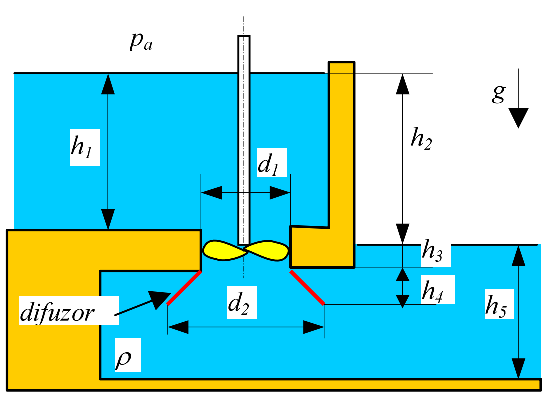
Protok Q se izračunava iterativnim postupkom

$$Q = \sqrt{\frac{\left[D^4 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot \left(h_{p1} - H\right)\right]}{8 \cdot \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D} + K_{12}\right)}} \qquad Q = 4.525 \times 10^{-3}\ m^3\ s^{-1}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 3.153 \times 10^4 \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.023$$

$$Q = \sqrt{\frac{\left[D^4 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot \left(h_{p1} - H\right)\right]}{8 \cdot \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D} + K_{12}\right)}} \qquad \boxed{Q = 4.539 \times 10^{-3}\ m^3\ s^{-1}}$$

Ispit 26.11.1999. zadatak 3



Između dva velika akumulacijska jezera ugrađena je brana s turbinom. Zbog povećanja stupnja djelovanja turbine ispod nje je montiran difuzor. Odredite povećanje stupnja djelovanja ako je neto pad turbine h_t = 10.5 m, Pretpostavite jednolike profile brzina po svim presjecima, te da je lokalni gubitak u difuzoru jednak 15% gubitka naglog proširenja. Zadano je: h_1 = 5.2 m, h_2 = 12 m, h_3 = 2.2 m, h_4 = 0.9 m, h_5 = 5.7 m, d_1 = 1 m, d_2 = 1.4 m, ρ = 998 kg/m^3, ν = 1.04 10^{-6} m^2/s.

Bernoullijeva jednadžba u slučaju bez difuzora (samo izlazni gubitak)

$$h_2 - h_T = \frac{8 \cdot Q_1^2}{d_1^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iz ovog izraza moguće je izračunati protok kroz sistem

$$Q_1 = \frac{1}{4} \cdot d_1^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{g} \cdot (h_2 - h_T)} \qquad Q_1 = 4.26 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}$$

Bernoullijeva jednadžba u slučaju s difuzorom (gubitak u difuzoru i izlazni gubitak)

$$h_2 - h_T = \frac{8 \cdot Q_2^2}{d_2^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + 0.15 \cdot \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2 \cdot \frac{8 \cdot Q_2^2}{d_1^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Protok u slučaju strujanja s difuzorom izračunava se prema izrazu

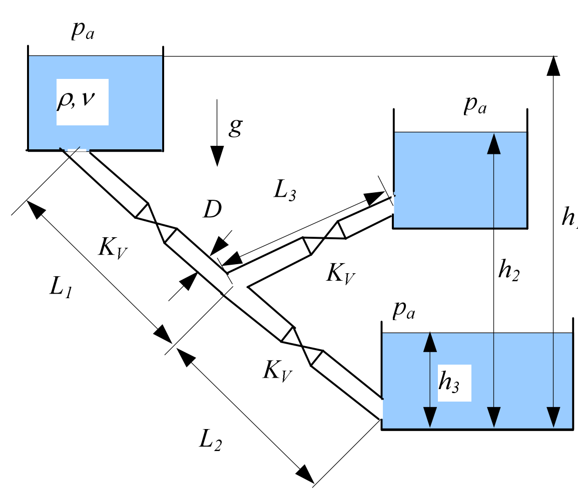
$$Q_2 = \sqrt{\frac{(h_2 - h_T)}{\left[\frac{8.}{d_2^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + 8. \cdot \frac{0.15 \cdot \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2}{d_1^4 \cdot \pi^2 \cdot g}\right]}} \qquad Q_2 = 7.826 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}$$

Povećanje stupnja djelovanja iznosi

$$\eta_1 = \frac{\rho \cdot g \cdot h_T \cdot Q_2}{\rho \cdot g \cdot h_T \cdot Q_1} \qquad \boxed{\eta_1 = 1.837}$$

Ispit 17.12.1999. zadatak 3

Odredite visinu h_2 vode u spremniku, ako u spremnik 2 ne utječe niti istječe voda $\rho = 998$ kg/m^3, $\nu = 1.52\ 10^{-6}$ m^2/s. Koeficijent lokalnog gubitka svih ventila na slici $K_V = 7$. Zanemarite gubitke u račvi. Promjer svih cjevovoda iznosi $D = 0.17$m. Zadano je : $h_1 = 13$ m, $h_3 = 4$m, $L_1 = 23$ m, $L_2 = 27$m, $L_3 = 25$ m, $k = 0.01$ mm (visina hrapavosti svih cjevovoda).



Modificirana Bernoullijeva jednadžba od spremnika 1 do 3 (najvišeg do najnižeg spremnika)

$$h_1 = \left(\lambda \cdot \frac{L_1 + L_2}{D} + 2 \cdot K_v + 1\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D^4} + h_3$$

Ako pretpostavimo koeficijent trenja λ za režim potpune hrapavosti

$$\lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D}\right)\right)^2} \qquad \lambda = 0.011$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati protok

$$Q = \sqrt{\frac{\left[(h_1 - h_3)\cdot \pi^2 \cdot g \cdot D^4\right]}{8\cdot\left(\lambda\cdot\frac{L_1 + L_2}{D} + 2\cdot K_v + 1\right)}} \qquad Q = 0.071\text{m}^3\text{s}^{-1}$$

Pomoću ove vrijednosti protoka izračunavamo Reynoldsov broj te navi koeficijent trenja

$$Rn = \frac{4\cdot Q}{D\cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7\cdot D} + \frac{5.74}{Rn^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda = 0.015 \qquad Rn = 3.484\times 10^5$$

Nova vrijednost protoka računana sa novim koeficijentom trenja

$$Q = \sqrt{\frac{\left[(h_1 - h_3)\cdot \pi^2 \cdot g \cdot D^4\right]}{8\cdot\left(\lambda\cdot\frac{L_1 + L_2}{D} + 2\cdot K_v + 1\right)}} \qquad Q = 0.069\text{m}^3\text{s}^{-1}$$

Daljnji iterativni postupak je nepotreban jer bi se vrijednost protoka samo neznatno promijenila. Bernoullijeva jednadžba od spremnika 1 do račvanja cijevi

$$h_1 = \left(\lambda\cdot\frac{L_1}{D} + K_v + 1\right)\cdot\frac{8\cdot Q^2}{\pi^2\cdot g\cdot D^4} + \frac{p_M}{\rho\cdot g}$$

Odatle je totalni piezomearski pretlak ($p_M = p_{M račvanja} + \rho\ g\ h_{račvanja}$) u račvanju cijevi

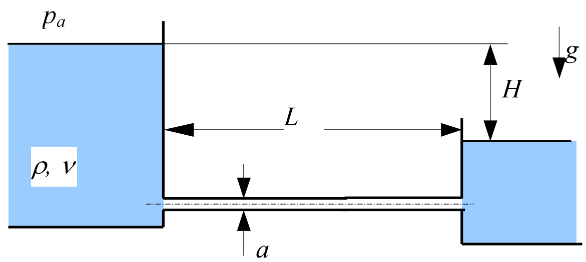
$$p_M = \left[h_1 - 8\cdot\frac{Q^2}{\left[\pi^2\cdot\left(g\cdot D^5\right)\right]}\cdot\lambda\cdot L_1 - 8\cdot\frac{Q^2}{\left[\pi^2\cdot\left(g\cdot D^4\right)\right]}\cdot K_v - 8\cdot\frac{Q^2}{\left[\pi^2\cdot\left(g\cdot D^4\right)\right]}\right]\cdot\rho\cdot g \qquad p_M = 0.817bar$$

Pomoću jednadžbe manometra moguće je odrediti visinu vode u spremniku 2

$$h_2 = \frac{p_M}{\rho\cdot g} \qquad \boxed{h_2 = 8.348\text{m}}$$

Ispit 28.01.2000. zadatak 3

Dva spremnika prema slici spojena su cjevovodom kvadratnog poprečnog presjeka (a = 23 cm), ukupne duljine L = 273 m. Cijev kvadratnog poprečnog presjeka potrebno je zamijeniti okruglom cijevi promjera d koja ostvaruje iste radne uvjete (isti protoku Q i istu razliku visina H). Pretpostavite strujanje u području potpune turbulencije te visinu hrapavosti k = 0.001 mm.



Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja kroz cijev kvadratnog poprečnog presjeka

$$D_{ek} = \frac{4 \cdot a^2}{4a} \qquad D_{ek} = a$$

$$H = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{D_{ek}} + 1 \right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \frac{Q}{a^2} \qquad H = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{a} + 1 \right) \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot a^4}$$

Modificirana Bernoullijeva jednadžba za slučaj strujanja kroz cijev kružnog poprečnog presjeka

$$H = \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D} + 1 \right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad H = \left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D} + 1 \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot D^4 \cdot \pi^2}$$

Izjednačavanjem jednadžbi po visini H i sređivanjem izračuna se promjer cijevi D

$$\left(\lambda_2 \cdot \frac{L}{D} + 1 \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot D^4 \cdot \pi^2} = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L}{a} + 1 \right) \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot a^4} \qquad D = a \cdot \sqrt[5]{\frac{\left[\left(\lambda_2 \cdot L + D \right) \cdot 16 \right]}{\left[\left(\lambda_1 \cdot L + a \right) \pi^2 \right]}}$$

Za početak iterativnog postupka pretpostavlja se

$$D = a \qquad \lambda = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Rn^{0.9}} \right) \right)^2} \qquad \lambda_1 = \lambda \qquad \lambda_2 = \lambda$$

Promjer D u prvoj iteraciji iznosi

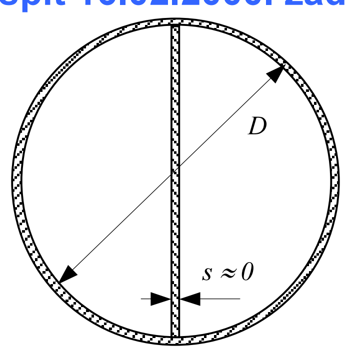
$$D_1 = a \cdot \sqrt[5]{\frac{\left[\left(\lambda_2 \cdot L + D \right) \cdot 16 \right]}{\left[\left(\lambda_1 \cdot L + a \right) \pi^2 \right]}} \qquad D_1 = 0.253\text{m}$$

a u drugoj

$$D_2 = a \cdot \sqrt[5]{\frac{\left[\left(\lambda_2 \cdot L + D_1 \right) \cdot 16 \right]}{\left[\left(\lambda_1 \cdot L + a \right) \pi^2 \right]}} \qquad \boxed{D_2 = 0.253\text{m}}$$

usvaja se da je promjer cjevovoda $D = 253$ mm

Ispit 16.02.2000. zadatak 3



Odredite koliko puta se smanji protok kroz cijev okruglog presjeka uz isti pad tlaka po jediničnoj duljini cijevi ako se cijev pregradi vertikalnom stjenkom. Pretpostavite laminarno strujanje te beskonačno tanku pregradu. Strujanje se odvija u oba pregrađena dijela cijevi.

Pad tlaka u cijevi bez pregrade jednak je padu tlaka u cijevi s pregradom

$$\lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D_{ek}} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

Za laminarno strujanje koeficijent trenja λ računa se iz izraza

$$\lambda = \frac{64}{Rn} \qquad \lambda = \frac{64\cdot\nu}{v\cdot D} \qquad \lambda_1 = \frac{64\cdot\nu}{v_1\cdot D_{ek}}$$

Ekvivalentni promjer računa se prema izrazu

$$D_{ek} = \frac{4\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{8}}{\frac{D}{2}\cdot\pi + D} \qquad D_{ek} = D\cdot\frac{\pi}{(\pi+2)}$$

Ako izraze za koeficijent trenja i ekvivalentni promjer uvrstimo u izraz za pad tlaka dobiva se izraz

$$\frac{64\cdot\nu}{v\cdot D}\cdot\frac{L}{D}\cdot\frac{v^2}{2\cdot g} = \frac{64\cdot\nu}{v_1\cdot D_{ek}}\cdot\frac{L}{D_{ek}}\cdot\frac{v_1^{\,2}}{2\cdot g} \qquad \frac{v}{D^2} = \frac{v_1}{D_{ek}^{\,2}}$$

Brzine strujanja u cijevi te brzina strujanja u pregrađenoj cijevi računaju se prema formulama (u cijevi s pregradom u jednoj polovici cijevi uspostavlja se polovični protok)

$$v = \frac{4\cdot Q}{D^2\cdot\pi} \qquad v_1 = \frac{8\cdot Q_1}{2\cdot D^2\cdot\pi}$$

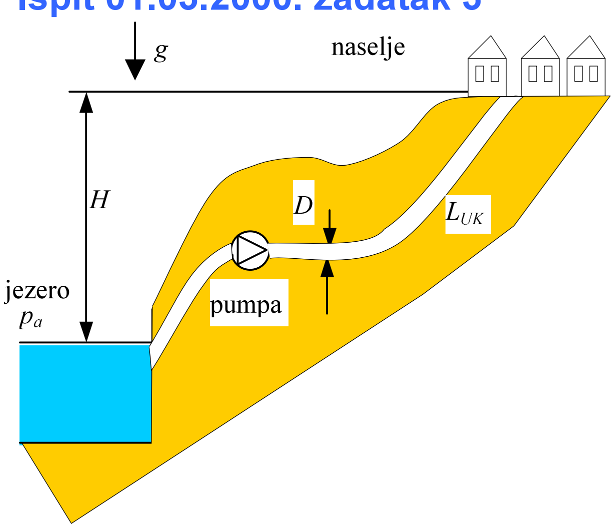
Uvrštavanje tih izraza vodi do konačnog rješenja

$$\frac{v}{D^2} = \frac{v_1}{D_{ek}^{\,2}} \qquad \frac{\frac{4\cdot Q}{D^2\cdot\pi}}{D^2} = \frac{\frac{8\cdot Q_1}{2\cdot D^2\cdot\pi}}{D_{ek}^{\,2}} \qquad \frac{Q}{\left(D^4\cdot\pi\right)} = \frac{Q_1}{\left(D^2\cdot\pi\cdot D_{ek}^{\,2}\right)}$$

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{\left(D^4\cdot\pi\right)}{\left[D^2\cdot\pi\cdot\left[D\cdot\frac{\pi}{(\pi+2)}\right]^2\right]} \qquad \frac{Q}{Q_1} = \frac{(\pi+2)^2}{\pi^2}$$

$$O = \frac{(\pi+2)^2}{\pi^2} \qquad \boxed{O = 2.679}$$

Ispit 01.03.2000. zadatak 3



Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod promjera D = 150 mm od vučenih cijevi ukupne duljine L_{UK} = 2.4 km. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m^3, kinematičkog koeficijenta viskoznosti ν = 1.52 10^{-6} m^2/s) naselju koje se nalazi na visini H = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p_M = 3 bara. Nakon dvadesetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 75% više vode uz isti totalni pretlak. Odredite promjer d novog cjevovoda koji će se postaviti umjesto postojećeg, a zadovoljava povećane potrebe za vodom s postojećom pumpom.. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite te pretpostavite da je visina hrapavosti k novog cjevovoda k = 0.1 mm.

Bernoullijeva jednadžba za stari cjevovod (prije rekonstrukcije)

$$h_p = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + H + \frac{p_M}{\rho \cdot g}$$

Za zadane uvjete zadatka lako se izračuna koeficijent trenja a onda i visina dobave pumpe

$$Rn = \frac{4 \cdot Q}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad Rn = 1.396 \times 10^5 \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.017$$

$$v = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad h_p = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + H + \frac{p_M}{\rho \cdot g} \qquad h_p = 132.997\text{m}$$

U slučaju rekonstrukcije cjevovoda treba uzeti postojeću pumpu (ista visina dobave) a potrebno je protok povećati za 75%

$$Q_1 = 1.75 \cdot Q \qquad k_1 = 0.1mm \qquad Rn = \frac{4 \cdot Q_1}{D \cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda_2 = \lambda(k_1, D, Rn) \qquad \lambda_2 = 0.01947$$

Bernoullijeva jednadžba za cjevovod nakon rekonstrukcije glasi

$$h_p = \lambda_2 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + H + \frac{p_M}{\rho \cdot g}$$

Potrebni promjer d cjevovoda računa se iz izraza

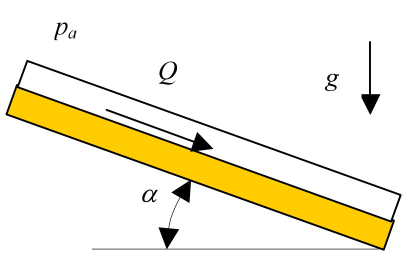
$$d = \sqrt[5]{\lambda_2 \cdot \frac{L}{h_p - H - \frac{p_M}{\rho \cdot g}} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{\pi^2 \cdot g}} \qquad d = 0.193\text{m}$$

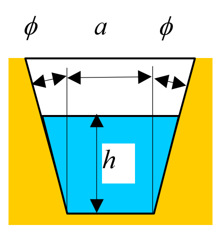
Iterativnim postupkom poboljšavamo rješenje

$$Rn = \frac{4 \cdot Q_1}{d \cdot \pi \cdot \nu} \qquad \lambda_2 = \lambda(k_1, d, Rn) \qquad \lambda_2 = 0.01911$$

$$d = \sqrt[5]{\lambda_2 \cdot \frac{L}{h_p - H - \frac{p_M}{\rho \cdot g}} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{\pi^2 \cdot g}} \qquad \boxed{d = 0.19265\text{m}}$$

Ispit 24.03.2000. zadatak 3





Poprečni presjek kanala

Za potrebe navodnjavanja potrebno je dobavljati $Q = 2.3$ m^3/s otvorenim kanalom u obliku trapeza prema slici. Odredite nagib kanala α ako je visina vode u kanalu $h = 0.3$m. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije te da je kanal izgrađen od betona visine hrapavosti $k = 1$mm, . Zadano je: $\phi = 23^0$, $a = 0.75$ m.

Bernoullijeva jednadžba za nagnuti kanal

$$L \cdot sin(\alpha) + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{L}{D_{ek}} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad sin(\alpha) = \lambda_1 \cdot \frac{1}{D_{ek}} \cdot \frac{Q^2}{2g \cdot A^2}$$

Ekvivalentni promjer računamo preko površine poprečnog presjeka i oplakanog opsega

$$A = (a + h \cdot tan(\phi)) \cdot h \qquad O = a + 2 \cdot \left(\frac{h}{cos(\phi)}\right) \qquad D_{ek} = \frac{4 \cdot A}{O}$$

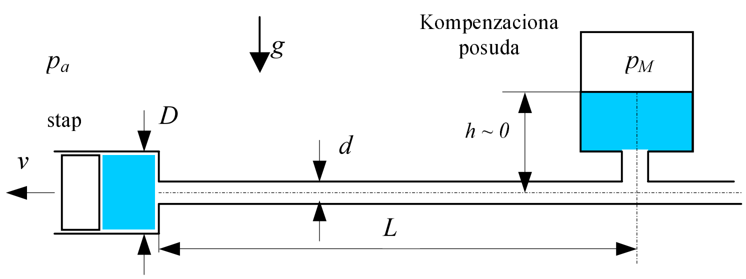
Za zadanu visinu hrapavosti i strujanje u režimu potpune turbulencije pomoću izraza Swamee i Jane računa se koeficijent trenja

$\lambda_1 = 0.021$

Nagib kanala za zadane podatke iznosi

$$\alpha = asin\left(\lambda_1 \cdot \frac{1}{D_{ek}} \cdot \frac{Q^2}{2g \cdot A^2}\right) \qquad \boxed{\alpha = 6.271 deg}$$

Ispit 28.04.2000. zadatak 3



Odredite minimalni potrebni pretlak p_M u kompenzacionoj posudi koji osigurava da klip savladava silu F = 70 N pri brzini gibanja klipa v = 120 mm/min. Sve lokalne gubitke zanemarite. Zadao je: D = 24 mm, d = 10 mm, L = 74 m, ρ = 956.1 kg/m^3, μ = 0.65 Pas (ulje).

Iz potrebne sile F na stapu izračunava se pretlak u cilindru promjera D

$$p_{M0} = \frac{4 \cdot F}{D^2 \cdot \pi} \qquad p_{M0} = 1.547 bar$$

Iz jednadžbe kontinuiteta određuje se brzina strujanja u cijevi

$$v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_1 = v \cdot \frac{D^2}{d^2} \qquad v_1 = 0.012 ms^{-1}$$

Za izračunatu brzinu strujanja u cijevi određuje se Reynoldsov broj te koeficijent trenja

$$R_n = \frac{v_1 \cdot d \cdot \rho}{\mu} \qquad R_n = 0.169 \qquad \lambda = \frac{64}{R_n} \qquad \lambda = 377.692$$

Koeficijent gubitka naglog proširenja pri ulazu u cilindar računa se prema izrazu

$$K_{NP} := \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$$

iz Bernoullijeve jednadžba moguće je izračunati tlak u kompezaciskoj komori

$$\frac{p_M}{\rho\cdot g}+\frac{v_1^2}{2\cdot g}=\frac{p_{M0}}{\rho\cdot g}+\frac{v^2}{2\cdot g}+\left(\lambda\cdot\frac{L}{d}+K_{NP}\right)\cdot\frac{v_1^2}{2\cdot g}$$

$$p_M=-\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}-\frac{p_{M0}}{(\rho\cdot g)}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{g}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}\cdot\lambda\cdot\frac{L}{d}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}\cdot K_{NP}\right]\cdot\rho\cdot g$$

$$p_M=3.32bar$$

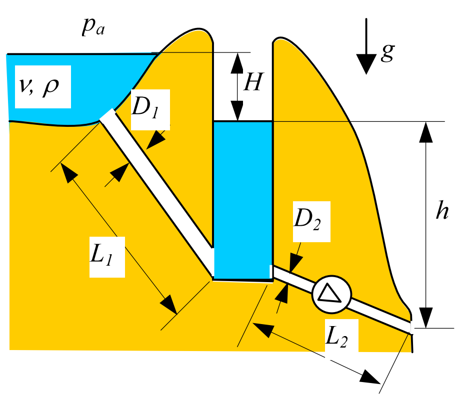
Ako za laminarno strujanje uzmemo u obzir koeficijent ispravka kinetičke energije

$$\alpha=2$$

$$p_M=-\left[\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}-\frac{p_{M0}}{(\rho\cdot g)}-\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{v^2}{g}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}\cdot\lambda\cdot\frac{L}{d}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}\cdot K_{NP}\right]\cdot\rho\cdot g$$

$$\boxed{p_M=3.32bar}$$

Ispit 19.05.2000. zadatak 3



Odredite razliku nivoa H fluida u akumulacijskom jezeru i kompenzacionoj komori ako je neto pad u turbini h_t = 34 m. Zanemarite lokalne gubitke. Zadano je: D_1 = 0.2 m, D_2 = 0.272 m, ρ = 997 kg/m^3, ν = 0.86 10^{-6}m^2/s, L_1 = 898 m, L_2 = 2610 m, k_1=k_2 = 0.02 mm, h = 45.4 m.

Ako postavimo Bernoullijevu jednadžbu od kompenzacione posude do izlaza iz cjevovoda

$$h-h_t=\left(1+\lambda_2\cdot\frac{L_2}{D_2}\right)\cdot\frac{v^2}{2\cdot g}$$

Moguće je izračunati brzinu u cjevovodu 2

$$\lambda(k,D,Re)=\frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7\cdot D}+\frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2}\qquad \lambda_2=\lambda\left(k_2,D_2,10^{10}\right)\qquad \lambda_2=0.011$$

$$v=g\cdot\frac{D_2}{(D_2+\lambda_2\cdot L_2)}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(D_2+\lambda_2\cdot L_2)\cdot\frac{(h-h_t)}{(g\cdot D_2)}}\qquad v=1.429\text{m s}^{-1}$$

Iteracijskim postupkom poboljšavamo rješenje

$$Rn = \frac{D_2 \cdot v}{\nu} \qquad Rn = 4.52 \times 10^5 \qquad \lambda_2 = \lambda(k_2, D_2, Rn) \qquad \lambda_2 = 0.014$$

$$v = g \cdot \frac{D_2}{(D_2 + \lambda_2 \cdot L_2)} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{(D_2 + \lambda_2 \cdot L_2) \cdot \frac{(h - h_t)}{(g \cdot D_2)}} \qquad v = 1.271 \mathrm{m s^{-1}}$$

$$Rn = \frac{D_2 \cdot v}{\nu} \qquad Rn = 4.019 \times 10^5 \qquad \lambda_2 = \lambda(k_2, D_2, Rn) \qquad \lambda_2 = 0.015$$

$$v = g \cdot \frac{D_2}{(D_2 + \lambda_2 \cdot L_2)} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{(D_2 + \lambda_2 \cdot L_2) \cdot \frac{(h - h_t)}{(g \cdot D_2)}} \qquad v = 1.261 \mathrm{m s^{-1}}$$

Brzinu u prvom cjevovodu izračunavamo iz jednadžbe kontinuiteta

$$v_1 \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} = v \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_1 = v \cdot \frac{D_2^2}{D_1^2} \qquad v_1 = 2.332 \mathrm{m s^{-1}}$$

Postavljenjem Bernoullijeve jednadžbe između akumulacijskog jezera i kompenzacione komore

$$H = \left(1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1}\right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

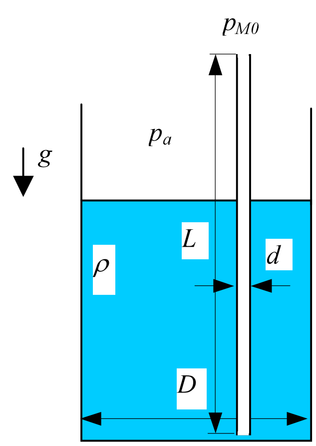
Izračunava se razlika nivoa fluida H

$$Rn_1 = \frac{D_1 \cdot v_1}{\nu} \qquad Rn_1 = 5.424 \times 10^5 \qquad \lambda_1 = \lambda(k_1, D_1, Rn_1) \qquad \lambda_1 = 0.014$$

$$H = \left(1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1}\right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad \boxed{H = 18.119 \mathrm{m}}$$

Ispit 28.06.2000. zadatak 3

Odredite vrijeme t potrebno da se popije 2.5 dl Coca cole gustoće $\rho = 1140$ kg/m^3 koja se nalazi u okrugloj čaši promjera D = 73 mm (bez leda iz prethodnog zadatka) kroz slamku promjera d = 2 mm duljine L = 25 cm. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje viskoznog fluida. Radi jednostavnijeg proračuna pretpostavite da je koeficijent trenja λ konstantan i da iznosi λ = 0.023. Zadano je: p_{M0} = -5000 Pa (potlak na vrhu slamke), usisni kraj slamke se nalazi uvijek neposredno uz dno čaše.



Visina H Coca Cole u čaši računa se iz zadanog volumena fluida i oblika čaše

$$H = \frac{4 \cdot V}{D^2 \cdot \pi} \qquad H = 0.06 \mathrm{m}$$

Količina fluida koji isteče iz čaše kroz slamku u jedinici vremena jednaka je volumenu za koliko se smanjila količina fluida u čaši.

$$v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = A(z) \cdot dz$$

Primjenom Bernoullijeve jednadžbe od površine fluida u čaši pa do usisnog kraja slamke određuje se brzina strujanja fluida

$$z = \frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + L + \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right) \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot \left[\rho \cdot g \cdot (z - L) - p_{M0}\right]}{\rho \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right)}}$$

Uvrštenjem u gornju jednadžbu dobiva se izraz

$$\sqrt{\frac{2 \cdot \left[\rho \cdot g \cdot (z - L) - p_{M0}\right]}{\rho \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right)}} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot dt = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot dz$$

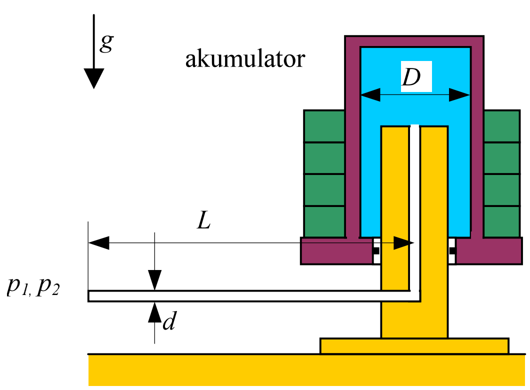
Sređivanjem izraza i postavljanja granica integracije (puna čaša – prazna čaša)

$$dt = \frac{D^2 \cdot \sqrt{\rho \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right)}}{d^2} \cdot \frac{dz}{\sqrt{2 \cdot \left[\rho \cdot g \cdot (z - L) - p_{M0}\right]}} \qquad t = \frac{D^2 \cdot \sqrt{\rho \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right)}}{d^2} \cdot \int_0^H \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \left[\rho \cdot g \cdot (z - L) - p_{M0}\right]}} \, dz$$

Rješenjem integrala dobiva se vrijeme pražnjenja čaše

$$t = D^2 \cdot \frac{\sqrt{\rho \cdot \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{d}\right)}}{d^2} \cdot \left[\frac{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot g \cdot H - 2 \cdot \rho \cdot g \cdot L - 2 \cdot p_{M0}}}{(\rho \cdot g)} - \frac{\sqrt{-2 \cdot \rho \cdot g \cdot L - 2 \cdot p_{M0}}}{(\rho \cdot g)}\right] \qquad \boxed{t = 74.384\text{s}}$$

Ispit 12.07.2000. zadatak 3



Hidraulički akumulator , prema slici, puni se kroz cjevovod ukupne duljine $L = 230$ m, promjera $d = 0.12$ m, te visine hrapavosti $k = 0.015$ mm. Odredite pretlak p_{M1} koji je potreban da bi se akumulator punio protokom $Q = 0.2$ lit./s te pretlak p_{M2} koji se postiže kada se akumulator prazni istim protokom. Odredite stupanj djelovanja akumulatora. Zadano je $D = 400$ mm, $G = 30$ t (masa tereta zajedno s cilindrom akumulatora) $\rho = 956.1$ kg/m^3, $\mu = 0.65$ Pas (ulje). Upozorenje: pretlaci p_{M1} i p_{M2} vladaju na istom mjestu (kako je označeno na slici) samo je smjer strujanja fluida različit.

Tlak unutar akumulatora se računa iz uvjeta da je težina utega i cilindra akumulatora jednaka sili tlaka

$$G \cdot g = p_{M0} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad p_{M0} = \frac{4 \cdot g \cdot G}{D^2 \cdot \pi} \qquad p_{M0} = 23.412 bar$$

Reynoldsov broj i koeficijent trenja računaju se prema izrazima

$Rn = \dfrac{\rho \cdot 4 \cdot Q}{d \cdot \pi \cdot \mu}$ $\qquad Rn = 3.121 \qquad \lambda = \dfrac{64}{Rn} \qquad \lambda = 20.506$

Bernoullijeva jednadžba kada se akumulator puni

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + 1 \right)$$

Iz ove jednadžbe uz primjenu izraza za protok izračunava se tlak na ulazu u cjevovod

$$p_{M1} = p_{M0} + \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} \right) \qquad \boxed{p_{M1} = 23.47 bar}$$

Bernoullijeva jednadžba u slučaju pražnjenja akumulatora

$$\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + 1 \right)$$

Iz ove jednadžbe uz primjenu izraza za protok izračunava se tlak na izlazu iz cjevovoda

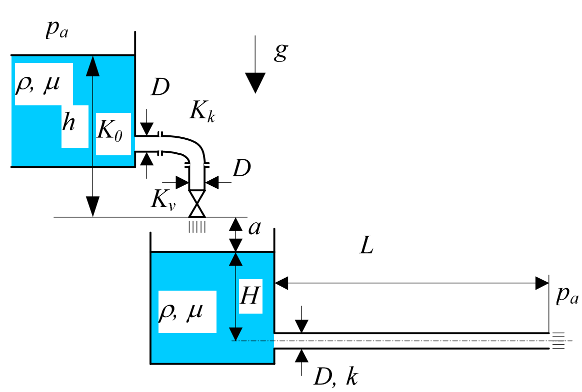
$$p_{M2} = p_{M0} - \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{d} + 1 \right) \qquad \boxed{p_{M2} = 23.353 bar}$$

Stupanj djelovanja akumulatora računa se iz omjera dobivene i uložene snage

$$\eta = \frac{p_{M2} \cdot Q}{p_{M1} \cdot Q} \qquad \boxed{\eta = 0.995}$$

Ispit 04.09.2000. zadatak 3

Odredite koeficijent lokalnog gubitka ventila K_v za slučaj stacionarnog strujanja fluida prema slici. Zadano je: $H = 2.2$ m, $h = 2.9$ m, $L = 210$ m, $D = 0.12$ m, $k = 0.02$ mm, $a = 12$ m, $K_0 = 0.92$, $K_k = 1.1$, $\nu = 1.52\ 10^{-6}$m^2/s, $\rho = 998.2$ kg/m^3



Bernoullijeva jednadžba za desni spremnik

$$H = \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \left(1 + \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \right) \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \lambda_1 \cdot \frac{L}{D}}}$$

Jedina nepoznanica je koeficijent trenja λ_1 za početak iteracije pretpostavljamo strujanje u području potpune turbulencije pa koeficijent ovisi samo o relativnoj hrapavosti

$$\lambda_1 = 0.013$$

Za tako dobiveni koeficijent trenja λ_1 izračunava se brzina

$$v = 1.337 ms^{-1}$$

Iterativnim postupkom poboljšava se rješenje

$Rn = 1.055\times 10^{5}$ $\lambda_1 = 0.019$ $v = 1.133\mathrm{ms}^{-1}$

$Rn = 8.944\times 10^{4}$ $\lambda_1 = 0.019$ $v = 1.117\mathrm{ms}^{-1}$

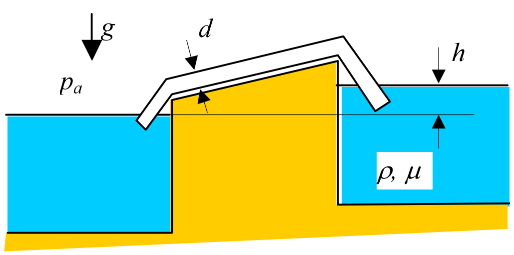
$Rn = 8.82\times 10^{4}$ $\lambda_1 = 0.019$ $v = 1.116\mathrm{ms}^{-1}$

Kako je prema uvjetu zadatka strujanje stacionarno količina fluida koji ulazi u spremnik jednaka je količini fluida koji izlazi iz spremnika (nema akumulacije). Iz jednakosti protoka zaključujemo da su i brzine u oba cjevovoda iste jer su i promjeri cjevovoda isti.

Bernoullijeva jednadžba za gornji cjevovod

$$h = \frac{v^2}{2g}\left(1 + K_0 + K_k + K_v\right) \qquad K_v = \frac{2\cdot g\cdot h}{v^2} - 1 - K_0 - K_k \qquad \boxed{K_v = 42.656}$$

Ispit 19.09.2000. zadatak 3



Voda (ρ = 998.2 kg/m^3, μ = 10^{-3} Pas) preljeva se sifonom iz jednog jezera za navodnjavanje u drugo, prema slici, kroz cijev promjera d = 50 mm. Ukupna duljina cijevi je L = 1.8 m, a visina hrapavosti je k = 0.20 mm. Lokalni gubitak u koljenu K_k = 0.4. Odredite protok vode kroz cijev. Zadano je: h = 0.13 m

Bernoullijeva jednadžba od višeg prema nižem akumulacijskom spremniku

$$h = \left(2\cdot K_k + 1 + \lambda_1\cdot\frac{L}{d}\right)\cdot\frac{v^2}{2\cdot g}$$

U prvom iterativnom postupku koristimo koeficijent trenja λ računan za zadanu relativnu hrapavost k/d i područje potpune turbulencije

$$\lambda_1 = \lambda(k, d, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.028 \qquad Q = \sqrt{h\cdot\frac{d^4\cdot\pi^2\cdot g}{\left(2\cdot K_k + 1 + \lambda_1\cdot\frac{L}{d}\right)\cdot 8}} \qquad Q = 1.866\times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$Rn = \frac{4\cdot Q\cdot\rho}{d\cdot\pi\cdot\mu} \qquad Rn = 4.743\times 10^{4}$$

Iterativnim postupkom poboljšavamo rješenje

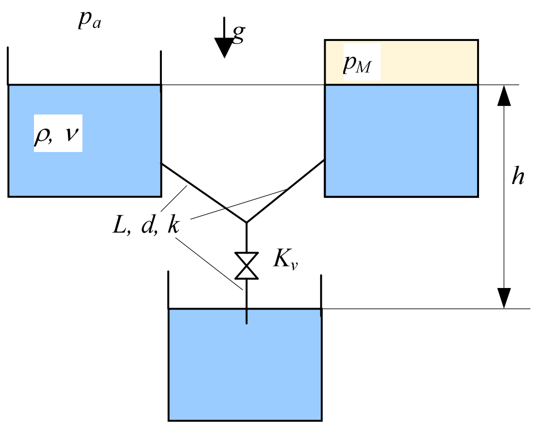
$$\lambda_1 = \lambda(k, d, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.031 \qquad Q = \sqrt{h \cdot \frac{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}{\left(2 \cdot K_k + 1 + \lambda_1 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot 8}} \qquad Q = 1.837 \times 10^{-3}\, m^3 s^{-1}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{d \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 4.668 \times 10^4$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, d, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.031 \qquad Q = \sqrt{h \cdot \frac{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}{\left(2 \cdot K_k + 1 + \lambda_1 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot 8}} \qquad \boxed{Q = 1.837 \times 10^{-3}\, m^3 s^{-1}}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{d \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 4.667 \times 10^4$$

Ispit 24.11.2000. zadatak 3



Odredite koeficijent otpora ventila K_v pri kome će protok u grani s ventilom biti Q_3 = 9 l/s. Zadano je L = 9 m, d = 0.05 m, k = 0.015 mm, (sve tri cijevi su iste duljine, promjera i visine hrapavosti) h = 15 m, p_M = 0.15 bar, ρ = 998 kg/m^3, ν = 1.52 ·10^{-6} m^2/s.

Za određivanje smjera strujanja fluida (da li fluid ulazi ili izlazi iz lijevog spremnika) pretpostavlja se da iz desnog spremnika fluid izlazi protokom Q_3 a da iz lijevog spremnika nama protoka. Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe između ta dva spremnika

$$Rn = \frac{4 \cdot Q_3}{d \cdot \pi \cdot \nu} \qquad Rn = 1.508 \times 10^5$$

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, d, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.018$$

$$h_f = \frac{p_M}{\rho \cdot g} - \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_3^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad h_f = -2.016\text{m}$$

očito je da smo dobili negativnu visinu (h_f bi trebao biti jednak nuli) pa će prema tome iz lijevog spremnika fluid istjecati. Postavljamo Bernoullijeve jednadžbe od lijevog i desnog spremnika do donjeg spremnika te jednadžbu kontinuiteta

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + h = \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(\lambda_3 \cdot \frac{L}{d} + 1 + K_v \right) \cdot \frac{8 \cdot Q_3^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

$$h = \lambda_2 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(\lambda_3 \cdot \frac{L}{d} + 1 + K_v \right) \cdot \frac{8 \cdot Q_3^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Oduzimanjem Bernoullijevih jednadžbi

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} = \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} - \lambda_2 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Sređivanjem izraza i uvrštavanjem jednadžbe kontinuiteta

$$\frac{p_M \cdot d^5 \cdot \pi^2 \cdot g}{\rho \cdot g \cdot 8 \cdot L} = \lambda_1 \cdot Q_1^2 - \lambda_2 \cdot Q_2^2$$

$$\frac{p_M \cdot d^5 \cdot \pi^2 \cdot g}{\rho \cdot g \cdot 8 \cdot L} = \lambda_1 \cdot Q_1^2 - \lambda_2 \cdot \left(Q_3 - Q_1\right)^2$$

$$\frac{1}{8} \cdot p_M \cdot d^5 \cdot \frac{\pi^2}{(\rho \cdot L)} = \lambda_1 \cdot Q_1^2 - \lambda_2 \cdot Q_3^2 + 2 \cdot \lambda_2 \cdot Q_3 \cdot Q_1 - \lambda_2 \cdot Q_1^2$$

Potrebno je riješiti kvadratnu jednadžbu da bi dobili protok

$$a = \lambda_1 - \lambda_2 \qquad b = 2.\lambda_2 \cdot Q_3 \qquad c = -\lambda_2 \cdot Q_3^2 - \frac{1}{8} \cdot p_M \cdot d^5 \cdot \frac{\pi^2}{(\rho \cdot L)}$$

$$a \cdot Q_1^2 + b \cdot Q_1 + c = 0$$

$$Q_1 = \frac{-c}{b} \qquad Q_1 = 6.444 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

Za ovu početnu iteraciju pretpostavlja se da su svi koeficijenti trenja λ jednaki pa se kvadratna jednadžba svodi na linearnu. S ovako dobivenim rješenjem započinje se iterativni postupak

$Rn_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ $\quad Rn_1 = 1.08 \times 10^5$ $\quad Rn_2 = \frac{4 \cdot (Q_3 - Q_1)}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ $\quad Rn_2 = 4.283 \times 10^4$

$\lambda_1 = \lambda(k, d, Rn_1)$ $\quad \lambda_1 = 0.019$ $\quad \lambda_2 = \lambda(k, d, Rn_2)$ $\quad \lambda_2 = 0.023$

$a = \lambda_1 - \lambda_2$ $\quad b = 2.\lambda_2 \cdot Q_3$ $\quad c = -\lambda_2 \cdot Q_3^2 - \frac{1}{8} \cdot p_M \cdot d^5 \cdot \frac{\pi^2}{(\rho \cdot L)}$

$a \cdot Q_1^2 + b \cdot Q_1 + c = 0$

$Q_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ $\quad Q_1 = 0.117 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$

$Q_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ $\quad Q_1 = 6.419 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$

Prvo rješenje nije fizikalno jer je protok veći nago što je izlazni protok pa usvajamo drugo rješenje

U drugom iteracijskom koraku rješenje se poboljšava

$Rn_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ $\quad Rn_1 = 1.075 \times 10^5$ $\quad Rn_2 = \frac{4 \cdot (Q_3 - Q_1)}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ $\quad Rn_2 = 4.323 \times 10^4$

$\lambda_1 = \lambda(k, d, Rn_1)$ $\quad \lambda_1 = 0.019$ $\quad \lambda_2 = \lambda(k, d, Rn_2)$ $\quad \lambda_2 = 0.023$

$a = \lambda_1 - \lambda_2$ $\quad b = 2.\lambda_2 \cdot Q_3$ $\quad c = -\lambda_2 \cdot Q_3^2 - \frac{1}{8} \cdot p_M \cdot d^5 \cdot \frac{\pi^2}{(\rho \cdot L)}$

$Q_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ $\quad Q_1 = 6.418 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$

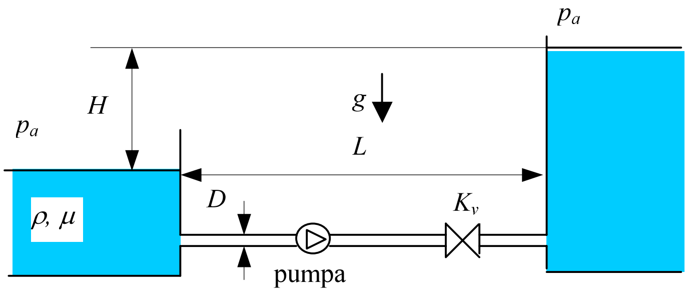
Kako se ova dva rješenja vrlo malo razlikuju nepotrebno je dalje iterirati. Već računamo koeficijent gubitka ventila iz Bernoullijeve jednadžbe

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + h = \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q_1^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(\lambda_3 \cdot \frac{L}{d} + 1 + K_v \right) \cdot \frac{8 \cdot Q_3^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

$Rn_3 = \frac{4 \cdot Q_3}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ $\quad Rn_3 = 1.508 \times 10^5$ $\quad \lambda_3 = \lambda(k, d, Rn_3)$ $\quad \lambda_3 = 0.018$

$$K_v = \frac{-1}{8} \cdot \frac{\left(-p_M \cdot d^5 \cdot \pi^2 - h \cdot \rho \cdot g \cdot d^5 \cdot \pi^2 + 8 \cdot \lambda_1 \cdot L \cdot Q_1^2 \cdot \rho + 8 \cdot Q_3^2 \cdot \rho \cdot \lambda_3 \cdot L + 8 \cdot Q_3^2 \cdot \rho \cdot d\right)}{\left(Q_3^2 \cdot \rho \cdot d\right)} \qquad \boxed{K_v = 9.356}$$

Ispit 15.12.2000. zadatak 3



Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave h_p i protok Q_p) za situaciju prema slici. Karakteristika pumpe zadana je sljedećim izrazom $\{h_p\}_m = 12 - 10^5 \cdot \{Q\}^2_{m^3/s}$. Gubitak na ulazu u cjevovod zanemarite. Zadano je: $H = 9$ m, $L = 23$ m, $D = 0.05$ m, k = 0.1 mm (hrapavost cijevi), $K_v = 3$, $\rho = 998$ kg/m^3, $\mu = 1.52 \cdot 10^{-3}$ Pas.

Postavlja se Bernoullijeva jednadžba između lijevog i desnog rezervoara te uvrštavamo izraz za visinu dobave pumpe

$$h_P = H + \left(1 + K_v + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad a - b \cdot Q^2 = H + \left(1 + K_v + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iz ovog izraza izračunava se protok Q

$$Q = \sqrt{\frac{a - H}{\left(1 + K_v + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + b}}$$

Za previ iteracijski korak pretpostavlja se strujanje u režimu potpune turbulencije pa je moguće izračunati koeficijent trenja

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.023$$

protok računamo iteracijskim postupkom

$$Q = \sqrt{\frac{a - H}{\left(1 + K_v + \lambda_1 \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + b}} \qquad Q = 3.187 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 5.329 \times 10^4$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.027$$

$$Q = \sqrt{\frac{a - H}{\left(1 + K_v + \lambda_1 \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + b}} \qquad Q = 3.088 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \qquad Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 5.162 \times 10^4$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.027$$

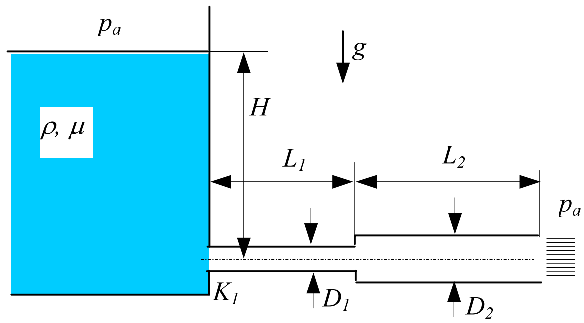
$$Q = \sqrt{\frac{a - H}{\left(1 + K_v + \lambda_1 \cdot \frac{L}{D}\right) \cdot \frac{8}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + b}} \qquad \boxed{Q = 3.085 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}} \qquad Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 5.158 \times 10^4$$

$$\lambda_1 = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_1 = 0.027$$

a visina dobave jednaka je

$$h_p = a - b \cdot Q^2 \qquad \boxed{h_p = 11.048\mathrm{m}}$$

Ispit 14.02.2001. zadatak 3



Iz rezervoara s konstantnim nivoom visine H = 9 m, istječe voda gustoće ρ = 998,2 kg/m^3 viskoznosti $\mu = 10^{-3}$ Pas kroz horizontalnu cijev od trgovačkog čelika. Odredite izlazni promjer cijevi D_2 da se uspostavi protok Q = 0.06 m^3/s. Zadano je: L_1 = 120 m, L_2 = 260 m, D_1 = 150 mm, K_1 = 0.5 .

Za određivanje izlaznog promjera cijevi D_2 potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu od površine vode u spremniku pa do izlaza iz cjevovoda uzimajući u obzir sve gubitke uključujući i gubitke naglog proširenja.

$$H = \left(K_1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + K_{NP}\right)\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(1 + \lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D_2}\right)\frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad K_{NP} = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2$$

Koristeći izraz da je brzina fluida $v = (4Q)/(D^2\pi)$ jednadžba se transformira u oblik

$$H - \left(K_1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + K_{NP}\right)\frac{8Q^2}{D_1^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = (D_2 + \lambda_2 \cdot L_2)\frac{8 \cdot Q^2}{D_2^5 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Te je izlazni promjer cijevi D_2

$$D_2 := \sqrt[5]{\frac{(\lambda_2 \cdot L_2 + D_2)}{\left[\frac{H \cdot \pi^2 \cdot g}{8 \cdot Q^2} - \left(K_1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + K_{NP}\right) \cdot \frac{1}{D_1^4}\right]}}$$

Za iterativno rješavanje ovog izraz potrebno je uvesti početne pretpostavke. Za početnu iteraciju pretpostavlja se da je $D_2 = D_1$. Za cijev od trgovačkog čelika usvaja se relativna hrapavost k = 0.045 mm.

$$Rn_1 = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D_1 \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn_2 = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D_2 \cdot \pi \cdot \mu} \qquad \lambda_1 = \lambda(k, D_1, Rn_1) \quad \lambda_1 = 0.015 \quad \lambda_2 = \lambda(k, D_2, Rn_2) \quad \lambda_2 = 0.015$$

Iterativnim postupkom izračunava se izlazni promjer cijevi

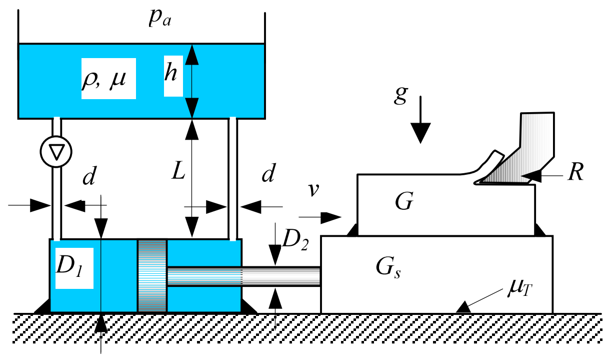
$$D_2 = \sqrt[5]{\frac{(\lambda_2 \cdot L_2 + D_2)}{\left[\frac{H \cdot \pi^2 \cdot g}{8 \cdot Q^2} - \left(K_1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + K_{NP}\right) \cdot \frac{1}{D_1^4}\right]}} \qquad D_2 = 0.235\text{m}$$

$$Rn_2 = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{D_2 \cdot \pi \cdot \mu} \qquad \lambda_2 = \lambda(k, D_2, Rn_2) \qquad \lambda_2 = 0.014 \qquad K_{NP} = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 \qquad K_{NP} = 0.352$$

$$D_2 = \sqrt[5]{\frac{(\lambda_2 \cdot L_2 + D_2)}{\left[\frac{H \cdot \pi^2 \cdot g}{8 \cdot Q^2} - \left(K_1 + \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + K_{NP}\right) \cdot \frac{1}{D_1^4}\right]}} \qquad \boxed{D_2 = 0.238\text{m}}$$

Ispit 28.02.2001. zadatak 3

Na radnom stolu težine G_s = 4.2 kN nalazi se predmet težine G = 620 N koji se obrađuje skidanjem strugotina silom R = 3 kN. Stol s obratkom kreće se konstantnom brzinom v = 0.02 m/s preko klizne površine koeficijenta trenja μ_T = 0.1, pokretani pomoću hidrauličkog sistema prema slici. Odredite hidrauličke karakteristike pumpe (protok Q, visinu dobave H, te snagu P) ako se pretpostavlja da lokalni otpori čine 10% linijskih gubitaka. Zadano je: L = 20 m, d = 3 cm, D_1 = 7 cm, D_2 = 3 cm, ρ = 865 kg/m^3, μ = 17.3 Pas, h = 2m



Iz zadane brzine gibanja obratka (stola i stapa) i uz upotrebu jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati brzine ispred i iza stapa te u privodnim kanalima promjera d

$$v_1 = v \qquad\qquad v_2 = v$$

$$Q_1 = v_1 \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} = v_3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad\qquad Q_2 = v_2 \cdot \frac{\left(D_1^2 - D_2^2\right) \cdot \pi}{4} = v_4 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$v_3 = v_1 \cdot \frac{D_1^2}{d^2} \qquad\qquad v_4 = v_2 \cdot \frac{D_1^2 - D_2^2}{d^2} \qquad\qquad v_3 = 0.109 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad\qquad v_4 = 0.089 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Za poznate brzine strujanja moguće je izračunati Reynoldsove brojeve te koeficijente trenja λ (laminarni slučaj strujanja)

$$Rn_3 = \frac{\rho \cdot v_3 \cdot d}{\mu} \qquad\qquad Rn_4 = \frac{\rho \cdot v_4 \cdot d}{\mu} \qquad\qquad Rn_3 = 0.163 \qquad\qquad Rn_4 = 0.133$$

$$\lambda_3 = \frac{64}{Rn_3} \qquad\qquad \lambda_4 = \frac{64}{Rn_4} \qquad\qquad \lambda_3 = 391.837 \qquad\qquad \lambda_4 = 480$$

Ako postavimo Bernoullijevu jednadžbu od stapa do slobodne površine moguće je izračunati pretlak u desnoj komori

$$\frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = L + h + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_4 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M2} = \rho \cdot g \cdot \left[L + h + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_4 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g}\right] \qquad\qquad p_{M2} = 1.39 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Postavljanjem ravnoteže sila za stap moguće je izračunati pretlak u lijevoj komori

$$F_s = \left(G_s + G\right) \cdot \mu_T + R = p_{M1} \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} - p_{M2} \cdot \frac{\left(D_1^2 - D_2^2\right) \cdot \pi}{4}$$

$$p_{M1} = \frac{\left(4 \cdot \mu_T \cdot G_s + 4 \cdot \mu_T \cdot G + 4 \cdot R + p_{M2} \cdot \pi \cdot D_1^2 - p_{M2} \cdot \pi \cdot D_2^2\right)}{\left(D_1^2 \cdot \pi\right)} \qquad\qquad p_{M1} = 2.039 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Ako postavimo Bernoullijevu jednadžbu kroz cijeli sistem od lijeve do desne komore uzimajući u obzir i gubitke ulaska u veliki spremnik (gornji veliki spremnik i desna komora) moguće je izračunati visinu dobave pumpe

$$\frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_p = \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_3 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g} + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_4 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g}$$

$$h_p = \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_3 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g} + \left(1 + 1.1 \cdot \lambda_4 \cdot \frac{L}{d}\right) \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g} - \left(\frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}\right)$$

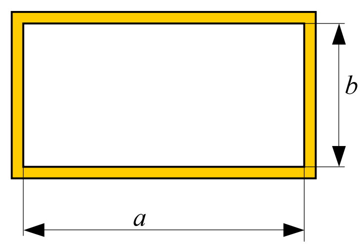
$$\boxed{h_p = 392.088\,\mathrm{m}} \qquad p_p = \rho \cdot g \cdot h_p \qquad p_p = 3.326 \times 10^6\ \mathrm{Pa}$$

Protok i snaga pumpe računa se iz izraza

$$Q_p = v_3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{Q_p = 7.697 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}} \qquad P_p = \rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q_p \qquad \boxed{P_p = 255.998\,\mathrm{W}}$$

Ispit 23.03.2001. zadatak 3

Klimatizacijski vod pravokutnog poprečnog presjeka a x b = 40 x 30 cm zbog rekonstrukcije prostorije potrebno je zamijeniti klimatizacijskim vodom pravokutnog poprečnog presjeka čija visina nije veća od b_1 = 17 cm. Odredi širinu klimatizacijskog voda koja osigurava jednaki pad tlaka po jedinici duljini, pri istom protoku. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: k = 0.15 mm (visina hrapavosti).



Poprečni presjek klimatizacijskog voda je pravokutan pa je potrebno uvesti ekvivalentan promjer

$$D_e = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a + 2 \cdot b} \qquad D_e = 0.343\,\mathrm{m} \qquad D_{e1} = \frac{4 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1}$$

Pad tlaka za oba slučaja po jedinici duljine mora biti isti

$$\lambda \cdot \frac{L}{D_e} \cdot \frac{Q^2}{a^2 \cdot b^2 \cdot 2 \cdot g} = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D_{e1}} \cdot \frac{Q^2}{a_1^2 \cdot b_1^2 \cdot 2 \cdot g}$$

$$\lambda \cdot \frac{a + b}{2 \cdot a \cdot b} \cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2} = \lambda_1 \cdot \frac{a_1 + b_1}{2 \cdot a_1 \cdot b_1} \cdot \frac{1}{a_1^2 \cdot b_1^2}$$

Odnosno širinu klimatizacijskog voda računamo iz izraza

$$a_1 := \sqrt[3]{\frac{(a_1 + b_1)}{(a + b)} \cdot \frac{(a^3 \cdot b^3)}{b_1^3} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda}}$$

Početne pretpostavke za proračun su

$$\lambda = f\left(k, D_e, 10^{15}\right) \qquad \lambda_1 = \lambda \qquad a_1 = a$$

Iteraciono poboljšavamo rješenje

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{(a_1+b_1)}{(a+b)} \cdot \frac{(a^3 \cdot b^3)}{b_1^3} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda}} \qquad a_1 = 0.659\text{m} \qquad D_{e1} = \frac{4 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1} \qquad \lambda_1 = f\left(k, D_{e1}, 10^{15}\right)$$

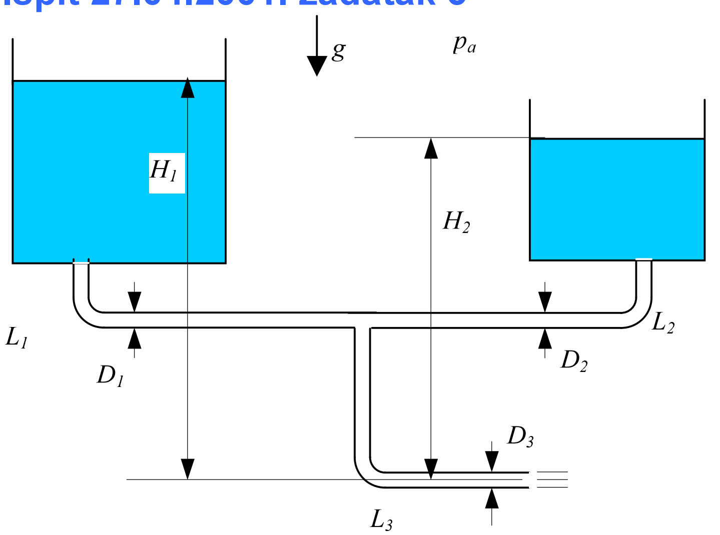
$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{(a_1+b_1)}{(a+b)} \cdot \frac{(a^3 \cdot b^3)}{b_1^3} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda}} \qquad a_1 = 0.76\text{m} \qquad D_{e1} = \frac{4 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1} \qquad \lambda_1 = f\left(k, D_{e1}, 10^{15}\right)$$

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{(a_1+b_1)}{(a+b)} \cdot \frac{(a^3 \cdot b^3)}{b_1^3} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda}} \qquad a_1 = 0.788\text{m} \qquad D_{e1} = \frac{4 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1} \qquad \lambda_1 = f\left(k, D_{e1}, 10^{15}\right)$$

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{(a_1+b_1)}{(a+b)} \cdot \frac{(a^3 \cdot b^3)}{b_1^3} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda}} \qquad \boxed{a_1 = 0.796\text{m}} \qquad D_{e1} = \frac{4 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1} \qquad \lambda_1 = f\left(k, D_{e1}, 10^{15}\right)$$

idućim iteracionim korakom izračunava se širina kanala a_1 = 0.798 m i daljnjim iteracionim koracima poboljšava se rješenje samo u četvrtoj decimali.

Ispit 27.04.2001. zadatak 3



Odredite visinu H_2 ,za sistem prema slici, ako je protok kroz cijev L_1 dva puta veći od protoka kroz cijev L_2. Pretpostavite konstantan koeficijent trenja λ u svim cijevima $\lambda = 0.023$. Zadano je: H_1 = 23 m, D_1 = 120 mm, L_1 = 230 m, D_2 = 100 mm, L_2 = 270 m, D_3 = 150 mm, L_3 = 720 m, ρ = 998.2 kg/m^3, ν = 1.52 10^{-6} m^2/s.

Za određivanje visine H_2 potrebno je postaviti dvije Bernoullijeve jednadžbe i to od lijevog spremnika do izlaza iz cijevi promjera D_3 te od desnog spremnika do izlaza iz cijevi promjera D_3 .

$$H_1 = \lambda \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right) \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g} \qquad H_2 = \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right) \cdot \frac{v_3^2}{2g}$$

Jednadžba kontinuiteta za sistem prema slici

$$Q_1 + Q_2 = 2 \cdot Q_2 + Q_2 = Q \qquad Q_1 = 3 \cdot Q_2$$

Ukoliko jednadžbu kontinuiteta uvrstimo u Bernoullijeve jednadžbe

$$H_1 = \lambda \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{8 \cdot 4 \cdot Q_2^2}{D_1^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right) \cdot \frac{8 \cdot 9 \cdot Q_2^2}{D_3^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad H_2 = \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^2}{D_2^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right) \cdot \frac{8 \cdot 9 \cdot Q_2^2}{D_3^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

Iz prve Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati protok Q_2 kroz cijev promjera D_2

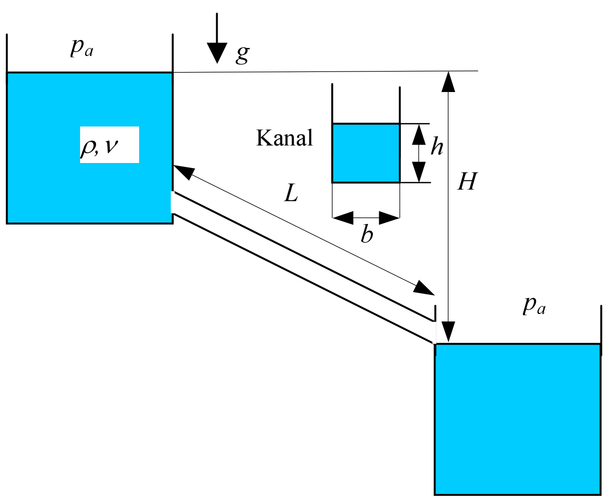
$$H_1 = \left[32 \cdot \lambda \cdot \frac{L_1}{\left(D_1^{5} \cdot \pi^2 \cdot g\right)} + 72 \cdot \frac{\left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right)}{\left(D_3^{4} \cdot \pi^2 \cdot g\right)} \right] \cdot Q_2^{2}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{H_1}{32 \cdot \lambda \cdot \frac{L_1}{\left(D_1^{5} \cdot \pi^2 \cdot g\right)} + 72 \cdot \frac{\left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right)}{\left(D_3^{4} \cdot \pi^2 \cdot g\right)}}} \qquad Q_2 = 9.915 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

Uvrštenjem protoka Q_2 u drugu Bernoullijevu jednadžbu izračunava se razina fluida u drugom spremniku

$$H_2 = \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{8 \cdot Q_2^{2}}{D_2^{4} \cdot \pi^2 \cdot g} + \left(1 + \lambda \cdot \frac{L_3}{D_3}\right) \cdot \frac{8 \cdot 9 \cdot Q_2^{2}}{D_3^{4} \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad \boxed{H_2 = 16.096\text{m}}$$

Ispit 27.06.2001. zadatak 3



Voda gustoće ρ = 999 kg/m^3 se pretače iz višeg u niži spremnik kroz pravokutni betonski kanal širine b = 0.23 m, duljine L = 730 m protokom Q = 7 l/s. Odredite visinu h vode u kanalu. Sve lokalne gubitke zanemarite. Zadano je: H = 25 m, ν = 1.52 10^{-6} m^2/s (viskoznost vode), k = 1 mm (visina hrapavosti za beton).

Potrebno je uvesti ekvivalentni promjer jer kanal ima pravokutni poprečni presjek. Za prvu iteraciju pretpostavljamo da je visina vode u kanalu jednaka širini kanala

$$D_{ek} = \frac{4A}{O} \qquad D_{ek} = \frac{4 \cdot b \cdot h}{2h + b}$$

Bernoullijeve jednadžba između višeg i nižeg spremnika

$$H = \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{D_{ek}}\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{D_{ek}}\right) \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot b^2 \cdot h^2} = \left[1 + \lambda \cdot \frac{L \cdot (2h + b)}{4 \cdot b \cdot h}\right] \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot b^2 \cdot h^2}$$

Za tako izračunati ekvivalentni promjer (pretpostavka $h = b$) računamo Reynoldsov broj i koeficijent trenja

$$\lambda(k, D, Re) = \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2} \qquad Rn = \frac{4 \cdot Q}{D_{ek} \cdot \pi \cdot \nu}$$

$$D_{ek} = 0.307\text{m} \quad Rn = 1.912 \times 10^4 \qquad \lambda_1 = \lambda\left(k, D_{ek}, Rn\right) \qquad \lambda_1 = 0.032$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe računa se ekvivalentni promjer cjevovoda prema izrazu

$$H = \left[4 \cdot b \cdot h + \lambda \cdot L \cdot (2h + b)\right] \cdot \frac{Q^2}{8 \cdot g \cdot b^3 \cdot h^3}$$

Iterativnim postupkom dolazimo do rješenja

$$h = \sqrt[3]{\left[4 \cdot b \cdot h + \lambda_1 \cdot L \cdot (2 \cdot h + b)\right] \cdot \frac{Q^2}{8 \cdot g \cdot b^3 \cdot H}} \qquad h = 0.032\text{m}$$

$$D_{ek} = 0.101\text{m} \qquad Rn = 1.912 \times 10^4 \qquad \lambda_1 = 0.041$$

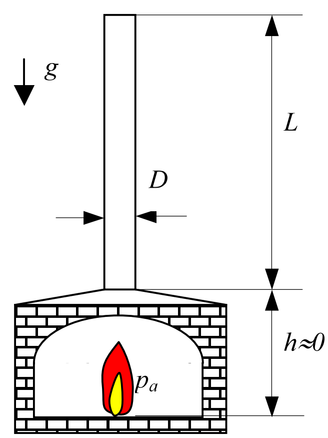
$$h = \sqrt[3]{\left[4 \cdot b \cdot h + \lambda_1 \cdot L \cdot (2 \cdot h + b)\right] \cdot \frac{Q^2}{8 \cdot g \cdot b^3 \cdot H}} \qquad h = 0.026\text{m}$$

$$D_{ek} = 0.086\text{m} \qquad Rn = 5.798 \times 10^4 \qquad \lambda_1 = 0.041$$

$$h = \sqrt[3]{\left[4 \cdot b \cdot h + \lambda_1 \cdot L \cdot (2 \cdot h + b)\right] \cdot \frac{Q^2}{8 \cdot g \cdot b^3 \cdot H}} \qquad \boxed{h = 0.026\text{m}}$$

Ispit 11.07.2001. zadatak 3

Odredite promjer D dimnjaka, prema slici, potreban da se ostvari protok $Q = 0.4$ m^3/s vrućih dimnih plinova viskoznosti $\mu = 1.73 \cdot 10^{-5}$ Pas. Pretpostavite da je tlak na izlazu iz dimnjaka jednak okolišnom tlaku i da je tlak u ložištu jednak okolišnom tlaku (upozorenje: potrebno je uzeti u obzir razliku atmosferskog tlaka između vrha dimnjaka i ložišta). Zanemarite sve lokalne gubitke. Zadano je: $L = 6$ m, $k = 0.1$ mm (visina hrapavosti unutar dimnjaka), $p_a = 1.013$ bar (atmosferski tlak na visini ložišta), $\rho_a = 1.217$ kg/m^3, $\rho_D = 1.008$ kg/m^3 (radi lakšeg proračuna pretpostavite konstantnu gustoću okolišnog zraka i dimnih plinova).



Prema uvjetima zadatka potrebno je uzeti u obzir razliku atmosferskog tlaka između vrha dimnjaka i ložišta. Atmosferski tlak p_{aD} na visini vrha dimnjaka računa se iz jednadžbe manometra.

$$p_{aD} = p_a - \rho_a \cdot g \cdot L \qquad p_{aD} = 1.012bar$$

Postavljamo Bernoullijevu jednadžbu od ložišta od vrha dimnjaka

$$\frac{p_a}{\rho_D \cdot g} = \frac{p_{aD}}{\rho_D \cdot g} + \left(\lambda_D \cdot \frac{L}{D} + 1\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + L$$

Za računanje koeficijenta trenja λ prema izrazu

$$\lambda(k, D, Re) := \frac{1.325}{\left(ln\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right)^2}$$

potrebno je pretpostaviti promjer dimnjaka D za početak iterativnog postupka. Pretpostavljamo D = 0.1 m

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho_D}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 2.967 \times 10^{-5} \qquad \lambda_D = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_D = 0.011$$

Za tako izračunati koeficijent trenja λ i pretpostavljeni promjer D promjer dimnjaka računa se prema izrazu

$$D = \sqrt[5]{\left(\lambda_D \cdot L + D\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho_D}{\left(p_a - p_{aD} - \rho_D \cdot g \cdot L\right) \cdot \pi^2}} \qquad D = 0.281\text{m}$$

Rješenje se poboljšava iterativnim postupkom kako slijedi

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho_D}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 1.057 \times 10^{-5} \qquad \lambda_D = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_D = 9.111 \times 10^{-3}$$

$$D = \sqrt[5]{\left(\lambda_D \cdot L + D\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho_D}{\left(p_a - p_{aD} - \rho_D \cdot g \cdot L\right) \cdot \pi^2}} \qquad D = 0.324\text{m}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho_D}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 9.161 \times 10^{-6} \qquad \lambda_D = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_D = 8.92 \times 10^{-3}$$

$$D = \sqrt[5]{\left(\lambda_D \cdot L + D\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho_D}{\left(p_a - p_{aD} - \rho_D \cdot g \cdot L\right) \cdot \pi^2}} \qquad D = 0.332\text{m}$$

$$Rn = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho_D}{D \cdot \pi \cdot \mu} \qquad Rn = 8.948 \times 10^{-6} \qquad \lambda_D = \lambda(k, D, Rn) \qquad \lambda_D = 8.889 \times 10^{-3}$$

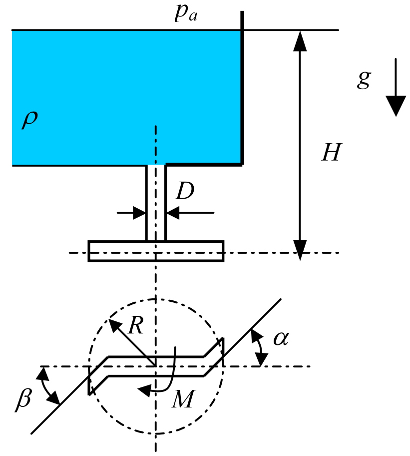
$$D = \sqrt[5]{\left(\lambda_D \cdot L + D\right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2 \cdot \rho_D}{\left(p_a - p_{aD} - \rho_D \cdot g \cdot L\right) \cdot \pi^2}} \qquad \boxed{D = 0.333\text{m}}$$

Kao konačno rješenje usvaja se promjer dimnjaka D = 0.333 m.

Količina gibanja

Ispit 17.04.1998. zadatak 4

Kolikim momentom M treba pridržavati cijev prema slici da se ne počne okretati. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, $\alpha = 41^0$, $\beta = 32^0$.



Brzina strujanja na izlaznim presjecima lako se računa prema Torricellijevoj jednadžbi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \qquad v = 4.951 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

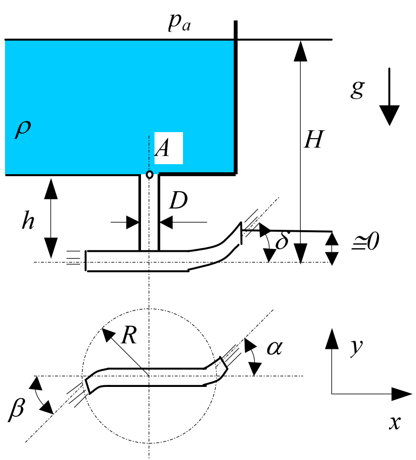
Impulsne funkcija na izlaznim presjecima jednake su

$$I = \rho \cdot v^2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I = 192.361\mathrm{N}$$

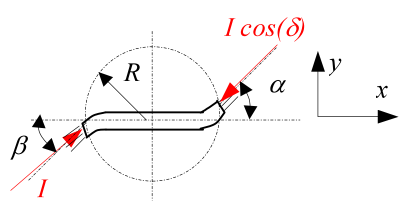
Moment potreban sprečavanje okretanja cijevi jednak je momentima impulsnih funkcija

$$M = R \cdot I \cdot sin(\alpha) + R \cdot I \cdot sin(\beta) \qquad \boxed{M = 182.508 N \cdot m}$$

Ispit 15.05.1998. zadatak 4



Kolika sila F i moment M (sve tri komponente sile i momenta) opterećuje spoj cijevi i rezervoara (točka A). Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, $\alpha = 31^0$, $\beta = 22^0$, $\delta = 41^0$, h = 0.52m.



Brzinu strujanja na oba izlaza iz cijevi računa se prema Torricellijevoj formuli

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \qquad v = 4.951 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta računa se brzina u točci A

$$v_A \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_A = 2 \cdot v \qquad v_A = 9.903 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe od točke A do izlaza iz cijevi moguće je izračunati pretlak u točci A

$$\frac{p_{MA}}{\rho \cdot g} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad p_{MA} = \frac{1}{2} \cdot \left(v^2 - v_A^2\right) \cdot \rho \qquad p_{MA} = -3.674 \times 10^4 \, \text{Pa}$$

Impulsna funkcija I na izlazu iz cijevi te impulsna funkcija u točci A računaju se prema izrazima

$$I = \rho \cdot v^2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I = 192.361\text{N} \qquad I_A = \left(p_{MA} + \rho \cdot v_A^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_A = 480.901\text{N}$$

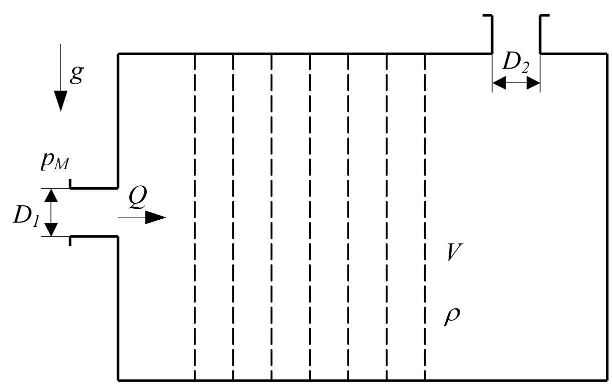
Opterećenje spoja cijevi i rezervoara (točka A) računa se prema izrazima

$$F_x = -I \cdot cos(\alpha) \cdot cos(\delta) + I \cdot cos(\beta) \qquad \boxed{F_x = 53.913\text{N}}$$
$$F_y = -I \cdot sin(\alpha) \cdot cos(\delta) + I \cdot sin(\beta) \qquad \boxed{F_y = -2.712\text{N}}$$
$$F_z = -I \cdot sin(\delta) - I_A \qquad \boxed{F_z = -607.101\text{N}}$$

$$M_x = F_y \cdot h \qquad \boxed{M_x = -1.41 N \cdot m}$$
$$M_y = I \cdot sin(\delta) \cdot R - F_x \cdot h \qquad \boxed{M_y = 72.925 N \cdot m}$$
$$M_z = -I \cdot cos(\delta) \cdot sin(\alpha) R - I \cdot sin(\beta) \cdot R \qquad \boxed{M_z = -117.465 N \cdot m}$$

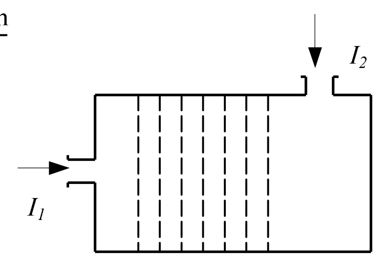
Ispit 24.06.1998. zadatak 4

Fluid prolazi kroz filtar protokom Q = 18.7 m^3/h pri čemu je pad tlaka kroz filtar Δp = 0.8 bara. Odredite rezultantnu silu F fluida na filtar, ako je pretlak na ulazu u filtar p_M = 3.6 bara, a unutrašnji volumen filtra V = 175 l. Zadano je: D_1 = 100 mm, D_2 = 80 mm, ρ = 999.9 kg/m^3.



Brzinu strujanja na ulaznom i izlaznom presjeku iz filtra računamo iz jednadžbe kontinuiteta

$$v_1 = \frac{4Q}{D_1^2 \cdot \pi} \qquad v_1 = 0.661 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_2 = \frac{4Q}{D_2^2 \cdot \pi} \qquad v_2 = 1.033 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Tlak na izlaznom presjeku filtra računa se iz izraza

$$p_{M2} = p_{M1} - \Delta p \qquad p_{M2} = 2.8 \times 10^5 \, \text{Pa}$$

Silu na filtar računamo iz jednadžbe količine gibanja

$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_1 = 2.831 \times 10^3 \text{ N}$$

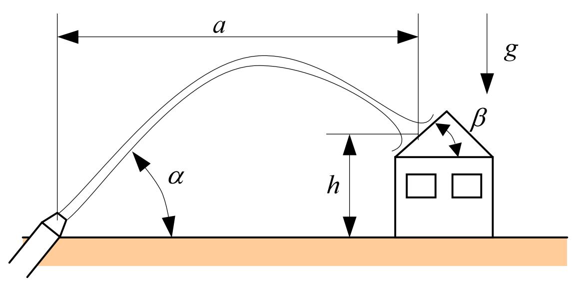
$$I_2 = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = 1.413 \times 10^3 \text{ N}$$

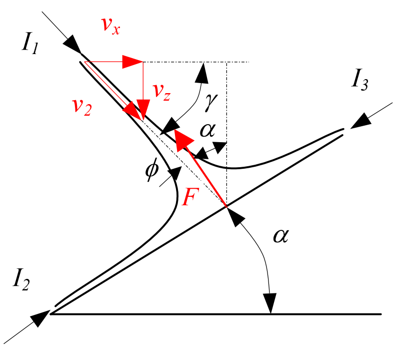
$$F_x = I_1 \qquad F_z = -I_2 - \rho \cdot g \cdot V \qquad F_z = -3.129 \times 10^3 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} \qquad F_R = 4.219 \times 10^3 \text{ N} \qquad \alpha = atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right) \qquad \boxed{\alpha = -47.862 deg}$$

Ispit 08.07.1998. zadatak 4

Odredite silu mlaza vode vatrogasnog šmrka na krovište kuće prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: h = 1.5 m, a = 7.2 m, α = 37^0, protok kroz mlaznicu vatrogasne cijevi Q = 7.9 l/s, ρ = 1000 kg/m^3, $\beta = 40^0$.





Iz jednadžbe kosog hica određujemo brzinu na izlaz iz vatrogasnog šmrka

$$v \cdot cos(\alpha) \cdot t = a \qquad v \cdot sin(\alpha) \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = h$$

$$t = \frac{a}{v \cdot cos(\alpha)} \qquad v \cdot sin(\alpha) \cdot \frac{a}{v \cdot cos(\alpha)} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{a}{v \cdot cos(\alpha)}\right)^2 = h \qquad a \cdot tan(\alpha) - \frac{g}{2} \cdot \frac{a^2}{v^2 \cdot cos(\alpha)^2} = h$$

$$a \cdot tan(\alpha) - h = \frac{g}{2} \cdot \frac{a^2}{v^2 \cdot cos(\alpha)^2} \qquad v = \sqrt{\frac{g}{2} \cdot \frac{a^2}{(a \cdot tan(\alpha) - h) \cdot cos(\alpha)^2}} \qquad v = 10.076 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vrijeme potrebno da voda prevali put od šmrka do krova računa se iz izraza

$$t = \frac{a}{v \cdot cos(\alpha)} \qquad t = 0.895 \text{s}$$

U trenutku sudara s krovom komponente brzine vode iznose

$$v_x = v \cdot cos(\alpha) \qquad v_z = v \cdot sin(\alpha) - g \cdot t \qquad v_x = 8.047 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_z = -2.711 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Smjer brzine vode u trenutku sudara s krovom računa se iz izraza

$$\gamma = atan\left(\frac{v_z}{v_x}\right) \qquad \gamma = -18.618deg$$

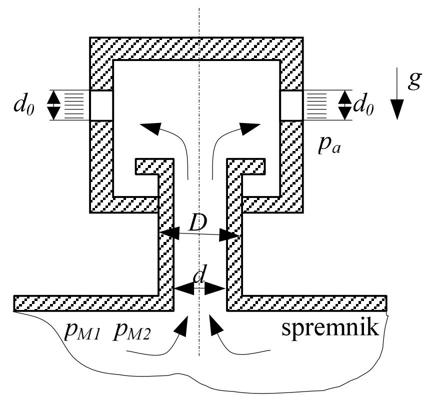
Prema uvjetima zadatka strujanje je neviskozno pa može postojati sam sila okomita na površinu krova, prema slici. Kut između brzine i sile računa se prema izrazima

$$\phi + \beta + |\gamma| = \frac{\pi}{2} \qquad \phi = \frac{\pi}{2} - \beta - |\gamma| \qquad \phi = 31.382deg$$

$$F = \rho \cdot Q \cdot \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \cdot cos(\phi) \qquad \boxed{F = 57.268\text{N}}$$

Ispit 01.09.1998. zadatak 4

Odredite pretlak p_{M1} pri kojem se otvara sigurnosni ventil prema slici mase m_1 = 25 g te pretlak p_{M2} pri kojem se sigurnosni ventil zatvara. Zadano je: d = 1 cm, D = 2 cm, d_0 = 1.5 cm, ρ = 1.2 kg/m^3.



U slučaju zatvorenog ventila tlak u spremniku djeluje na kružnoj površini promjera d. Kod otvaranja sila pretlaka mora savladati težinu zatvarača ventila.

$$p_{M1} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = m_1 \cdot g$$

$$p_{M1} = \frac{4 \cdot m_1 \cdot g}{d^2 \cdot \pi} \qquad p_{M1} = 3.122 \times 10^3 \text{Pa}$$

U slučaju kada je ventil otvoren uspostavlja se strujanje pa potrebne veličine računamo pomoću jednadžbe kontinuiteta, Bernoullijeve jednadžbe i jednadžbe količine gibanja.

$$\frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad 2 \cdot v_1 \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad m_1 \cdot g = I = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{d^4}{4 \cdot d_0^4} \qquad p_{M2} + \rho \cdot v_2^2 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(\frac{d^4}{4 \cdot d_0^4} + 1\right)$$

$$m_1 \cdot g = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(\frac{d^4}{4 \cdot d_0^4} + 1\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

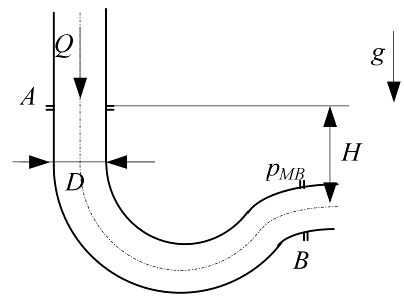
Brzinu računamo iz izraza

$$v_2 = \sqrt{\frac{(m_1 \cdot g \cdot 8)}{\left[\left(\frac{d^4}{4 \cdot d_0^{\ 4}} + 1\right) \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \rho\right]}} \qquad v_2 = 70.411\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_1 = v_2 \cdot \frac{d^2}{2 \cdot d_0^{\ 2}} \qquad v_1 = 15.647\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

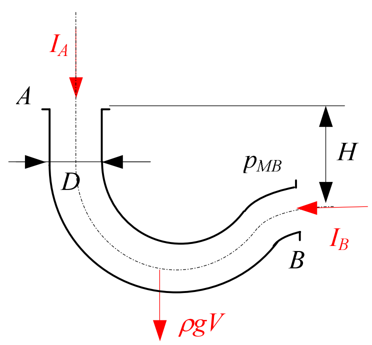
Pretlak u spremniku računamo iz Bernoullijeve jednadžbe

$$\frac{p_{M3}}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^{\ 2}}{2 \cdot g} \qquad p_{M3} = \frac{\rho \cdot v_1^{\ 2}}{2} \qquad \boxed{p_{M3} = 146.897\text{Pa}}$$

Ispit 15.09.1998. zadatak 4



Odredite rezultantnu silu F fluida na luk AB cjevovoda duljine L = 1.4 m, promjera D = 180 mm, prema slici, pri protoku Q = 40,8 l/s i pretlaku p_{MB} = 0.42 bar u presjeku B. Pretpostavite kvazistacionarno istjecanje fluida. Zadano je: ρ = 1000 kg/m^3, H = 0.8 m.



Da bi odredili silu F na luk AB potrebno je poznavati tlakove i brzine na presjecima A i B. Potrebno je postaviti Bernoullijevu jednadžbu i jednadžbu kontinuiteta

$$\frac{p_{MA}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} + H = \frac{p_{MB}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad p_{MA} = p_{MB} - \rho \cdot g \cdot H \qquad p_{MA} = 0.342\,bar$$

$$v = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad v = 1.603\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Impulsne funkcije na presjecima A i B se računaju iz izraza

$$I_A = \left(p_{MA} + \rho \cdot v^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_B = \left(p_{MB} + \rho \cdot v^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

$$I_A = 934.547\text{N} \qquad I_B = 1.134 \times 10^3\ \text{N}$$

Volumen fluida u luku AB jednak je

$$V_{AB} = L \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad V_{AB} = 0.036\text{m}^3$$

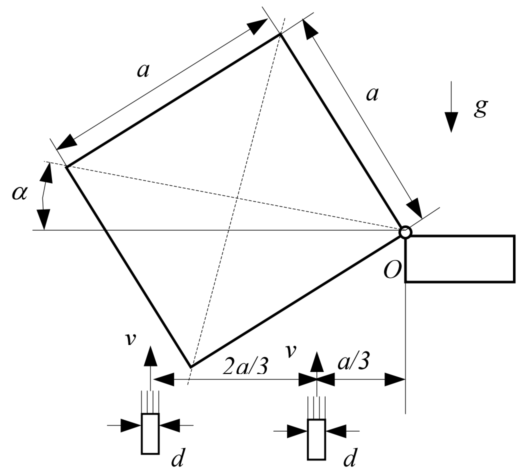
Sila na luk AB računa se iz jednadžbe količine gibanja

$F_x = -I_B$ $\quad F_x = -1.134\times 10^3\ \mathrm{N}$ $\quad F_z = -I_A - \rho\cdot g\cdot V_{AB}$ $\quad F_z = -1.284\times 10^3\ \mathrm{N}$

$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_z^{\,2}}$ $\quad F = 1.713\times 10^3\ \mathrm{N}$ $\quad \alpha = atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right)$ $\quad \boxed{\alpha = 48.543deg}$

Ispit 20.11.1998. zadatak 4

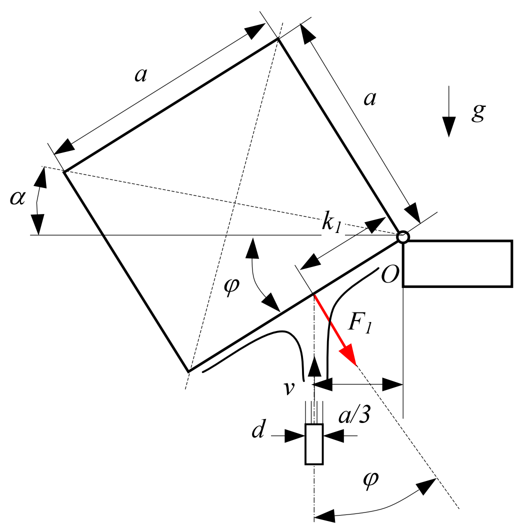
Dva mlaza vode drže u ravnoteži kocku mase m zglobno vezana u točci O. Odredite masu kocke ako je kocka nagnuta za α = 15^0. Pretpostavite neviskozno strujanje, a mase mlazova zanemarite. Zadano je: ρ = 1000 kg/m^3, v = 12 m/s, d = 0.07m.

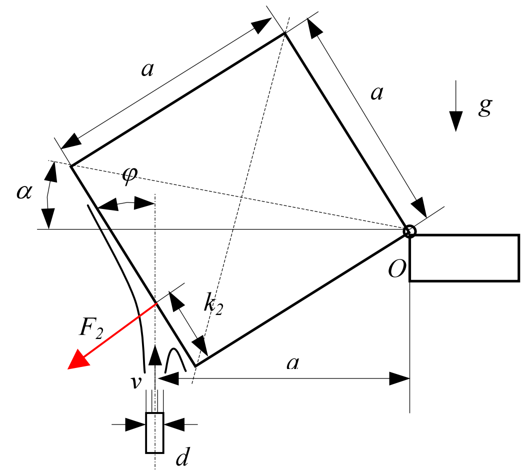


Iz geometrije je očito

$\phi = \frac{\pi}{4} - \alpha$ $\quad \phi = 30\,deg$

$k_1 = \frac{a}{3\cdot cos(\phi)}$ $\quad k_2 = \frac{a\cdot(1 - cos(\phi))}{sin(\phi)}$





Kako je riječ o neviskoznom strujanje nemoguće je prenijeti tangencijalnu komponentu sile na površinu. Prema tome sila F_1 i F_2 moraju biti okomite na površine (prema slikama). Impulsne funkcije dijela mlaza nakon sudara s kockom nikako ne sudjeluju u normalnoj komponenti sile (nalaze se u ravnini okomitoj na silu). Impulsna funkcija mlaza jednaka je

$I = \rho\cdot v^2\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}$ $\quad I = 554.177\mathrm{N}$

Sile F_1 i F_2 jednake su

$F_1 = I\cdot cos(\phi)$ $\quad F_2 = I\cdot sin(\phi)$ $\quad F_1 = 479.931\mathrm{N}$ $\quad F_2 = 277.088\mathrm{N}$

Masu kocke određujemo iz uvjeta da je suma momenta oko točke O jednaka nuli.

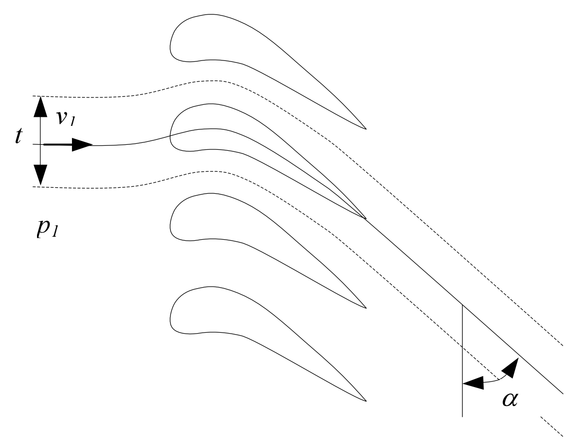
$$m_k \cdot g \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos(\alpha) - F_1 \cdot k_1 - F_2 \cdot k_2 = 0$$

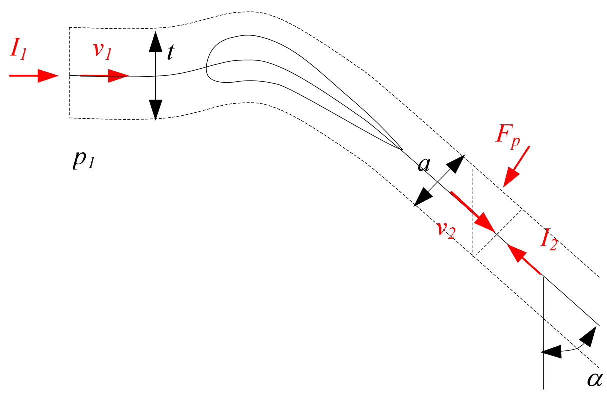
$$m_k \cdot g \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos(\alpha) - I \cdot cos(\phi) \cdot \frac{a}{3 \cdot cos(\phi)} - I \cdot sin(\phi) \cdot \frac{a \cdot (1 - cos(\phi))}{sin(\phi)} = 0$$

$$m_k = \frac{I}{3} \cdot (4 - 3 \cdot cos(\phi)) \cdot \frac{\sqrt{2}}{(g \cdot cos(\alpha))} \qquad \boxed{m_k = 38.664 \text{kg}}$$

Ispit 18.12.1998. zadatak 4

Odredite silu na jednu lopaticu u rešetci (jedinične širine) koja skreće strujanje zraka za kut $\alpha = 73^0$. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: $v_1 = 50$ m/s, $p_{M1} = 0.12$ bara, $\rho = 1.2$ kg/m^3, $t = 74$ mm.





Iz jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati brzinu v_2

$$v_1 \cdot t = v_2 \cdot a \qquad v_1 \cdot t = v_2 \cdot t \cdot sin(\alpha)$$

$$v_2 = \frac{v_1}{sin(\alpha)} \qquad v_2 = 52.285 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati pretlak p_{M2}

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M2} = p_{M1} + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \rho - \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \cdot \rho \qquad p_{M2} = 0.119 bar$$

Impulsne funkcije kao i sila F_p pretlaka p_{M2} računaju se iz izraza

$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot t \cdot B \qquad I_1 = 1.11 \times 10^3 N$$

$$I_2 = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot t \cdot sin(\alpha) \cdot B \qquad I_2 = 1.071 \times 10^3 N$$

$$F_p = p_{M2} \cdot t \cdot cos(\alpha) \cdot B \qquad F_p = 256.593 N$$

Sile na lopaticu računamo iz izraza

$$F_x = I_1 - I_2 \cdot sin(\alpha) - F_p \cdot cos(\alpha) \qquad F_x = 10.375N$$

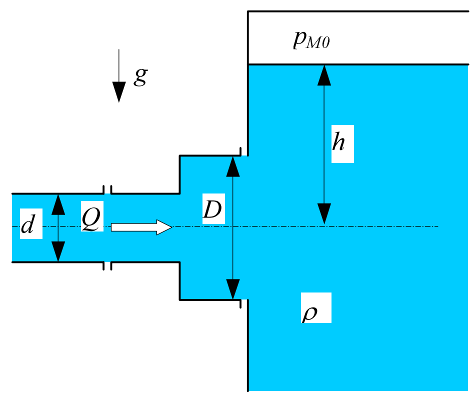
$$F_y = I_2 \cdot cos(\alpha) - F_p \cdot sin(\alpha) \qquad F_y = 67.872N$$

$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} \qquad \boxed{F = 68.661N}$$

$$\phi = atan\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \qquad \boxed{\phi = 81.309deg}$$

Ispit 22.01.1999. zadatak 4

Odredite pretlak u spremniku u koji utječe fluid protokom Q = 0.1 m^3/s da bi sila na naglo proširenje bila jednaka nuli. Sve linijske gubitke zanemarite, a od lokalnih gubitaka uzmite u razmatranje gubitak ulaska u veliki spremnik i gubitak naglog proširenja. Zadano je: d = 0.1 m, D = 0.17 m, h = 2.3 m, ρ = 998.2 kg/m^3.



Bernoullijeva jednadžba od ulazne cijevi do površine spremnika pod tlakom

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = h + \frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + K_{NP} \cdot \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} + \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g}$$

Bernoullijeva jednadžba od ulazne cijevi do točke neposredno iza naglog proširenja

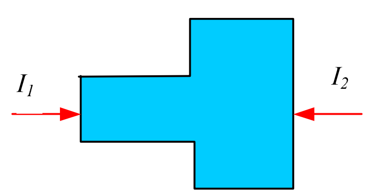
$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + K_{NP} \cdot \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} + \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g}$$

Iz ove dvije jednadžbe slijedi relacija

$$p_{M2} = \rho \cdot g \cdot h + p_{M0}$$

Jednadžba kontinuiteta i izraz za koeficijent gubitka naglog proširenja

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad v_2 = \frac{4 \cdot Q}{d^2 \cdot \pi} \qquad K_{NP} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$



Uvršteno u Bernoullijevu jednadžbu

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{8 \cdot Q^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g} + \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

$$p_{M1} = p_{M2} + \frac{16 \cdot Q^2 \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{d^4}{D^4} - \frac{d^2}{D^2}\right) = \rho \cdot g \cdot h + p_{M0} + \frac{16 \cdot Q^2 \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{d^4}{D^4} - \frac{d^2}{D^2}\right)$$

Jednadžba količine gibanja za naglo proširenje (uvjet zadatka je da sila F mora biti jednaka nuli)

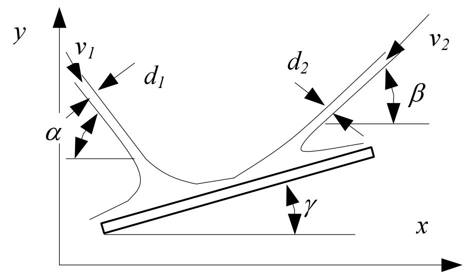
$$F = I_1 - I_2 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} - \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 0$$

$$\left[\rho \cdot g \cdot h + p_{M0} + \frac{16 \cdot Q^2 \cdot \rho}{d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{d^4}{D^4} - \frac{d^2}{D^2}\right) + \rho \cdot \frac{16 \cdot Q^2}{d^4 \cdot \pi^2}\right] \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} - \left(\rho \cdot g \cdot h + p_{M0} + \rho \cdot \frac{16 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2}\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 0$$

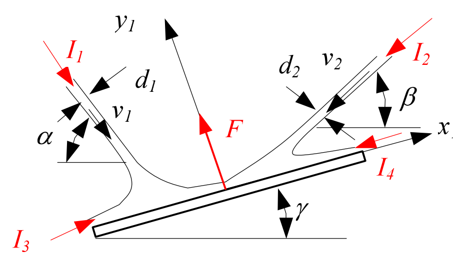
$$p_{M0} = -16 \cdot \rho \cdot \frac{Q^2}{\left(D^4 \cdot \pi^2\right)} - \rho \cdot g \cdot h + 16 \cdot \frac{\rho}{\left(d^2 \cdot \pi^2 \cdot D^2\right)} \cdot Q^2 \qquad \boxed{p_{M0} = 0.141 bar}$$

Ispit 03.02.1999. zadatak 4

Odredite kut γ iz uvjeta da sila fluida gustoće $\rho = 1000$ kg/m^3 na ravnu ploču bude maksimalna. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zanemarite utjecaj sudara mlaza u sredini ploče. Zadano je $v_1 = 1.2$ m/s, $d_1 = 0.1$ m, $v_2 = 0.7$ m/s, $d_2 = 0.17$ m, $\alpha = 30^0$, $\beta = 60^0$.



Impulsne funkcije mlazova vode računaju se iz izraza



$$I_1 = \rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_1 = 11.31 \text{N}$$

$$I_2 = \rho \cdot v_2^2 \cdot \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = 11.122 \text{N}$$

Prema uvjetu zadatka pretpostavlja se strujanje neviskoznog fluida pa se na ploču ne može prenijeti sila u smjeru koordinate x_1. Sila F mora biti okomita na ploču. Jednadžba količine gibanja dana je izrazom

$$F = -I_1 \cdot sin(\alpha + \gamma) - I_2 \cdot sin(\beta - \gamma)$$

Maksimum sile traži se da se prva derivacija sile F po kutu γ izjednači s nulom

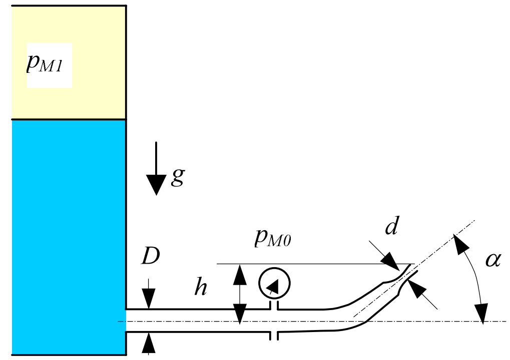
$$\frac{d}{d\gamma}F = \frac{d}{d\gamma}\left(-I_1 \cdot sin(\alpha + \gamma) - I_2 \cdot sin(\beta - \gamma)\right) = -I_1 \cdot cos(\alpha + \gamma) + I_2 \cdot cos(-\beta + \gamma) = 0$$

$$0 = I_1 \cdot (cos(\alpha) \cdot cos(\gamma) - sin(\alpha) \cdot sin(\gamma)) - I_2 \cdot (cos(\beta) \cdot cos(\gamma) + sin(\beta) \cdot sin(\gamma))$$

$$\gamma = atan\left[\frac{(I_1 \cdot cos(\alpha) - I_2 \cdot cos(\beta))}{(I_1 \cdot sin(\alpha) + I_2 \cdot sin(\beta))}\right] \qquad \boxed{\gamma = 15.479 deg}$$

Ispit 18.02.1999. zadatak 4

Na veliki spremnik prema slici priključeno je koljeno s mlaznicom. Neposredno prije koljena ugrađen je manometar koji pri zatvorenoj mlaznici pokazuje pretlak p_{M0} = 3.2 bar, a kada se mlaznica otvori pretlak padne na p_M = 3.02 bar. Uz pretpostavku neviskoznog strujanja odredite kolika je tada sila na koljeno i mlaznicu. Zadano je: D = 100 mm, ρ = 1000 kg/m^3, $\alpha = 34^0$, h = 1.4 m, Volumen vode u koljenu i mlaznici V = 23,6 dm^3.



Iz uvjeta da manometar pokazuje pretlak p_{M0} = 3.2 bar, za zatvorenu mlaznicu moguće je odrediti totalni pretlak u spremniku (totalni pretlak uključuje i visinu vode u spremniku), koji je jednak p_{M0} = 3.2 bar. Pomoću Bernoullijeve jednadžbe od spremnika do ulaza u mlaznicu moguće je odrediti brzinu na ulazu u mlaznicu.

$$\frac{p_{M0}}{\rho\cdot g} = \frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} + \frac{v_2^2}{2\cdot g} \qquad v_2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{(p_{M0}-p_{M1})}{\rho}} \qquad v_2 = 6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

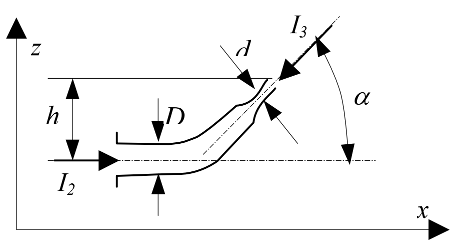
Pomoću Bernoullijeve jednadžbe od spremnika do izlaza iz mlaznice moguće je odrediti brzinu na izlazu iz mlaznice

$$\frac{p_{M0}}{\rho\cdot g} = h + \frac{v_3^2}{2\cdot g} \qquad v_3 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{(p_{M0}-h\cdot\rho\cdot g)}{\rho}} \qquad v_3 = 24.75\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta moguće je odrediti izlazni promjer mlaznice

$$v_2\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} = v_3\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad d = D\cdot\sqrt{\frac{v_2}{v_3}} \qquad d = 0.049\mathrm{m}$$

Impulsne funkcije i sile računamo iz izraza



$$I_2 = \left(p_{M1} + \rho\cdot v_2^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad I_2 = 2.655\times 10^3\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$$

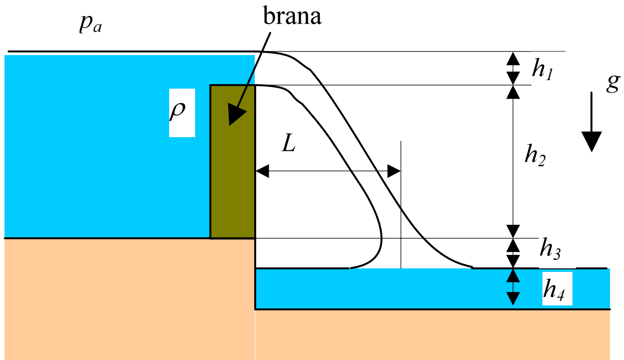
$$I_3 = \rho\cdot v_3^2\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad I_3 = 1.166\times 10^3\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$$

$$F_x = I_2 - I_3\cdot cos(\alpha) \qquad F_x = 1.688\times 10^3\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$$

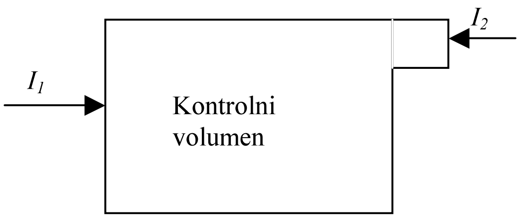
$$F_z = -\rho\cdot g\cdot V - I_3\cdot sin(\alpha) \qquad F_z = -883.621\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$$

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} \qquad \boxed{F_R = 1.905\times 10^3\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}} \qquad \beta = \left(atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right)\right)\cdot\frac{180}{\pi} \qquad \boxed{\beta = -27.634}$$

Ispit 26.03.1999. zadatak 4



Odredite horizontalnu silu na branu jedinične širine prema slici. Pretpostavite strujanje idealnog fluida, te uniformne profile brzina dovoljno daleko od brane i na preljevu. Zadano je: $h_1 = 0.1$ m, $h_2 = 1.2$ m, $h_3 = 0.25$ m, $h_4 = 0.6$ m, $L = 0.35$ m, $\rho = 1000$ kg/m^3.



Za kontrolni volumen uzima se voda koja oplakuje branu

Da bi izračunali impulsne funkcije potrebno je odrediti brzinu ispred brane i brzinu na preljevu. Iz kosog hica računamo brzinu na preljevu brane.

$$v \cdot t = L \qquad g \cdot \frac{t^2}{2} = h_1 + h_2 + h_3 \qquad \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot v^2} = h_1 + h_2 + h_3$$

$$v = \frac{1}{(2 \cdot h_1 + 2 \cdot h_2 + 2 \cdot h_3)} \cdot \sqrt{2} \cdot L \cdot \sqrt{(h_1 + h_2 + h_3) \cdot g} \qquad v = 0.623 \mathrm{ms}^{-1}$$

Brzina ispred brane računa se iz jednadžbe kontinuiteta

$$v_0 \cdot (h_1 + h_2) = v \cdot h_1 \qquad v_0 = v \cdot \frac{h_1}{(h_1 + h_2)} \qquad v_0 = 0.048 \mathrm{ms}^{-1}$$

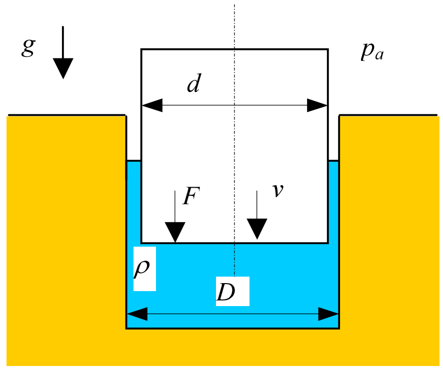
Sila na branu jedinične širine B iznosi

$$I_1 = \left[\rho \cdot g \cdot \frac{(h_1 + h_2)}{2} + \rho \cdot v_0^2\right] \cdot (h_1 + h_2) \cdot B \qquad I_1 = 8.29 \times 10^3 N$$

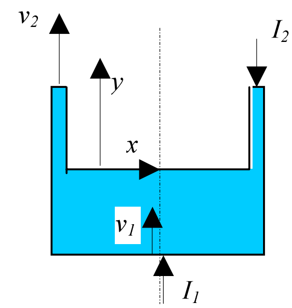
$$I_2 = \left(\rho \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} + \rho \cdot v^2\right) \cdot h_1 \cdot B \qquad I_2 = 87.785 N$$

$$F = I_1 - I_2 \qquad \boxed{F = 8.202 \times 10^3 N}$$

Ispit 30.04.1999. zadatak 4



Odredite kojom silom F treba opteretiti klip promjera d = 5 cm, da bi se spuštao brzinom v = 1.2 m/s u cilindru promjera D = 6 cm, ispunjenog vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Uputa: koordinatni sustav postavite relativno u odnosu na klip.



Jednadžba kontinuiteta postavljena za koordinatni sustav koji se giba sa stapom

$$v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{\left(D^2 - d^2\right) \cdot \pi}{4}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta određuje se izlazna brzina

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{D^2}{\left(D^2 - d^2\right)} \qquad v_2 = 3.927 \mathrm{m s}^{-1}$$

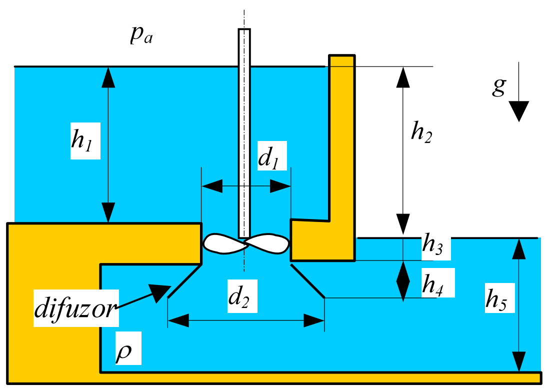
Iz Bernoullijeve jednadžbe određuje se pretlak na površini cilindra

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad p_{M1} = \frac{\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} \cdot \rho \qquad p_{M1} = 0.07 bar$$

Sila na čelo stapa jednaka je razlici impulsnih funkcija

$$F = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} - \rho \cdot v_2^2 \cdot \frac{\left(D^2 - d^2\right) \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{F = 10.496 N}$$

Ispit 21.05.1999. zadatak 4



Između dva velika akumulacijska jezera ugrađena je brana s turbinom. Zbog povećanja stupnja djelovanja turbine ispod nje je montiran difuzor. Odredite silu na difuzor ako je izmjeren neto pad turbine h_t = 10.5 m, Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida i jednolike profile brzina po svim presjecima. Zadano je: h_1 = 5.2 m, h_2 = 12 m, h_3 = 2.2 m, h_4 = 0.9 m, h_5 = 5.7 m, d_1 = 1 m, d_2 = 1.4 m, ρ = 998 kg/m^3.

Ako postavimo Bernoullijevu jednadžbu između gornjeg i donjeg spremnika moguće je izračunati protok kroz turbinu

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{d_2^2 \cdot \pi} \qquad h_2 - h_T = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{8 \cdot Q^2}{d_2^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad Q = \frac{1}{4} \cdot d_2^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{g} \cdot (h_2 - h_T)} \qquad Q = 8.35 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}$$

Brzine na ulazu i izlazu iz difuzora računaju se iz jednadžbe kontinuiteta

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{d_2^2 \cdot \pi} \qquad h_2 - h_T = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{8 \cdot Q^2}{d_2^4 \cdot \pi^2 \cdot g} \qquad Q = \frac{1}{4} \cdot d_2^2 \cdot \pi \cdot g \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{g} \cdot (h_2 - h_T)} \qquad Q = 8.35 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}$$

Postavljanjem Bernoullijevih jednadžbi do ulaza i izlaza iz difuzora moguće je izračunati tlakove na ulaznom i izlaznom presjeku difuzora

$$h_2 - h_T + h_3 = \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M1} = \left(h_2 - h_T + h_3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1^2}{g} \right) \cdot \rho \cdot g \qquad p_{M1} = -0.202 bar$$

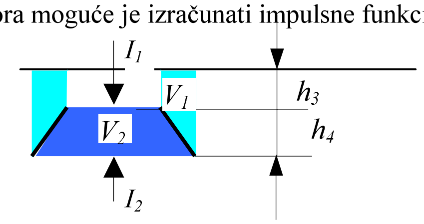
$$h_2 - h_T + h_3 + h_4 = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M2} = \left(h_2 - h_T + h_3 + h_4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_2^2}{g} \right) \cdot \rho \cdot g \qquad p_{M2} = 0.303 bar$$

Poznajući brzine i tlakove na ulaznim i izlaznim presjecima difuzora moguće je izračunati impulsne funkcije

$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2 \right) \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_1 = 7.273 \times 10^4 N$$

$$I_2 = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2 \right) \cdot \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = 9.19 \times 10^4 N$$



Sila hidrostatskog tlaka s vanjske strane difuzora jednaka je težini vode koja zauzima prostor između difuzora i slobodne površine. Silu uslijed gibanja fluida može se izračunati pomoću impulsnih funkcija

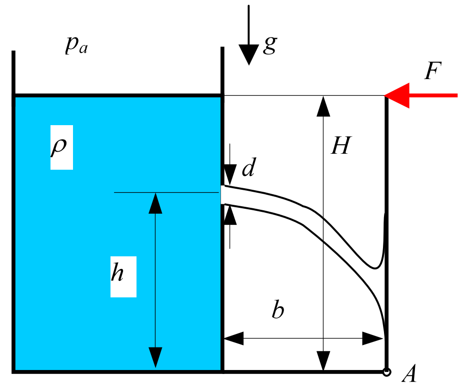
$$F_{vanjski} = -\rho \cdot g \cdot V_1 \qquad F_{unutranji} = I_2 - I_1 - \rho \cdot g \cdot V_2$$

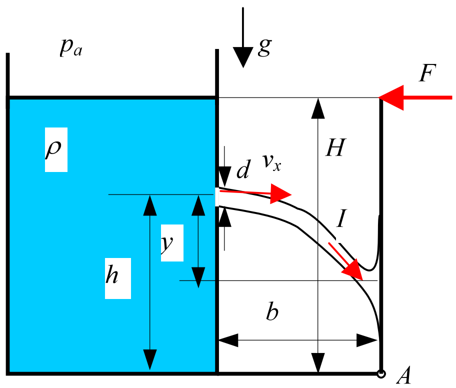
Ukupna sila na difuzor dobije se zbrajanjem ovih dvaju sila

$$F = F_{vanjski} + F_{unutarnji} \qquad F = I_2 - I_1 - \rho \cdot \left[(h_3 + h_4) \cdot \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} - h_3 \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \right] g \qquad \boxed{F = -1.063 \times 10^4 N}$$

Ispit 16.06.1999. zadatak 4

Odredite visinu otvora h da bi sila koja pridržava pregradnu stjenku zglobno vezanu u točci A bila maksimalna te odredite iznos sile. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je H = 1.3 m, d = 0.15 m, ρ = 998.2 kg/m^3, b = 1.1 m.





Iznos komponente brzine v_x se izračunava iz Torricellijeve formule

$$v_x = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)}$$

Pomoću jednadžbi za kosi hitac

$$y = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad t = \frac{b}{v_x} \qquad y = \frac{g \cdot b^2}{4 \cdot g \cdot (H - h)}$$

Suma momenata oko točke A mora biti jednaka nuli

$$F(h) \cdot H - I \cdot cos(\alpha) \cdot (h - y) = 0$$

Ako uvrstimo vrijednost impulsne funkcije

$$F(h) \cdot H - I \cdot cos(\alpha) \cdot (h - y) = 0$$

$$F(h) \cdot H = \rho \cdot v \cdot Q \cdot cos(\alpha) \cdot (h - y)$$

$$F(h) \cdot H = \rho \cdot v_x \cdot Q \cdot (h - y)$$

Izvodi se jednadžba za silu *F(h)* u funkciji od visine *h*

$$F(h) \cdot H = \rho \cdot 2 \cdot g \cdot (H - h) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \left[h - \frac{g \cdot b^2}{4 \cdot g \cdot (H - h)} \right]$$

$$F(h) = \frac{1}{8} \cdot \left(4 \cdot h \cdot H - 4 \cdot h^2 - b^2\right) \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \frac{g}{H}$$

Maksimum funkcije *F(h)* dobiva se iz izraza

$$\frac{d}{dh} F(h) = \left(\frac{1}{2} \cdot H - h \right) \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \frac{g}{H} = 0$$

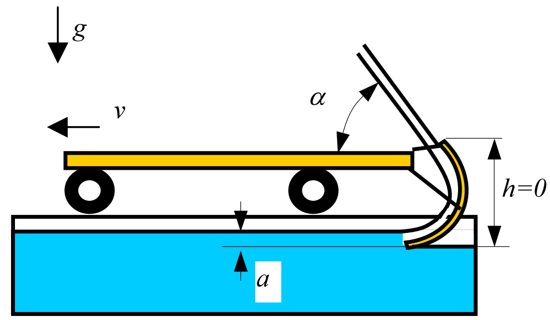
Odnosno visina h za koju je sila *F(h)* maksimalna

$$h = \frac{H}{2} \qquad h = 0.65\text{m}$$

$$F(h) = \frac{1}{8} \cdot \left(4 \cdot h \cdot H - 4 \cdot h^2 - b^2\right) \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \frac{g}{H} \qquad \boxed{F(h) = 31.936N}$$

Ispit 30.06.1999. zadatak 4

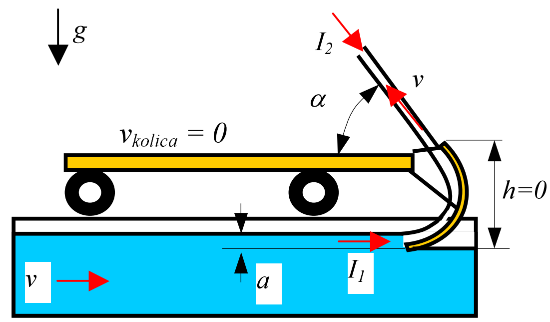
Za zaustavljanje kolica mase m_k = 2100 kg koja se u početnom trenutku kreću brzinom v = 56 km/h koristi se lopatica jedinične širine. Odredite duljinu puta potrebnog da bi kolica usporila na pola prvobitne brzine ako se lopatica, prema slici uroni do dubine a = 4 cm. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Uputa: Pretpostavite da se koordinatni sustav giba zajedno s kolicima. Zadano je: $\alpha = 15^0$, $\rho = 998.2$ kg/m^3



Prema drugom Newtonovom zakonu

$$m_k \cdot \frac{d}{dt} v = -F$$

Ako uvrstimo za silu kočenja impulsne funkcije



$$m_k \cdot \frac{d}{dt} v = -F = -(I_1 + I_2 \cdot cos(\alpha))$$

$$m_k \cdot \frac{d}{dt} v = -\rho \cdot v^2 a \cdot b \cdot (1 + cos(\alpha))$$

Radi lakšeg zapisa uvodimo konstantu C_1. Integriranjem se izvode izrazi

$$C_1 = -a \cdot b \cdot \rho \cdot \frac{(1 + cos(\alpha))}{m_k} \qquad \frac{dv}{dt} = C_1 \cdot v^2 \qquad \frac{dv}{v^2} = C_1 \cdot dt \qquad \frac{-1}{v} = C_1 \cdot t + C_2$$

Konstantu C_2 određujemo iz uvjeta da je u trenutku t = 0 brzina bila $v = v_0$

$$v = \frac{-1}{C_1 \cdot t + C_2} \qquad v_0 = \frac{-1}{C_1 \cdot (0) + C_2} \qquad C_2 = \frac{-1}{v_0}$$

Brzina kolica u funkciji vremena dana je izrazom

$$v = \frac{-1}{C_1 \cdot t - \frac{1}{v_0}} \qquad v = \frac{v_0}{(1 - C_1 \cdot t \cdot v_0)}$$

Iz ovog izraza lako se dobije vrijeme kočenja kada brzina $v=v_0/2$ postigne polovicu prvobitne vrijednosti

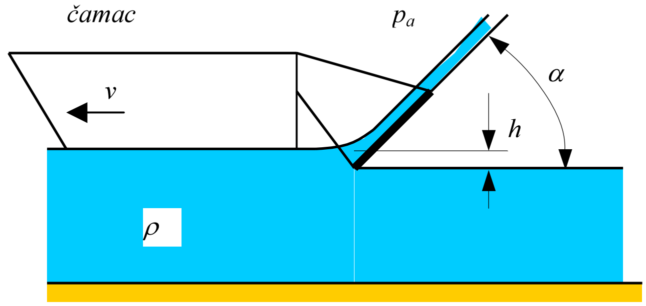
$$\frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{1 - C_1 \cdot v_0 \cdot t} \qquad t = \frac{-1}{(C_1 \cdot v_0)} \qquad t = 1.784\text{s}$$

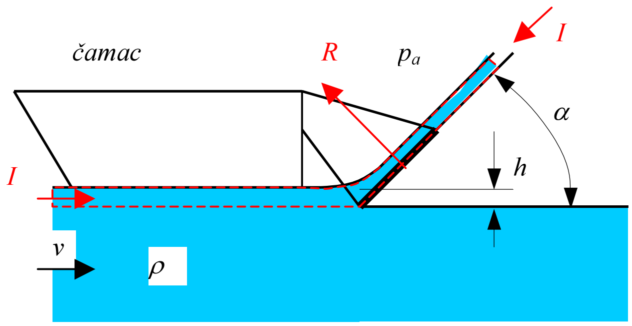
Integriranjem izraza za brzinu (brzina je derivacija puta po vremenu) dobije se put kočenja

$$\frac{d}{dt} x = v = \frac{v_0}{1 - C_1 \cdot v_0 \cdot t} \qquad x = \frac{-ln(1 - C_1 \cdot t \cdot v_0)}{C_1} \qquad \boxed{x = 18.544\text{m}}$$

Ispit 01.09.1999. zadatak 4

Odredite silu fluida na ravnu ploču jedinične širine, prema slici, ako čamac vuče ploču brzinom v = 8 m/s. Kolika je potrebna snaga? Pretpostavite strujanje idealnog fluida te zanemarite utjecaj gravitacije. Zadano je ρ = 998.2 kg/m^3, h = 12 mm, α = 30^0.





Kontrolni volumen označen je na slici crvenom iscrtkanom linijom. Impulsna funkcja računa se prema izrazu

$$I = \rho \cdot v^2 \cdot h \cdot B$$

Sila u horizontalnom smjeru jednaka je

$$F_x = I - I \cdot cos(\alpha) \qquad F_x = 102.707N$$

Kako je uvjetom zadatka pretpostavljeno strujanje neviskoznog fluida sila R mora biti okomita na ploču (nema trenja pa nama ni sile u smjeru ploče).

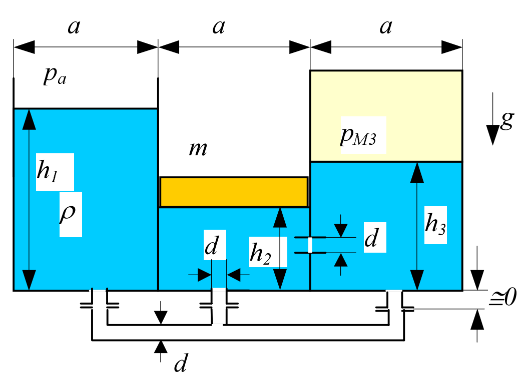
$$R = \frac{F_x}{sin(\alpha)} \qquad R = 205.415N$$

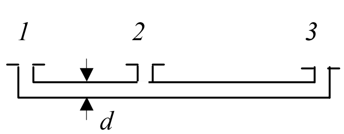
Snaga potrebna za vuču ploče jednaka je

$$P = F_x \cdot v \qquad P = 821.658W$$

Ispit 14.09.1999. zadatak 4

Odredite silu na spojnicu (račvu) koja spaja sva tri rezervoara. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida te zanemarite težinu vode u spojnici. Pretpostavite da se visine nivoa u rezervoarima jedinične širine ne mijenja kada se uspostavi stacionarno strujanje. Zadano je: h_1 = 1.3 m, h_2 = 0.5 m, h_3 = 0.9m, d = 12 mm, p_{M3} = 0.3 bara, m_1 = 23 kg, a = 0.75m, ρ = 998 kg/m^3.





Za određivanje smjerova strujanja u sistemu, potrebno je odrediti piezometarske visine u tri spremnika

$$h_{p1} = h_1 \qquad h_{p1} = 1.3\text{m}$$

$$h_{p2} = h_2 + \frac{m_1}{\rho \cdot a \cdot B} \qquad h_{p2} = 0.531\text{m}$$

$$h_{p3} = h_3 + \frac{p_{M30}}{\rho \cdot g} \qquad h_{p3} = 3.965\text{m}$$

Zbog najveće piezometarske visine očito je da fluid struji iz desnog spremnika u preostala dva spremnika. Pomoću piezometarskih visina, Torricellijeve formule i jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati brzine u račvi,

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{p3} - h_{p1})} \qquad v_1 = 7.23\text{ms}^{-1}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{p3} - h_{p2})} \qquad v_2 = 8.207\text{ms}^{-1}$$

$$v_3 = v_1 + v_2 \qquad v_3 = 15.438\text{ms}^{-1}$$

Pomoću Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati tlakove na priključnim prirubnicama račve

$$p_{M3} = \rho \cdot g \cdot h_{p3} - \rho \cdot \frac{v_3^2}{2} \qquad p_{M3} = -0.801 bar$$

$$p_{M2} = p_{M3} + \rho \cdot \frac{v_3^2}{2} - \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} \qquad p_{M2} = 0.052 bar$$

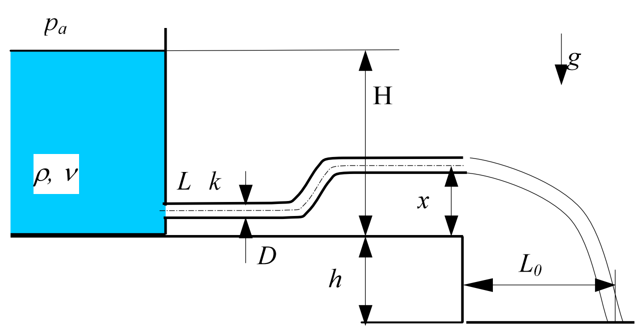
$$p_{M1} = p_{M3} + \rho \cdot \frac{v_3^2}{2} - \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \qquad p_{M1} = 0.127 bar$$

Sila na račvu jednaka je zbroju sve tri impulsne funkcije koje su orijentirane prema unutrašnjosti račve

$$F_z = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \left(p_{M3} + \rho \cdot v_3^2\right) \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\boxed{F_z = 33.369 N}$$

Ispit 26.11.1999. zadatak 4



Odredite horizontalnu silu na cjevovod prema slici. Kraj cijevi postavljen horizontalno na visini x odredite iz uvjeta da je domet L_0 mlaza vode ρ = 998.2 kg/m^{3}maksimalan.. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: D = 0.3 m, L = 23 m, h = 1.2 m, H = 3.7 m.

Ako postavimo jednadžbe za kosi hitac

$$v \cdot t = L_0 \qquad h + x = \frac{g}{2} \cdot t^2 \qquad h + x = \frac{g \cdot L_0^2}{2 \cdot v^2}$$

i Bernoullijevu jednadžbu

$$(H - x) = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

izvodi se udaljenost L_0 u funkciji visine x

$$L_o^{\ 2} = \frac{2 \cdot (h + x) \cdot v^2}{g} \qquad L_0^{\ 2} = \frac{4 \cdot g \cdot (H - x) \cdot (h + x)}{g}$$

$$f(x) = \frac{4 \cdot g \cdot (H - x) \cdot (h + x)}{g}$$

Tražeći ekstrem funkcije $f(x)$ izračunava se visina x za koju L_0 ima ekstrem

$$f(x) = 4 \cdot H \cdot h + 4 \cdot H \cdot x - 4 \cdot x \cdot h - 4 \cdot x^2$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = 4 \cdot H - 4 \cdot h - 8 \cdot x = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot H - \frac{1}{2} \cdot h \qquad x = 1.25\text{m}$$

Za tako izračunatu visinu x pomoću Bernoullijeve jednadžbe izračunava se brzina strujanja u cijevi

$$H - x = \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - x)} \qquad v = 6.932\text{ms}^{-1}$$

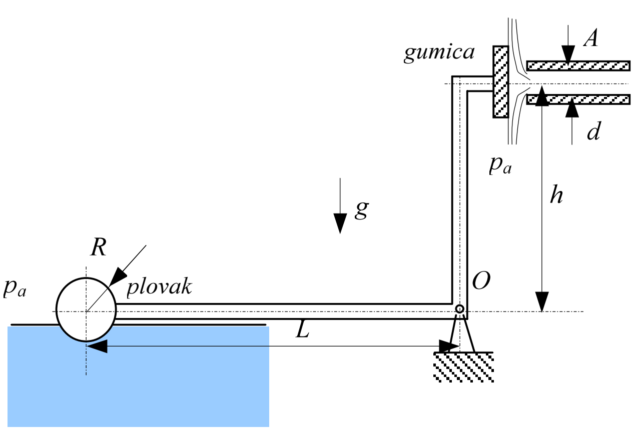
Zbog jednolikosti profila cijevi brzina je u svim presjecima ista. Bernoullijeva jednadžba od početka do kraja cijevi glasi

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = x + \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad p_{M1} = \rho \cdot g \cdot x \qquad p_{M1} = 0.122 bar$$

Poznajući tlak na ulaz u cijev lako je izračunati i silu na cijev iz razlike impulsnih funkcija na ulazu i izlazu iz cijevi

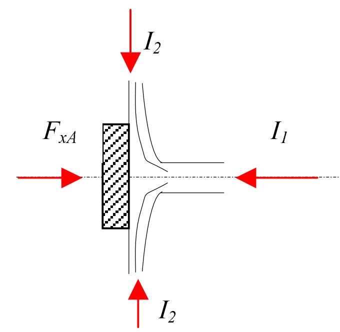
$$F = \left(p_{M1} + \rho \cdot v^2\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} - \rho \cdot v^2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{F = 864.929 N}$$

Ispit 17.12.1999. zadatak 4



Mlaz vode gustoće ρ = 1000 kg/m^3 struju kroz cjevčicu A promjera d = 5 mm i udara u gumicu zatvarača vode u vodokotliću. Podizanjem razine vode u vodokotliću podiže se i plovak koji preko polužja zanemarive težine savladava silu mlaza vode F i približava gumicu otvoru cjevčice. Pretpostavite stacionarno strujanje idealnog fluida te jednolike profile brzina. Odredite koliko puta je sila potrebna za zatvaranje otvore cjevčice veća od sile potrebne za držanje gumice u zatvorenom stanju, ako je totalni pretlak vodovoda p_M = 6 bara. Zadano je: h = 10 cm, L = 24 cm, R = 10 cm.

Neposredno prije zatvaranja cjevčice silu F_{xA} računamo pomoću jednadžbe količine gibanja i impulsnih funkcija



$$F_{xA} = -I_1 \qquad\qquad F_{xA} = -\rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe od točke s totalnim pretlakom do točke neposredno na izlazu iz cjevčice moguće je odrediti brzinu

$$\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \qquad\qquad v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{M0}}{\rho}}$$

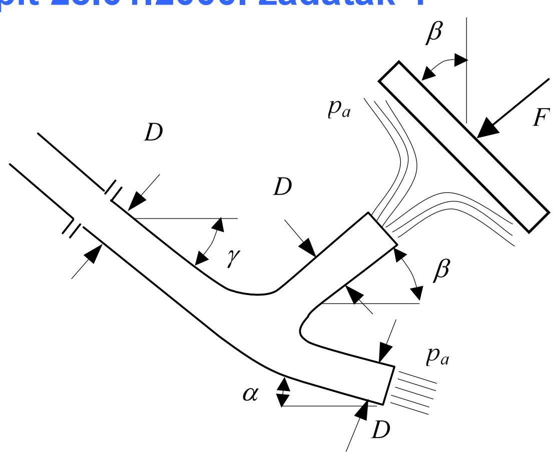
U slučaju potpunog zatvaranja na gumicu djeluje samo sila pretlaka

$$F_{xB} = -p_{M0} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

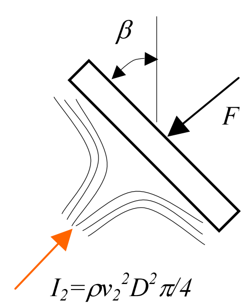
Omjer tih dvaju sila jednak je

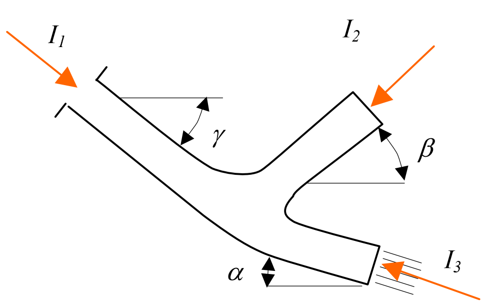
$$\frac{F_{xA}}{F_{xB}} = \frac{\left(-\rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}\right)}{\left(-p_{M0} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}\right)} \qquad \frac{F_{xA}}{F_{xB}} = \frac{\left(-\rho \cdot \frac{2 \cdot p_{M0}}{\rho} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}\right)}{\left(-p_{M0} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}\right)} \qquad \boxed{\frac{F_{xA}}{F_{xB}} = 2}$$

Ispit 28.01.2000. zadatak 4



U horizontalnoj ravnini nalazi se dvokraka račva prema slici. Odredite silu fluida na račvu ako je sila mlaza na ravnu ploču F = 384 N. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: D = 150 mm, ρ = 1000 kg/m^3, $\alpha = 25^0$, $\beta = 37^0$. $\gamma = 42^0$.





Sila F jednaka je impulsnoj funkciji I_2 . Iz jednadžbe količine gibanja za ravnu ploču moguće je izračunati brzinu strujanja v_2

$$F = \rho \cdot v_2^{\,2} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_2 = \frac{2}{(\rho \cdot D \cdot \pi)} \cdot \sqrt{\rho \cdot \pi \cdot F} \qquad v_2 = 4.662\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Pomoću dvije Bernoullijeve jednadžbe i jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati sve brzine i tlakove potrebne za izračunavanje sile na račvu

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \frac{v_3^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad \frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad v_3 = v_2$$

$$v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} + v_3 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad v_1 = v_2 + v_3 \qquad v_1 = 9.323\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$p_{M1} = -\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{v_1^{\,2}}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_3^{\,2}}{g}\right) \cdot \rho \cdot g \qquad p_{M1} = -0.326\,bar$$

iz jednadžbe količine gibanja za račvu moguće je izračunati silu F

$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^{\,2}\right) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = \rho \cdot v_2^{\,2} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_3 = \rho \cdot v_3^{\,2} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

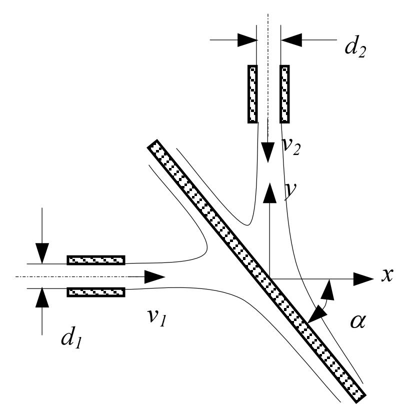
$$F_x = I_1 \cdot cos(\gamma) - I_2 \cdot cos(\beta) - I_3 \cdot cos(\alpha) \qquad F_x = -1.039 \times 10^3\,N$$

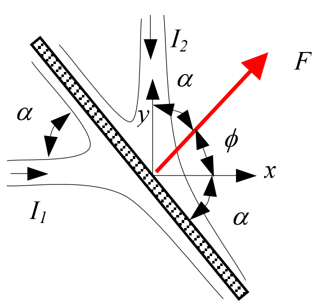
$$F_y = I_3 \cdot sin(\alpha) - I_1 \cdot sin(\gamma) - I_2 \cdot sin(\beta) \qquad F_y = 811.049\,N$$

$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} \qquad \boxed{F = 1.318 \times 10^3\,N} \qquad \phi = atan\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \qquad \boxed{\phi = -37.984\,deg}$$

Ispit 16.02.2000. zadatak 4

Odredite funkcionalnu zavisnost sile F mlaza vode na ploču od kuta α nagiba ploče. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida te strujanje u horizontalnoj ravnini. Zadano je: d_1 = 12 mm, d_2 = 21 mm, v_1 = 3.2 m/s, v_2 = 2.7 m/s , ρ = 1000 kg/m^3 (gustoća fluida).





Impulsne funkcije orijentirane su prema unutra a po iznosu jednake su

$$I_1 = \rho \cdot v_1^{\,2} \cdot \frac{d_1^{\,2} \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = \rho \cdot v_2^{\,2} \cdot \frac{d_2^{\,2} \cdot \pi}{4}$$

$$I_1 = 1.158\,N \qquad I_2 = 2.525\,N$$

Iz uvjeta neviskoznog strujanja fluida slijedi da je sila F okomita na ploču te po iznosu jednaka

$$F = I_1 \cdot sin(\alpha) - I_2 \cdot cos(\alpha) \qquad \phi = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

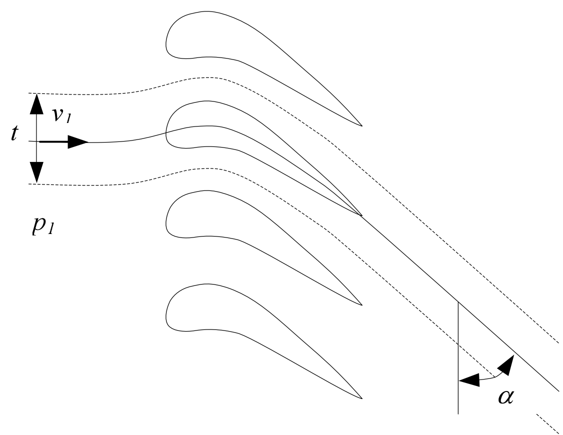
$$F_x = F \cdot sin(\alpha)$$

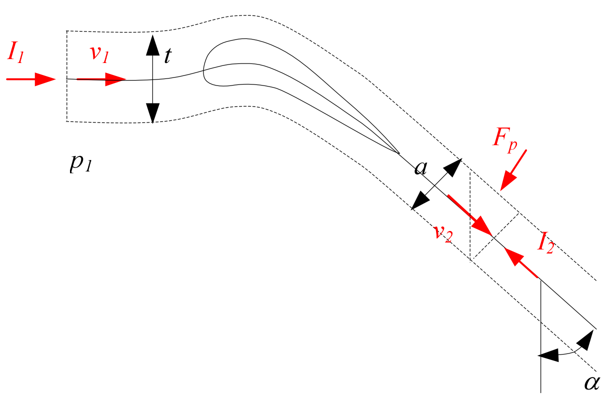
$$F_y = F \cdot cos(\alpha)$$

$$\boxed{F = 1.158\,sin(\alpha) - 2.525\,cos(\alpha)}$$

Ispit 01.03.2000. zadatak 4

Odredite silu na jednu lopaticu u rešetci (jedinične širine) koja skreće strujanje zraka za kut α = 23^0. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: v_1 = 50 m/s, p_{M1} = 0.12 bara, ρ = 1.2 kg/m^3, t = 74 mm.





Iz jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati brzinu v_2

$$v_1 \cdot t = v_2 \cdot a \qquad v_1 \cdot t = v_2 \cdot t \cdot sin(\alpha) \qquad v_2 = \frac{v_1}{sin(\alpha)} \qquad v_2 = 127.965 m s^{-1}$$

iz Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati pretlak p_{M2}

$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$p_{M2} = p_{M1} + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \rho - \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \cdot \rho \qquad p_{M2} = 0.037 bar$$

Impulsne funkcije kao i sila F_p pretlaka p_{M2} računaju se iz izraza

$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot t \cdot B \qquad I_1 = 1.11 \times 10^3 N$$

$$I_2 = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot t \cdot sin(\alpha) \cdot B \qquad I_2 = 674.423 N$$

$$F_p = p_{M2} \cdot t \cdot cos(\alpha) \cdot B \qquad F_p = 250.327 N$$

Sile na lopaticu računamo iz izraza

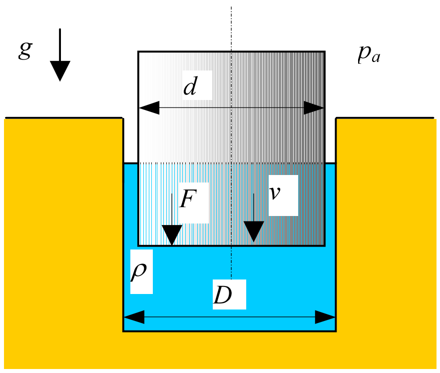
$$F_x = I_1 - I_2 \cdot sin(\alpha) - F_p \cdot cos(\alpha) \qquad F_x = 616.054N$$

$$F_y = I_2 \cdot cos(\alpha) - F_p \cdot sin(\alpha) \qquad F_y = 522.999N$$

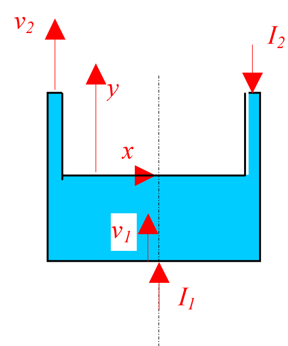
$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} \qquad \boxed{F = 808.116N}$$

$$\phi = atan\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \qquad \boxed{\phi = 40.33deg}$$

Ispit 24.03.2000. zadatak 4



Odredite kojom silom F treba opteretiti klip promjera d = 5 cm, da bi se spuštao brzinom v = 1.2 m/s u cilindru promjera D = 6 cm, ispunjenog vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Uputa: koordinatni sustav postavite relativno u odnosu na klip.



Jednadžba kontinuiteta postavljena za koordinatni sustav koji se giba sa stapom

$$v_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta određuje se izlazna brzina

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{D^2}{(D^2 - d^2)} \qquad v_2 = 3.927\text{ms}^{-1}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe određuje se pretlak na površini cilindra

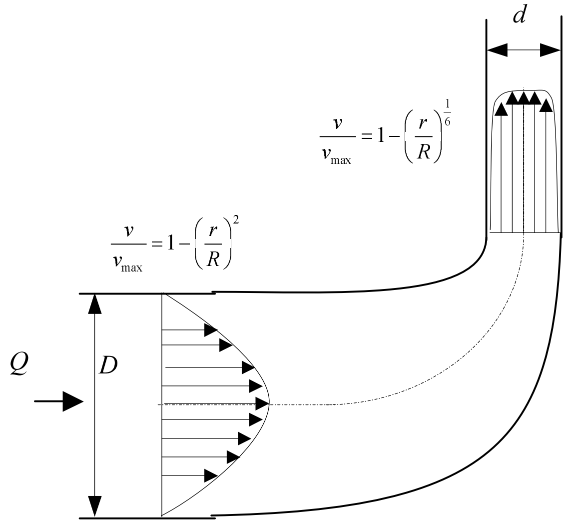
$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad p_{M1} = \frac{(v_2^{\,2} - v_1^{\,2})}{2} \cdot \rho \qquad p_{M1} = 0.07bar$$

Sila na čelo stapa jednaka je razlici impulsnih funkcija

$$F = (p_{M1} + \rho \cdot v_1^{\,2}) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} - \rho \cdot v_2^{\,2} \cdot \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{F = 10.496N}$$

Ispit 28.04.2000. zadatak 4

Odredite silu F na koljeno u horizontalnoj ravnini prema slici. Pri izradi zadatka potrebno je zanemariti sve gubitke trenja, a uzeti u obzir koeficijente ispravka količine gibanja i kinetičke energije. Profil brzine u cijevi zadan je na slici . Zadano je: $p_M = 0.075$ bar $Q = 0.3$ l/s, $D = 24$ cm, $d = 6$ cm, $\rho = 998.2$ kg/m^3, $\mu = 0.00089$ Pas.



Za parabolični profil na ulazu u koljeno računamo srednju brzinu te koeficijente ispravka količine gibanja i kinetičke energije prema izrazima

$$Q = \int_0^R v \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr \qquad Q = \int_0^R v_{max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr \qquad Q = \frac{1}{2} \cdot v_{max} \cdot R^2 \cdot \pi$$

$$v_{sr} \cdot R^2 \cdot \pi = \frac{1}{2} \cdot v_{max} \cdot R^2 \cdot \pi \qquad v_{sr} = \frac{1}{2} \cdot v_{max}$$

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^3 \cdot A} \cdot \left(\int v^3 \, dA\right) \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^2 \cdot A} \cdot \left(\int v^2 \, dA\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^3 \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_0^R v^3 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr\right) \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^2 \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \int_0^R v^2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr$$

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^3 \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_0^R \left[v_{max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right]^3 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr\right] \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^2 \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \int_0^R \left[v_{max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right]^2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr$$

$$\alpha = \frac{1}{\left(4 \cdot v_{sr}^3\right)} \cdot v_{max}^3 \qquad \beta = \frac{1}{\left(3 \cdot v_{sr}^2\right)} \cdot v_{max}^2$$

$$\alpha = 2 \qquad \beta = \frac{4}{3}$$

Za eksponencijalni profil na izlazu iz koljena računamo srednju brzinu te koeficijente ispravka količine gibanja i kinetičke energije prema izrazima

$$Q = \int_0^R v \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr \qquad Q = \int_0^R v_{max} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{6}}\right] \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr \qquad Q = \frac{1}{13} \cdot R^2 \cdot v_{max} \cdot \pi$$

$$v_{sr} \cdot R^2 \cdot \pi = \frac{1}{13} \cdot R^2 \cdot v_{max} \cdot \pi \qquad v_{sr} = \frac{1}{13} \cdot v_{max}$$

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^{\;3} \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_0^R v^3 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr\right) \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^{\;2} \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \int_0^R v^2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr$$

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^{\;3} \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_0^R \left[v_{max} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{6}}\right]\right]^3 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr\right] \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^{\;2} \cdot R^2 \cdot \pi} \cdot \int_0^R \left[v_{max} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{6}}\right]\right]^2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \, dr$$

$$\alpha = \frac{1}{\left(455 \cdot v_{sr}^{\;3}\right)} \cdot v_{max}^{\;3} \qquad \beta = \frac{1}{\left(91 \cdot v_{sr}^{\;2}\right)} \cdot v_{max}^{\;2}$$

$$\alpha = \frac{1}{\left[455 \cdot \left(\frac{1}{13} \cdot v_{max}\right)^3\right]} \cdot v_{max}^{\;3} \qquad \beta = \frac{1}{\left[91 \cdot \left(\frac{1}{13} \cdot v_{max}\right)^2\right]} \cdot v_{max}^{\;2}$$

$$\alpha = \frac{169}{35} \qquad \beta = \frac{13}{7}$$

Upotrebom Bernoullijeve jednadžbe računamo tlak na kraju koljena a primjenom jednadžbe količine gibanja sile na koljeno

$$\alpha_1 = 2 \qquad \alpha_2 = 4.829 \qquad \beta_1 = \frac{4}{3} \qquad \beta_2 = 1.857$$

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} + \alpha_1 \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{D^4 \cdot \pi^2 \cdot g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \alpha_2 \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{d^4 \cdot \pi^2 \cdot g}$$

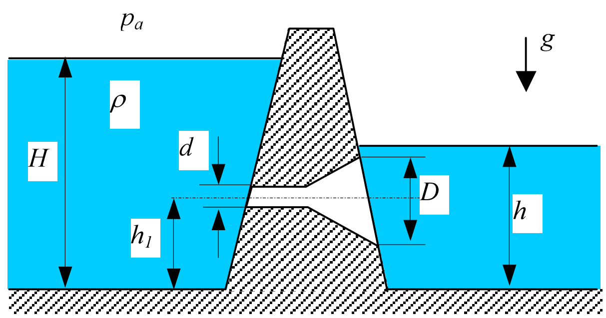
$$p_{M2} = \left[\frac{p_M}{(\rho \cdot g)} + 8 \cdot \alpha_1 \cdot \frac{Q^2}{\left[D^4 \cdot \left(\pi^2 \cdot g\right)\right]} - 8 \cdot \alpha_2 \cdot \frac{Q^2}{\left[d^4 \cdot \left(\pi^2 \cdot g\right)\right]}\right] \cdot \rho \cdot g \qquad p_{M2} = 0.075 bar$$

$$F_x = \left[p_M + \rho \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi}\right)^2\right] \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad F_y = \left[p_{M2} + \rho \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{d^2 \cdot \pi}\right)^2\right] \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\boxed{F_x = 339.295 N} \qquad \boxed{F_y = 21.188 N}$$

Ispit 19.05.2000. zadatak 4

Odredite horizontalnu silu F na branu prema slici: Širina brane okomito na ravninu slike L = 1.5 m. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida te uniformne profile brzine dovoljno daleko ispred i iza brane. Zadano je ρ = 998 kg/m^3, H = 2.1 m, h = 1.05 m, h_1 = 30 cm, d = 0.1 m, D = 0.23 m.



Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe između točaka ispred i iza brane

$$H + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = h + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

te uz upotrebu jednadžbe kontinuiteta

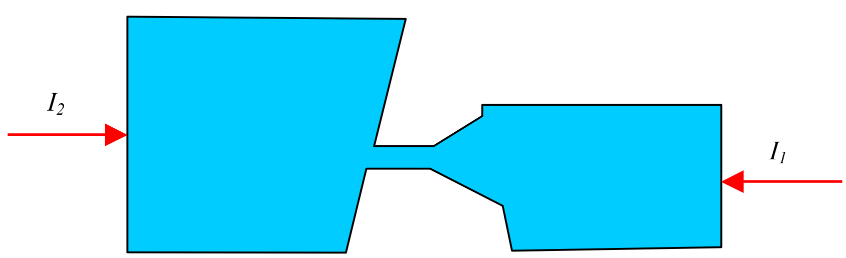
$$v_1 \cdot L \cdot H = v_2 \cdot L \cdot h = Q \qquad v_1 = \frac{Q}{L \cdot H} \qquad v_2 = \frac{Q}{L \cdot h}$$

moguće je izračunati protok Q kroz branu te brzine strujanja

$$H + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot L^2 \cdot H^2} = h + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot L^2 \cdot h^2} \qquad Q = L \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (H - h)}{\frac{1}{h^2} - \frac{1}{H^2}}} \qquad Q = 8.253 \mathrm{m}^3 \mathrm{s}^{-1}$$

$$v_1 = \frac{Q}{L \cdot H} \qquad v_2 = \frac{Q}{L \cdot h} \qquad v_1 = 2.62 \mathrm{ms}^{-1} \qquad v_2 = 5.24 \mathrm{ms}^{-1}$$

Postavljanjem impulsnih funkcija izračunava se sila na branu

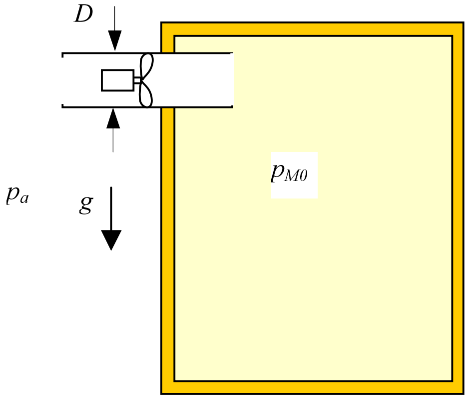


$$I_1 = \left(\rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} + \rho \cdot v_1^2 \right) L \cdot H \qquad I_2 = \left(\rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} + \rho \cdot v_2^2 \right) L \cdot h$$

$$I_1 = 5.395 \times 10^4 N \qquad I_2 = 5.125 \times 10^4 N$$

$$F_x = I_1 - I_2 \qquad \boxed{F_x = 2.698 \times 10^3 N}$$

Ispit 28.06.2000. zadatak 4



Odredite aksijalnu silu na ventilator koji ubacuje svježi zrak gustoće ρ = 1.14 kg/m^3 protokom Q = 0.3 m^3/s u prostoriju. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: D = 200 mm. p_{M0} = 100 Pa (pretlak u prostoriji).

Brzina strujanja kroz ventilator izračunava se iz izraza

$$v = \frac{4\cdot Q}{D^2\cdot\pi} \qquad v = 9.549\mathrm{m\,s}^{-1}$$

Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe od točke izvan prostorije kroz cjevovod do točke unutar prostorije izračunava se visina dobave ventilatora

$$h_v = \frac{p_{M0}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad h_v = \frac{p_{M0}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad h_v = 13.594\mathrm{m}$$

Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe od točke neposredno prije ventilatora do točke unutar prostorije izračunava se tlak ispred ventilatora

$$\frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} + h_v = \frac{p_{M0}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad p_{M1} = p_{M0} - \rho\cdot g\cdot h_v \qquad p_{M1} = -5.198\times 10^{-4}\,bar$$

Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe od točke neposredno prije ventilatora do točke neposredno iza ventilatora izračunava se tlak iza ventilatora

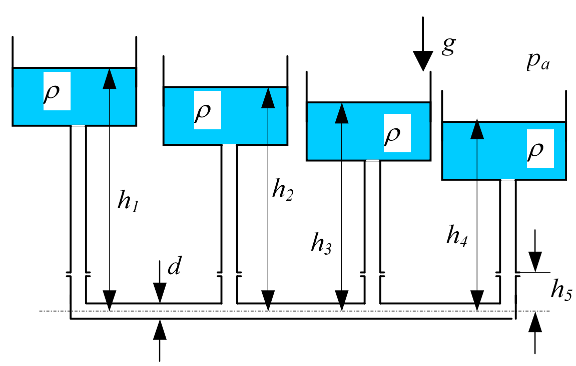
$$\frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} + h_v = \frac{p_{M2}}{\rho\cdot g} + \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad p_{M2} = p_{M1} + \rho\cdot g\cdot h_v \qquad p_{M2} = 1\times 10^{-3}\,bar$$

Postavljanjem jednadžbe količine gibanja izračunava se aksijalna sila na ventilator

$$F = \left(p_{M1} + \rho\cdot v^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} - \left(p_{M2} + \rho\cdot v^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad \boxed{F = -4.775N}$$

Ispit 12.07.2000. zadatak 4

Odredite silu F na račvu prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: h_1 = 2.3 m, h_2 = 2.1 m, h_3 = 1.8 m, h_4 = 1.3 m, h_5 = 0.3 m, D = 12 mm (promjer svih cjevovoda), ρ = 998 kg/m^3, V = 73 lit. (volumen vode u račvi).



U slučaju neviskoznog strujanja fluid struji od mjesta s najvećom piezometarskom visinom prema mjestima s nižom piezometarskom visinom. Iz Torricellijeve jednadžbe računamo brzine strujanja.

$$v_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot(h_1 - h_2)} \qquad v_3 = \sqrt{2\cdot g\cdot(h_1 - h_3)} \qquad v_4 = \sqrt{2\cdot g\cdot(h_1 - h_4)}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta računamo brzinu strujanja u krajnje lijevoj cijevi

$$v_1\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} = v_2\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} + v_3\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} + v_4\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad v_1 = v_4 + v_2 + v_3$$

$$v_1 = 9.541\text{ms}^{-1} \qquad v_2 = 1.981\text{ms}^{-1} \qquad v_3 = 3.132\text{ms}^{-1} \qquad v_4 = 4.429\text{ms}^{-1}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe računamo tlak na prirubnici krajnje lijeve cijevi

$$h_1 = h_5 + \frac{v_1^2}{2\cdot g} + \frac{p_{M1}}{\rho\cdot g} \qquad p_{M1} = \left(h_1 - h_5 - \frac{1}{2}\cdot\frac{v_1^2}{g}\right)\cdot\rho\cdot g$$

Analogno računamo i ostale tlakove (ne smije se zaboraviti izlazni gubitak)

$$h_5 + \frac{v_2^2}{2\cdot g} + \frac{p_{M2}}{\rho\cdot g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2\cdot g}$$

$$p_{M2} = (h_2 - h_5)\cdot\rho\cdot g \qquad p_{M3} = (h_3 - h_5)\cdot\rho\cdot g \qquad p_{M4} = (h_4 - h_5)\cdot\rho\cdot g$$

Impulsne funkcije računaju se iz izraza

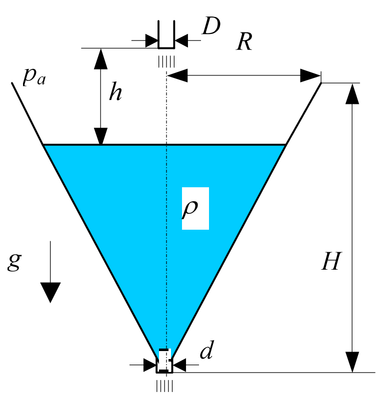
$$I_1 = \left(p_{M1} + \rho\cdot v_1^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad I_2 = \left(p_{M2} + \rho\cdot v_2^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

$$I_3 = \left(p_{M3} + \rho\cdot v_3^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad I_4 = \left(p_{M4} + \rho\cdot v_4^2\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

Sila na račvu jednaka je

$$F = -\rho\cdot g\cdot V - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 \qquad \boxed{F = -730.328N}$$

Ispit 04.09.2000. zadatak 4



0.2

Odredite silu F na lijevak prema slici. Pretpostavite stacionarno neviskozno strujanje fluida te zanemarite težinu lijevka. Zadano je: Q = lit/s, D = 0.05 m, d = 0.011 m, H = 27 cm, R = 11 cm, $h \cong 0$, ρ = 1000 kg/m^3.

Iz izraza za protok određuje se brzina na vrhu lijevka

$$Q = v_1\cdot\frac{D^2\pi}{4} \qquad v_1 = \frac{4\cdot Q}{D^2\pi} \qquad v_1 = 0.102\text{ms}^{-1}$$

U stacionarnom strujanju količina fluida koja ulazi u lijevak mora biti jednaka količini fluida koja izlazi iz lijevka

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{d^2 \pi} \qquad v_2 = 2.105 \mathrm{ms}^{-1}$$

Bernoullijeva jednadžba od površine na vrhu lijevka do dna lijevka

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad h_1 = 0.226 \mathrm{m}$$

Iz geometrijske sličnosti trokuta slijedi

$$\frac{h_1}{r} = \frac{H}{R} \qquad r = \frac{h_1}{H} \cdot R \qquad r = 0.092 \mathrm{m}$$

Impulsne funkcije i težina fluida u lijevku računaju se prema izrazima

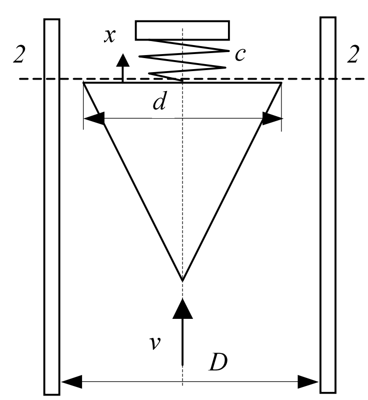
$$I_1 = \rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = \rho \cdot v_2^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad G = \rho \cdot g \cdot \frac{h_1 \cdot r^2 \cdot \pi}{3}$$

Sila na lijevak jednaka je

$$F = -G - I_1 + I_2 \qquad \boxed{F = -19.228 N}$$

Ispit 19.09.2000. zadatak 4

Odredite pomak stošca x ako je brzina strujanja v = 7 m/s kroz cijev promjera D = 0.12 m prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida, uniformne profile brzine na svim presjecima te konstantan tlak u presjeku 2-2. Utjecaj gravitacije zanemarite. Zadano je: d = 0.09 m, c = 12500 N/m (krutost opruge), ρ = 998.2 kg/m^3 gustoća fluida.



Iz jednadžbe kontinuiteta računa se brzina na presjeku 2-2

$$v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = v_2 \cdot \frac{\left(D^2 - d^2\right) \cdot \pi}{4} \qquad v_2 = v \cdot \frac{D^2}{D^2 - d^2} \qquad v_2 = 16 \mathrm{ms}^{-1}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati razliku tlakova na presjeku 1 i 2

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 \qquad \Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_2^2 - v^2\right) \qquad \Delta p = 1.033 bar$$

Sila na konus jednaka je razlici impulsnih funkcija

$$F = \rho\cdot v^2\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} - \rho\cdot v_2^{\,2}\cdot\left(\frac{D^2-d^2}{4}\right)\cdot\pi + \Delta p\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

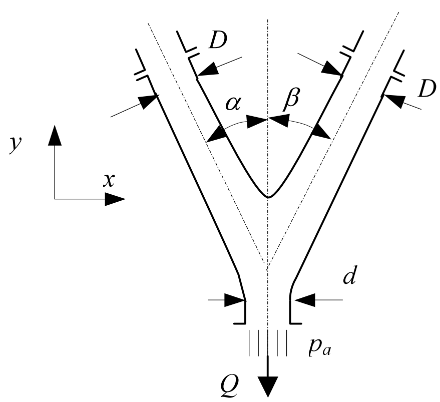
$$F = \left(p_1+\rho\cdot v^2\right)\cdot\frac{D^2\pi}{4} - \left(p_2+\rho\cdot v_2^{\,2}\right)\cdot\frac{\left(D^2-d^2\right)\cdot\pi}{4} - p_2\cdot\frac{d^2\pi}{4}$$

$$F = \rho\cdot v^2\cdot\frac{D^2\pi}{4} - \rho\cdot v_2^{\,2}\cdot\frac{\left(D^2-d^2\right)\cdot\pi}{4} + \Delta p\cdot\frac{D^2\pi}{4} \qquad F = 457.22N$$

Pomak se računa iz izraza

$$x = \frac{F}{c} \qquad \boxed{x = 0.037\text{m}}$$

Ispit 24.11.2000. zadatak 4



Odredite F_y komponentu sile na račvu koja se nalazi u horizontalnoj ravnini, prema slici, ako je F_x komponenta sile jednaka nuli. Zadano je Q = 20.8 l/s, ρ = 998 kg/m^3, α = 26^0, β = 35^0, d = 100 mm, D = 130 mm.

Potrebno je postaviti Bernoullijeve jednadžbe, jednadžbu kontinuiteta i jednadžbu količine gibanja (x komponentu) da bi izračunali tlakove i brzine na svim presjecima

$$\frac{p_{ML}}{\rho\cdot g} + \frac{v_L^{\,2}}{2\cdot g} = \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad \frac{p_{MD}}{\rho\cdot g} + \frac{v_D^{\,2}}{2\cdot g} = \frac{v^2}{2\cdot g} \qquad v\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} = v_L\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} + v_L\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

$$I_L\cdot sin(\alpha) = I_D\cdot sin(\beta) \qquad \left(p_{ML}+\rho\cdot v_L^{\,2}\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}\cdot sin(\alpha) = \left(p_{MD}+\rho\cdot v_D^{\,2}\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}\cdot sin(\beta)$$

Dobiven je sustav o četiri jednadžbe s četiri nepoznanice koji je potrebno riješiti

$$v = \frac{4\cdot Q}{d^2\cdot\pi} \qquad v_D = v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L \qquad p_{ML} = \frac{\rho}{2}\cdot\left(v^2 - v_L^{\,2}\right) \qquad p_{MD} = \frac{\rho}{2}\cdot\left[v^2 - \left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2\right]$$

$$\left[\frac{\rho}{2}\cdot\left(v^2-v_L^{\,2}\right) + \rho\cdot v_L^{\,2}\right]\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}\cdot sin(\alpha) = \left[\frac{\rho}{2}\cdot\left[v^2 - \left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2\right] + \rho\cdot\left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2\right]\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}\cdot sin(\beta)$$

jednadžbu količine gibanja (x komponenta) potrebno je srediti i riješiti

$$\left[\frac{\rho}{2}\cdot\left(v^2 - v_L^{\,2}\right) + \rho\cdot v_L^{\,2}\right]\cdot\frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)} = \frac{\rho}{2}\cdot\left[v^2 + \left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2\right]$$

$$\left(v^2 + v_L^{\,2}\right)\cdot\frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)} = v^2 + \left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2$$

Očito je potrebno riješiti kvadratnu jednadžbu

$$\left(v^2 + v_L^{\,2}\right)\cdot\frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)}\cdot D^4 - \left(v^2\cdot D^4 + v^2\cdot d^4 - 2\cdot v\cdot d^2\cdot v_L\cdot D^2 + v_L^{\,2}\cdot D^4\right) = 0$$

$$a = \frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)}\cdot D^4 - D^4 \qquad b = 2\cdot v\cdot d^2\cdot D^2 \qquad c = \frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)}\cdot D^4\cdot v^2 - \left(v^2\cdot D^4 + v^2\cdot d^4\right)$$

$$a\cdot v_L^{\,2} + b\cdot v_L + c = 0 \qquad v_L = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \qquad v_L = 1.475\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Drugo rješenje kvadratne jednadžbe ne daje fizikalno rješenje. Potrebni tlakovi i brzine izračunavaju se iz izraza

$$v_D = v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L \qquad p_{ML} = \frac{\rho}{2}\cdot\left(v^2 - v_L^{\,2}\right) \qquad p_{MD} = \frac{\rho}{2}\cdot\left[v^2 - \left(v\cdot\frac{d^2}{D^2} - v_L\right)^2\right]$$

$$v_D = 0.092\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad p_{ML} = 2.415\times 10^3\,\mathrm{Pa} \qquad p_{MD} = 3.496\times 10^3\,\mathrm{Pa}$$

Vertikalnu komponentu sile računamo iz izraza (kao je horizontalna komponenta prema uvjetu zadatka jednaka nuli to je ujedno i ukupna sila)

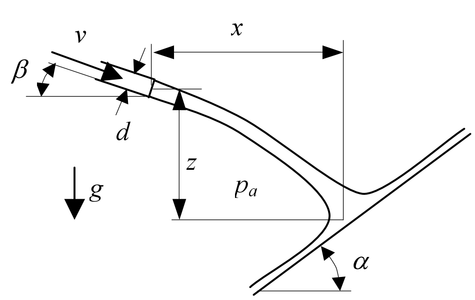
$$I = \rho\cdot v^2\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad I_L = \left(p_{ML} + \rho\cdot v_L^{\,2}\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad I_D = \left(p_{MD} + \rho\cdot v_D^{\,2}\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

$$I = 54.975\mathrm{N} \qquad I_L = 60.856\mathrm{N} \qquad I_D = 46.511\mathrm{N}$$

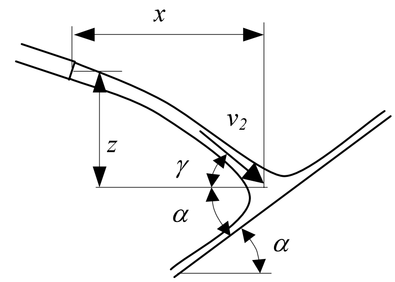
$$F_y = I - I_L\cdot cos(\alpha) - I_D\cdot cos(\beta) \qquad \boxed{F_y = -37.821\mathrm{N}}$$

Ispit 15.12.2000. zadatak 4

Odredite silu F mlaza vode na ploču prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: $x = 3$ m , $z = 7$ m, $d = 0.05$ m, $\alpha = 47^0$, $\beta = 12^0$, $\rho = 998$ kg/m^3.



Iz jednadžbe kosog hica moguće je odrediti brzinu na izlazu iz mlaznice



$$v \cdot cos(\beta) = \frac{x}{t} \qquad t = \frac{x}{v \cdot cos(\beta)}$$

$$z = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v \cdot sin(\beta)\, t \qquad z = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{v \cdot cos(\beta)}\right)^2 + x \cdot tan(\beta)$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{(z - x \cdot tan(\beta)) \cdot (cos(\beta))^2}} \qquad v = 2.692\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad t = \frac{x}{v \cdot cos(\beta)} \qquad t = 1.139\mathrm{s}$$

Iz jednadžbe kosog hica moguće je izračunati brzinu neposredno ispred ploče kao i kut mlaza vode neposredno ispred ploče

$$v_x = v \cdot cos(\beta) \qquad v_z = v \cdot sin(\beta) + g \cdot t \qquad v_x = 2.634\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_z = 11.731\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

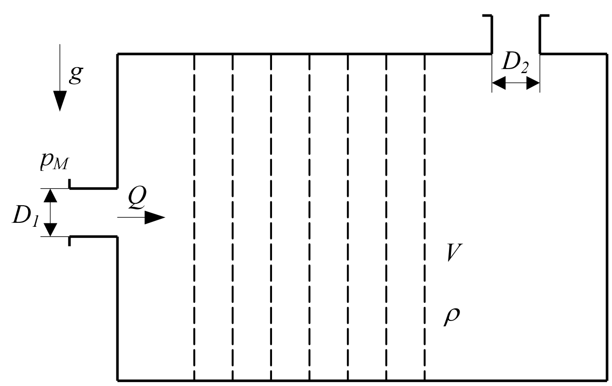
$$\gamma = atan\left(\frac{v_z}{v_x}\right) \qquad \gamma = 77.346 deg \qquad v_2 = \sqrt{v_x^{\,2} + v_z^{\,2}} \qquad v_2 = 12.023\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

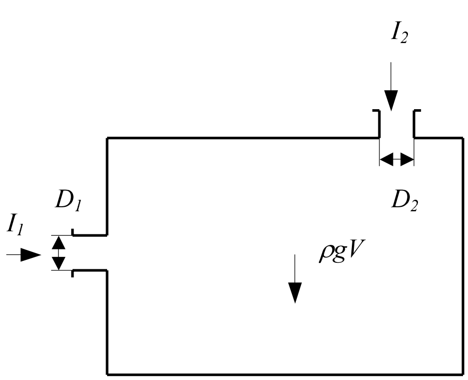
Zbog nepostojanja trenja (strujanje idealnog fluida) nema ni komponente strujanja u smjeru ploče, već postoji samo komponenta sile okomita na ploču

$$Q = v \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad F = \rho \cdot v_2 \cdot Q \cdot sin(\alpha + \gamma) \qquad \boxed{F = 52.373\mathrm{N}}$$

Ispit 14.02.2001. zadatak 4

Fluid prolazi kroz filtar protokom Q = 18.7 m^3/h pri čemu je pad tlaka kroz filtar Δp = 0.8 bara. Odredite rezultantnu silu F fluida na filtar, ako je pretlak na ulazu u filtar p_M = 3.6 bara, a unutrašnji volumen filtra V = 175 l. Zadano je: D_1 = 100 mm, D_2 = 80 mm, ρ = 999.9 kg/m^3.





Da bi se izračunala sila na filtar potrebno je izračunati tlakove i brzine na presjecima 1 i 2.

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{D_1^2 \cdot \pi} \qquad v_2 = \frac{4 \cdot Q}{D_2^2 \cdot \pi}$$

$$v_1 = 0.661 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_2 = 1.033 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_{M2} = p_M - \Delta p \qquad p_{M2} = 2.8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Za kontrolni volumen prema slici računaju se impulsne funkcije te komponente sile prema sljedećim izrazima

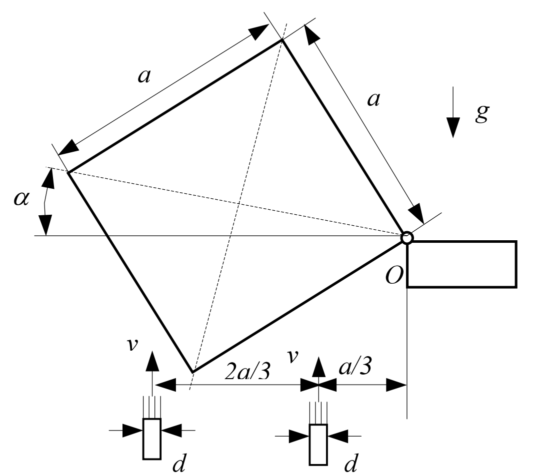
$$I_1 = \left(p_M + \rho \cdot v_1^2\right) \cdot \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} \qquad F_x = I_1 \qquad F_x = 2.831 \times 10^3 \text{ N}$$

$$I_2 = \left(p_{M2} + \rho \cdot v_2^2\right) \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad F_z = -I_2 - \rho \cdot g \cdot V \qquad F_z = -3.129 \times 10^3 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} \qquad \boxed{F_R = 4.219 \times 10^3 \text{ N}} \qquad \alpha = atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right) \qquad \boxed{\alpha = -47.862 deg}$$

Ispit 28.02.2001. zadatak 4

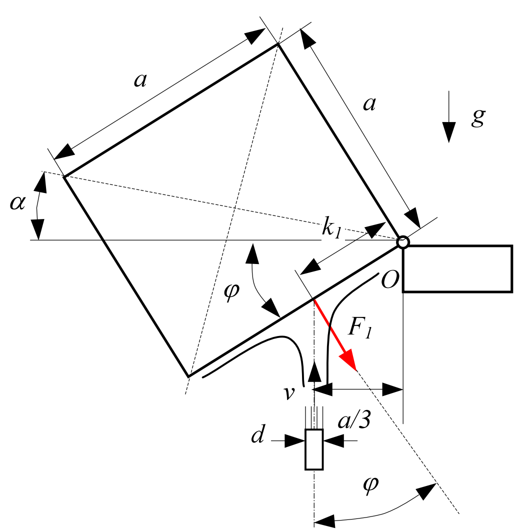
Dva mlaza vode drže u ravnoteži kocku mase m zglobno vezana u točci O. Odredite masu kocke ako je kocka nagnuta za $\alpha = 15^0$. Pretpostavite neviskozno strujanje, a mase mlazova zanemarite. Zadano je: $\rho = 1000$ kg/m^3, $v = 12$ m/s, $d = 0.07$m.

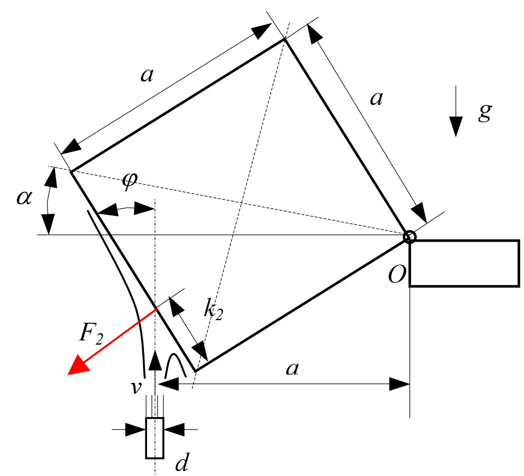


Iz geometrije je očito

$$\phi = \frac{\pi}{4} - \alpha \qquad \phi = 30 deg$$

$$k_1 = \frac{a}{3 \cdot cos(\phi)} \qquad k_2 = \frac{a \cdot (1 - cos(\phi))}{sin(\phi)}$$





Kako je riječ o neviskoznom strujanje nemoguće je prenijeti tangencijalnu komponentu sile na površinu. Prema tome sila F_1 i F_2 moraju biti okomite na površine (prema slikama). Impulsne funkcije dijela mlaza nakon sudara s kockom nikako ne sudjeluju u normalnoj komponenti sile (nalaze se u ravnini okomitoj na silu). Impulsna funkcija mlaza jednaka je

$$I = \rho \cdot v^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad I = 554.177\text{N}$$

Sile F_1 i F_2 jednake su

$$F_1 = I \cdot cos(\phi) \qquad F_2 = I \cdot sin(\phi) \qquad F_1 = 479.931\text{N} \qquad F_2 = 277.088\text{N}$$

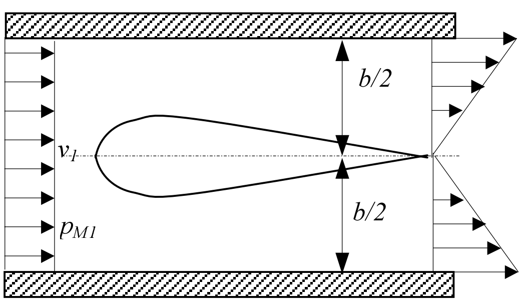
Masu kocke određujemo iz uvjeta da je suma momenta oko točke O jednaka nuli.

$$m_k \cdot g \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos(\alpha) - F_1 \cdot k_1 - F_2 \cdot k_2 = 0$$

$$m_k \cdot g \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot cos(\alpha) - I \cdot cos(\phi) \cdot \frac{a}{3 \cdot cos(\phi)} - I \cdot sin(\phi) \cdot \frac{a \cdot (1 - cos(\phi))}{sin(\phi)} = 0$$

$$m_k = \frac{I}{3} \cdot (4 - 3 \cdot cos(\phi)) \cdot \frac{\sqrt{2}}{(g \cdot cos(\alpha))} \qquad \boxed{m_k = 38.664\text{kg}}$$

Ispit 23.03.2001. zadatak 4



Sila otpora profila avionskog krila jedinične širine mjeri se u zračnom tunelu širine b = 1.2 m. Odredite silu na profil ako su na presjecima 1 i 2 snimljeni profili brzine prema slici. Pretpostavite konstantan tlak na svakom vertikalnom presjeku. Zadao je: ρ = 1.2 kg/m^3, p_{M1} = 0.25 bar, v_1 = 10 m/s.

Profil brzine na izlaznom bridu profila avionskog krila zadan je izrazom

$$v_2(y) = v_2 \cdot \frac{2 \cdot y}{b}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta moguće je izračunati brzinu v_2 (zbog simetričnosti u razmatranje je uzeta samo gornja polovica slike)

$$v_1 \cdot \frac{b}{2} \cdot B = \int_0^{\frac{b}{2}} v_2 \cdot \frac{2 \cdot y}{b} \cdot B \, dy \qquad \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot b \cdot B = \frac{1}{4} \cdot b \cdot v_2 \cdot B \qquad v_2 = 2 \cdot v_1$$

Kako su profili brzina na izlaznom bridu krila različiti od pravokutnih potrebno je u razmatranje uzeti u obzir i koeficijente ispravka količine gibanja i kinetičke energije (srednja brzina na izlaznom presjeku jednaka je $v_{2\,sred} = v_1$)

$$\alpha = \frac{1}{v_{sr}^3 \cdot A} \cdot \left(\int v^3 \, dA \right) \qquad \beta = \frac{1}{v_{sr}^2 \cdot A} \cdot \left(\int v^2 \, dA \right)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{v_1^3 \cdot B \cdot \frac{b}{2}} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} \left(2 \cdot v_1 \cdot \frac{2 \cdot y}{b} \right)^3 \cdot B \, dy \qquad \beta_2 = \frac{1}{v_1^2 \cdot B \cdot \frac{b}{2}} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} \left(2 \cdot v_1 \cdot \frac{2 \cdot y}{b} \right)^2 \cdot B \, dy$$

$$\alpha_2 = 2 \qquad \beta_2 = 1.333$$

Pomoću Bernoullijeve jednadžbe moguće je izračunati pretlak na izlaznom bridu krila (kod postavljanja jednadžbe potrebno je uzeti u obzir $v_{2\,sred} = v_1$)

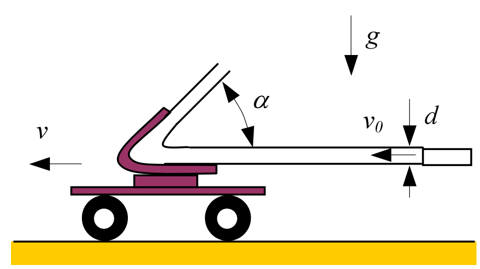
$$\frac{p_{M1}}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_{M2}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_1^2}{2g} \qquad p_{M2} = p_{M1} + \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_1^2 - \alpha_2 \cdot v_1^2 \right) \qquad p_{M2} = 0.249 bar$$

Iz jednadžbe količine gibanja pomoću impulsnih funkcija moguće je izračunati silu na krilo

$$F_x = I_1 - I_2 \qquad F_x = \left(p_{M1} + \rho \cdot v_1^2 \right) b \cdot B - \left(p_{M2} + \beta_2 \cdot \rho \cdot v_1^2 \right) b \cdot B \qquad \boxed{F_x = 24\,\mathrm{N}}$$

Ispit 27.04.2001. zadatak 4

Odredite brzinu v kolica pogonjenih mlazom vode promjera d = 20 mm. Pretpostavite da se otpor zraka računa prema izrazu $F_D = C_D \rho_z v^2 A/2$ te pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: v_0 = 10 m/s, $\alpha = 23^0$, C_D = 0.023, A = 2 m^2, ρ = 998.2 kg/m^3, ρ_z = 1.2 kg/m^3.



Pri rješenju ovog zadatka potrebno je uvesti pomični koordinatni sustav koji se giba sa kolicima brzinom v. Relativna brzina w nastrujavanja fluida na lopaticu jednaka je $w = v_0 - v$. Iz jednadžbe ravnoteže sila (sila otpora jednaka je sili dobivenoj iz jednadžbe količine gibanja u relativnom sustavu)

$$F_D = C_D \cdot \frac{\rho_z}{2} \cdot v^2 \cdot A = F = I + I \cdot cos(\alpha) = \rho \cdot w^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 + cos(\alpha))$$

$$C_D \cdot \frac{\rho_z}{2} \cdot v^2 \cdot A = \rho \cdot (v_o - v)^2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 + cos(\alpha))$$

Rješenjem ove kvadratne jednadžbe dobiva se tražena brzina kolica v

$$\left[\frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha))\cdot\rho - C_D\cdot\frac{\rho_z}{2}\cdot A\right]\cdot v^2 - 2\cdot v_0\cdot\rho\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha))\cdot v + \frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha))\cdot\rho\cdot v_0^{\,2} = 0$$

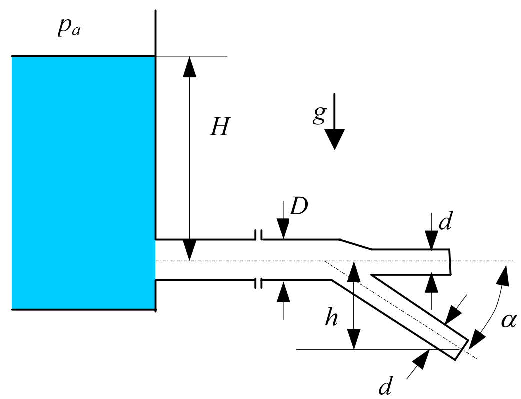
$$a = \frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha))\cdot\rho - C_D\cdot\frac{\rho_z}{2}\cdot A \qquad b = 2\cdot v_0\cdot\rho\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha)) \qquad c = \frac{d^2\cdot\pi}{4}\cdot(1+\cos(\alpha))\cdot\rho\cdot v_0^{\,2}$$

$$a\cdot v^2 - b\cdot v + c = 0 \qquad v = \begin{bmatrix} \dfrac{b+\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{(2\cdot a)} \\ \dfrac{b-\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{(2\cdot a)} \end{bmatrix} \qquad \boxed{v = \begin{pmatrix} 12.724 \\ 8.237 \end{pmatrix}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Usvaja se fizikalno realno rješenje v = 8.237 m/s.

Ispit 27.06.2001. zadatak 4

Odredite silu na račvu prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida gustoće ρ = 999 kg/m^3. Zadano je: D = 12 cm, d = 3 cm, $\alpha = 45^0$. H = 2.3 m, h = 0.3 m, V = 0.03 m^3 (volumen vode unutar račve).



Iz Toricellyeve jednadžbe izračunavaju se brzine na izlaznim površinama

$$v_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot H} \qquad v_1 = 6.716\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot(H+h)} \qquad v_2 = 7.141\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta izračunava se brzina na ulazu u račvu

$$v_3\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} = (v_1+v_2)\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad v_3 = (v_1+v_2)\cdot\frac{d^2}{D^2} \qquad v_3 = 0.866\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Pomoću Bernoullijeve jednadžbe računa se pretlak na ulaznoj površini u račvu

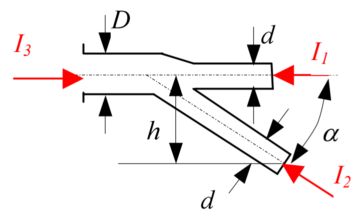
$$H = \frac{p_{M3}}{\rho\cdot g} + \frac{v_3^{\,2}}{2\cdot g} \qquad p_{M3} = \rho\cdot g\cdot H - \frac{\rho}{2}\cdot v_3^{\,2} \qquad p_{M3} = 0.222bar$$

Impulsne funkcije računamo iz izraza

$$I_1 = \rho\cdot v_1^{\,2}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad I_2 = \rho\cdot v_2^{\,2}\cdot\frac{d^2\cdot\pi}{4} \qquad I_3 = \left(p_{M3}+\rho\cdot v_3^{\,2}\right)\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4}$$

$$I_1 = 31.855\mathrm{N} \qquad I_2 = 36.01\mathrm{N} \qquad I_3 = 259.077\mathrm{N}$$

Sila na računu računa se iz jednadžbe količine gibanja



$$F_x = I_3 - I_1 - I_2 \cdot cos(\alpha) \qquad F_x = 201.759\text{N}$$

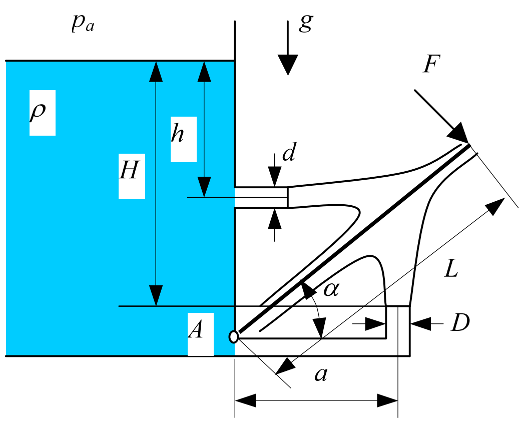
$$F_z = I_2 \cdot sin(\alpha) - \rho \cdot g \cdot V \qquad F_z = -268.442\text{N}$$

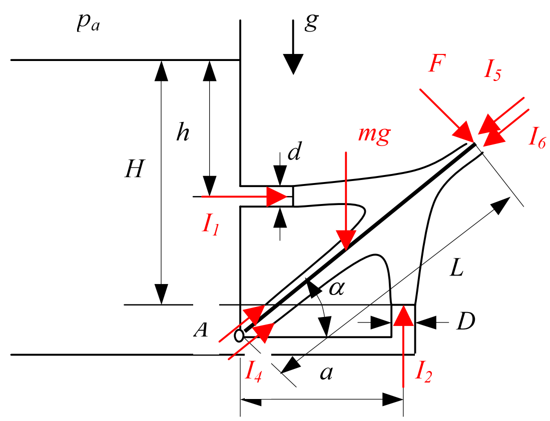
$$F_R = \sqrt{\left(F_x^{\ 2} + F_z^{\ 2}\right)} \qquad F_R = 335.81\text{N}$$

$$\beta = atan\left(\frac{F_z}{F_x}\right) \qquad \beta = -53.072deg$$

Ispit 11.07.2001. zadatak 4

Odredite silu F koja pridržava ploču mase m_{ploce} = 64 kg zglobno pričvršćenu u točki A. Pretpostavit neviskozno strujanje fluida te zanemarite težinu mlaza vode. Zadano je: L = 2.3m, H = 7.4 m, h = 1.2 m, a = 0.75 m, D = 0.1 m, d = 5 cm, $\alpha = 47^0$, ρ = 998.2 kg/m^3.





Na ploču sljedeće sile: sila težine ploče mg, sila F te sile mlaza vode predstavljene impulsnim funkcijama I_1 do I_6 . Brzine mlaza vode računa se iz Toricellyeve jednadžbe

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \qquad v_1 = 4.851\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \qquad v_2 = 12.047\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Impulsne funkcije se računaju prema izrazima

$$I_1 = \rho \cdot v_1^{\ 2} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_2 = \rho \cdot v_2^{\ 2} \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad I_1 = 46.13\text{N} \qquad I_2 = 1.138 \times 10^3 \text{ N}$$

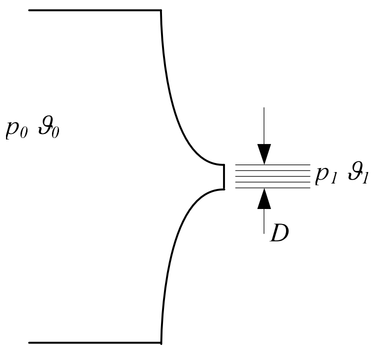
Da bi ploča bila u ravnoteži suma momenata oko točke A mora biti jednaka nuli (Impulsne funkcije I_3 do I_6 ne čine moment oko točke A).

$$F \cdot L + m_{ploce} \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) + I_1 \cdot (H - h) - I_2 \cdot a = 0$$

$$F = -\frac{m_{ploce} \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot cos(\alpha) + I_1 \cdot (H - h) - I_2 \cdot a}{L} \qquad \boxed{F = 32.673\text{N}}$$

Izentropsko strujanje

Ispit 08.07.1998. zadatak 5



Pri izentropskom istjecanju zraka ($æ$ = 1.4, R = 287 J/kgK) iz spremnika kroz konvergentnu sapnicu promjera D = 50 mm izmjeren je maseni protok q_{maseni} = 0.5 kg/s. Odredite tlak i temperaturu u spremniku, ako je temperatura izlaznog mlaza ϑ = 20^{0}C, a tlak p_1 = 1.01 bar.

Gustoća fluida u izlaznom mlazu računa se iz jednadžbe stanja plina

$$\frac{p}{\rho} = R\cdot T \qquad \rho_1 = \frac{p_1}{R\cdot T_1} \qquad \rho_1 = 1.2\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Brzina fluida u izlaznom mlazu računa se iz jednadžbe za maseni protok

$$q_{maseni} = \rho_1\cdot v_1\cdot\frac{D^2\cdot\pi}{4} \qquad v_1 = \frac{4\cdot q_{maseni}}{\rho_1\cdot D^2\cdot\pi} \qquad v_1 = 212.124\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Temperatura fluida u spremniku (u stanju mirovanja) računa se iz Bernoullijeve jednadžbe

$$\frac{\kappa}{(\kappa-1)}\cdot\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^{\,2}}{2} = \frac{\kappa}{(\kappa-1)}\cdot R\cdot T_0 \qquad T_0 = \frac{1}{R}\cdot\left(\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{\kappa-1}{\kappa}\cdot\frac{v_1^{\,2}}{2}\right) \qquad T_0 = 315.548\text{K}$$

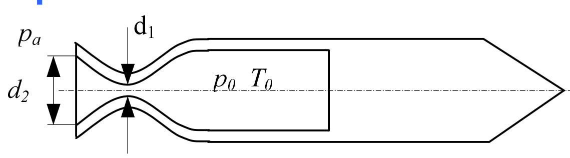
Gustoća fluida u spremniku računa se pomoću jednadžbe izentrope

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \qquad \rho_0 = \rho_1\cdot\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \qquad \rho_0 = 1.443\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tlak fluida u spremniku računa se iz jednadžbe stanja plina

$$p_0 = \rho_0\cdot R\cdot T_0 \qquad \boxed{p_0 = 1.307\,bar}$$

Ispit 20.11.1998. zadatak 5



Izračunaj promjer D_2 pravilno proširene sapnice (tlak u mlazu jednak je tlaku okoline) koja osigurava potisnu silu protugradne rakete od F = 100 N, ako je zadan tlak u komori izgaranja p_0 = 147 bara, a temperatura izgaranja T_0 = 620 K, Plinove izgaranja smatrajte savršenim plinom u izentropskom strujanju (R = 287.05 J/kgK, $æ$ = 1.4). Zadano je: p_a = 1.013 bara.

Iz jednadžbe stanja plina moguće je izračunati gustoću fluida u komori sagorijevanja

$$\frac{p_0}{\rho_0} = R\cdot T_0 \qquad \rho_0 = \frac{p_0}{R\cdot T_0} \qquad \rho_0 = 82.598\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Pomoću jednadžbe izentrope izračunava se gustoća fluida u izlaznom mlazu

$$\frac{p_0}{\rho_0^{\kappa}} = \frac{p_a}{\rho_2^{\kappa}} \qquad \rho_2 = \rho_0 \cdot \left(\frac{p_a}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \qquad \rho_2 = 2.36\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

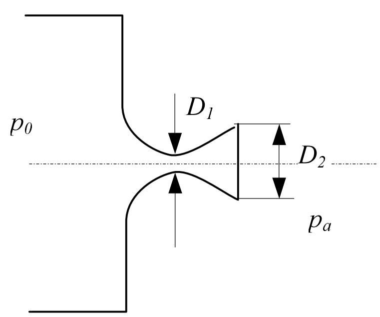
Iz Bernoullijeve jednadžbe za izentropsko strujanje izračunava se brzina u izlaznom mlazu

$$\frac{\kappa}{\kappa-1}\cdot\frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\kappa}{\kappa-1}\cdot\frac{p_a}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{2\cdot\kappa}{\kappa-1}\cdot\left(\frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p_a}{\rho_2}\right)} \qquad v_2 = 972.274\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pomoću jednadžbe količine gibanja računamo izlazni promjer sapnice

$$F = \rho_2 \cdot v_2^2 \cdot \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\rho_2 \cdot v_2^2 \cdot \pi}} \qquad \boxed{D_2 = 7.555mm}$$

Ispit 30.04.1999. zadatak 5



Kroz konvergentno – divergentnu sapnicu zrak (R = 287 J/kgK, $æ$ = 1.4) izentropski istječe u atmosferu masenim protokom q_{maseni} = 1.94 kg/m^3. Ako u spremniku vlada tlak p_0 = 3.2 bara odredite promjer D_2 izlaznog presjeka pravilno proširene sapnice. Zadano je: p_a = 1013 mbar, D_1 = 100 mm

Kod pravilno proširene sapnice tlak okoline jednak je tlaku u mlazu. Iz odnosa tlakova iz tablica za izentropsko strujanje moguće je odrediti Machov broj u izlaznom presjeku.

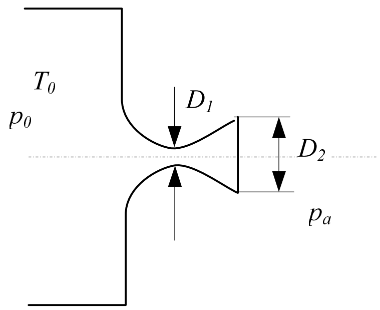
$$y = \frac{p_a}{p_0} \qquad y = 0.317 \qquad M = 1.4$$

Kako je Machov broj veći od jedan strujanje je nadzvučno, pa je najuži presjek kritičan presjek. Iz tablica za izentropsko strujanje za M = 1.4 odnos površine je A_2/A_{krit} = 1.115

$$A_2 = 1.115\frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_2 = 8.757 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$$

$$A_2 = \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \qquad D_2 = \frac{2}{\pi}\cdot\sqrt{\pi \cdot A_2} \qquad \boxed{D_2 = 0.106\text{m}}$$

Ispit 21.05.1999. zadatak 5



Kroz konvergentno divergentnu sapnicu zrak (R = 287 J/kgK, $æ$ = 1.4) istječe u atmosferu. Odredite maseni protok kroz pravilno proširenu sapnicu prema slici. Zadano je: D_1 = 5 mm, p_0 = 4 bara, p_a = 1.013 bara, T_0 = 302 K.

Iz odnosa tlakova p_a/p_0=0.253 < 0.5285 očito je da je strujanje nadzvučno, pa u najužem presjeku vladaju kritični uvjeti. Iz tablica za izentropsko strujanje za M=1 lako je izračunati kritični tlak i temperaturu.

$$p_{kr} = 0.5283\,p_0 \qquad p_{kr} = 2.113 bar$$

$$T_{kr} = 0.8333\,T_0 \qquad T_{kr} = 251.657\text{K}$$

Iz jednadžbe stanja plina izračunava se gustoća fluida

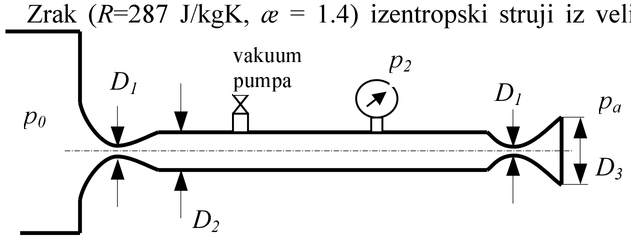
$$\rho_{kr} = \frac{p_{kr}}{R\cdot T_{kr}} \qquad \rho_{kr} = 2.926\text{kg m}^{-3}$$

Maseni protok kroz konvergentno divergentnu sapnicu računa se iz izraza

$$q_{maseni} = \rho_{kr}\cdot\sqrt{\chi\cdot R\cdot T_{kr}}\cdot\frac{D_1^{\,2}\cdot\pi}{4} \qquad \boxed{q_{maseni} = 0.018\text{kg s}^{-1}}$$

Ispit 30.06.1999. zadatak 5

Zrak (R=287 J/kgK, $æ$ = 1.4) izentropski struji iz velikog spremnika u kojem vlada tlak p_0 = 1.5 bar kroz konvergentno divergentnu sapnicu promjera D_1 = 52 mm u zračni tunel promjera D_2 = 100 mm. Odredite tlak p_2 i Machov broj kada fluid u zračnom tunelu struji podzvučno. Koliki tlak p_2 moramo postići vakuum pumpom da bi u zračnom tunelu strujanje prešlo u nadzvučno i koliki je Machov broj. Zadano je: p_a = 1.013 bar, D_3 = 53.6 mm.



Odnos tlaka u spremniku i tlaka u izlaznom mlazu (ako je sapnica pravilno proširena)

p_a / p_0 = 1.03 / 1.5 = 0.6866

Iz tablica za izentropsko strujanje M = 0.75 i A_3 / A_{kr} = 1.063 pa je odatle kritičan presjek A_{kr}= A_3/1.063 = $D_3^{\,2}\pi/(4 * 1.063) = D_1^{\,2}\pi/4$ = 0.0021237 m^2.

Odnos kritičnog presjeka i presjeka mjerne sekcije u tunelu

$A_2 / A_{kr} = D_2^2\pi/4A_{kr} = 3.7$

Iz tablica za izentropsko strujanje odnos površina $A_2 / A_{kr} = 3.7$ može se naći na dva mjesta i to

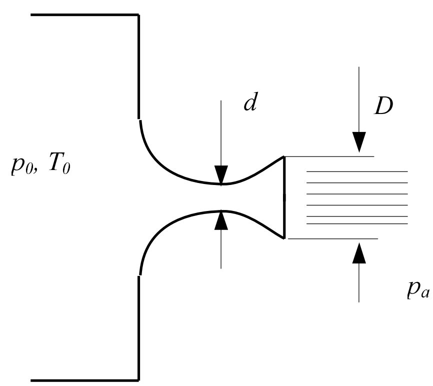
Za podzvučno strujanje

$M = 0.15$ $\qquad p_2 / p_0 = 0.3845$ $\qquad \boxed{p_2 = 1.47675 \text{ bar}}$

Za nadzvučno strujanje

$M = 2.90$ $\qquad p_2 / p_0 = 0.0317$ $\qquad \boxed{p_2 = 0.04755 \text{ bar}}$

Ispit 16.02.2000. zadatak 5



Odredite izlazni promjer D pravilno proširene konvergentno – divergentne sapnice kroz koju izentropski struji zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4). Zadano je: p_0 = 2.98 bar, p_a = 1.013 bar, T_0 = 437 K, d = 12 mm.

Iz odnosa tlakova u spremniku i atmosferskog tlaka

$$\frac{p_a}{p_0} = 0.34$$

Moguće je iz tablica za izentropsko strujanje odrediti Machov broj na izlaznom presjeku kod pravilno proširene sapnice M = 1.35 . Za taj Machov broj odnos površine izlaznog presjeka i kritičnog presjeka iznosi

$$A_{kr} = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \qquad A = 1.089\, A_{kr} \qquad A = 1.232 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$$

Izlazni promjer pravilno proširene sapnice D iznosi

$$A = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \qquad D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} \qquad \boxed{D = 0.013\text{m}}$$

Ispit 12.07.2000. zadatak 5

Zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4) ističe iz rezervoara u atmosferu kroz konvergentno divergentnu sapnicu. U najužem presjeku sapnice d = 25.4 mm zrak struji brzinom zvuka. Pretlak u rezervoaru iznosi p_{M0} = 7 bara, a temperatura t_0 = 38 ^{0}C. Potrebno je izračunati maseni protok q_{maseni} kroz sapnicu kao i izlazni promjer D pod uvjetom da tlak na izlazu iz sapnice iznosi p_a = 1,013 bar. (atmosferski tlak).

Iz odnosa tlakova u rezervoaru i izlaznog tlaka prema tablicama za izentropsko strujanje moguće je zaključiti da je strujanje nadzvučno

$$\frac{p_a}{p_0} = 0.126 \qquad M_2 = 2.00$$

U tom slučaju u najužem presjeku strujanje je kritično odnosno fluid struji brzinom zvuka

$$M_1 = 1.00 \qquad \frac{p_1}{p_0} = 0.5283 \qquad \frac{T_1}{T_0} = 0.8334 \qquad \frac{\rho_1}{\rho_0} = 0.6340 \qquad \frac{A}{A_{kr}} = 1.00$$

Iz odnosa za kritični presjek računa se stanje na kritičnom presjeku

$$T_1 = 0.8337 T_0 \qquad T_1 = 259.406\,\mathrm{K} \qquad v_1 = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1} \qquad v_1 = 322.846\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\frac{p_0}{\rho_0} = R \cdot T_0 \qquad \rho_0 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} \qquad \rho_0 = 8.973\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

$$\rho_1 = 0.6340 \rho_0 \qquad \rho_1 = 5.689\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

Maseni protok računa se iz izraza

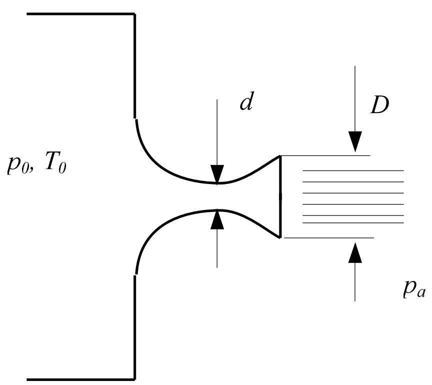
$$q_{maseni} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad q_{maseni} = 0.931\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$$

Iz tablica za izentropsko strujanje za $M_2 = 2.00$ koji vlada u izlaznom presjeku računa se izlazna površina

$$\frac{A_2}{A_{kr}} = 1.688 \qquad A_2 = 1.688 \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad A_2 = 8.553 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} \qquad \boxed{d_2 = 0.033\,\mathrm{m}}$$

Ispit 14.02.2001. zadatak 5



Zrak (R = 287 J/kgK, $æ$ = 1.4) izentropski struji pravilno proširenu konvergentno – divergentnu sapnicu (tlak u izlaznom mlazu jednak je atmosferskom tlaku). Odredite maseni protok i izlazni promjer D ako je promjer grla d = 12mm, a brzina u izlaznom mlazu M = 2 Mach. Zadano je: p_a = 1.013 bar, T_0 = 337 K.

Iz tablica za izentropsko strujanje za $M = 2$ očitavaju se odnosi veličina.

$$M = 2 \qquad \frac{p}{p_0} = 0.1279 \qquad \frac{T}{T_0} = 0.5556 \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = 0.2301 \qquad \frac{A}{Akr} = 1.688$$

Kritični presjek (najuži) zadan je promjerom d, pa je moguće izračunati i izlazni promjer D

$$A_{iz} = \frac{D_{iz}^2 \pi}{4} = 1.688 A_{kr} = 1.688 \frac{d^2 \pi}{4} \qquad D_{iz} = d \cdot \sqrt{1.688} \qquad D_{iz} = 0.016\,\mathrm{m}$$

Fizikalne veličine na izlaznom presjeku računaju se prema izrazima

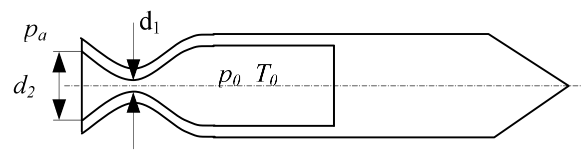
$$p_0 = \frac{p_a}{0.1279} \qquad T_{iz} = 0.5556\,T_0 \qquad \frac{p_a}{\rho_{iz}} = R\cdot Tiz \qquad \rho_{iz} = \frac{p_a}{R\cdot T_{iz}} \qquad \rho_{iz} = 1.885\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Maseni protok računa se iz izraza

$$q_{maseni} = \rho_{iz}\cdot v_{iz}\cdot A_{iz} = \rho_{iz}\cdot M\cdot\sqrt{\kappa\cdot R\cdot T_{iz}}\cdot\frac{D_{iz}^2\cdot\pi}{4} \qquad \boxed{q_{maseni} = 0.197\frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Ispit 27.04.2001. zadatak 5

Izračunaj promjer D_2 pravilno proširene sapnice (tlak u mlazu jednak je tlaku okoline) koja osigurava potisnu silu protugradne rakete od F = 100 N, ako je zadan tlak u komori izgaranja p_0 = 147 bara, a temperatura izgaranja T_0 = 620 K, Plinove izgaranja smatrajte savršenim plinom u izentropskom strujanju (R = 287.05 J/kgK, $æ$ = 1.4). Zadano je: p_a = 1.013 bara.



Iz jednadžbe stanja plina moguće je izračunati gustoću fluida u komori sagorijevanja

$$\frac{p_0}{\rho_0} = R\cdot T_0 \qquad \rho_0 = \frac{p_0}{R\cdot T_0} \qquad \rho_0 = 82.598\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Pomoću jednadžbe izentrope izračunava se gustoća fluida u izlaznom mlazu

$$\frac{p_0}{\rho_0^{\kappa}} = \frac{p_a}{\rho_2^{\kappa}} \qquad \rho_2 = \rho_0\cdot\left(\frac{p_a}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \qquad \rho_2 = 2.36\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

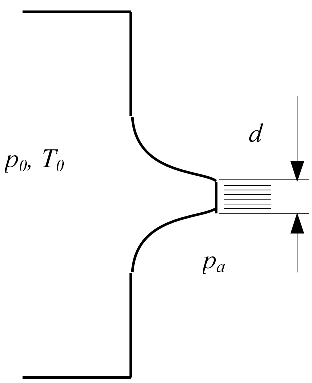
Iz Bernoullijeve jednadžbe za izentropsko strujanje izračunava se brzina u izlaznom mlazu

$$\frac{\kappa}{\kappa-1}\cdot\frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\kappa}{\kappa-1}\cdot\frac{p_a}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{2\cdot\kappa}{\kappa-1}\cdot\left(\frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p_a}{\rho_2}\right)} \qquad v_2 = 972.274\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pomoću jednadžbe količine gibanja računamo izlazni promjer sapnice

$$F = \rho_2\cdot v_2^2\cdot\frac{D_2^2\cdot\pi}{4} \qquad D_2 = \sqrt{\frac{4\cdot F}{\rho_2\cdot v_2^2\cdot\pi}} \qquad \boxed{D_2 = 7.555mm}$$

Ispit 27.06.2001. zadatak 5



Zrak (R = 287.05 J/kgK, $æ$ = 1.4 izentropski struji kroz konvergentnu sapnicu u atmosferu. Odredite maseni protok q_{maseni} ako je izlazni promjer sapnice d = 12 mm. Zadano je: p_0 = 2.3 bar, T_0 = 430 K, p_a = 1.013 bar.

Provjerom odnosa tlakova unutar i izvan spremnika zaključujemo da je strujanje u grlu konvergentne sapnice kritično.

$$\frac{p_a}{p_0} = 0.44 < \frac{p_1}{p_0} = 0.5283$$

Iz tablica za izentropsko strujanje očitava se redak za $M = 1$

$$M = 1 \qquad \frac{p_1}{p_0} = 0.5283 \qquad \frac{\rho_1}{\rho_0} = 0.634 \qquad \frac{T_1}{T_0} = 0.8334$$

Gustoća fluida u spremniku računa se iz jednadžbe stanja plina

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} \qquad \rho_0 = 1.863\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Stanje fluida na izlaznom presjeku računa se iz izraza

$$\rho_1 = \rho_0 \cdot 0.634 \qquad \rho_1 = 1.181\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \qquad T_1 = T_0 \cdot 0.8334 \qquad T_1 = 358.362\text{K}$$

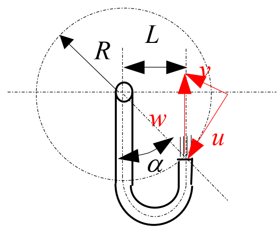
Maseni protok računa se prema

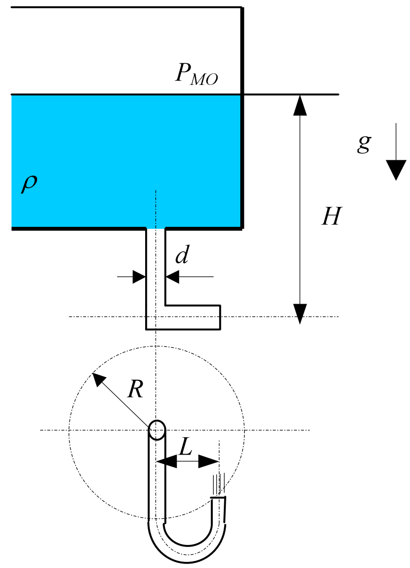
$$q_{maseni} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad q_{maseni} = \rho_1 \cdot \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad \boxed{q_{maseni} = 0.051\frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Rotirajuća strujna cijev

Ispit 15.05.1998. zadatak 5

Uz pretpostavku neviskoznog strujanja, odredite kutnu brzinu ω slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Trenje u ležaju se zanemaruje. Zadano je: p_{M0} = 0.2 bara, H = 38 cm, L =18 cm, R = 94 cm, d = 12 mm, ρ = 1000 kg/m^3.





Iz geometrijskog odnosa cijevi prema slici

$$\alpha = asin\left(\frac{L}{R}\right) \qquad \alpha = 11.04deg$$

Zbog uvjeta slobodno rotirajuće cijevi trokut brzine je pravokutni trokut pa slijedi relacija

$$\omega \cdot R = u = w \cdot sin(\alpha)$$

Bernoullijeva jednadžba za slobodno rotirajuću cijev prema slici

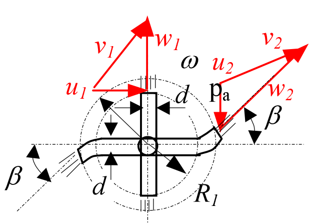
$$\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + H = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} = w^2 \cdot \frac{1 - (sin(\alpha))^2}{2g} \qquad w = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + H\right)}}{cos(\alpha)} \qquad w = 7.018\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

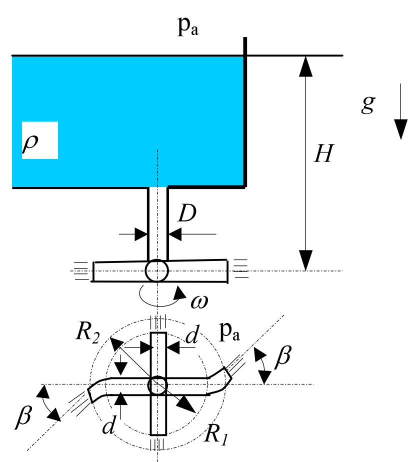
Kutna brzina slobodno rotirajuće cijevi iznosi

$$\omega = \frac{w}{R} \cdot sin(\alpha) \qquad \boxed{\omega = 1.43s^{-1}}$$

Ispit 01.09.1998. zadatak 5

Odredite kut β dvaju izlaznih krakova rotirajuće četverokrake cijevi prema slici da bi ona slobodno rotirala kutnom brzinom ω = 3.7 rad/s. Zadano je R_1 = 38 cm, R_2 = 54 cm, d = 10 mm, D = 50 mm, H = 1.34 m.





Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe za rotirajuću strujnu cijev od slobodne površine do svakog od izlaza iz četverokrake rotirajuće cijevi moguće je izračunati relativne brzine na izlazima iz cijevi.

$$u_1 = \omega \cdot R_1 \qquad u_2 = \omega \cdot R_2$$

$$H = \frac{w_1^2 - u_1^2}{2 \cdot g} \qquad w_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + u_1^2} \qquad w_1 = 5.316 \frac{m}{s}$$

$$H = \frac{w_2^2 - u_2^2}{2 \cdot g} \qquad w_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + u_2^2} \qquad w_2 = 5.502 \frac{m}{s}$$

Prema uvjetu zadatka četverokraka račva rotira kao slobodno rotirajuća cijev. To podrazumijeva da se snaga niti ne dodaje niti ne oduzima, tj. da jedan krak cijevi radi u pumpnom, a drugi u turbinskom režimu rada. Snaga dobivena na turbinskom kraju cijevi potroši se na pumpnom.

$$P_p = P_t \qquad \rho \cdot g \cdot \left[\frac{1}{g} \cdot \left(u_2 \cdot v_{2\theta}\right)\right] \cdot Q_2 = \rho \cdot g \cdot \left[\frac{1}{g} \cdot \left(u_1 \cdot v_{1\theta}\right)\right] \cdot Q_1$$

$$\rho \cdot u_2 \cdot v_{2\theta} w_2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \rho \cdot u_1 \cdot v_{1\theta} w_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \qquad u_2 \cdot v_{2\theta} w_2 = u_1 \cdot v_{1\theta} w_1$$

na slici su nacrtani pumpni i turbinski kraj cijevi s pripadajućim trokutima brzina. Iz jednostavne geometrijske analize trokuta brzina slijedi

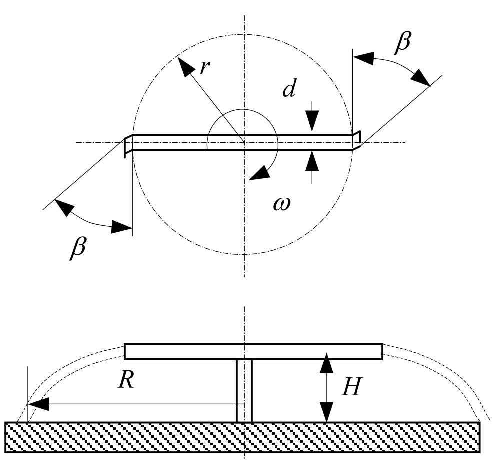
$$v_{1\theta} = u_1 \qquad v_{2\theta} = w_2 \cdot \sin(\beta) - u_2$$

Uvrštenjem ovih izraza u jednadžbu jednakosti snaga pumpe i turbine izračunava se traženi kut β

$$u_2 \cdot \left(w_2 \cdot \sin(\beta) - u_2\right) \cdot w_2 = u_1^2 \cdot w_1$$

$$\beta = \operatorname{asin}\left[\frac{\left(u_2^2 \cdot w_2 + u_1^2 \cdot w_1\right)}{\left(u_2 \cdot w_2^2\right)}\right] \qquad \boxed{\beta = 32.47 deg}$$

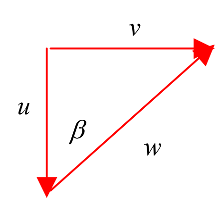
Ispit 26.03.1999. zadatak 5



.

Odredite domet R mlaza poljevača trave koji se okreće kutnom brzinom ω = 7.96 rad/s bez trenja u ležajevima. Zadano je: r = 27 cm, $\beta = 42^0$, H = 0.93 m

Poljevač trave radi kao slobodno rotirajuća cijev (uvjet da nema trenja u ležajima) pa je izlazni trokut brzina pravokutan.



Obodnu brzinu u i apsolutnu brinu v računamo iz izraza

$$u = \omega \cdot r \qquad u = 2.149 \mathrm{ms}^{-1}$$

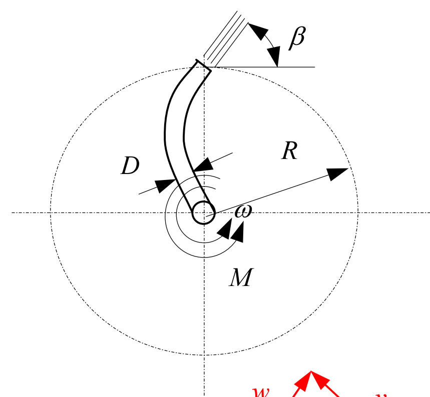
$$v = u \cdot tan(\beta) \qquad v = 1.935 \mathrm{ms}^{-1}$$

Domet mlaza računamo iz horizontalnog hica

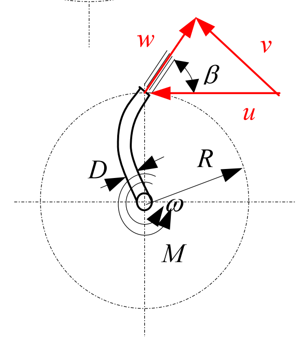
$$R - r = v \cdot t \qquad H = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$R = v \cdot \left(\frac{1}{g} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{g \cdot H} \right) + r \qquad \boxed{R = 1.113 \mathrm{m}}$$

Ispit 01.09.1999. zadatak 5



Odredite konstantnu kutnu brzini vrtnje ω rotirajuće cijevi, prema slici, na koju djeluje vanjski moment M = 8.4 Nm, ako je protok kroz cijev Q = 200 l/min. Odredite kutnu brzinu vrtnje cijevi ako se cijev slobodno okreće uz iste ostale uvjete. Zadano je: R = 0.5 m, D = 20 mm, ρ = 1000 kg/m^3, $\beta = 30^0$.



Relativna brzina strujanja w (brzina strujanja kroz cijev) računa se prema izrazu

$$w = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi}$$

Visina dobave pumpe jednaka je

$$h_p = \frac{1}{g} \cdot u \cdot v_\theta$$

Obodna komponenta apsolutne brzine v_θ računa se iz izraza za vanjski moment M

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q}{\omega} = \frac{\rho \cdot g \cdot \left(\frac{1}{g} \cdot \omega \cdot R \cdot v_\theta \right) \cdot Q}{\omega} \qquad v_\theta = \frac{M}{\rho \cdot Q \cdot R} \qquad v_\theta = 5.04 \mathrm{ms}^{-1}$$

Obodna brzina u računa se iz trokuta brzina

$$v_\theta = u - w \cdot cos(\beta) \qquad u = v_\theta + w \cdot cos(\beta) \qquad u = 14.229 \mathrm{ms}^{-1}$$

Kutna brzina vrtnje cijevi iznosi

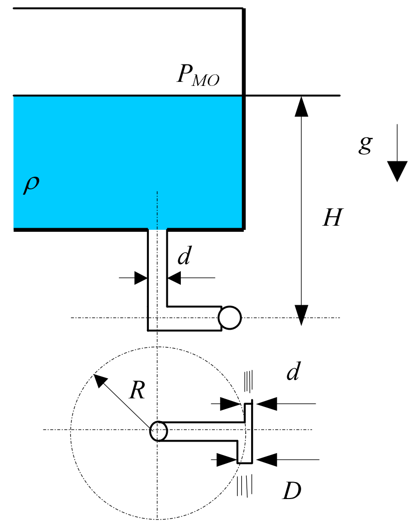
$$\omega = \frac{u}{R} \qquad \omega = 28.458 \mathrm{s}^{-1} \qquad N = \frac{\omega \cdot 30}{\pi} \qquad \boxed{N = 271.75 \mathrm{s}^{-1}}$$

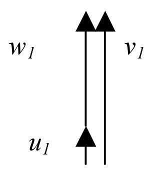
U slučaju slobodno rotirajuće cijevi

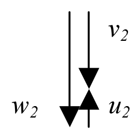
$$u = w \cdot cos(\beta) \qquad \omega = \frac{u}{R} \qquad \omega = 18.378 s^{-1} \qquad N = \frac{\omega \cdot 30}{\pi} \qquad \boxed{N = 175.493 s^{-1}}$$

Ispit 14.09.1999. zadatak 5

Odredite kutnu brzinu rotacije ω, slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Zadano je: H = 12 m, D = 0.1 m, d = 0.05 m, R = 0.73 m, p_{M0} = 0.3 bar, ρ = 998.2 kg/m^3.







Snaga razvijana na pumpnoj strani jednaka je snazi razvijenoj na turbinskoj strani

$$\rho \cdot g \cdot h_{p1} \cdot Q_1 = \rho \cdot g \cdot h_{p2} \cdot Q_2$$

$$u_1 \cdot v_{1\theta} w_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = u_2 \cdot v_{2\theta} w_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

Obodne brzine u_1 i u_2 su jednake obzirom da se nalaze na istom radijusu

Bernoullijeva jednadžba za rotirajuću strujnu cijev postavljena do presjeka 1 i 2

$$\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + H = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g}$$

Kako su obodne brzine u_1 i u_2 jednake iz Bernoullijeve jednadžbe za rotirajuću strujnu cijev zaključujemo da su i relativne brzine w jednake

$$u_1 = u_2$$

$$w_1 = w_2$$

Nakon sređivanja jednadžba jednakosti snaga izgleda

$$v_{1\theta} d^2 = v_{2\theta} D^2$$

Ako uvrstimo iz trokuta brzina odnose

$$v_{1\theta} = u + w \qquad v_{2\theta} = w - u$$

Izvodi se izraz

$$(u + w) \cdot d^2 = (w - u) \cdot D^2$$

$$u = w \cdot \frac{\left(-d^2 + D^2\right)}{\left(d^2 + D^2\right)}$$

Uvrštenjem gornjeg izraza u Bernoullijevu jednadžbu za rotirajuću cijev

$$\frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + H = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} \qquad \frac{p_{M0}}{\rho \cdot g} + H = \frac{w^2 - \left[w \cdot \frac{\left(-d^2 + D^2\right)}{\left(d^2 + D^2\right)} \right]^2}{2 \cdot g}$$

Nakon sređivanja izračunava se rješenje

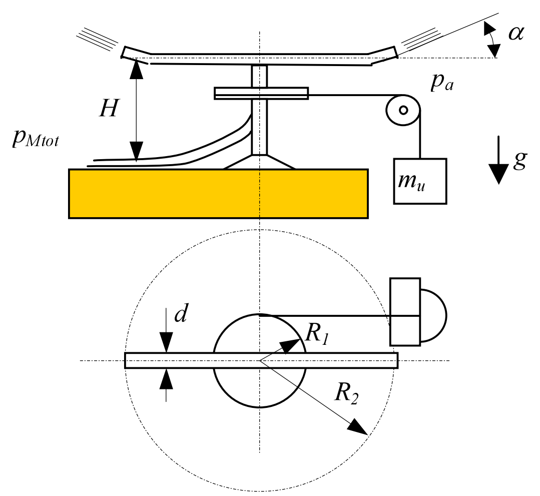
$$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(d^2 + D^2\right)}{(d \cdot D)} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\left(p_{M0} + H \cdot \rho \cdot g\right)}{\rho}} \qquad w = 21.486\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

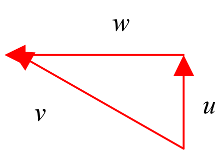
$$u = w \cdot \frac{\left(-d^2 + D^2\right)}{\left(d^2 + D^2\right)} \qquad u = 12.892\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\omega = \frac{u}{R} \qquad \boxed{\omega = 17.66\,\mathrm{s^{-1}}}$$

Ispit 17.12.1999. zadatak 5

Odredite protok Q kroz poljevač trave prema slici ako se za pogon poljevača koristi uteg mase m_u = 5 kg (zanemarite trenje u ležajevima). Odredite totalni pretlak u cjevovodnoj mreži na koju je poljevač priključen ako je kutna brzina vrtnje poljevača konstantna i iznosi ω = 10.4 rad/s. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: d = 20 mm, $H \sim 0$, R_1 = 20 cm, R_2 = 60 cm, ρ = 1000 kg/m^3, $\alpha = 30^0$.





Iz trokuta brzina očito je da je obodna komponenta apsolutne brzine jednaka obodnoj brzini

$$v_{2\theta} = u$$

Moment potreban za okretanje poljevača trave jednak je momentu težine utega

$$m_u \cdot g \cdot R_1 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\omega}$$

Visina dobave poljevača trave jednaka je

$$H = \frac{1}{g} \cdot \left(v_{2\theta} u\right) = \frac{u^2}{g}$$

Protok kroz oba kraka poljevača jednak je

$$Q = 2 \cdot w \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

.Jednadžba jednakosti momenata glasi

$$m_u \cdot g \cdot R_1 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\omega} = \frac{\rho \cdot u^2 \cdot Q}{\omega} = \frac{\rho \cdot \left(\omega \cdot R_2\right)^2 \cdot Q}{\omega}$$

Iz ove jednadžbe lako je izraziti protok

$$Q = m_u \cdot g \cdot \frac{\omega \cdot R_1}{\rho \cdot (\omega \cdot R_2)^2} \qquad Q = 2.619 \times 10^{-3}\, \mathrm{m^3\, s^{-1}}$$

Relativna i obodna brzina računaju se iz izraza

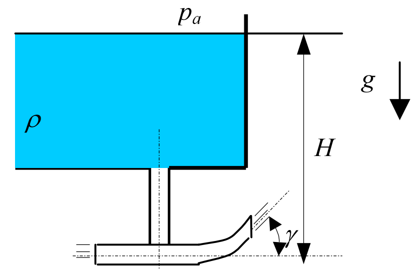
$$w = \frac{2 \cdot Q}{d^2 \cdot \pi} \qquad u = \omega \cdot R_2 \qquad w = 4.169 \mathrm{m s^{-1}} \qquad u = 6.24 \mathrm{m s^{-1}}$$

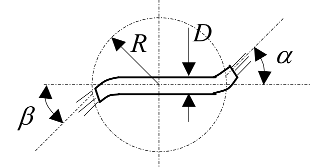
Totalni pretlak u cjevovodnom sistemu računa se iz Bernoullijeve jednadžbe za rotirajuću strujnu cijev

$$\frac{p_{Mtot}}{\rho \cdot g} = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} \qquad p_{Mtot} = \frac{1}{2} \cdot \left(w^2 - u^2\right) \cdot \rho \qquad \boxed{p_{Mtot} = -0.108 bar}$$

Ispit 19.05.2000. zadatak 5

Odredite kutnu brzinu vrtnje ω slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, $\alpha = 31^0$, $\beta = 22^0$, $\gamma = 41^0$.



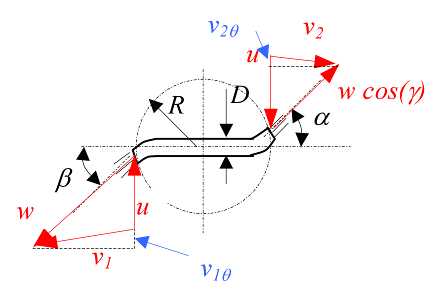


Da bi sistem prema slici rotirao kao slobodno rotirajuća cijev snaga razvijane na jednom kraju (kraj cijevi u pumpnom režimu rada) troši se za rotaciju drugog kraja cijevi (kraj cijevi u turbinskom režimu rada).

$$\rho \cdot g \cdot h_{p1} \cdot Q_1 = \rho \cdot g \cdot h_{p2} \cdot Q_2$$

$$u_1 \cdot v_{1\theta} w_1 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = u_2 \cdot v_{2\theta} w_2 \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$$

Kako se i jedan i drugi kraj cijevi nalaze na istom radijusu obodne brzine su jednake. Uz jednake obodne brzine iz Bernoullijeve jednadžbe za rotirajuću strujnu cijev slijedi da su i relativne brzine jednake. Pa se gornja jednadžba svodi na oblik



$$u_1 = u_2 = u \qquad w_1 = w_2 = w$$

$$v_{1\theta} = v_{2\theta}$$

Iz trokuta brzina slijedi relacija

$$w \cdot sin(\beta) - u = u - w \cdot sin(\alpha) \cdot cos(\gamma)$$

$$u = \frac{w}{2} \cdot \left(sin(\alpha) \cdot cos(\gamma) + sin(\beta)\right)$$

Bernoullijeva jednadžba za rotirajuću strujnu cijev

$$H = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} \qquad H = \frac{w^2 - \left[\frac{w}{2} \cdot (sin(\alpha) \cdot cos(\gamma) + sin(\beta))\right]^2}{2 \cdot g}$$

Iz ove jednadžbe lako se dobije relativna brzina te obodna brzina

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 - \frac{(sin(\alpha) \cdot cos(\gamma) + sin(\beta))^2}{4}}} \qquad u = \frac{w}{2} \cdot (sin(\alpha) \cdot cos(\gamma) + sin(\beta)) \qquad w = 5.357 ms^{-1}$$

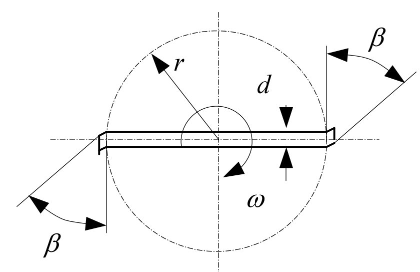
$$u = 2.044 ms^{-1}$$

Kutna brzina slobodno rotirajuće cijevi

$$\omega = \frac{u}{R} \qquad \boxed{\omega = 2.556 s^{-1}}$$

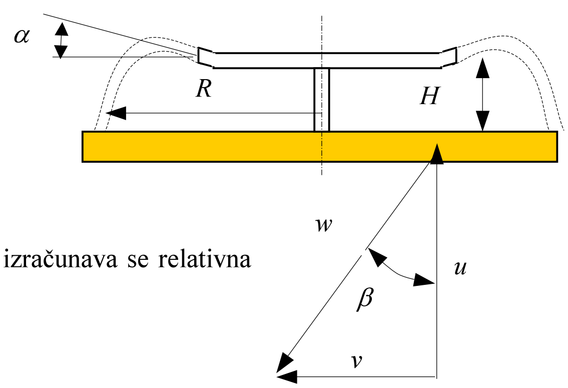
Ispit 28.06.2000. zadatak 5

Odredite domet mlaza R poljevača trave koji je priključen na vodovodnu mrežu totalnog pretlaka $p_M = 3.6$ bara. Zanemarite trenje u ležajevima. Zadano je $H = 0.93$ m, $r = 27$ cm, $d = 10$ mm, $\alpha = 25^0$. $\beta = 42^0$, $\rho = 1000$ kg/m^3.



Iz uvjeta slobodno rotirajuće cijevi (nema trenja u ležajevima) izlazni trokut brzina je pravokutan

$$u = w \cdot cos(\beta)$$



Bernoullijeva jednadžba za rotirajuću strujnu cijev

$$\frac{p_M}{\rho \cdot g} = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} + H$$

Uvrštenjem prethodnog izraza u Bernoullijevu jednadžbu izračunava se relativna brzina

$$w = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot p_M}{\rho} - 2 \cdot g \cdot H}{1 - (cos(\beta))^2}} \qquad w = 39.59 ms^{-1}$$

Iz trokuta brzina slijedi

$$v = w \cdot sin(\beta) \qquad v = 26.491 ms^{-1}$$

Domet mlaza računa se iz jednadžbe za kosi hitac. Horizontalna komponenta brzine zadana je izrazom

$$t \cdot v \cdot cos(\alpha) = L \qquad t = \frac{L}{v \cdot cos(\alpha)}$$

Vertikalna komponenta brzine zadana je izrazom

$$-H = t \cdot v \cdot sin(\alpha) - g \cdot \frac{t^2}{2}$$

Supstitucijom vremena t dobiva se izraz

$$\frac{L}{v \cdot cos(\alpha)} \cdot v \cdot sin(\alpha) - g \cdot \frac{\left(\frac{L}{v \cdot cos(\alpha)}\right)^2}{2} + H = 0$$

$$\frac{L}{cos(\alpha)} \cdot sin(\alpha) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{L^2}{\left(v^2 \cdot cos(\alpha)^2\right)} + H = 0$$

Kvadratna jednadžba daje dva rješenja za L

$$L_1 = \frac{-1}{g} \cdot v^2 \cdot cos(\alpha)^2 \cdot \left[\frac{-sin(\alpha)}{cos(\alpha)} + \frac{1}{(v \cdot cos(\alpha))} \cdot \sqrt{sin(\alpha)^2 \cdot v^2 + 2 \cdot g \cdot H}\right] \qquad L_1 = -1.927\text{m}$$

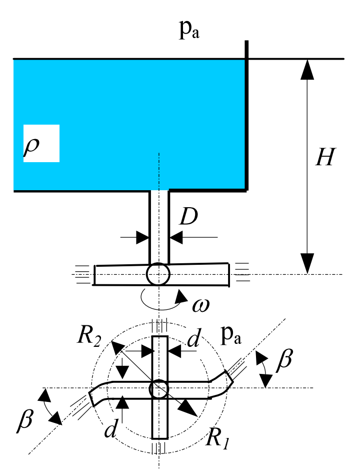
$$L_2 = \frac{-1}{g} \cdot v^2 \cdot cos(\alpha)^2 \cdot \left[\frac{-sin(\alpha)}{cos(\alpha)} - \frac{1}{(v \cdot cos(\alpha))} \cdot \sqrt{sin(\alpha)^2 \cdot v^2 + 2 \cdot g \cdot H}\right] \qquad L_2 = 56.744\text{m}$$

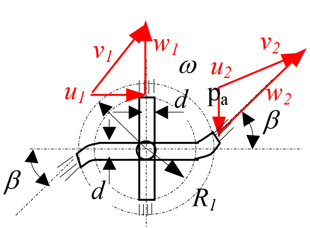
Usvaja se pozitivno rješenje

$$R = L_2 + r \qquad \boxed{R = 57.014\text{m}}$$

Ispit 28.02.2001. zadatak 5

Odredite kut β dvaju izlaznih krakova rotirajuće četverokrake cijevi prema slici da bi ona slobodno rotirala kutnom brzinom $\omega = 3.7$ rad/s. Zadano je $R_1 = 38$ cm, $R_2 = 54$ cm, $d = 10$ mm, $D = 50$ mm, $H = 1.34$ m.





Postavljanjem Bernoullijeve jednadžbe za rotirajuću strujnu cijev od slobodne površine do svakog od izlaza iz četverokrake rotirajuće cijevi moguće je izračunati relativne brzine na izlazima iz cijevi.

$$H = \frac{w_2^2 - u_2^2}{2 \cdot g} = \frac{w_2^2 - (\omega \cdot R_2)^2}{2 \cdot g} \qquad H = \frac{w_1^2 - u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{w_1^2 - (\omega \cdot R_1)^2}{2 \cdot g}$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + \omega^2 \cdot R_2^2} \qquad w_2 = 5.502\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad w_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + \omega^2 \cdot R_1^2} \qquad w_1 = 5.316\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prema uvjetu zadatka četverokraka račva rotira kao slobodno rotirajuća cijev. To podrazumijeva da se snaga niti ne dodaje niti ne oduzima, tj. da jedan krak cijevi radi u pumpnom, a drugi u turbinskom režimu rada. Snaga dobivena na turbinskom kraju cijevi potroši se na pumpnom.

$$\rho \cdot Q_1 \cdot g \cdot H_1 = \rho \cdot Q_2 \cdot g \cdot H_2$$

na slici su nacrtani pumpni i turbinski kraj cijevi s pripadajućim trokutima brzina. Iz jednostavne geometrijske analize trokuta brzina slijedi

$$u_1 = \omega \cdot R_1 \qquad u_1 = 1.406\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_{1\theta} = u_1$$

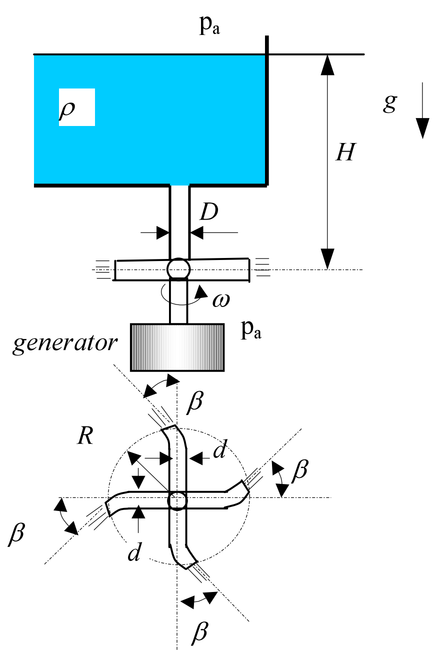
$$u_2 = \omega \cdot R_2 \qquad u_2 = 1.998\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad w_{2\theta} = w_2 \cdot sin(\beta) - u_2$$

Uvrštenjem ovih izraza u jednadžbu jednakosti snaga pumpe i turbine izračunava se traženi kut β

$$w_1 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_{1\theta} u_1 = w_2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_{2\theta} u_2 \qquad w_1 \cdot u_1 \cdot u_1 = w_2 \cdot \left(w_2 \cdot sin(\beta) - u_2\right) \cdot u_2$$

$$\beta = asin\left[\frac{\left(w_1 \cdot u_1^2 + w_2 \cdot u_2^2\right)}{\left(w_2^2 \cdot u_2\right)}\right] \qquad \boxed{\beta = 32.47deg}$$

Ispit 11.07.2001. zadatak 5



Odredite snagu predanu generatoru P ako je kutna brzinu vrtnje primitivne turbine, prema slici, $\omega = 2$ s^{-1}. Zadano je: $H = 23$ m, $d = 0.1$ m, $R = 1.2$ m, $\beta = 23^0$, $\rho = 998.2$ kg/m^3.

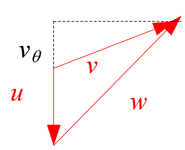
Bernoullijeva jednadžba za rotirajuću cijev od slobodne površine spremnika do izlaza iz primitivne turbine

$$H = \frac{w^2 - u^2}{2 \cdot g} \qquad w = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + u^2}$$

$$w = \sqrt{2 \cdot g \cdot H + (R \cdot \omega)^2} \qquad w = 21.374\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Iz trokuta brzina na izlazu iz turbine očito je

$$v_\theta = w \cdot cos(\beta) - u$$



Uvrštenjem u jednadžbu za snagu turbine

$$P = \rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q = \rho \cdot g \cdot \left[\frac{1}{g} \cdot \left(v_\theta \cdot u\right)\right] \cdot w \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4 = \rho \cdot \left(w \cdot cos(\beta) - u\right) \cdot u \cdot w \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4$$

$$P = \rho \cdot \left(w \cdot cos(\beta) - \omega \cdot R\right) \cdot \omega \cdot R \cdot w \cdot d^2 \cdot \pi \qquad \boxed{P = 27.791kW}$$

Prilog 1 - Ispitni rokovi

Ispit održan 17.04.1998.

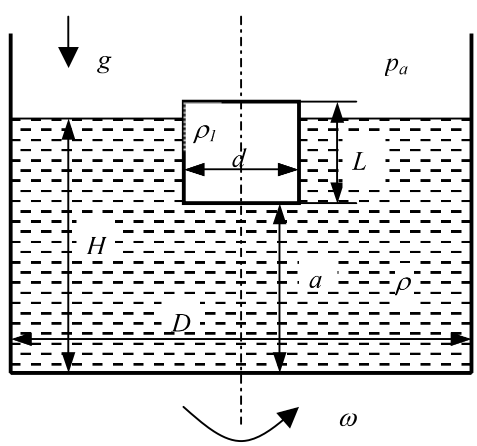
1. U cilindričnoj posudi promjera D = 0.22 m ispunjenog vodom gustoće ρ = 999 kg/m^3 do visine H = 0.32 m, pliva drveni valjak promjera d = 10 cm, visine L = 4 cm, gustoće drveta ρ_1 = 750 kg/m^3. Odredite udaljenost cilindrične posude nakon što posudu zarotiramo kutnom brzinom ω = 7 rad/s.

2. Odredite masu utega koja je potrebna da bi brana jedinične širine, mase m = 50 kg, uležištena u točci A ostala u ravnotežnom položaju. Zadano je: L = 1.6 m, l = 0.6 m, a = 0.48 m, h = 1.2 m, α = 60^0.

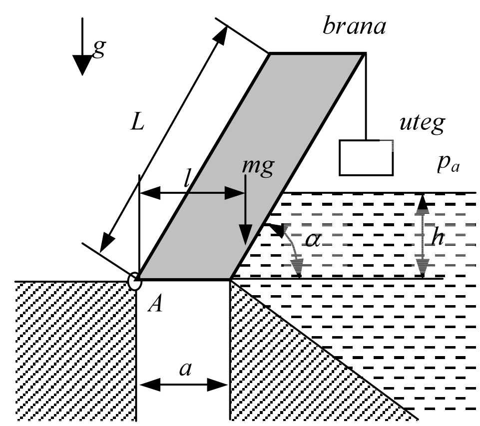
3. Za dobavu vode gustoće 998.2 kg/m^3 iz jezera do akumulacijskog rezervoara smještenog na visini h = 24 m koristi se pumpa sljedeće karakteristike $\{h_p\}_m$ = 27 - 900 $\{Q\}_{m3/s}$ - 1000 $\{Q\}^2_{m3/s}$. Svi lokalni gubici uključujući i gubitak ulaska u veliki spremnik iznose K_{UK} = 37, a linijske gubitke zanemarite. Odredite za koliko će se povećati protok ako se uz postojeći pumpu priključi pumpa istih karakteristika a) serijski, b) paralelno. Cjevovod je unutrašnjeg promjera D = 0.1 m.

4. Kolikim momentom M treba pridržavati cijev prema slici da se ne počne okretati. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, α = 41^0, β = 32^0.

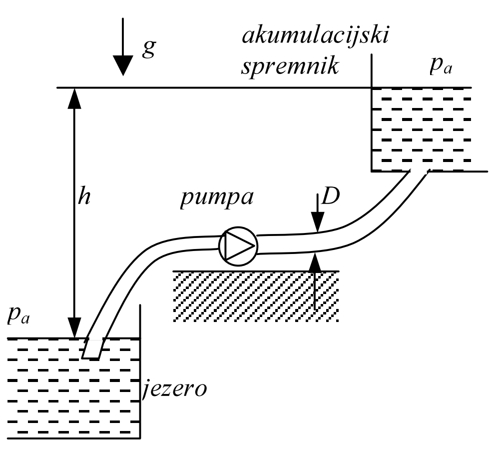
5. Brzina tonjenja v nekog tijela u fluidu, ovisi o gravitaciji g, volumenu tijela V, gustoći tijela ρ, gustoći fluida ρ_1 te o viskoznosti fluida μ. Primjenom π teorema odredite opći oblik zavisnosti brzine v od preostalih veličina.



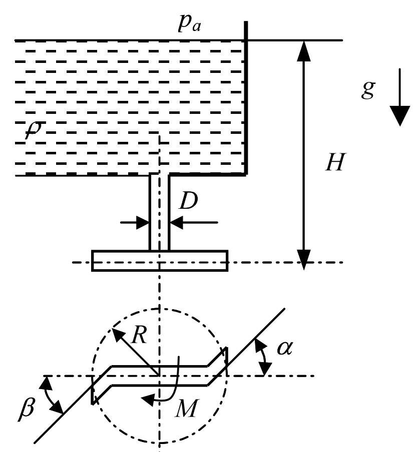
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 15.05.1998.

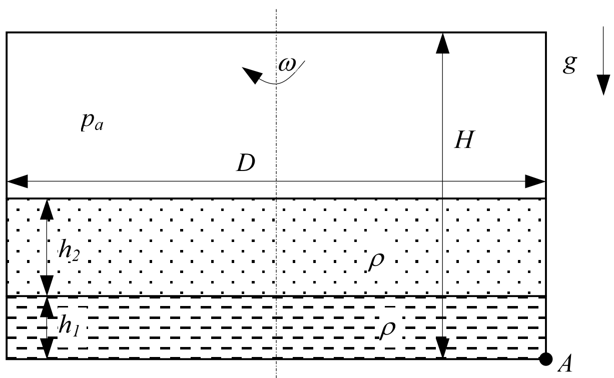
1. U cilindričnoj posudi promjera D = 2.4 m i visine H = 1.25 m nalaze se dva fluida različite gustoće. Posuda je ispunjena vodom gustoće ρ_1 = 999 kg/m^3 do visine h_1 = 0.32 m te uljem gustoće ρ_2 = 830 kg/m^3 do visine h_2 = 0.17 m. Odredite pretlak u točci A nakon što posudu zarotiramo kutnom brzinom ω = 3.8 rad/s.

2. Odredite tlak p_0 koji će vladati unutar cilindrične posude izrađene od aluminija gustoće ρ_A = 2700 kg/m^3 ako je u trenutku prije uranjanja u vodu gustoće ρ = 998 kg/m^3 posuda bila ispunjena zrakom na atmosferskom tlaku p_a = 1.013 bara. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka unutar posude te zanemarite težinu zraka. Zadano je: H = 0.1m, h = 9 cm, D = 10 cm, d = 8 cm. .

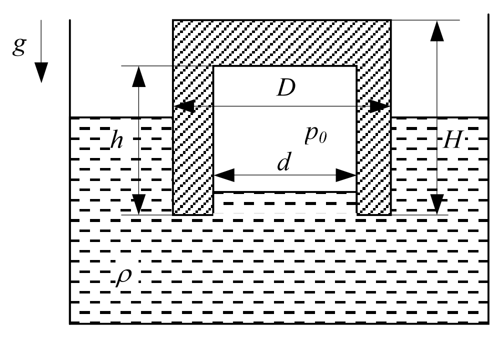
3. Odredite koliki je minimalni pretlak u sistemu prema slici ukoliko je izmjeren maksimalni pretlak u sistemu p = 7 bara. Zadano je: ρ=999,1 kg/m^3, ν=1,05 10^{-6} m^2/s, H = 20 m, h = 2 m, h_0 = 1m, L_1 = 90m, D = 250 mm, L_{uk} = 250 m, k = 0.045 mm (hrapavost cijevi), K_{UL} =2, K_V = 5.

4. Kolika sila F i moment M (sve tri komponente sile i momenta) opterećuje spoj cijevi i rezervoara (točka A). Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, α = 31^0, β = 22^0, δ = 41^0 , h = 0.52m.

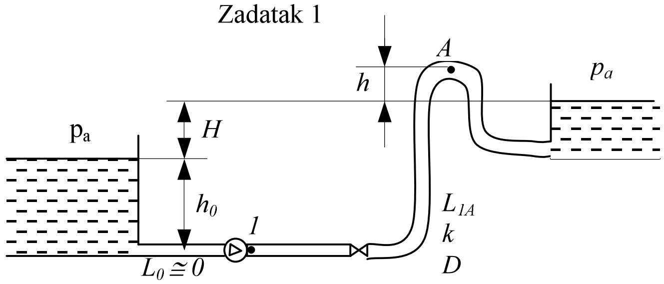
5. Uz pretpostavku neviskoznog strujanja, odredite kutnu brzinu ω slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Trenja u ležaju se zanemaruje. Zadano je: p_{M0} = 0.2 bara, H = 38 cm, L =18 cm, R = 94 cm, d = 12 mm, ρ = 1000 kg/m^3.



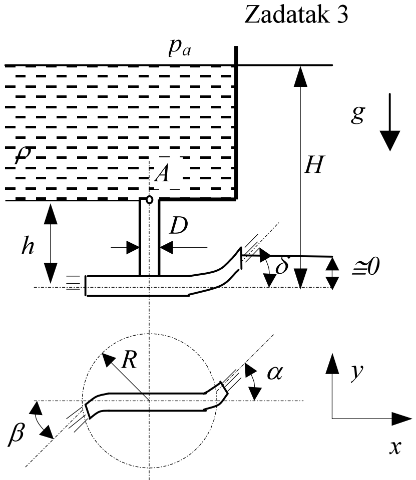
Zadatak 1



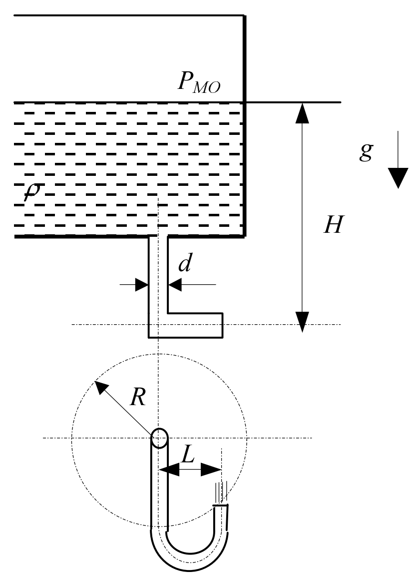
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 24.06.1998.

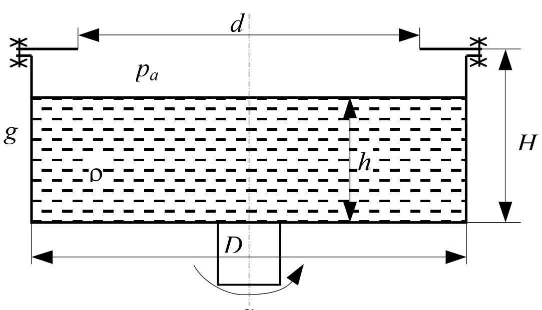
1. Odredite silu na poklopac cilindrične posude prema slici, koja je prije rotacija bila ispunjena vodom gustoće ρ = 998 kg/m^3 do visine h = 6.9 cm. Nakon rotacije u posudi ostane polovica prvobitnog volumena vode. Zadano je: D = 10 cm, d = 8 cm, H = 7.8 cm.

2. Odredite silu kojom je potrebno pridržavati valjkasti zatvarač jedinične širine zglobno učvršćen u točci A prema slici. Zadano je: H = 3.6 m, R = 1.2 m, h = 0.4 m, ρ = 999.8 kg/m^3.

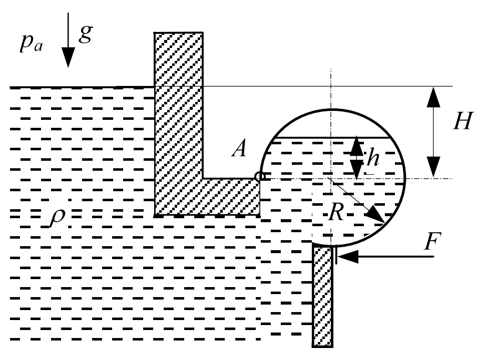
3. Reverzibilni agregat u pumpnom pogonu prepumpava vodu iz jezera u akumulacijski spremnik, te je u turbinskom radu pri spuštanju vode iz akumulacijskog spremnika u jezero. Agregat ima karakteristiku zadanu jednadžbom $\{h_A\}_m = 650 - 0.9[\{Q\}_{m^3/s}]^2$. Odredite snage reverzibilnog agregata kada radi u turbinskom i pumpnom pogonu. Koliki je stupanj djelovanja postrojenja? Zanemarite sve lokalne gubitke izuzev gubitka ulaska u veliki spremnik. Zadano je H = 560 m, D = 2 m, L = 17 km (ukupna duljina cjevovoda), k = 0,8 mm (visina hrapavosti cjevovoda), ρ = 999 kg/m^3. ν = 1.52 10^{-6}m^2/s.

4. Fluid prolazi kroz filtar protokom Q = 18.7 m^3/h pri čemu je pad tlaka kroz filtar Δp = 0.8 bara. Odredite rezultantnu silu F fluida na filtar, ako je pretlak na ulazu u filtar p_M = 3.6 bara, a unutrašnji volumen filtra V = 175 l. Zadano je: D_1 = 100 mm, D_2 = 80 mm, ρ = 999.9 kg/m^3.

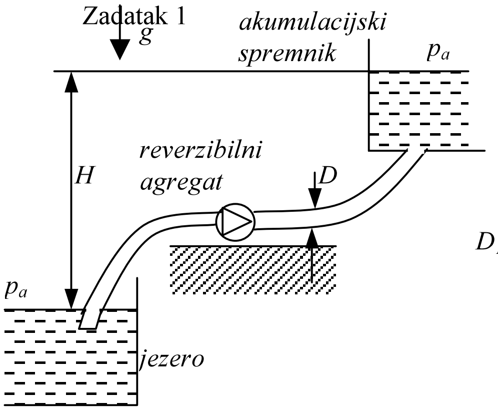
5. Izračunajte protok Q kroz cijev prema slici uz pretpostavku da je koeficijent protoka C_d = 0.98 . Zadano je: D = 200 mm, d = 150 mm, h_1 = 38 cm, h_2 = 65 cm, h_0 = 5.2 cm, ρ_0 = 13560 kg/m^3, ρ = 1000 kg/m^3.



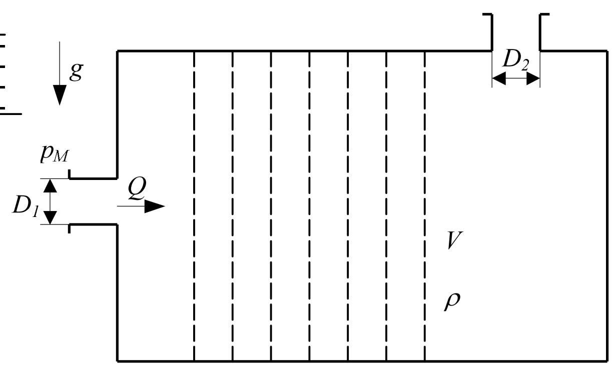
Zadatak 1



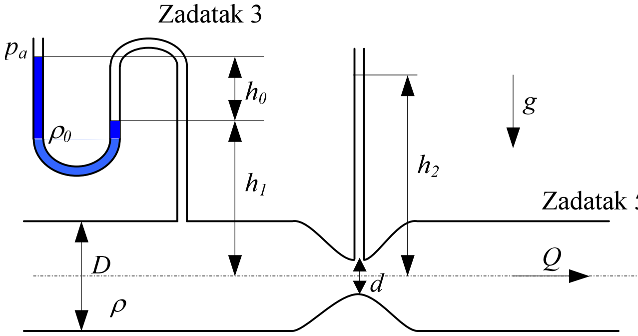
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 08.07.1998.

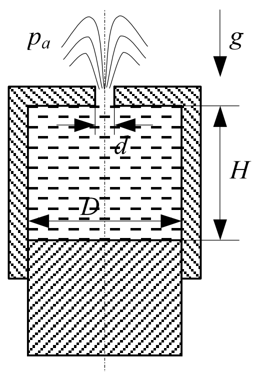
1. Odredite vrijeme potrebno da se cilindrična kapa, mase m = 7 kg, spusti na stup promjera D = 20 cm. Zanemarite trenje između kape i stupa, te pretpostavite savršeno brtvljenje. Zadano je: d = 2 mm, c_d = 0.8, H = 17 cm, ρ = 998 kg/m^3.

2. Odredite tlak u nepokretnoj priključnoj cijevi, ako je masa pokretnog cilindra m = 5 kg. Zanemarite utjecaje trenja i brzine gibanja pokretnog cilindra, te pretpostavite savršeno brtvljenje. Zadano je: p_1 = 8 bara, d_1 = 3 mm, d_2 = 6 mm, d_3 = 2 cm, d_4 = 5 cm, d_5 = 6 cm, d_6 = 9 cm.

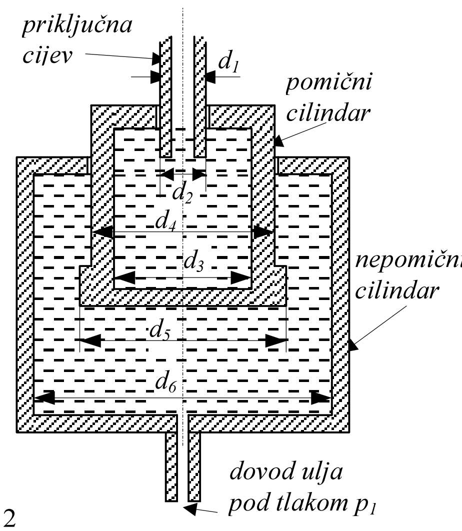
3. Klimatizacijoni vod pravokutnog poprečnog presjeka a x b = 40 x 30 cm zbog rekonstrukcije prostorije potrebno je zamijeniti klimatizacionim vodom pravokutnog poprečnog presjeka čija visina nije veća od b_1 = 17 cm. Odredi širinu klimatizacionog voda koja osigurava jednaki pad tlaka po jedinici duljini, pri istom protoku. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: k = 0.15 mm (visina hrapavosti).

4. Odredite silu mlaza vode vatrogasnog šmrka na krovište kuće prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: h = 1.5 m, a = 7.2 m, α = 37^0, protok kroz mlaznicu vatrogasne cijevi Q = 7.9 l/s, ρ = 1000 kg/m^3, β = 40^0.

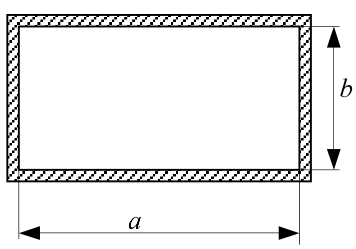
5. Pri izentropskom istjecanju zraka (æ = 1.4, R = 287 J/kgK) iz spremnika kroz konvergentnu sapnicu promjera D = 50 mm izmjeren je maseni protok $\dot{m}$ = 0.5 kg/s. Odredite tlak i temperaturu u spremniku, ako je temperatura izlaznog mlaza ϑ = 20^{0}C, a tlak p_1 = 1.01 bar.



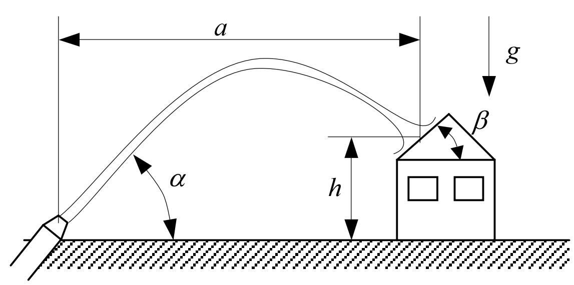
Zadatak 1



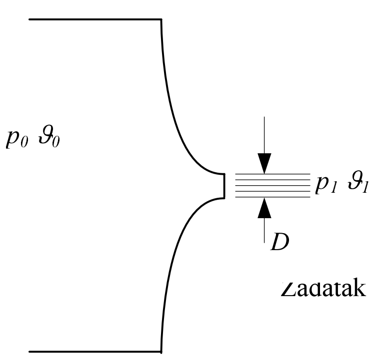
Zadatak 2



Zadatak 3



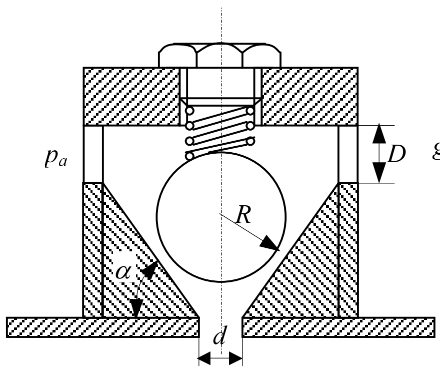
Zadatak 4



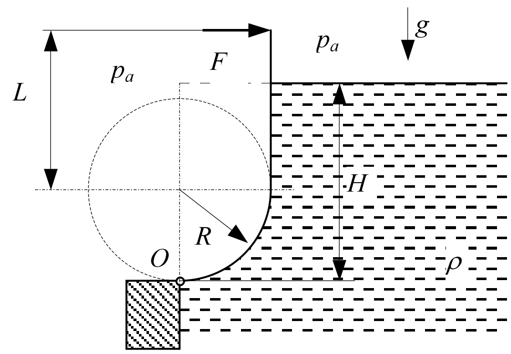
Zadatak 5

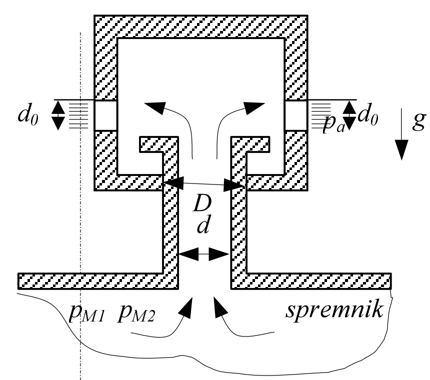
Ispit održan 01.09.1998.

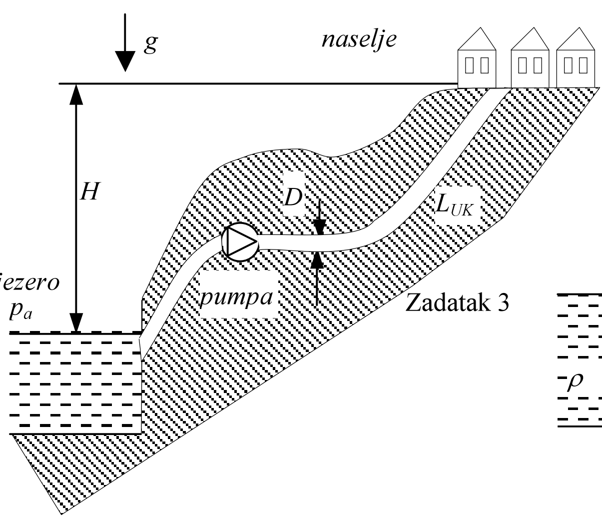
1. Odredite pretlak p_M potreban za otvaranje sigurnosnog ventila prema slici, ako je sila u opruzi F = 1 N. Masa kuglice m = 50 g. Zadano je d = 1 cm, R = 1.5 cm, $\alpha = 50^0$.
2. Odredite horizontalnu silu F potrebnu za držanje pregrade OA jedinične širine prema slici. Pregrada je zglobno vezana u točki O. Zadano je: H = 1.8 m, R = 0.7 m, L = 1.6 m, ρ = 999,5 kg/m^3.
3. Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod od vučenih cijevi ukupne duljine L_{UK} = 2.4 km. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m^3, kinematičkog koeficijenta viskoznosti $\nu = 1.52\ 10^{-6}$ m^2/s) naselju koje se nalazi na visini h = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p_M = 3 bara. Nakon desetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 25% više vode uz isti totalni pretlak. Uslijed korozije visina hrapavosti se povećala na k = 0.045 mm. Odredite koliko puta se povećala potrebna snaga za transport vode. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite. Zadano je D = 150 mm.
4. Odredite pretlak p_{M1} pri kojem se otvara sigurnosni ventil prema slici mase m = 25 g te pretlak p_{M2} pri kojem se sigurnosni ventil zatvara. Zadano je: d = 1 cm, D = 2 cm, d_0 = 1.5 cm, ρ = 1.2 kg/m^3
5. Odredite kut β dvaju izlaznih krakova rotirajuće četverokrake cijevi prema slici da bi ona slobodno rotirala kutnom brzinom ω = 3.7 rad/s. Zadano je R_1 = 38 cm, R_2 = 54 cm, d = 10 mm, D = 50 mm, H = 1.34 m.



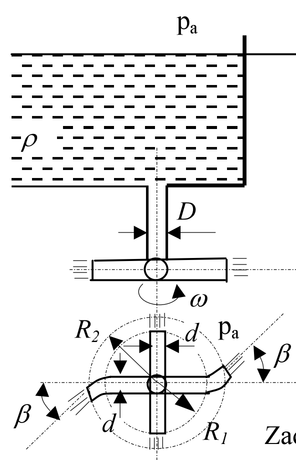
Zadatak 1







Zadatak 3



Zadatak 4

Zadatak 5

Ispit održan 15.09.1998.

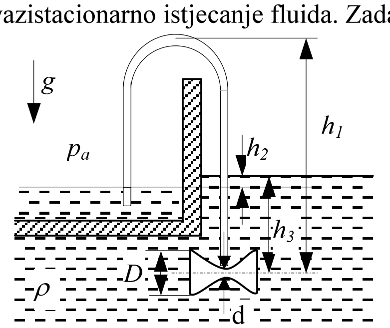
1. Iza krmenog zrcala čamca pričvršćen je venturimatar da bi crpio vodu (gustoće ρ = 999.2 kg/m) iz čamca. Odredite minimalnu brzinu čamca kod koje započinje crpenje vode (prazna priključna cijev) te minimalnu brzinu kod koje je crpenje još uvijek moguće (puna priključna cijev). Zadano je: h = 0.85 m, h = 0.13 m, h = 0.21 m, D = 4 cm, d = 1 cm.

2. Odredite maksimalnu masu pontona koji se može podignuti na obalu visine c = 0.5 m, a da ne dođe do prelijevanja vode (gustoće ρ = 999.2 kg/m) preko zadnjeg ruba pontona. Zadano je: B = 1 m (širina pontona), L = 4.3 m, h = 0.4 m.

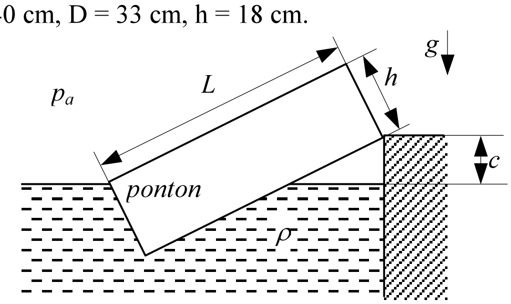
3. Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod od vučenih cijevi ukupne duljine L   = 2.4 km i unutrašnjeg promjera D = 150 mm. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m , kinematičkog koeficijenta viskoznosti ν = 1.52 10   m /s) naselju koje se nalazi na visini H = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p   = 3 bara. Nakon dvadesetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 25% više vode uz isti totalni pretlak. Zbog gubitaka vode cijevi su s unutrašnje strane plastificirane slojem debljine 4 mm, površinske hrapavosti 0.1 mm. Odredite koliko puta se povećala potrebna snaga za transport vode. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite.

4. Odredite rezultantnu silu F fluida na luk AB cjevovoda duljine L = 1.4 m, promjera d = 180 mm, prema slici, pri protoku Q = 40,8 l/s i pretlaku p $_B$ = 0.42 bar u presjeku B. Pretpostavite kvazistacionarno istjecanje fluida. Zadano je: ρ = 1000 kg/m , H = 0.8 m.

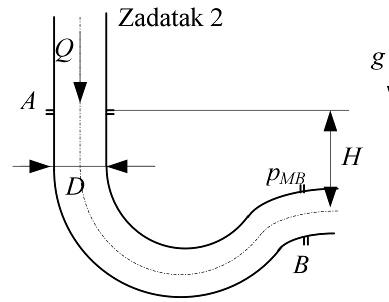
5. Cilindrična posuda prema slici ima na dnu i plaštu dva jednaka otvora, svaki površine A = 4.5 mm , koeficijenta protoka C = 0.82. Izračunajte vrijeme potrebno da se slobodna površina spusti za visinu h i to: a) ako se posuda prazni samo kroz otvor na plaštu, b) ako se posuda prazni samo kroz otvor na dnu Pretpostavite kvazistacionarno istjecanje fluida. Zadano je : H = 40 cm, D = 33 cm, h = 18 cm.



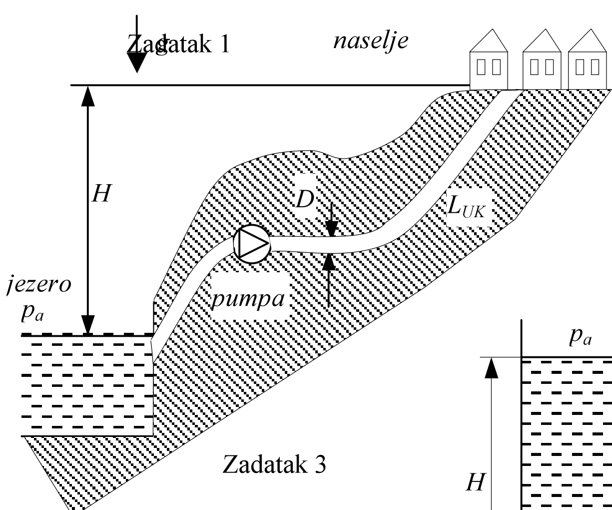
Zadatak 1



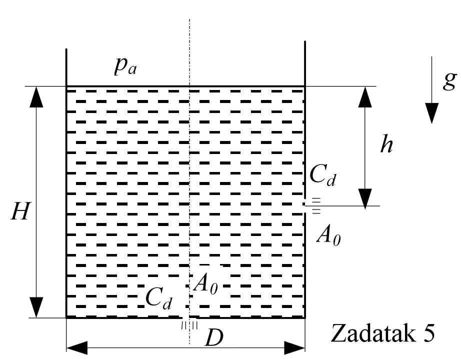
Zadatak 2



Zadatak 4



Zadatak 3



Zadatak 5

Ispit održan 20.11.1998.

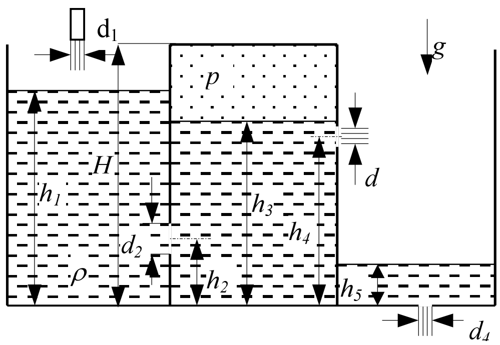
1. Odredite visine h , h i h unutar spremnika prema slici koje se uspostave pri stacionarnom strujanju protokom Q = 9.42 l/s. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka u srednjem spremniku. Zadano je: p_a = 1.013 bar, H = 1 m, ρ = 1000 kg/m , h = 0.28 m, h = 0.49 m, d = 0.1 m, d = 75.6 mm, d = 92.6 mm, d = 72.2 mm.

2. Odredite masu valjka jedinične širine, prema slici, zglobno vezanog u točci A da bi valjak bio u ravnoteži. Zadano je: ρ = 1000 kg/m , R = 1.2 m.

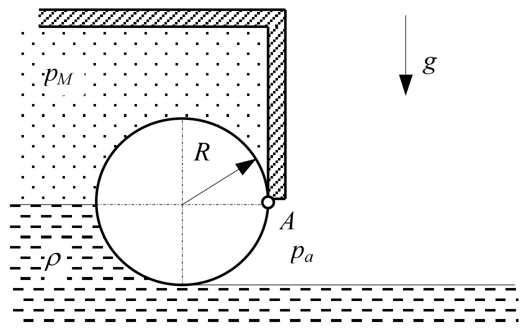
3. Izmjeren je protok kroz cjevovodni sistem prema slici od Q = 0.027 m /s. Odredite visinu pješčane hrapavosti. Zadano je: H = 1.2 m, L = 12 m, D = 0.15 m, ρ = 1000 kg/m , K = 7, K = 0.3, ν = 1.52 10 m /s.

4. Dva mlaza vode drže u ravnoteži kocku mase m zglobno vezana u točci O. Odredite masu kocke ako je kocka nagnuta za α = 15 . Pretpostavite neviskozno strujanje, a mase mlazova zanemarite. Zadano je: ρ = 1000 kg/m , v = 12 m/s, d = 0.07m.

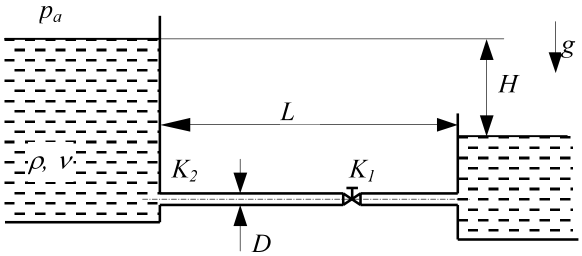
5. Izračunaj promjer D pravilno proširene sapnice (tlak u mlazu jednak je tlaku okoline) koja osigurava potisnu silu protugradne rakete od F = 100 N, ako je zadan tlak u komori izgaranja p = 147 bara, a temperatura izgaranja T = 620 K, Plinove izgaranja smatrajte savršenim plinom u izentropskom strujanju (R = 287.05 J/kgK, æ = 1.4). Zadano je: p_a = 1.013 bara.



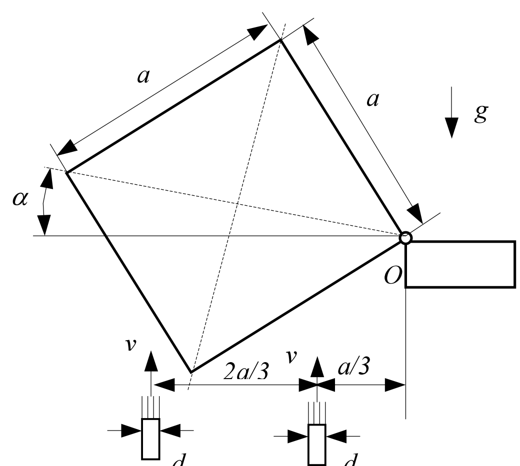
Zadatak 1



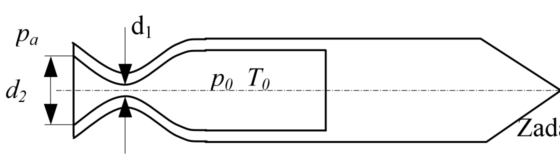
Zadatak 2



Zadatak 3



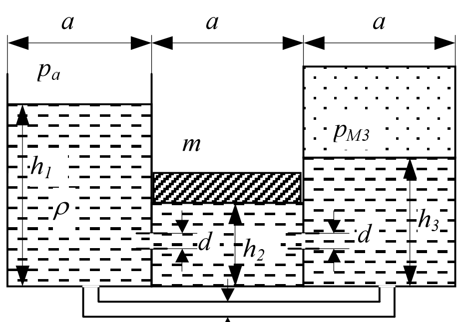
Zadatak 4



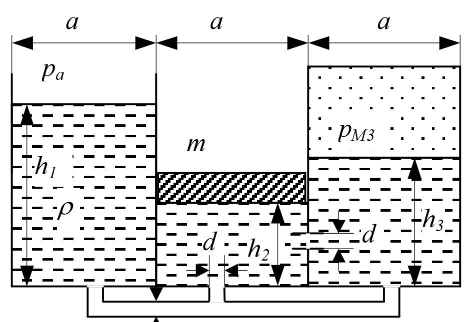
Zadatak 5

Ispit održan 18.12.1998.

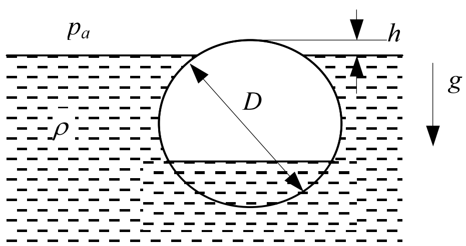
1. Odredite smjer strujanja i protok koji će se uspostaviti između tri rezervoara (jedinične širine) za situacije prema slici a i b. Pretpostavite da se visine nivoa u rezervoarima ne mijenja kada se uspostavi stacionarno strujanje. Zadano je: h = 1.3 m, h = 0.5 m, h = 0.9m, d = 12 mm, p = 0.3 bara, m = 23 kg, a = 0.75m, ρ = 998 kg/m .
2. Odredite masu valjka m (jedinične širine), ako je visina h valjka koja se nalazi iznad površine vode h = 0.18 m. Valjak promjera d = 72 cm, ispunjen je do jedne trećine volumena vodom gustoće ρ = 998 kg/m .
3. Odredite visinu h vode u spremniku, ako u spremnik utječe 12% ukupnog protoka kroz sistem. Koeficijent lokalnog gubitka svih ventila na slici K = 7, sve linijske gubitke zanemarite kao i gubitke u račvi. Promjer svih cjevovoda iznosi D = 0.17m. Zadano je : h = 13 m, h = 4m, ρ = 1000 kg/m .
4. Odredite silu na jednu lopaticu u rešetci (jedinične širine) koja skreće strujanje zraka za kut α = 73 . Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: v = 50 m/s, p = 0.12 bara, ρ = 1.2 kg/m , t = 74 mm.
5. Sila otpora R gibanja tijela u viskoznom stlačivom fluidu zavisio od duljine tijela L, gustoće fluida ρ, dinamičko koeficijenta viskoznosti μ, volumenskog modula elastičnosti K i brzine gibanja tijela U. Primjenom Pi teorema odredite opći oblik zavisnosti sile otpora R od preostalih veličina. Za dimenzionalno nezavisan skup uzmite ρ ,U i L



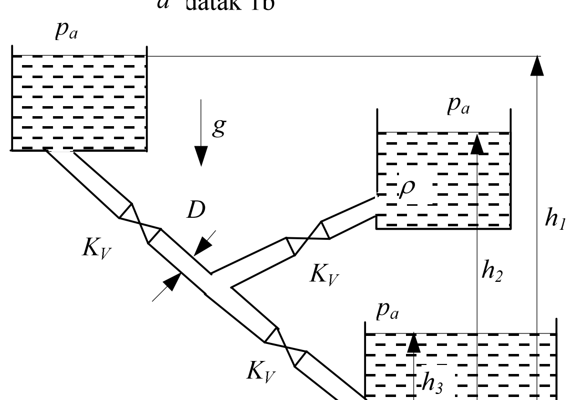
Zadatak 1a



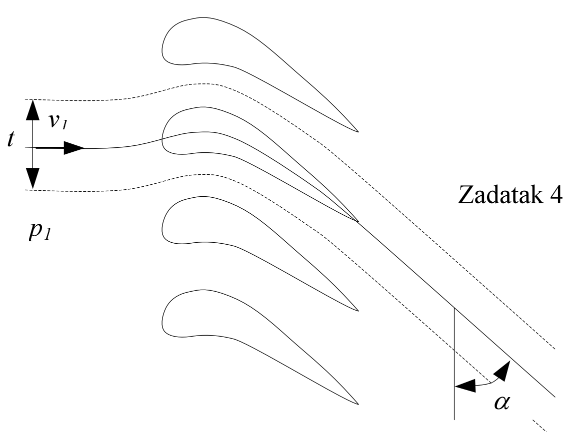
datak 1b



Zadatak 2



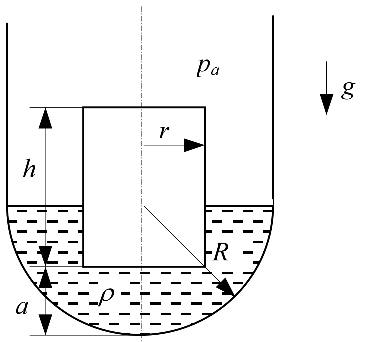
Zadatak 3

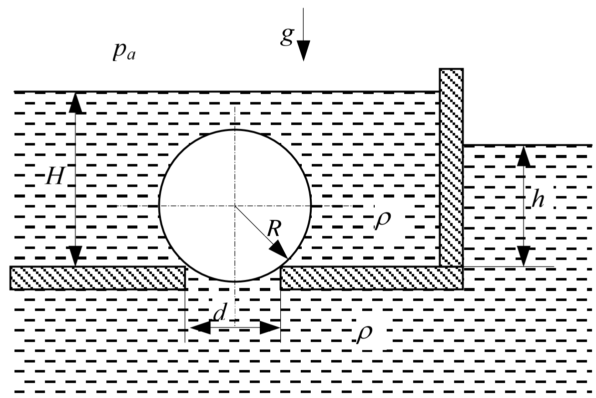


Zadatak 4

Ispit održan 22.01.1999.

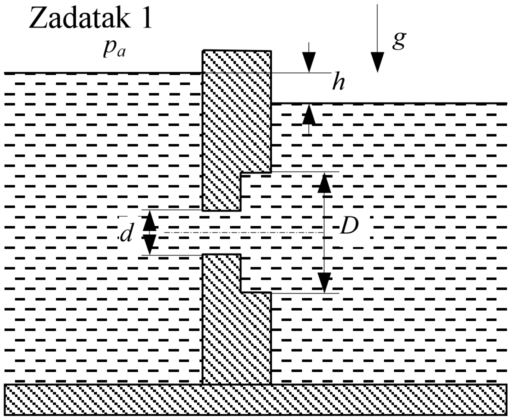
1. U polukuglastoj posudi ispunjenoj vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m pliva valjak mase m = 33 kg. Koliko iznosi udaljenost a između dna posude i valjka, kada se posuda zarotira konstantnom kutnom brzinom ω = 3 s . Zadano je. R = 0.4m, r = 0.2 m, h = 0.35 m.
2. Kugla promjera R = 0.4 m i mase m = 250 kg zatvara prolaz između dva rezervoara prema slici. Koliki mora biti promjer d otvora da bi kuglica zaplivala kada u drugom rezervoaru visina h dosegne razinu h = 0.9 m. Zadano je: H = 1.2 m, ρ = 998.2 kg/m .
3. Odredite odnos promjera D/d da bi lokalni gubici za otvor između dva spremnika, prema slici, bili minimalni. Sve linijske gubitke zanemarite, a od lokalnih gubitaka uzmite u razmatranje gubitak ulaska u veliki spremnik i gubitak naglog proširenja.
4. Odredite pretlak u spremniku u koji utječe fluid protokom Q = 0.1 m /s da bi sila na naglo proširenje bila jednaka nuli. Sve linijske gubitke zanemarite, a od lokalnih gubitaka uzmite u razmatranje gubitak ulaska u veliki spremnik i gubitak naglog proširenja. Zadano je: d = 0.1 m, D = 0.17 m, h = 2.3 m, ρ = 998.2 kg/m .
5. Odredite promjer balona D mase m = 210 kg, ispunjenog toplim zrakom (R = 287.04 J/kgK) temperature t 35 C da bi mogao nositi teret mase m = 320 kg (gustoća tereta ρ = 750 kg/m). Zadano je: p_a = 1.013 bara, t_a = 15 C.

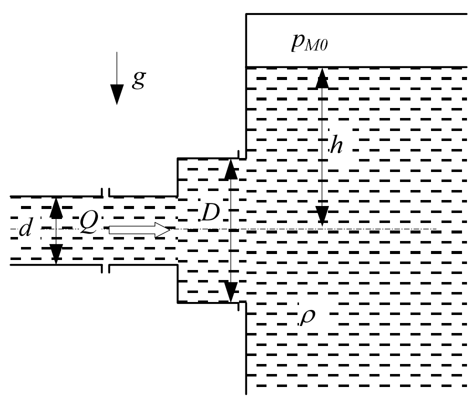




Zadatak 1

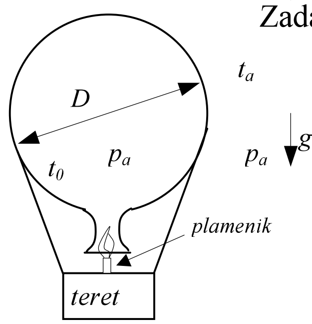
Zadatak 2





Zadatak 3

Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 03.02.1999.

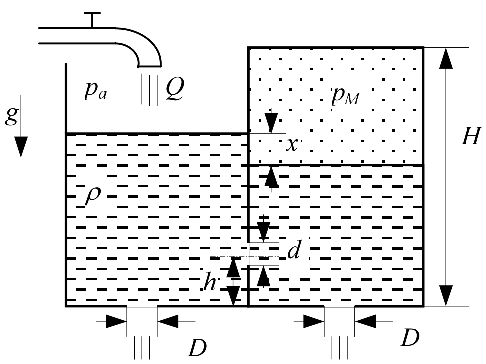
1. Odredite razliku x nivoa vode gustoće ρ = 1000 kg/m u rezervoarima nakon što se uspostavi stacionarno strujanje. U početnom trenutku oba rezervoara su bila prazna. Pretpostavite strujanje idealnog fluida te izotermnu kompresiju zraka u desnom rezervoaru. Zadano je: D = 4 cm, d = 2 cm, Q = 7 l/s, H = 2 m, h = 0.3m, p_a = 1.013 bara.

2. Odredite masu m poklopca oblika plašta stošca, ako razlika nivoa vode gustoće ρ = 998.2 kg/m iznosi x = 26 cm. Pretpostavite da je poklopac u trenutku polaganja na razinu vode bio potpuno ispunjen zrakom pri atmosferskom tlaku p_a = 1.013 bara, te da je nakon toga zrak izotermno stlačen. Zadano je: D = 4 m, H = 1 m.

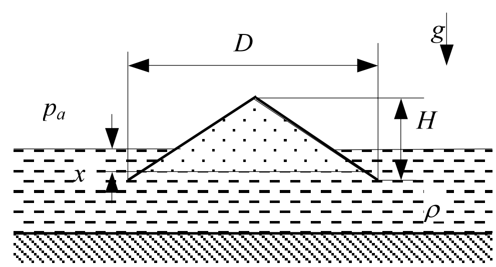
3. Unutar zaštitne cijevi vanjskog promjera D = 1.5 m potrebno je postaviti tri odnosno četiri cijevi, prema slici, dimenzionirane tako da se dotiču. Odredite odnos protoka za isti pad tlaka po jedinici duljine u oba slučaja. Pretpostavite da su sve stjenke cijevi debljine s = 1.2 cm, te pretpostavite strujanje u laminarnom režimu.

4. Odredite kut γ iz uvjeta da sila fluida gustoće ρ = 1000 kg/m na ravnu ploču bude maksimalna. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zanemarite utjecaj sudara mlaza u sredini ploče. Zadano je v = 1.2 m/s, d = 0.1 m, v = 0.7 m/s, d = 0.17 m, α = 30 , β = 60 .

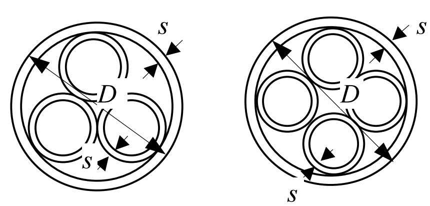
5. Uslijed rotacije cilindra oko vlastite osi kutnom brzinom ω dolazi do pretvorbe dijela mehaničke energije u toplinu kao posljedica trenja. Ako brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinu $\dot{Q}$ zavisi od viskoznosti fluida μ, promjera cilindra D, duljine cilindra L i kutne brzine rotacije ω, odredite primjenom dimenzionalne analize koliko će se puta povećati (ili smanjiti) brzina pretvorbe mehaničke energije u toplinu , ako se kutna brzina rotacije poveća dva puta, uz ostale nepromijenjene parametre.



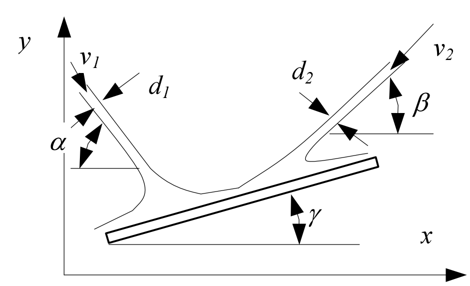
Zadatak 1



Zadatak 2



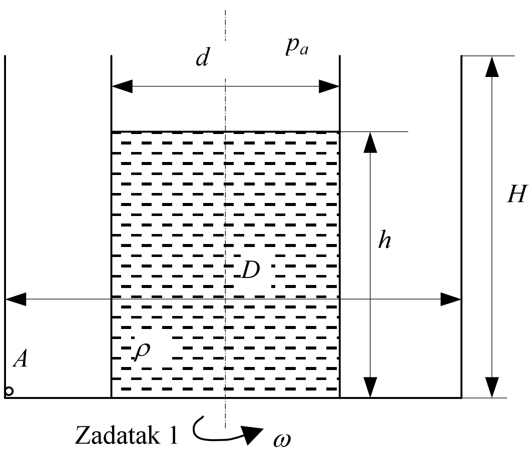
Zadatak 3



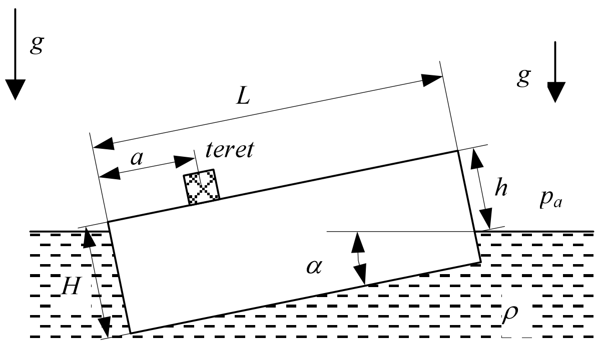
Zadatak 4

Ispit održan 18.02.1999.

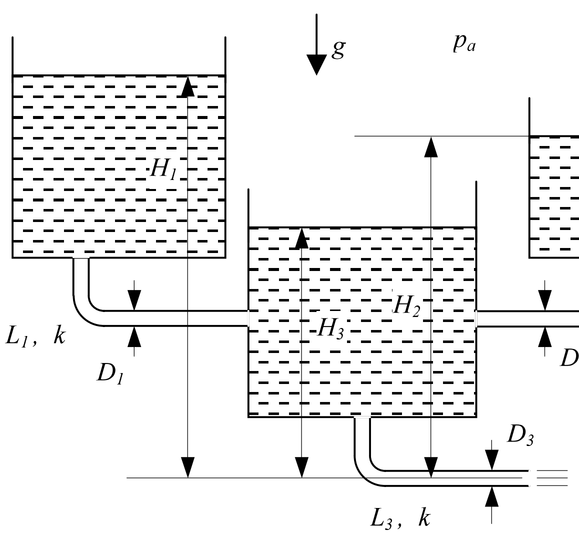
1. Odredite tlak u točci A na vanjskom plaštu cilindrične posude prema slici kada se zarotira konstantnom kutnom brzinom ω = 17 rad/s. Zadano je: D = 14 cm, d = 8 cm, H = 9 cm, h = 8 cm, ρ = 998.2 kg/m .
2. Odredite masu m i položaj a tereta, ako se ponton mase m = 4 500 kg nagne za kut α = 14 . Zadano je: H = 1.3 m, h = 98 cm, L = 2.4 m, B = 3 m (širina pontona okomito na sliku), ρ = 998.2 kg/m .
3. Odredite promjer D cijevi iz uvjeta da se razina H vode (ρ = 998.2 kg/m , ν = 1.139 10 m /s) unutar spremnika 3 na mijenja. Zadano je: H = 47m, H = 35m, H = 27m, D = 0.23 m, D = 0.15 m, k = 0.01 mm (hrapavost svih cijevi), L = 23 m, L = 58 m, L = 78 m.
4. Na veliki spremnik prema slici priključeno je koljeno s mlaznicom. Neposredno prije koljena ugrađen je manometar koji pri zatvorenoj mlaznici pokazuje pretlak p = 3.2 bar, a kada se mlaznica otvori pretlak padne na p = 3.02 bar. Uz pretpostavku neviskoznog strujanja odredite kolika je tada sila na koljeno i mlaznicu. Zadano je: D = 100 mm, ρ = 1000 kg/m , α = 34 , h = 1.4 m, Volumen vode u koljenu i mlaznici V = 23,6 dm .
5. Uz pretpostavku da kod male brzine v tonjenja tijela u mirujućem fluida, ta brzina ne zavisi od gustoće fluida već zavisi od težine G tijela, njegove karakteristične linearne dimenzije L te koeficijenta dinamičke viskoznosti μ fluida. Ako je izmjereno da kuglica promjera D = 2.5 mm tone brzinom v = 1.2 cm/min u vodi koeficijenta dinamičke viskoznosti μ = 0.001 Pas, odredite kojom brzinom v će tonuti kuglica promjera D = 5 mm (načinjena iz istog materijala kao i kuglica promjera D) u ulju koeficijenta dinamičke viskoznosti μ = 0.02 Pas.



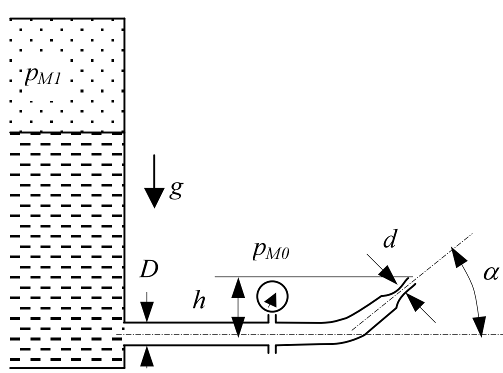
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 26.03.1999.

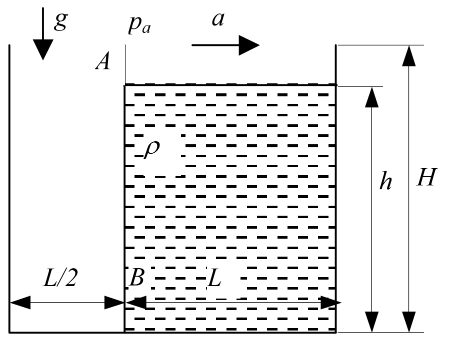
1. Odredite silu F na pregradu kolica $\overline{AB}$ jedinične širine koja se ubrzavaju udesno konstantnom akceleracijom a = 7.2 m/s. Zadano je: H = 1.2 m, h = 1.06 m, L = 0.6 m, ρ = 998.2 kg/m .

2. Odredite silu F potrebnu za otvaranje poklopca prema slici zglobno vezanog u A. Poklopac je oblika jednakokračnog trokuta visine h = 0.65 m, i baze a = 0.28 m. Zadano je: H = 0.3 m, α = 23 , ρ = 998.2 kg/m .

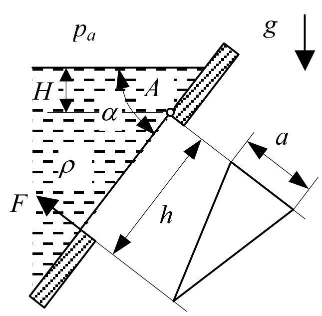
3. U normalnom režimu rada cjevovodom L transportira se naselju prema slici Q = 0.01 m /s vode ρ=999,8 kg/m , ν=1,04·10 m /s pri totalnom pretlaku u naselju p = 3.2 bara. Pretpostavite da je potrošnja vode konstantna svih 24 sata i da se 16 sati za pogon pumpe koristi električna energija standardne cijene, a 8 sati električna energija koja je 30% jeftinija. Odredite uštedu (u %) ukoliko bi se naselje 16 sati opskrbljivalo cjevovodom L iz akumulacijskog rezervoara (isključena pumpa), a 8 sati (jeftinija tarifa el. energije) pumpa istovremeno cjevovodom L opskrbljuje naselje i cjevovodom L puni akumulaciju. Zadano je: H = 37 m, L = 2.3 km, L = 4.3 km, L = 2.2 km, D = 0.3 m (promjer svih cjevovoda) k = 0.015 mm (hrapavost svih cijevi), p = 3.2 bara (totalni pretlak u naselju). Zanemarite sve lokalne gubitke, kao i gubitke ispred pumpe. Koliki će biti totalni pretlak u naselju kada se naselje opskrbljuje samo iz akumulacijskog rezervoara.

4. Odredite horizontalnu silu na branu jedinične širine prema slici. Pretpostavite strujanje idealnog fluida, te uniformne profile brzina dovoljno daleko od brane i na preljevu. Zadano je: h = 0.1 m, h = 1.2 m, h = 0.25 m, h = 0.6 m, L = 0.35 m, ρ = 1000 kg/m .

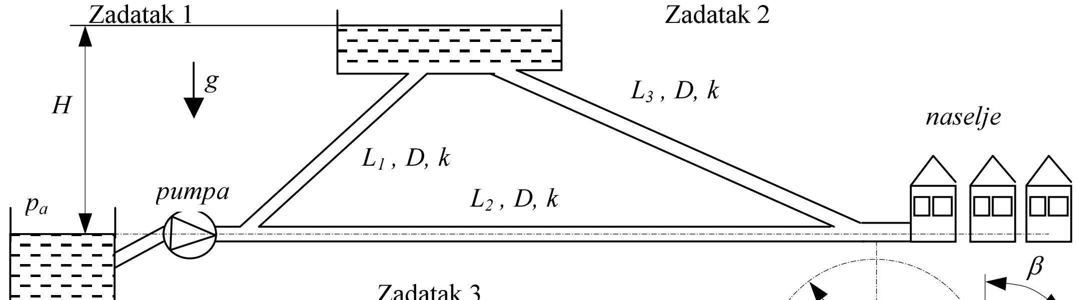
5. Odredite domet R mlaza poljevača trave koji se okreće kutnom brzinom ω = 7.96 rad/s bez trenja u ležajevima. Zadano je: r = 27 cm, β = 42 , H = 0.93 m.



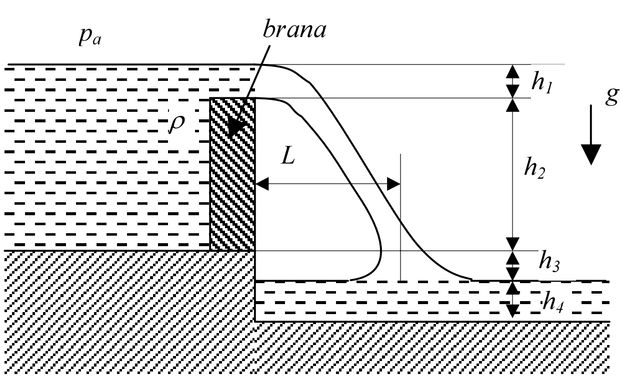
Zadatak 1



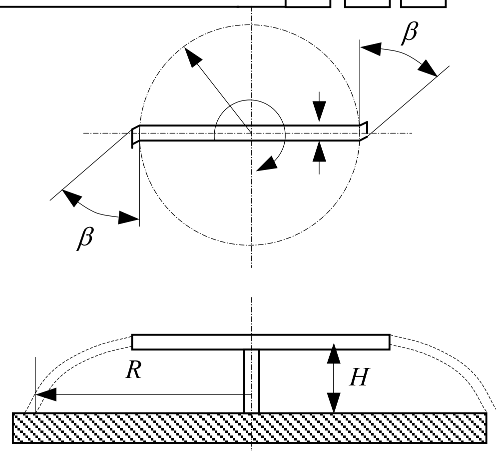
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 30.04.1999.

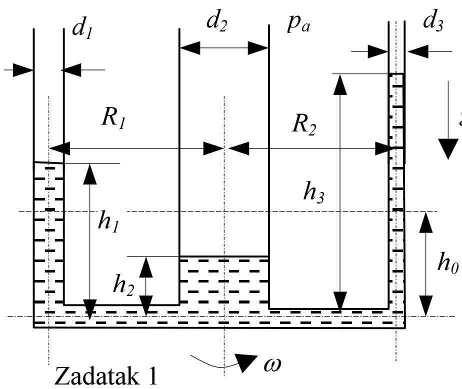
1. Tri cjevčice promjera d = 10 mm, d = 17 mm i d = 6 mm ispunjene su tekućinom gustoće ρ = 998.2 kg/m do visine h = 12 cm. Odredite visine h , h i h nakon što cjevčice zarotiramo konstantnom kutnom brzinom ω = 25.6 rad/s. Zadano je R = 5 cm, R = 12 cm.

2. U horizontalno postavljenom kružnom cilindru jedinične širine ispunjenog vodom (ρ = 998.2 kg/m) postavljena je pravokutna ploča jedinične širine. Pri kojem kutu α se hvatište hidrostatske sile na gornju površinu ploče nalazi na najvećoj dubini i pri kojem kutu α sila hidrostatkog tlaka na gornju površinu ploče poprima maksimalnu vrijednost. Zadano je: R = 1.2 m.

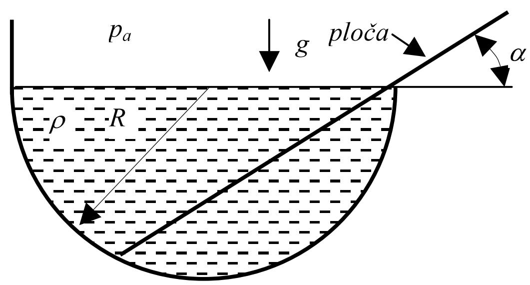
3. Odredite maksimalni domet L mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m , ν = 1.04 10 m /s). Kraj cijevi postavljen je horizontalno na visini x. Sve lokalne gubitke zanemarite. Radi jednostavnijeg proračuna pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: D = 0.3 m, L = 23 m, k = 0.015 mm (visina hrapavosti cijevi), h = 1.2 m, H = 3.7 m.

4. Odredite kojom silom F treba opteretiti klip promjera d = 5 cm, da bi se spuštao brzinom v = 1.2 m/s u cilindru promjera D = 6 cm, ispunjenog vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m . Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Uputa: koordinatni sustav postavite relativno u odnosu na klip.

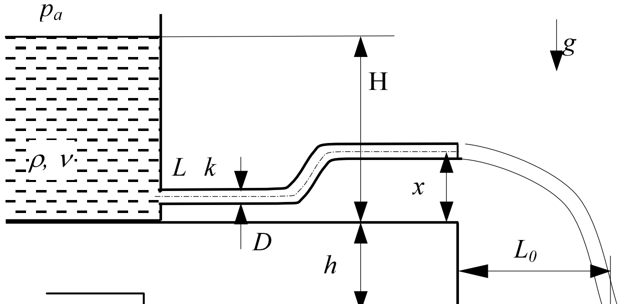
5. Kroz konvergentno – divergentnu sapnicu zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4) izentropski istječe u atmosferu masenim protokom $\dot{m}$ = 1.94 kg/m . Ako u spremniku vlada tlak p = 3.2 bara odredite promjer D izlaznog presjeka pravilno proširene sapnice. Zadano je: p_a = 1013 mbar, D = 100 mm



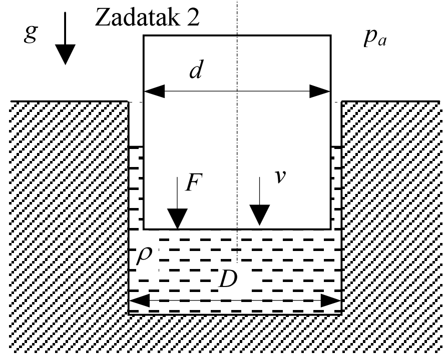
Zadatak 1



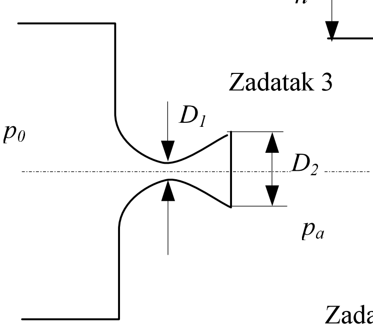
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 21.05.1999.

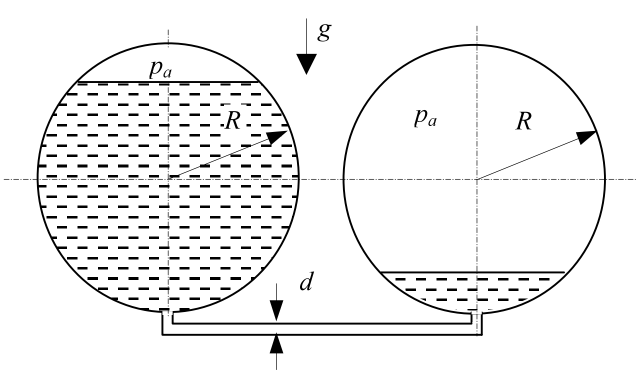
1. Odredite vrijeme potrebno da se razina u oba kuglasta spremnika izjednači. U početnom trenutku lijevi spremnik je bio potpuno pun, a desni potpuno prazan. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje idealnog fluida te potpuno ispunjenu preljevnu cijev u početnom trenutku. Zadano je: R = 2m, d = 0.12 m.

2. Trokutasti poklopac AOB uležišten je i okretljiv oko brida OB prema slici. Sila F djeluje s hvatištem u točci A u smjeru okomitom na poklopac. Kolika je veličina sile F potrebna za držanje poklopca u ravnotežnom položaju. Zadano je: ρ = 998 kg/m . H = 1m, a = 2 m, L = 3 m.

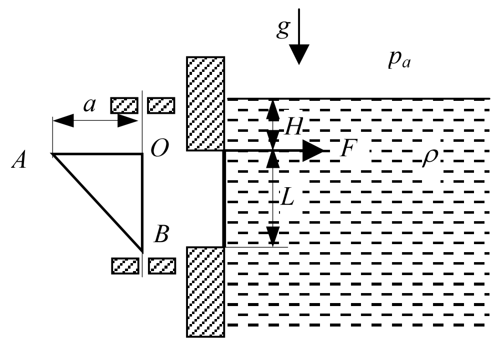
3. Kolika je sila F potrebna za potiskivanja stapa unutar injekcije brzinom v = 18 mm/s. Hipodermalna igla ima unutarnji promjer d = 0.3 mm te je duga L = 60 mm. Gustoća je fluida unutar injekcije ρ = 800 kg/m te viskoznost μ = 0.98 10 Pas. Pretpostavite da nema curenja fluida između stapa i cilindra injekcije te zanemarite sve lokalne gubitke pri strujanju fluida unutar injekcije. U razmatranje je potrebno uzeti linijske gubitke unutar cilindra i igle. Zadano je: a = 50 mm, D = 5 mm.

4. Između dva velika akumulacijska jezera ugrađena je brana s turbinom. Zbog povećanja stupnja djelovanja turbine ispod nje je montiran difuzor. Odredite silu na difuzor ako je izmjeren neto pad turbine h_t = 10.5 m, Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida i jednolike profile brzina po svim presjecima. Zadano je: h = 5.2 m, h = 12 m, h = 2.2 m, h = 0.9 m, h = 5.7 m, d = 1 m, d = 1.4 m, ρ = 998 kg/m .

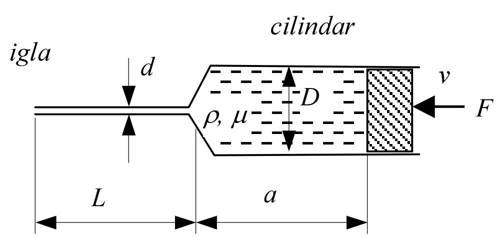
5. Kroz konvergentno divergentnu sapnicu zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4) istječe u atmosferu. Odredite maseni protok kroz pravilno proširenu sapnicu prema slici. Zadano je: D = 5 mm, p = 4 bara, p_a = 1.013 bara, T = 302 K.



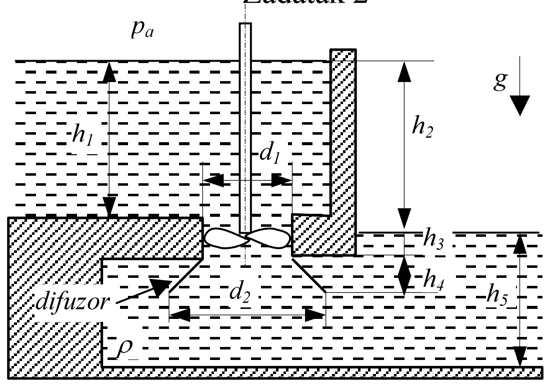
Zadatak 1



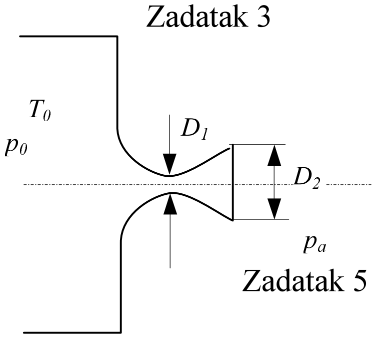
Zadatak 2



Zadatak 3



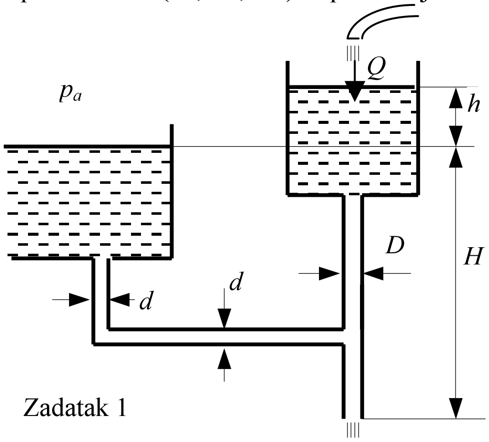
Zadatak 4



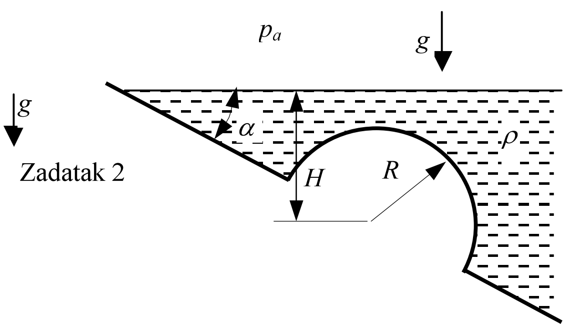
Zadatak 5

Ispit održan 16.06.1999 .

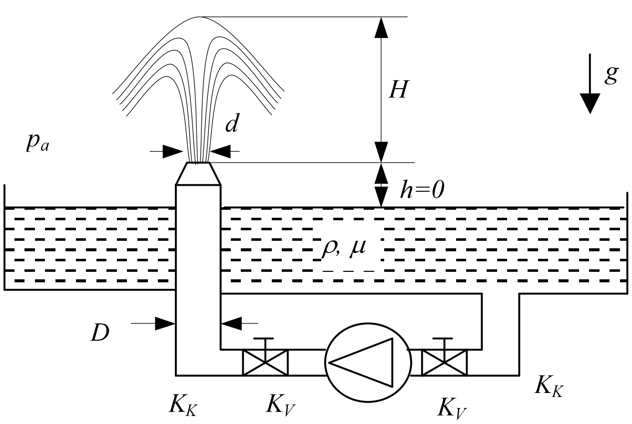
1. Odredite visinu h nivoa u spremniku koji će se uspostaviti u stacionarnom režimu strujanja. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: Q = 0.0052 m /s, H = 0.8 m, D =0.03 m, d = 0.02 m.
2. Odredite silu (veličinu, smjer i hvatište) na polukuglasti zatvarač prema slici. Zadano je: R = 1.3m. H = 2.7 m, ρ = 998.2 kg/m , α = 47 .
3. Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave i protok) da bi visina mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m , μ = 1.52 10 Pas) vodoskoka bila H = 3.4 m. Zadano je: K = 2.7, K = 4.5, K = 1.2 (lokalni gubitak sapnice izražen uz veću brzinu), L = 7.2 m (ukupna duljina svih cijevi) D = 0.3 m (promjer svih cijevi). Pretpostavite da su sve cijevi iz trgovačkog čelika. Zadano je: d = 0.1 m.
4. Odredite visinu otvora h da bi sila koja pridržava pregradnu stjenku zglobno vezanu u točci A bila maksimalna te odredite iznos sile. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je H = 1.3 m, d = 0.15 m, ρ = 998.2 kg/m , b = 1.1 m.
5. Domet topovskog zrna s ovisi o početnoj brzini zrna v kutu topovske cijevi α, visina brda h i gravitaciji g. Primjenom dimenziske analize odredite bezdimenziske π parametre te nađite zavisnost tih bezdimenziske parametara F(π , π , ….)=0 pomoću jednadžbe kosog hica.



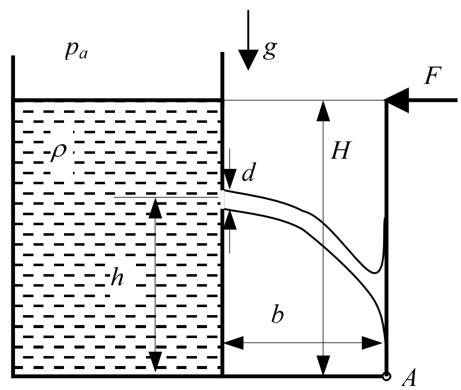
Zadatak 1



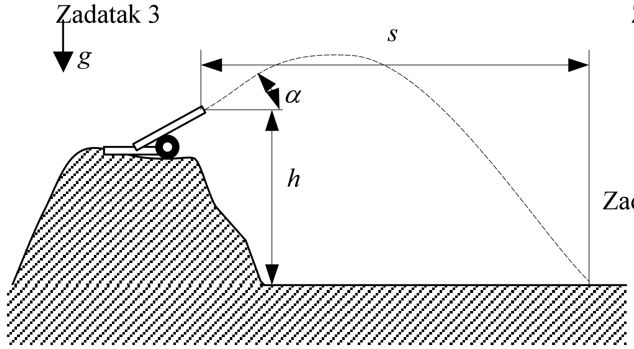
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 30.06.1999.

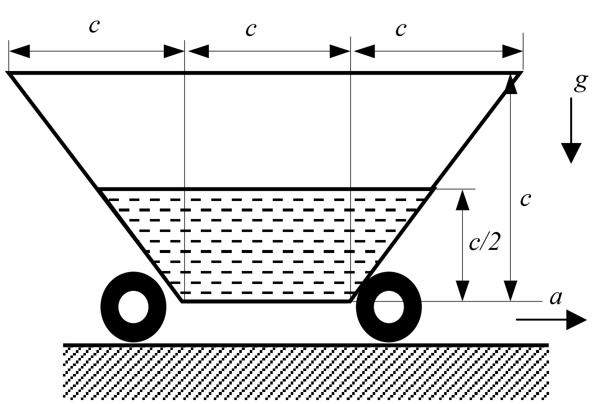
1. Odredite maksimalnu dozvoljenu akceleraciju kojom kolica mogu ubrzavati. a da ne dođe do prelijevanja preko ruba kolica.

2. Odredite gustoću materijala ρ od kojega je napravljena polucilindrična greda jedinične dužine ako je greda nagnuta u odnosu na površinu vode gustoće ρ = 998.2 kg/m za kut α = 18 te zglobno vezana u točci A.

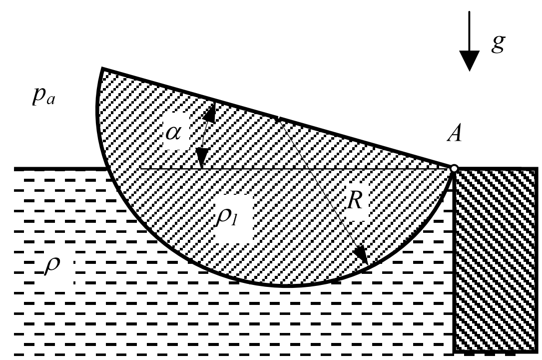
3. Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave i protok) da bi domet preljeva (slapa) mlaza vode (ρ = 998.2 kg/m , μ = 1.52 10 Pas) bio a = 1.4 m, te da bi debljina h mlaza jedinične širine bila h = 12 cm. Zadano je: K = 2.7, K = 4.5, L = 7.2 m (ukupna duljina svih cijevi) D = 0.3 m (promjer svih cijevi). Pretpostavite da su sve cijevi iz trgovačkog čelika. Pretpostavite uniformni profil brzine na preljevu. Zadano je: H = 2.7 m.

4. Za zaustavljanje kolica mase m = 2100 kg koja se u početnom trenutku kreću brzinom v = 56 km/h koristi se lopatica jedinične širine. Odredite duljinu puta potrebnog da bi kolica usporila na pola prvobitne brzine ako se lopatica, prema slici uroni do dubine a = 4 cm. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Uputa: Pretpostavite da se koordinatni sustav giba zajedno s kolicima. Zadano je: α = 15 , ρ = 998.2 kg/m

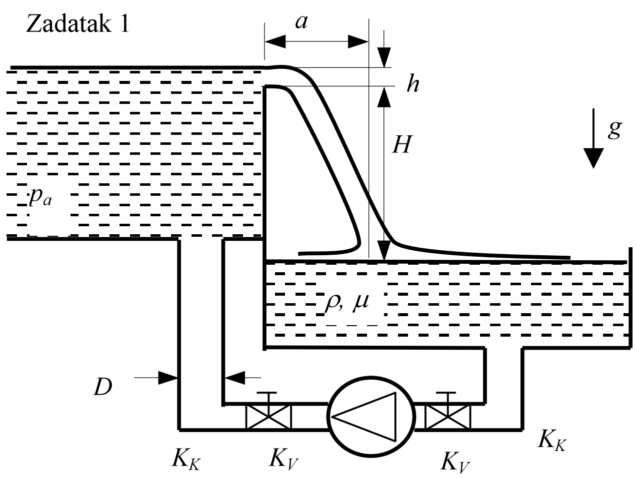
5. Zrak (R=287 J/kgK, æ = 1.4) izentropski struji iz velikog spremnika u kojem vlada tlak p = 1.5 bar kroz konvergentno divergentnu sapnicu promjera D = 52 mm u zračni tunel promjera D = 100 mm. Odredite tlak p i Machov broj kada fluid u zračnom tunelu struji podzvučno. Koliki tlak p moramo postići vakum pumpom da bi u zračnom tunelu strujanje prešlo u nadzvučno i koliki je Machov broj. Zadano je: p_a = 1.013 bar, D = 53,6 mm.



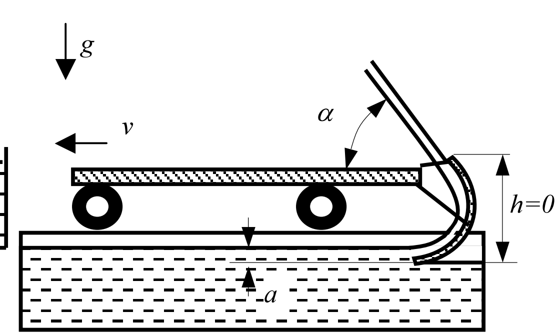
Zadatak 1



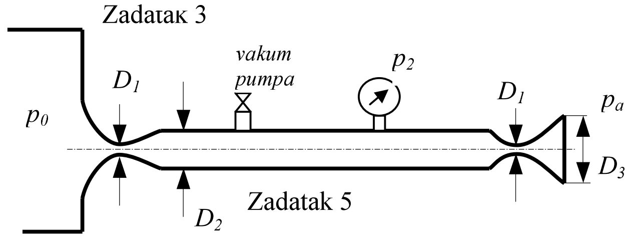
Zadatak 2



Zadatak 3



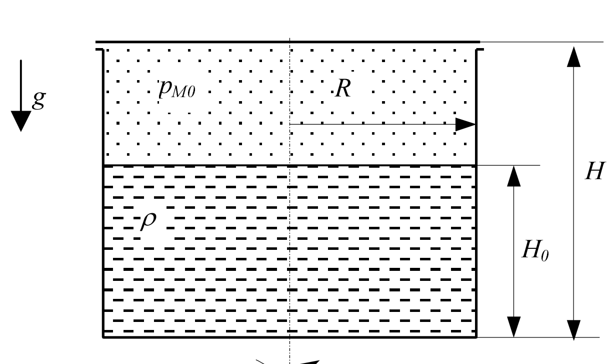
Zadatak 4



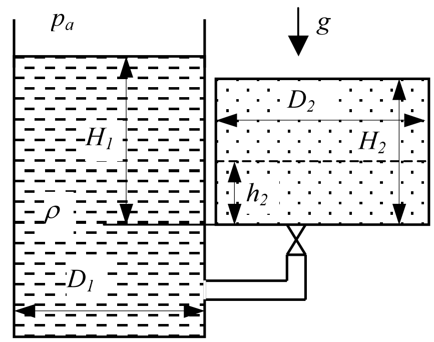
Zadatak 5

Ispit održan 01.09.1999.

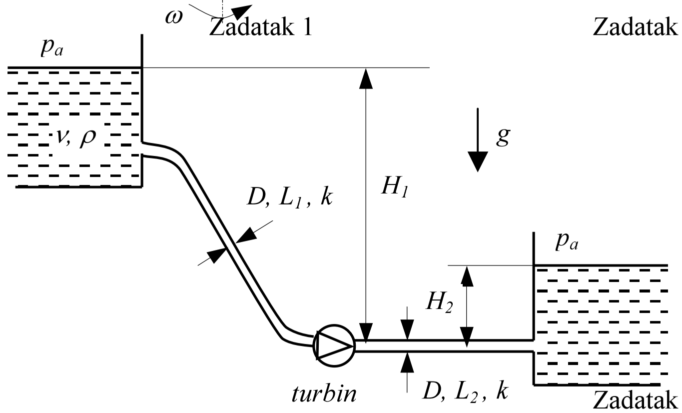
1. Poklopac na cilindričnoj posudi u mirovanju, prema slici, pridržava se podtlakom p = 0.18 bar u posudi. Pri kojoj kutnoj brzini rotacije ω će se poklopac otvoriti. Zadano je H = 2.6 m, H = 1.8 m, R = 1m, ρ = 998.2 kg/m .
2. Dva cilindrična spremnika, prema slici, povezana su cjevovodom s ugrađenim ventilom. U situaciji prema slici ventil je zatvoren a desni je spremnik potpuno ispunjen zrakom pod apsolutnim tlakom p = 0.54 bar. Odredite visinu h do koje će se desni spremnik ispuniti vodom ako se ventil otvori. Pretpostavite izotermno stlačivanje zraka u desnom spremniku. Zadano je. p_a = 1010 mbar, D = 1.2 m, D = 1.6 m, H = 2.7 m, H = 1.4 m, ρ = 998.2 kg/m .
3. Odredite protok Q kroz sistem prema slici ako je pad tlaka kroz turbini p_T = 4.18 bar. Zadano je: H = 49 m, H = 2.8 m, ρ = 998.2 kg/m , ν =1.055 10 m /s, D = 350 mm, k = 0.045 mm, L = 98 m, L = 46 m.
4. Odredite silu fluida na ravnu ploču jedinične širine, prema slici, ako čamac vuče ploču brzinom v = 8 m/s. Kolika je potrebna snaga? Pretpostavite strujanje idealnog fluida te zanemarite utjecaj gravitacije. Zadano je ρ = 998.2 kg/m , h = 12 mm, α = 30 .
5. Odredite konstantnu kutnu brzini vrtnje ω rotirajuće cijevi, prema slici, na koju djeluje vanjski moment M = 8.4 Nm, ako je protok kroz cijev Q = 200 l/min. Odredite kutnu brzinu vrtnje cijevi ako se cijev slobodno okreće uz iste ostale uvjete. Zadano je: R = 0.5 m, D = 20 mm, ρ = 1000 kg/m , β = 30 .



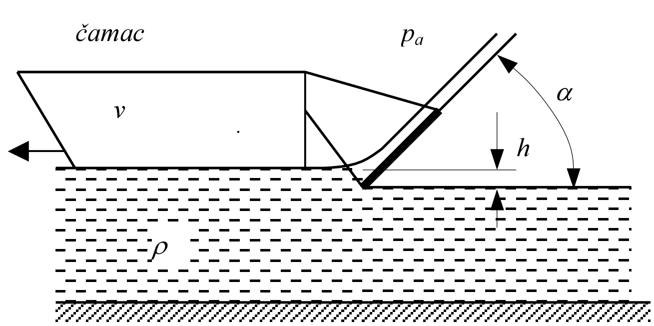
Zadatak 1



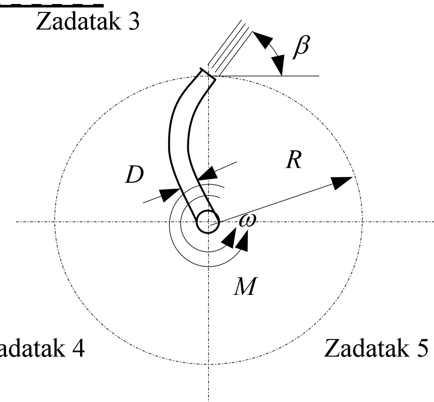
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 14.09.1999.

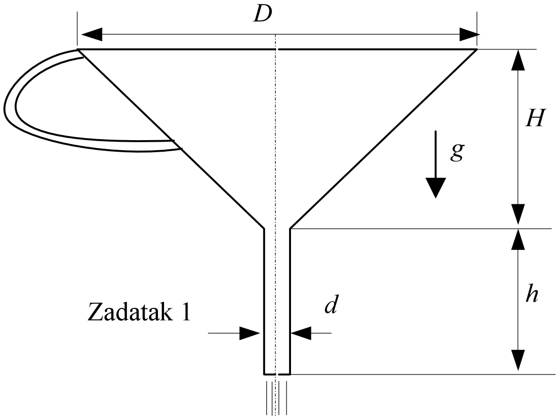
1. Odredite vrijeme potrebno za pražnjenje lijevka (traktura) prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zanemarite vrijeme potrebno da se isprazni cjevčica promjera d. Zadano je: D = 20 cm, d = 0.5 cm, H = 17 cm, h = 12 cm.

2. Kocka stranice a = 0.73 m i gustoće ρ = 690 kg/m , djelomično je uronjena u vodu gustoće ρ = 998.2 kg/m .prema slici. Odredite reakciju u točci A (silu i moment). Zadano je: α = 53 , h = 7 cm.

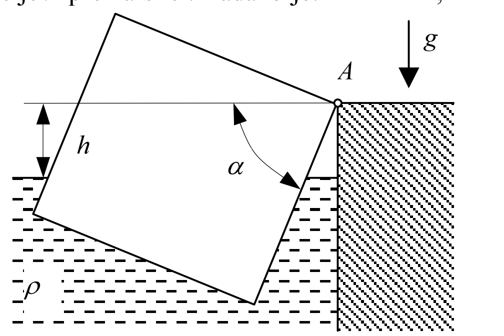
3. Pumpa visine dobave h = 32 m, ostvaruje protok od Q = 3.2 l/s kroz sistem prema slici. Odredite za koliko će se povećati protok kroz sistem ako ugradimo pumpu visine dobave h = 46 m uz nepromijenjene ostale veličine. Zadano je D = 0.12m (promjer cjevovoda), k = 0.015 mm (visina hrapavosti cjevovoda), L = 1283 m, H = 18 m, ρ = 998.2 kg/m , μ = 1.52 10 Pas.

4. Odredite silu na spojnicu (račvu) koja spaja sva tri rezervoara. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida te zanemarite težinu vode u spojnici. Pretpostavite da se visine nivoa u rezervoarima jedinične širine ne mijenja kada se uspostavi stacionarno strujanje. Zadano je: h = 1.3 m, h = 0.5 m, h = 0.9m, d = 12 mm, p = 0.3 bara, m = 23 kg, a = 0.75m, ρ = 998 kg/m .

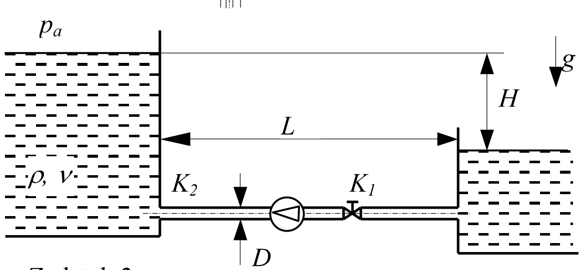
5. Odredite kutnu brzinu rotacije ω, slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Zadano je: H = 12 m, D = 0.1 m, d = 0.05 m, R = 0.73 m, p = 0.3 bar, ρ = 998.2 kg/m .



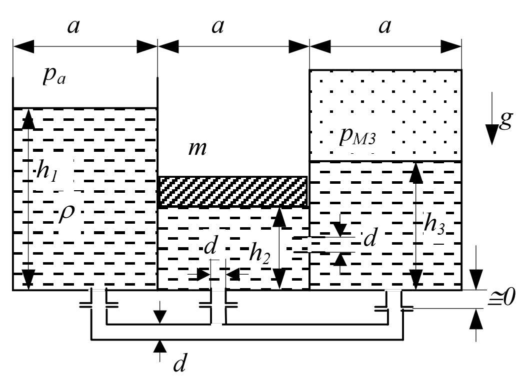
Zadatak 1



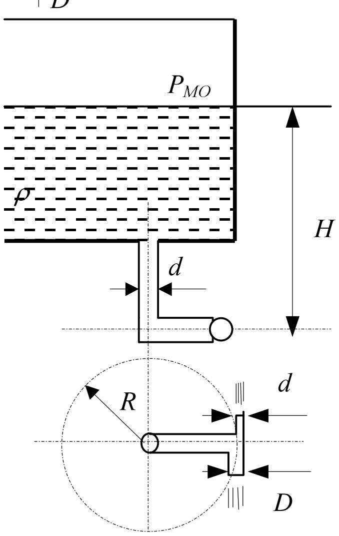
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

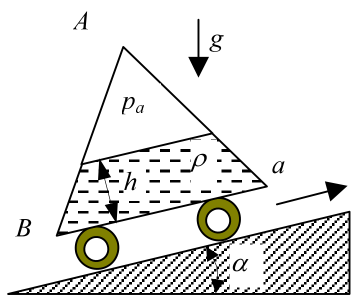


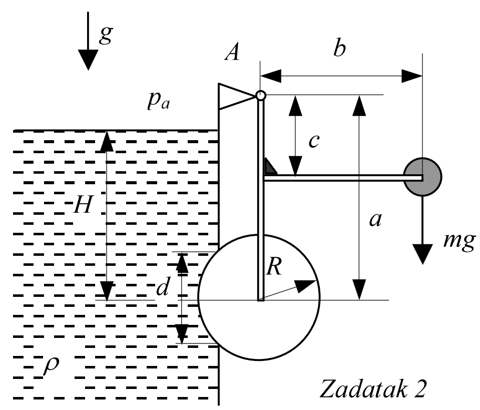
Zadatak 5

Ispit održan 26.11.1999.

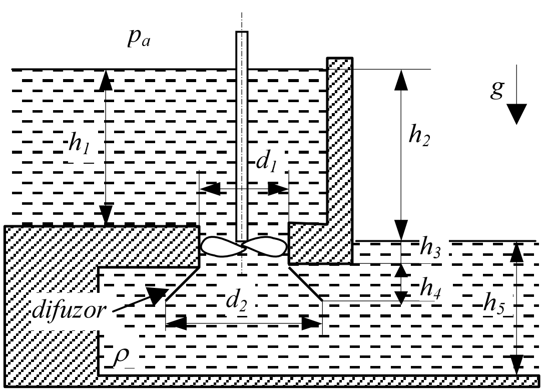
1. Odredite silu na stražnju stranu AB kolica oblika jednakostranične prizme stranice b = 1.27 m, prema slici, ako kolica jedinične širine ubrzavaju uz kosinu konstantnom akceleracijom a = 1.2 m/s . Zadano je: h = 0.82 m (visina fluida u kolicima u stanju mirovanja na ravnoj podlozi), α = 15 , ρ = 998.2 kg/m .
2. Odredite visinu H kod koje će se otvoriti kuglasti zatvarač zglobno učvršćen u točci A. Zanemarite mase poluga. Zadano je: R = 0.23 m, d = 33 cm, a = 1.8 m, b = 1.3 m, c = 0.7 m, m = 67 kg, ρ = 998.2 kg/m3.
3. Između dva velika akumulacijska jezera ugrađena je brana s turbinom. Zbog povećanja stupnja djelovanja turbine ispod nje je montiran difuzor. Odredite povećanje stupnja djelovanja ako je neto pad turbine h_t = 10.5 m, Pretpostavite jednolike profile brzina po svim presjecima, te da je lokalni gubitak u difuzoru jednak 15% gubitka naglog proširenja. Zadano je: h = 5.2 m, h = 12 m, h = 2.2 m, h = 0.9 m, h = 5.7 m, d = 1 m, d = 1.4 m, ρ = 998 kg/m , ν = 1.04 10 m /s.
4. Odredite horizontalnu silu na cjevovod prema slici. Kraj cijevi postavljen horizontalno na visini x odredite iz uvjeta da je domet L mlaza vode ρ = 998.2 kg/m maksimalan.. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: D = 0.3 m, L = 23 m, h = 1.2 m, H = 3.7 m.
5. Vodeni sat (klepsidra) prema slici služi za mjerenje vremena. Odredite promjer d grla klepsidre da bi se gornja površina kapljevine spuštala konstantnom brzinom v = 1 mm/s. Pretpostavite strujanje idealnog fluida, te da je gornji spremnik na početku istjecanja bio ispunjen do visine H. Zadano je: D = 5 cm, H = 7 cm.

Zadatak 1

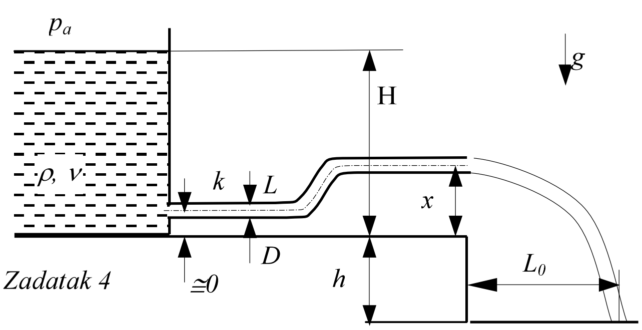




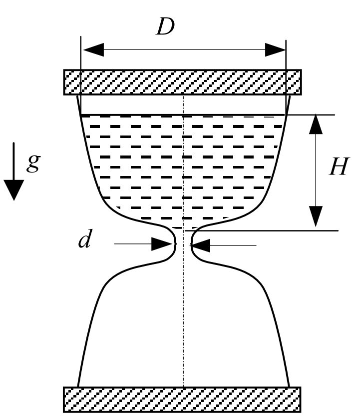
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 17.12.1999.

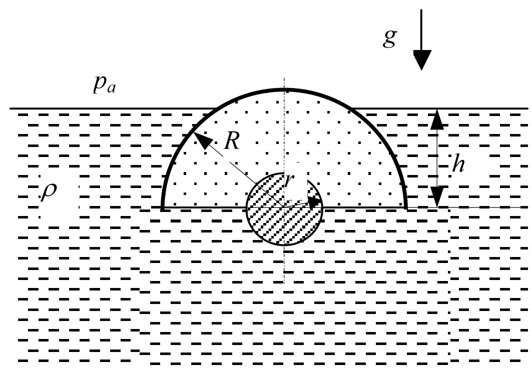
1. Tlak p na kraju horizontalne cijevi kroz koju fluid struji u laminarnom režimu strujanja ovisi o tlaku na početku cijevi p , tangencijalnom naprezanju na stjenci cijevi τ_w , promjeru cijevi D te duljini cijevi L. Primjenom dimenzione analize odredite zavisnost tlaka p od preostalih veličina.

2. Odredite masu m polukuglaste posude koja je uronjena do dubine h = 0.38 m Unutar polukuglaste posude pliva kugla promjera r = 0.23 m prema slici. Zanemarite debljinu stjenke polukuglaste posude. Zadano je: R = 41 cm, ρ = 998 kg/m .

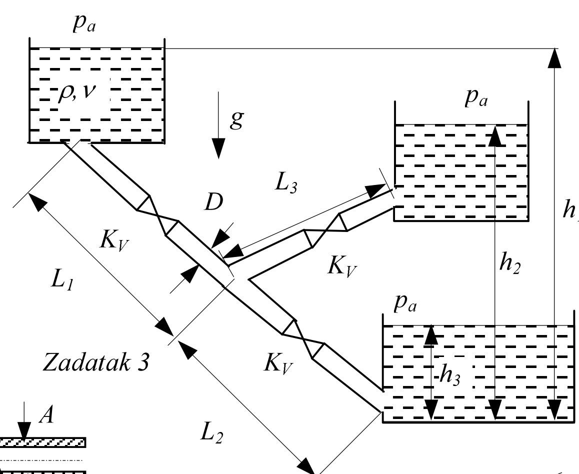
3. Odredite visinu h vode u spremniku, ako u spremnik 2 ne utječe niti istječe voda ρ = 998 kg/m , ν = 1.52 10   m /s. Koeficijent lokalnog gubitka svih ventila na slici K = 7. Zanemarite gubitke u račvi. Promjer svih cjevovoda iznosi D = 0.17m. Zadano je : h = 13 m, h = 4m, L = 23 m, L = 27m, L = 25 m, k = 0.01 mm (visina hrapavosti svih cjevovoda).

4. Mlaz vode gustoće ρ = 1000 kg/m struju kroz cjevčicu A promjera d = 5 mm i udara u gumicu zatvarača vode u vodokotliću. Podizanjem razine vode u vodokotliću podiže se i plovak koji preko polužja zanemarive težine savladava silu mlaza vode F i približava gumicu otvoru cjevčice. Pretpostavite stacionarno strujanje idealnog fluida te jednolike profile brzina. Odredite koliko puta je sila potrebna za zatvaranje otvore cjevčice veća od sile potrebne za držanje gumice u zatvorenom stanju, ako je totalni pretlak vodovoda p = 6 bara. Zadano je: h = 10 cm, L = 24 cm, R = 10 cm.

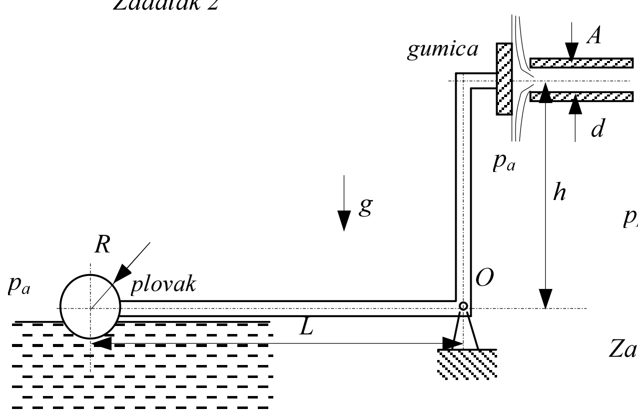
5. Odredite protok Q kroz poljevač trave prema slici ako se za pogon poljevača koristi uteg mase m = 5 kg (zanemarite trenje u ležajevima). Odredite totalni pretlak u cjevovodnoj mreži na koju je poljevač priključen ako je kutna brzina vrtnje poljevača konstantna i iznosi ω = 10.4 rad/s. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: d = 20 mm, H ~ 0, R = 20 cm, R = 60 cm, ρ = 1000 kg/m , α = 30 .



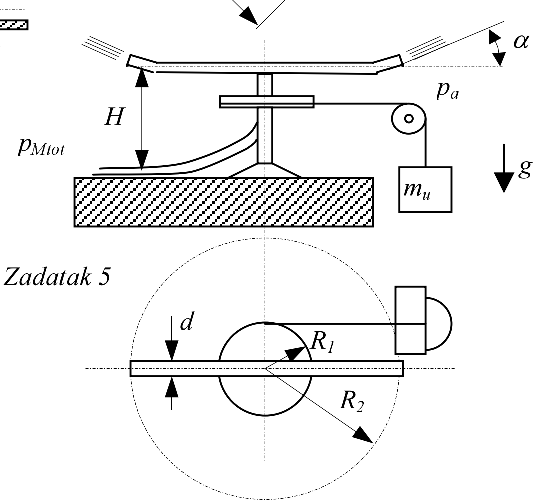
Zadatak 2



Zadatak 3



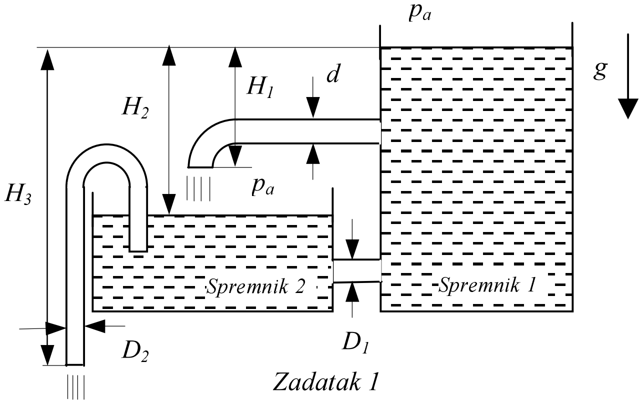
Zadatak 4



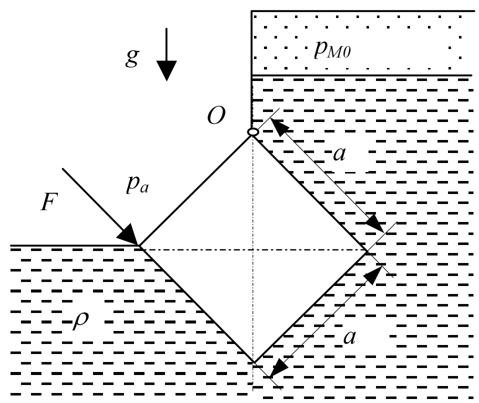
Zadatak 5

Ispit održan 28.01.2000.

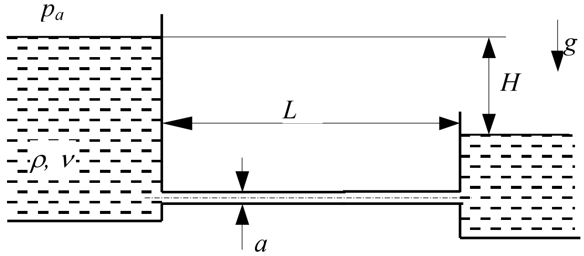
1. Odredite promjer d cjevovoda prema slici da bi nivo u spremniku 2 ostao na istoj visini. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Pretpostavite konstantnu visinu u spremniku 1. Zadano je: H = 0.65 m, H = 1.2 m, H = 3.6 m, D = 100 mm, D = 250 mm.
2. Odredite silu F potrebnu da bi se kvadratna greda jedinične duljine zglobno učvršćena u točki O držala u ravnoteži. Zadano je: a = 0.4 m, ρ = 998 kg/m .
3. Dva spremnika prema slici spojena su cjevovodom kvadratnog poprečnog presjeka (a = 23 cm), ukupne duljine L = 273 m. Cijev kvadratnog poprečnog presjeka potrebno je zamijeniti okruglom cijevi promjera d koja ostvaruje iste radne uvjete (isti protoku Q i istu razliku visina H). Pretpostavite strujanje u području potpune turbulencije te visinu hrapavosti k = 0.001 mm.
4. U horizontalnoj ravnini nalazi se dvokraka račva prema slici. Odredite silu fluida na račvu ako je sila mlaza na ravnu ploču F = 384 N. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: D = 150 mm, ρ = 1000 kg/m , α = 25 , β = 37 . γ = 42 .
5. Odredite vrijeme, mjereno od otvaranja ventila, potrebno da se napuni posuda prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. U proračunu je potrebno uzeti u obzir debljinu cijevi d. Zadano je: h = 1.8 m = const. d = 25 mm, h = 30 cm, h = 100 cm, D = 80 cm.



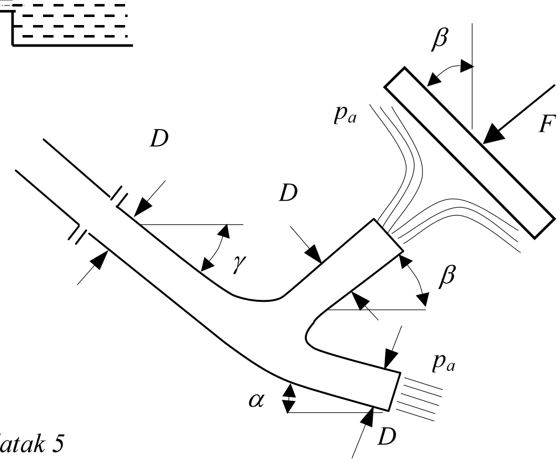
Zadatak 1

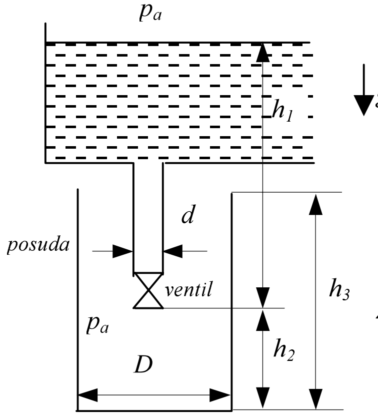


Zadatak2



Zadatak 3





Zadatak 5

Zadatak 4

Ispit održan 16.02.2000.

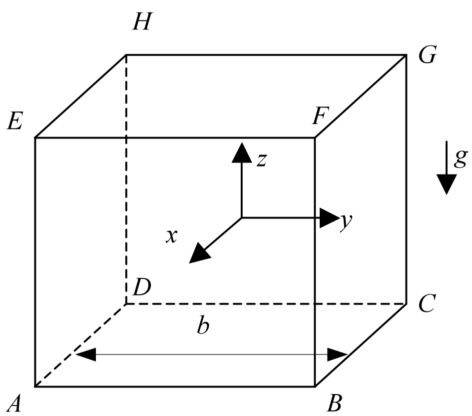
1. Odredite akceleraciju a (po smjeru i veličini) kockastog spremnika, prema slici, ispunjenog fluidom gustoće ρ = 998.2 kg/m ako su zadane razlike tlakova na prostornim dijagonalama. Zadano je: Δp_{G} = 2.3 bar, Δp_{BH} =1.4 bar, Δp_{CE} = 3.1 bar, b = 4.2 m.

2. Odredite visinu H stupca vode kod kojeg će doći do otvaranja polukuglastog poklopca polumjera R = 28 cm. Pretpostavite da su sve poluge zanemarive težine, a da je uteg promjera d = 48 cm izrađen od materijala gustoće ρ_{tega} = 780 kg/m . Zadano je: ρ = 998.2 kg/m , a = 1.5 m, b = 0.9 m, c = 2.4 m, e = 0.3 m.

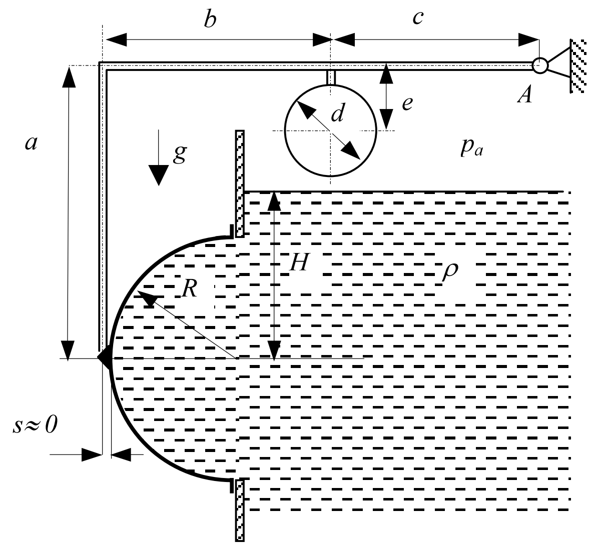
3. Odredite koliko puta se smanji protok kroz cijev okruglog presjeka uz isti pad tlaka po jediničnoj duljini cijevi ako se cijev pregradi vertikalnom stjenkom. Pretpostavite laminarno strujanje te beskonačno tanku pregradu. Strujanje se odvija u oba pregrađena dijela cijevi.

4. Odredite funkcionalnu zavisnost sile F mlaza vode na ploču od kuta α nagiba ploče. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida te strujanje u horizontalnoj ravnini. Zadano je: d = 12 mm, d = 21 mm, v = 3.2 m/s, v = 2.7 m/s , ρ = 1000 kg/m (gustoća fluida).

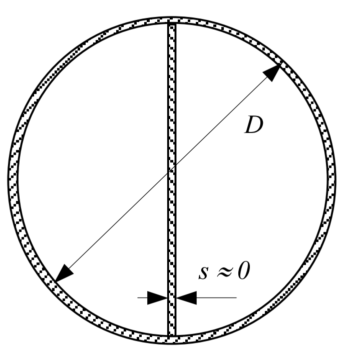
5. Odredite izlazni promjer D pravilno proširene konvergentno – divergentne sapnice kroz koju izentropski struji zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4). Zadano je: p = 2.98 bar, p_a = 1.013 bar, T = 437 K, d = 12 mm.



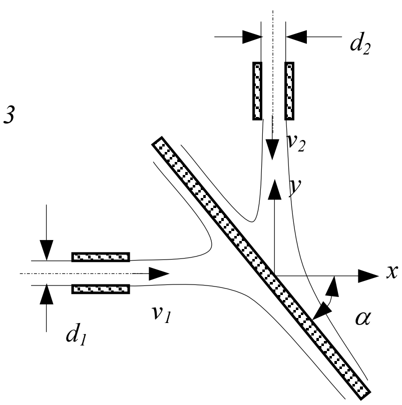
Zadatak 1



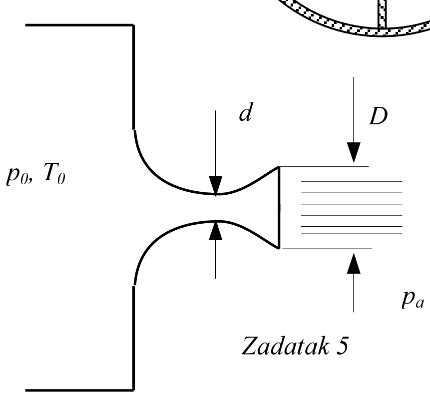
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 01.03.2000.

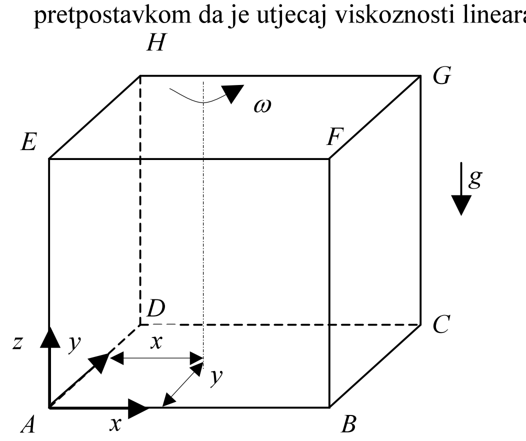
1. Odredite položaj vertikalne osi, u odnosu na ishodište A, oko koje kockasti spremnik, prema slici, rotira konstantnom kutnom brzinom ω = 2.3 rad/s. Spremnik je ispunjen fluidom gustoće ρ = 998.2 kg/m . Zadano je: Δp_C = 1250 Pa, Δp_{BD} =2050 Pa, b = 4.2 m.

2. Odredite udaljenost c utega promjera d = 48 cm izrađenog od materijala gustoće ρ_{tega} = 7800 kg/m , od zgloba A kod kojeg će doći do otvaranja polukuglastog poklopca polumjera R = 21 cm, prema slici. Pretpostavite da visina H stupca vode H = 110 cm te da su sve poluge zanemarive težine. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m3, a = 1.5 m, b = 0.9 m, c = 2.4 m, e = 0.3 m.

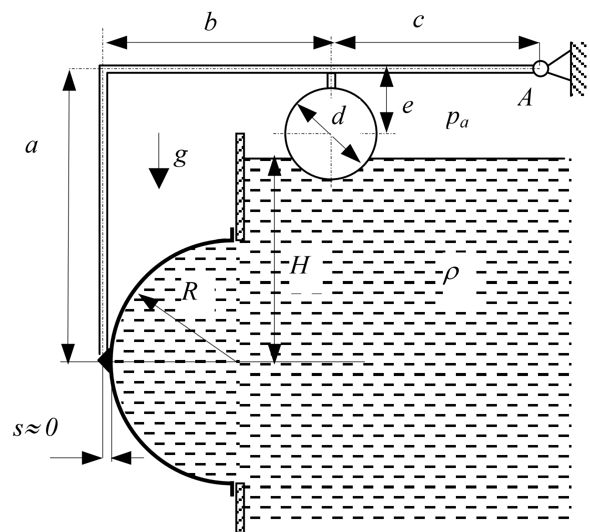
3. Za potrebe opskrbe vodom naselja izgrađen je cjevovod promjera D = 150 mm od vučenih cijevi ukupne duljine L = 2.4 km. Pumpa dobavlja 25 l/s vode (gustoće ρ = 998 kg/m , kinematičkog koeficijenta viskoznosti ν = 1.52 10 m /s) naselju koje se nalazi na visini H = 75 m iznad razine jezera te ostvaruje totalni pretlak vode u naselju p = 3 bara. Nakon dvadesetogodišnje eksploatacije potrebe za vodom su se povećale pa je potrebno dobaviti 75% više vode uz isti totalni pretlak. Odredite promjer d novog cjevovoda koji će se postaviti umjesto postojećeg, a zadovoljava povećane potrebe za vodom s postojećom pumpom.. Pri proračunu lokalne gubitke zanemarite te pretpostavite da je visina hrapavosti k novog cjevovoda k = 0.1 mm.

4. Odredite silu na jednu lopaticu u rešetci (jedinične širine) koja skreće strujanje zraka za kut α = 23 . Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: v = 50 m/s, p = 0.12 bara, ρ = 1.2 kg/m , t = 74 mm.

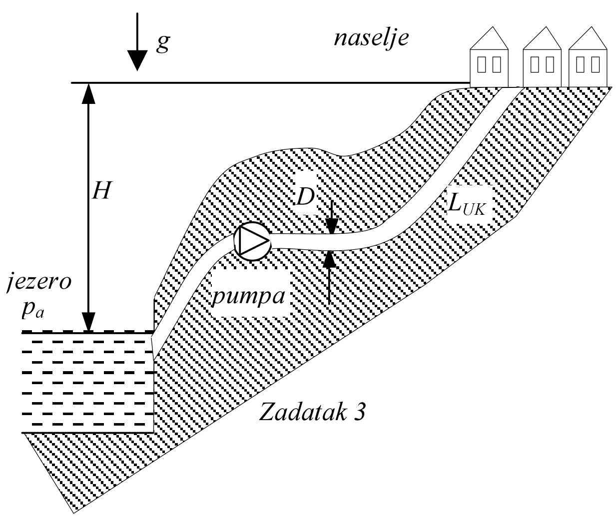
5. Brinkmanov broj N_B, često korišten pri analizi strujanja organskih fluida, je odnos disipacije i toplinske provodljivosti u fluidu. Broj je bezdimenziski parametar nastao kombinacijom dinamičkog koeficijenta viskoznosti μ, brzine v, toplinske vodljivosti λ, i temperature fluida T. Odredite Brinkmanov broj pod pretpostavkom da je utjecaj viskoznosti linearan.



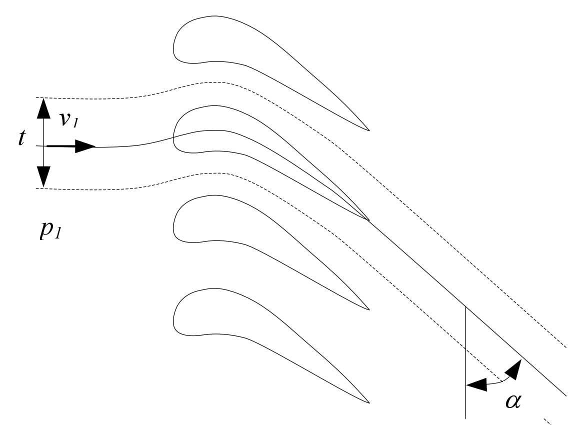
Zadatak 1



Zadatak 2



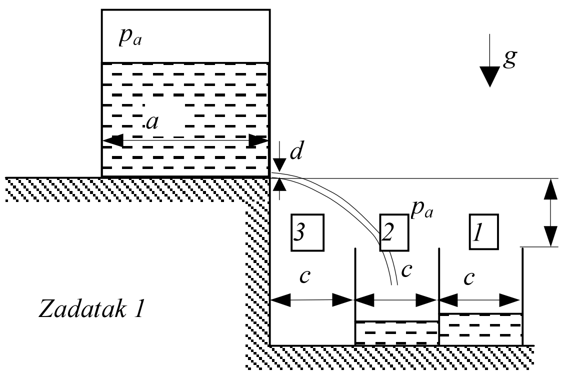
Zadatak 3



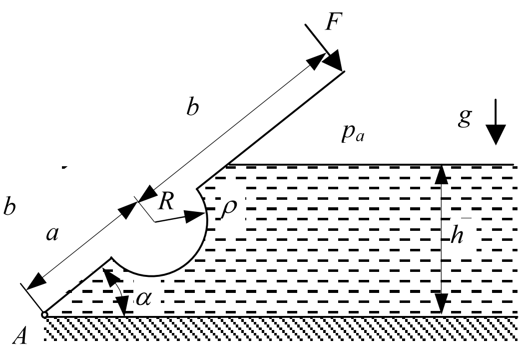
Zadatak 4

Ispit održan 24.03.2000.

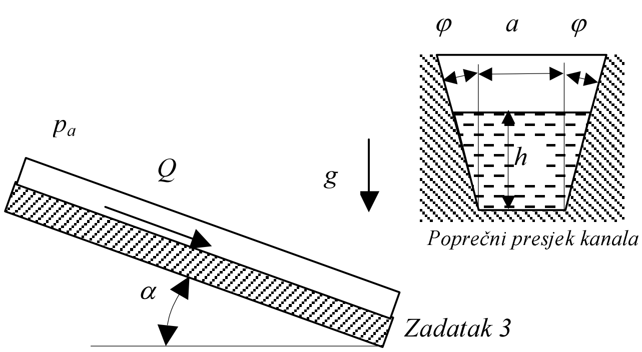
1. Odredite količinu fluida u spremnicima 1, 2 i 3 nakon pražnjenja kockastog spremnika stranice a = 1 m, kroz otvor promjera d = 3 cm na dnu spremnika prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida te da je spremnik na početku bio potpuno ispunjen fluidom. Zadano je: b = 2.3 m, c = 0.7 m.
2. Odredite silu F potrebnu za pridržavanje poklopca jedinične širine, prema slici, zglobno učvršćenim u točci A. Zadano je: a = 1.2 m, b = 2.6 m, R = 0.67 m, ρ = 998.2 kg/m , α = 78 , h = 2.8 m.
3. Za potrebe navodnjavanja potrebno je dobavljati Q = 2.3 m3/s otvorenim kanalom u obliku trapeza prema slici. Odredite nagib kanala α ako je visina vode u kanalu h = 0.3m. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije te da je kanal izgrađen od betona visine hrapavosti k = 1mm, . Zadano je: φ = 23 , a = 0.75 m.
4. Odredite kojom silom F treba opteretiti klip promjera d = 5 cm, da bi se spuštao brzinom v = 1.2 m/s u cilindru promjera D = 6 cm, ispunjenog vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m . Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Uputa: koordinatni sustav postavite relativno u odnosu na klip.
5. Odredite silu F na pregradu kolica $\overline{AB}$ koja se ubrzavaju udesno konstantnom akceleracijom a = 7.2 m/s. Zadano je: H = 1.1 m, h = 0.98 m, L = 0.8 m, ρ = 998.2 kg/m , B = 1m (širina kolica).



Zadatak 1

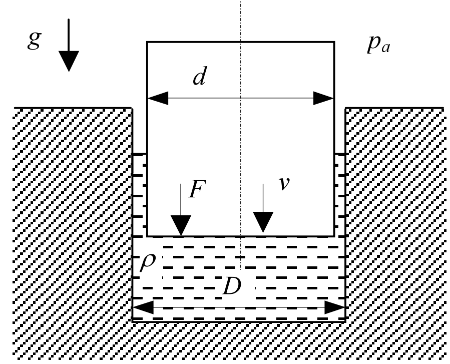


Zadatak 2

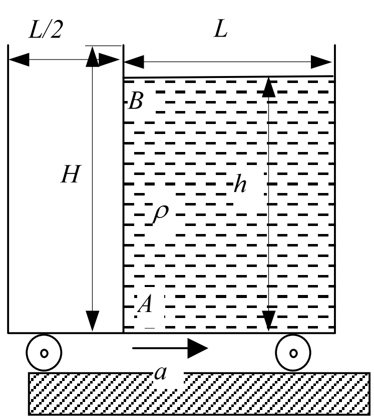


Poprečni presjek kanala

Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 28.04.2000.

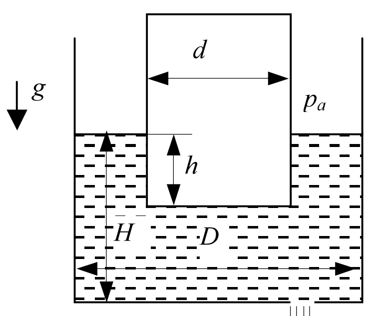
1. Odredite vrijeme potrebno da se potpuno isprazni cilindrična posuda promjera D = 72 cm u kojoj pliva valjak promjera d = 23 cm prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: d = 13mm, H = 1.2 m, h = 45 cm.

2. Odredite gustoću ρ kockastog utega da bi poklopac jedinične širine, prema slici, zglobno učvršćen u točci A bio u ravnoteži. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m , a = 49 cm, b = 65 cm, c = 52 cm, H = 87 cm, h = 11 cm, α = 41 .

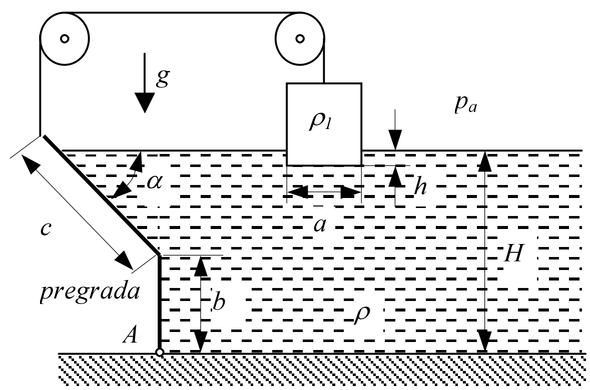
3. Odredite minimalni potrebni pretlak p u kompenzacionoj posudi koji osigurava da klip savladava silu F = 70 N pri brzini gibanja klipa v = 120 mm/min. Sve lokalne gubitke zanemarite. Zadao je: D = 24 mm, d = 10 mm, L = 74 m, ρ = 956.1 kg/m , μ = 0.65 Pas (ulje).

4. Odredite silu F fluida na koljeno u horizontalnoj ravnini prema slici. Pri izradi zadatka potrebno je zanemariti sve gubitke trenja, a uzeti u obzir koeficijente ispravka količine gibanja i kinetičke energije. Profil brzine u cijevi zadan je na slici . Zadano je: p = 0.075 bar Q = 0.3 l/s, D = 24 cm, d = 6 cm, ρ = 998.2 kg/m , μ = 0.00089 Pas.

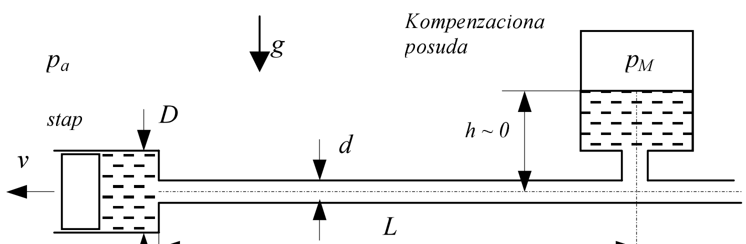
5. Primjenom dimenzijske analize odredite funkcionalnu zavisnost veličine kapljice d na izlazu iz sprej sapnice, ako je poznato da veličina kapljice ovisi o promjeru sapnice D, brzini v u sapnici te svojstvima fluida gustoći ρ, viskoznosti μ i koeficijentu površinske napetosti σ.



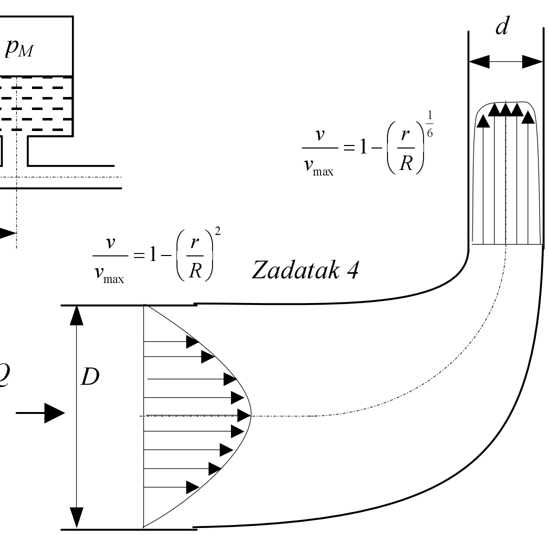
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 19.05.2000.

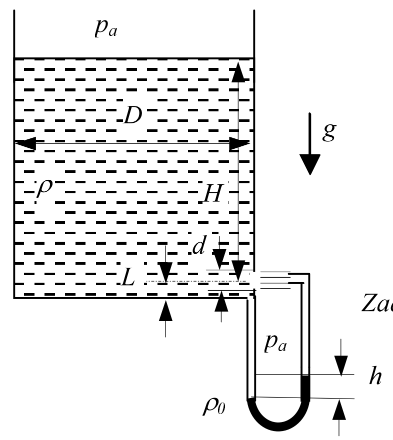
1. Odredite vrijeme t pražnjenja cilindričnog spremnika promjera D = 23 cm, ako je očitanje na manometru iznosi h = 0.067z (z je visina vode u spremniku) i na mijenja se tijekom pražnjenja spremnika. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje fluida. Zadano je: H = 1.2m, d = 12 mm, ρ = 998 kg/m^3, ρ_0 = 13570 kg/m^3, L $\approx$0, c_c = 1 (koeficijent kontrakcije mlaza).

2. Odredite masu valjka jedinične duljine da bi otvor spremnika prema slici ostao zatvoren. Zadano je: D = 1.8 m, H = 1.3m, h = 1.5 m, α = 47^0, ρ = 998 kg/m^3.

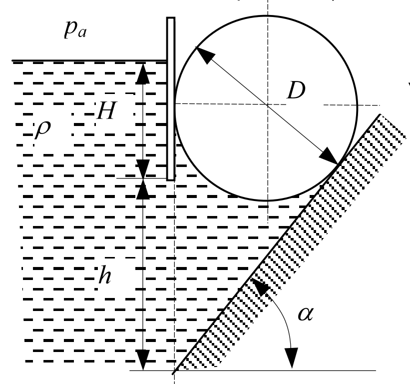
3. Odredite razliku nivoa H fluida u akumulacijskom jezeru i kompenzacionoj komori ako je neto pad u turbini h_t = 34 m. Zanemarite lokalne gubitke. Zadano je: D_1 = 0.2 m, D_2 = 0.272 m, ρ = 997 kg/m^3, ν = 0.86 10^{-6}m^2/s, L_1 = 898 m, L_2 = 2610 m, k_1=k_2 = 0.02 mm, h = 45.4 m.

4. Odredite horizontalnu silu F na branu prema slici: Širina brane okomito na ravninu slike L = 1.5 m. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida te uniformne profile brzine dovoljno daleko ispred i iza brane. Zadano je ρ = 998 kg/m^3,H = 2.1 m, h = 1.05 m, h_1 = 30 cm, d = 0.1 m, D = 0.23 m.

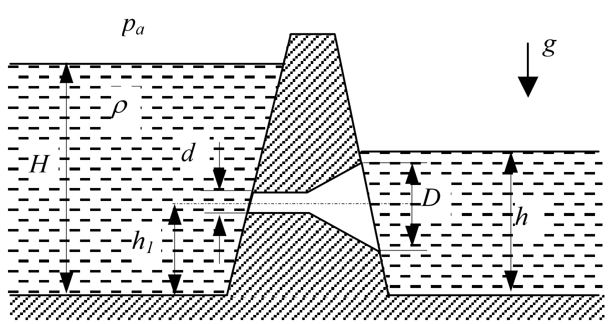
5. Odredite kutnu brzinu vrtnje ω slobodno rotirajuće cijevi prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: H = 1.25 m, ρ = 999 kg/m^3, D = 100 mm, R = 0.8 m, α = 31^0, β = 22^0, γ = 41^0 .



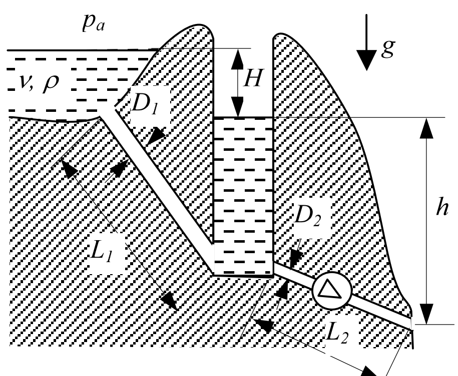
Zadatak 1



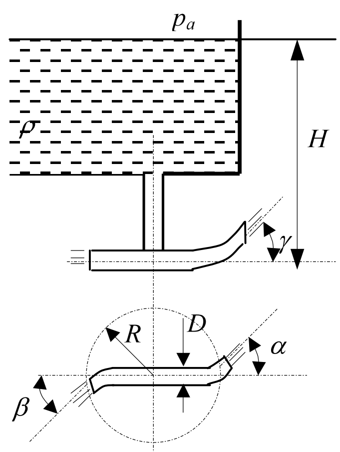
Zadatak 2



Zadatak 4



Zadatak 3



Zadatak 5

Ispit održan 28.06.2000.

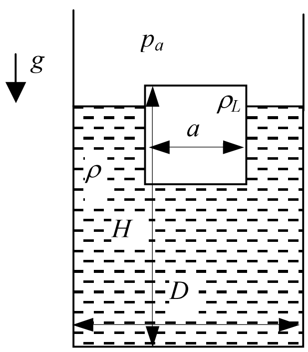
1. Odredite funkcionalnu zavisnost potrebne pogonske sile F potpuno potopljenog torpeda o duljini torpeda L, promjeru torpeda D, brzini torpeda v, dinamičkog koeficijentu viskoznosti fluida μ, te gustoći fluida ρ.

2. Odredite udaljenost H gornjeg ruba kocke leda (a = 20 mm, ρ_L=917 kg/m^3) od dna okrugle čaše promjera D = 73 mm. U čaši se nalazi 2,5 dl Coca Cole gustoće ρ=1140 kg/m^3.

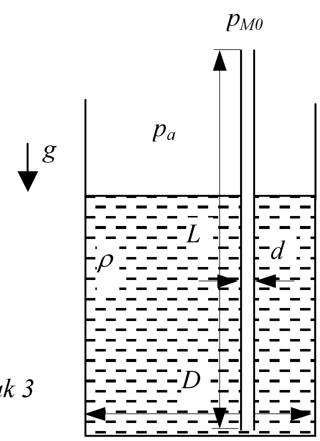
3. Odredite vrijeme t potrebno da se popije 2.5 dl Coca Cole gustoće ρ=1140 kg/m^3 koja se nalazi u okrugloj čaši promjera D = 73 mm (bez leda iz prethodnog zadatka) kroz slamku promjera d = 2 mm duljine L = 25 cm. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje viskoznog fluida. Radi jednostavnijeg proračuna pretpostavite da je koeficijent trenja λ konstantan i da iznosi λ = 0.023. Zadano je: p_{M0} = -5000 Pa (potlak na vrhu slamke), usisni kraj slamke se nalazi uvijek neposredno uz dno čaše.

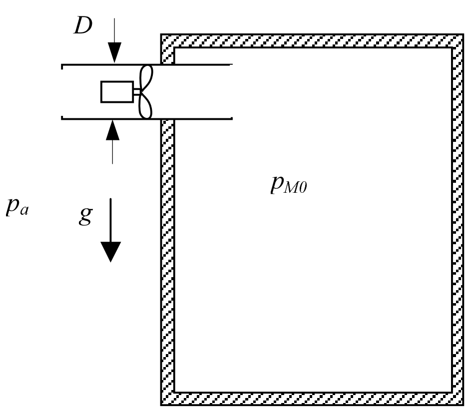
4. Odredite aksijalnu silu na ventilator koji ubacuje svježi zrak gustoće ρ=1.14 kg/m^3 protokom Q = 0.3 m^3/s u prostoriju. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: D = 200 mm. p_{M0} = 100 Pa (pretlak u prostoriji).

5. Odredite domet mlaza R poljevača trave koji je priključen na vodovodnu mrežu totalnog pretlaka p_M = 3.6 bara. Zanemarite trenje u ležajevima. Zadano je H = 0.93 m, r = 27 cm, d = 10 mm, α = 25 ^{0}. β = 42 ^{0}, ρ = 1000 kg/m^3.

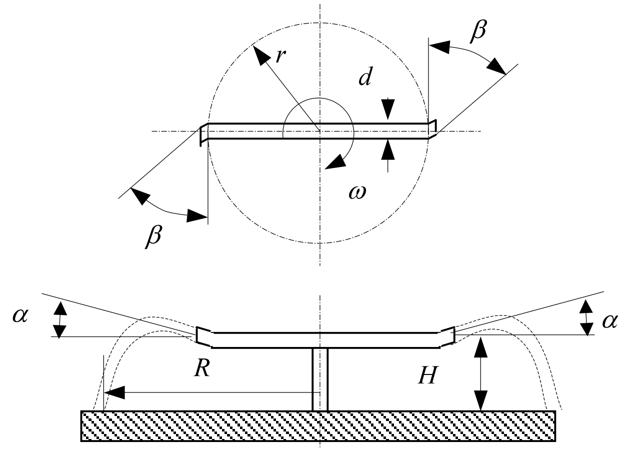


Zadatak 2

Zadatak 3




Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 12.07.2000.

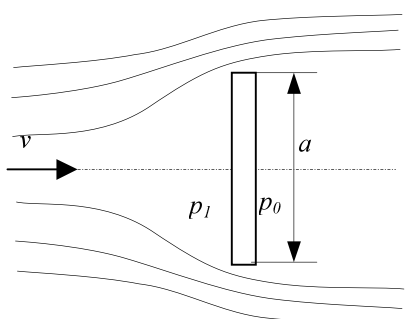
1. Ravna ploča je potpuno potopljena u fluid, koji je u stacionarnarnom ravninskom viskoznom strujanju prema slici. Odredite primjenom dimenzijske analize funkcionalnu zavisnost sile otpora F ravne ploče od brzine fluida v, gustoće fluida ρ, viskoznosti μ, razlike tlakova ispred i iza ploče $\Delta p = p_1 - p_0$ te širine ploče a.

2. Odredite minimalnu udaljenost x kod koje neće doći do otvaranja pregrade jedinične širine zglobno vezane u točci A. Zanemarite težinu pregrade. Zadano je: $\rho = 998$ kg/m^3, L = 2.9 m, H = 1.6 m, h = 1.2 m, $\alpha = 21^0$.

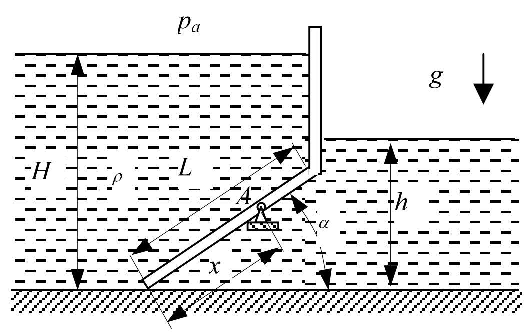
3. Hidraulički akumulator , prema slici, puni se kroz cjevovod ukupne duljine L = 230 m, promjera d = 0.12 m, te visine hrapavosti k = 0.015 mm. Odredite pretlak p_{M1} koji je potreban da bi se akumulator punio protokom Q = 0.2 lit./s te pretlak p_{M2} koji se postiže kada se akumulator prazni istim protokom. Odredite stupanj djelovanja akumulatora. Zadano je D = 400 mm, G = 30 t (masa tereta zajedno s cilindrom akumulatora) $\rho = 956.1$ kg/m^3, μ = 0.65 Pas (ulje). Upozorenje: pretlaci p_{M1} i p_{M2} vladaju na istom mjestu (kako je označeno na slici) samo je smjer strujanja fluida različit.

4. Odredite silu F na račvu prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: $h_1 = 2.3$ m, $h_2 = 2.1$ m, $h_3 = 1.8$ m, $h_4 = 1.3$ m, $h_5 = 0.3$ m, D = 12 mm (promjer svih cjevovoda), $\rho = 998$ kg/m^3, V = 73 lit. (volumen vode u račvi).

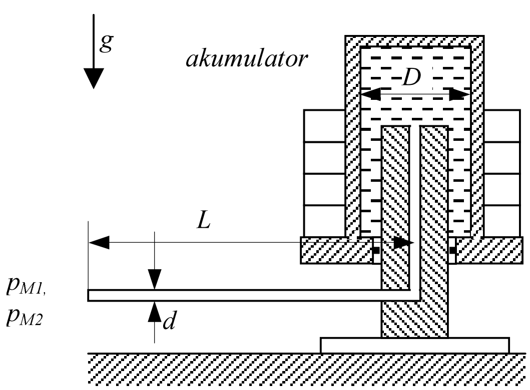
5. Zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4) istječe iz rezervoara u atmosferu kroz konvergentno divergentnu sapnicu. U najužem presjeku sapnice d = 25.4 mm zrak struji brzinom zvuka. Pretlak u rezervoaru iznosi p_{M0} = 7 bara, a temperatura $t_0 = 38\ ^0$C. Potrebno je izračunati maseni protok $\dot{m}$ kroz sapnicu kao i izlazni promjer D pod uvjetom da tlak na izlazu iz sapnice iznosi p_a = 1,013 bar. (atmosferski tlak).



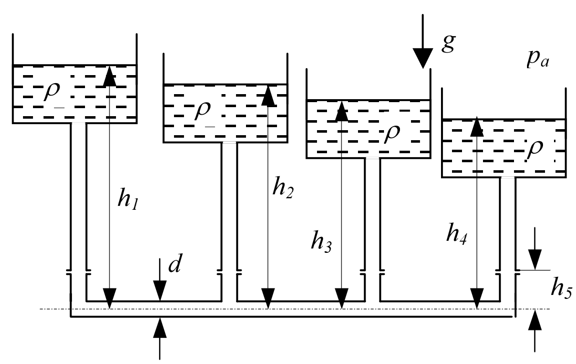
Zadatak 1



Zadatak 2



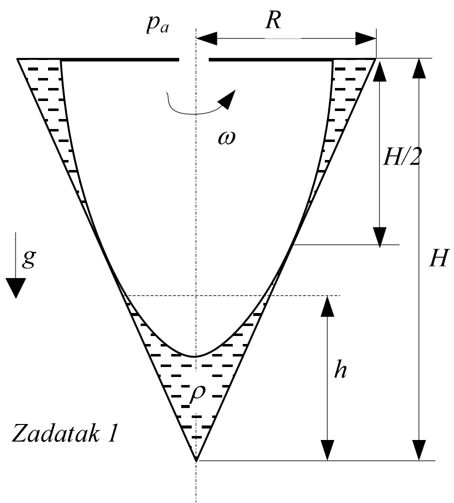
Zadatak 3



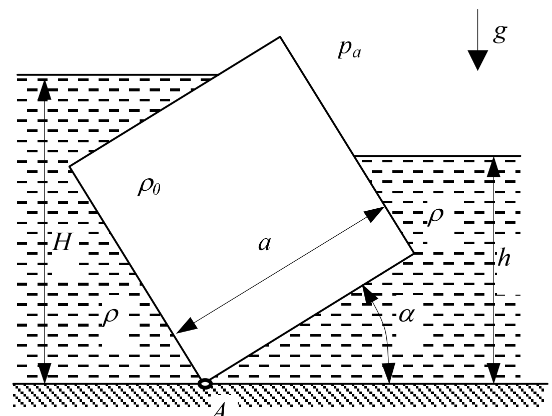
Zadatak 4

Ispit održan 04.09.2000.

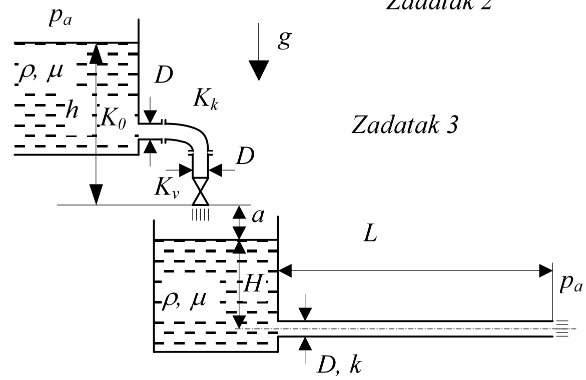
1. Vertikalni stožac visine H = 45 cm i polumjera baze R = 27 cm, ispunjen vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m^3 rotira kutnom brzinom ω. Odredite do koje visine h je stožac bio ispunjen vodom prije rotacije, ako tijekom rotacije slobodna površina tangira plašt stošca na visini H/2, prema slici.
2. Odredite gustoću ρ_0 kvadratne grede jedinične širine da bi greda zglobno vezana u točci A bila u ravnoteži. Zadano je: H = 2.2 m, h = 1.4, a = 1.6 m, α = 51.7^0, ρ = 998.2 kg/m^3.
3. Odredite koeficijent lokalnog gubitka ventila K_v za slučaj stacionarnog strujanja fluida prema slici. Zadano je: H = 2.2 m, h = 2.9 m, L = 210 m, D = 0.12 m, k = 0.02 mm, a = 12 m, K_0 = 0.92, K_k = 1.1, ν = 1.52 10^{-6}m^2/s, ρ = 998.2 kg/m^3.
4. Odredite silu F na lijevak prema slici. Pretpostavite stacionarno neviskozno strujanje fluida te zanemarite težinu lijevka. Zadano je: Q = 0.2 l/s, D = 0.05 m, d = 0.011 m, H = 27 cm, R = 11 cm, h $\cong$ 0, ρ = 1000 kg/m^3.
5. Odredite vrijeme t pražnjenja pravokutnog spremnika, potpuno zatvorenog prema atmosferi, jedinične širine, prema slici. Potrebno je izračunati i vrijeme pražnjenja odušne cijevi. Zadano je: D = 0.2 m, d = 0.7 cm, a = 0.5 m, b = 0. 7 m, H = 2.3 m, C_d = 0.92, h = 0.1 m.



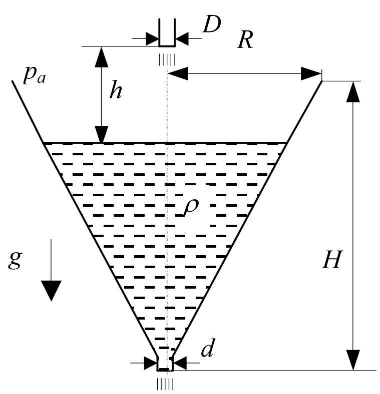
Zadatak 1



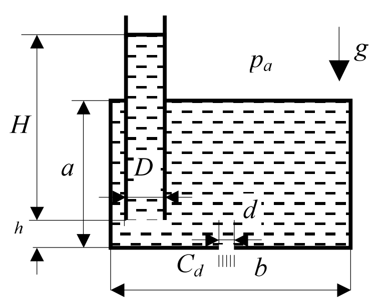
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 19.09.2000.

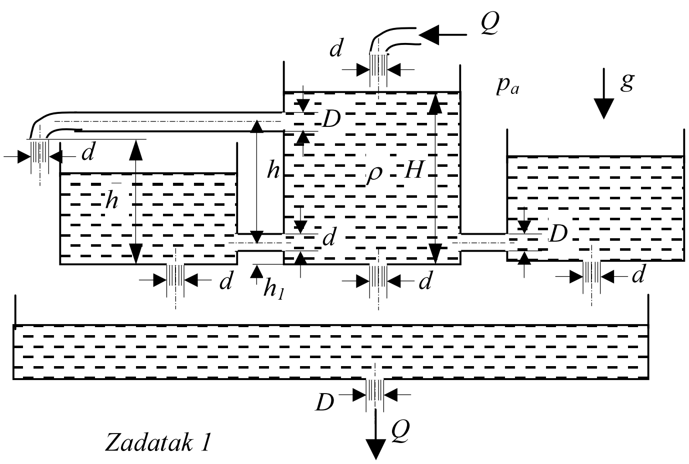
1. Odredite protok Q za sistem prema slici. Pretpostavite stacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: D = 0.1 m, d = 0.042 m, H = 2.1 m, h = 1.3 m, h_1 = 0.2 m, ρ = 1000 kg/m^3.

2. Odredite reakciju u točci A (silu i moment) za situaciju prema slici. Zanemarite težinu pregrade jedinične širine. Zadano je: a = 0.24 m, b = 0.76m, ρ = 998.2 kg/m^3.

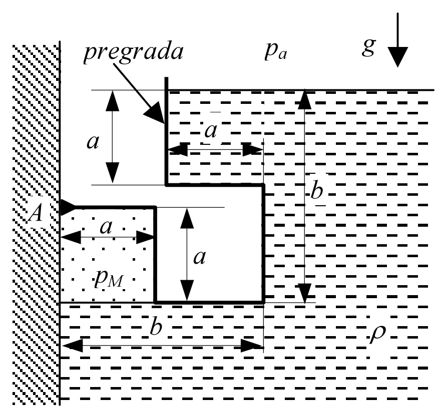
3. Voda (ρ = 998.2 kg/m^3, μ = 10^{-3} Pas) preljeva se sifonom iz jednog jezera za navodnjavanje u drugo, prema slici, kroz cijev promjera d = 50 mm. Ukupna duljina cijevi je L = 1.8 m, a visina hrapavosti je k = 0.20 mm. Lokalni gubitak u koljenu K_k = 0.4. Odredite protok vode kroz cijev. Zadano je: h = 0.13 m.

4. Odredite pomak stošca x ako je brzina strujanja v = 7 m/s kroz cijev promjera D = 0.12 m prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida, uniformne profile brzine na svim presjecima te konstantan tlak u presjeku 2-2. Utjecaj gravitacije zanemarite. Zadano je: d = 0.09 m, c = 12500 N/m (krutost opruge), ρ = 998.2 kg/m^3 gustoća fluida.

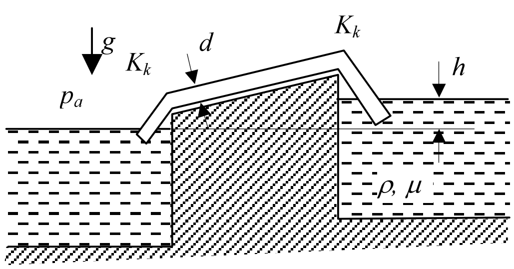
5. Odredite zavisnosti brzine širenja tlačnog poremećaja c (brzina pulsa) kroz arterije u funkciji promjera arterije D, debljine stjenke krvne žile s, gustoće krvi ρ, Youngova modula elastičnosti E te volumenskog modula elastičnosti krvi K.



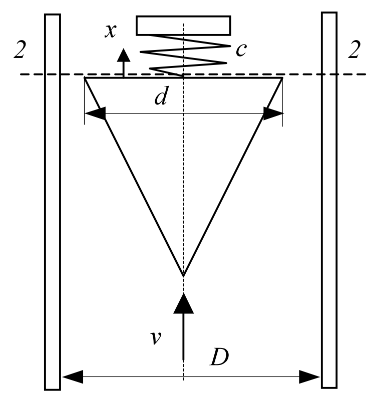
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 24.11.2000.

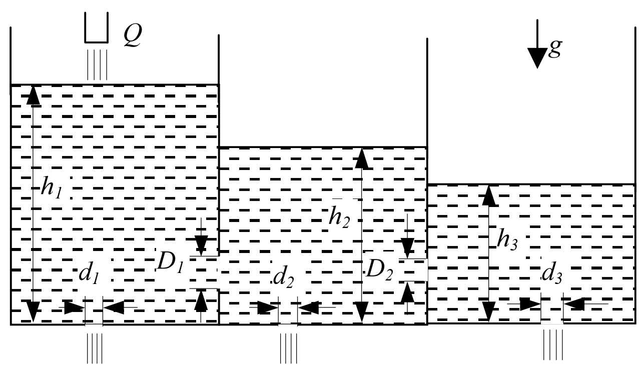
1. Odredite promjere D_1 i D_2 otvora između spremnika, prema slici, da bi protok iz sva tri spremnika bio isti. Pretpostavite neviskozno stacionarno strujanje fluida. Zadano je: Q = 1.2 l/s, d_1 = 12 mm, d_2 = 17 mm, d_3 = 22 mm.

2. Otvor na dnu posude, u kome se nalazi ulje gustoće ρ = 830 kg/m^3, zatvoren je konusnim čepom, čije su dimenzije: D = 100 mm, d = 50 mm, a = 100 mm, d_1 = 25 mm. Nivo ulja iznad čepa je b = 50 mm. Zanemarujući težinu čepa i trenje u njegovim vodilicama odrediti silu F potrebnu za podizanje čepa. Zadano je : p_M = 10 kPa.

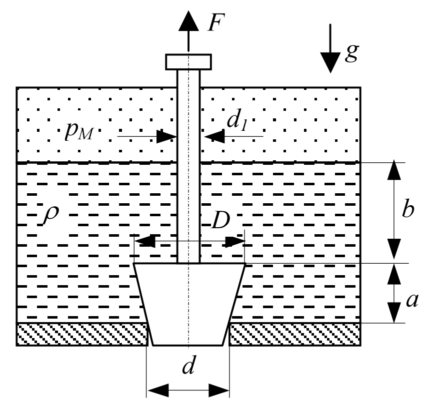
3. Odredite koeficijent otpora ventila K_v pri kome će protok u grani s ventilom biti Q_3 = 9 l/s. Zadano je L = 9 m, d = 0.05 m, k = 0.015 mm, (sve tri cijevi su iste duljine, promjera i visine hrapavosti) h = 15 m, p_M = 0.15 bar, ρ = 998 kg/m^3, $\nu = 1.52 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.

4. Odredite F_y komponentu sile na račvu koja se nalazi u horizontalnoj ravnini, prema slici, ako je F_x komponenta sile jednaka nuli. Zadano je Q = 20.8 l/s, ρ = 998 kg/m^3, $\alpha = 26^0$, $\beta = 35^0$, d = 100 mm, D = 130 mm.

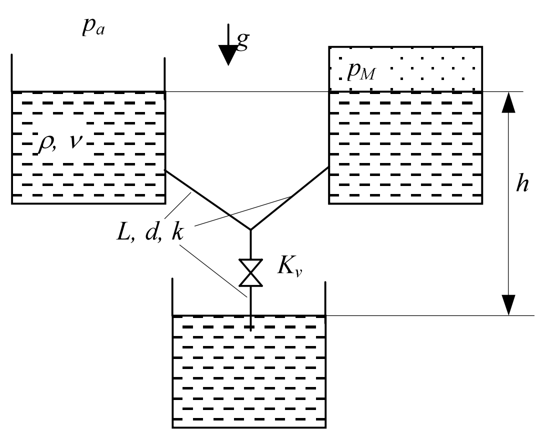
5. Sila otpora R gibanja tijela u viskoznom stlačivom fluidu zavisi od duljine tijela L ,gustoće fluida ρ, dinamičkog koeficijenta viskoznosti μ, volumenskog modula elastičnosti K i brzine gibanja tijela U. Primjenom Pi teorema odredite opći oblik zavisnosti otpora R od preostalih veličina. Za dimenziono nezavisni skup uzmite ρ, U i L.



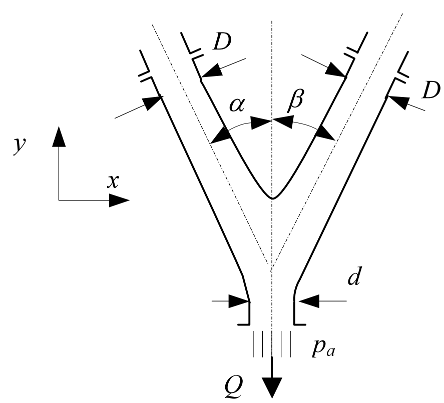
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 15.12.2000.

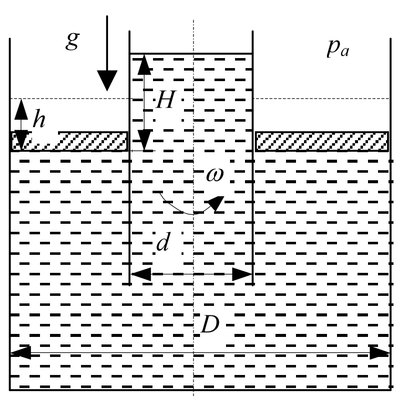
1. Odredite visinu h podizanja kružnog poklopaca nakon što se posuda i fluid zarotiraju konstantnom kutnom brzinom $\omega = 17\ s^{-1}$. Zadano je: D = 23 cm, d = 12 cm, H = 5 cm, ρ = 998 kg/m3.

1. Odredite silu F u ručici pri usisnom i tlačnom režimu rada jednostavne pumpe prema slici. Zadano je: a = 12 cm, b = 26 cm, H = 1.2 m, h = 0.98 m, d = 15 cm, D = 0.02 m, R = 0.02 m, $\rho = 998\ kg/m^3$(gustoća vode), $\rho_k = 7800\ kg/m^3$(gustoća kuglice).

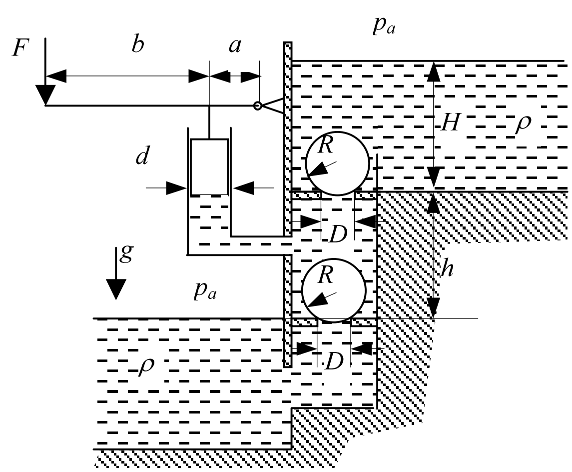
2. Odredite radnu točku pumpe (visinu dobave h_p i protok Q_p) za situaciju prema slici. Karakteristika pumpe zadana je sljedećim izrazom $\{h_p\}_m = 12 - 10^5 \cdot \{Q\}^2_{m^3/s}$. Gubitak na ulazu u cjevovod zanemarite. Zadano je: H = 9 m, L = 23 m, D = 0.05 m, k = 0.1 mm (hrapavost cijevi), $K_v = 3$, $\rho = 998\ kg/m^3$, $\mu = 1.52 \cdot 10^{-3}$ Pas.

3. Odredite silu F mlaza vode na ploču prema slici. Pretpostavite neviskozno strujanje fluida. Zadano je: x = 3 m , z = 7 m, d = 0.05 m, $\alpha = 47^0$, $\beta = 12^0$, $\rho = 998\ kg/m^3$.

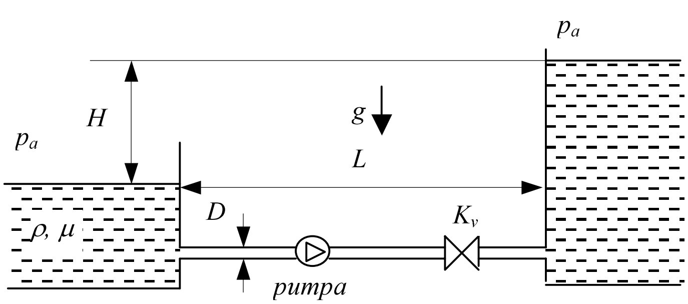
4. Promjer d kapljice fluida nastao u sprej sapnici ovisi o promjeru sapnice D, brzini fluida u sapnici v, gustoći fluida ρ, dinamičkom koeficijentu viskoznosti μ te koeficijentu površinske napetosti σ. Primjenom dimenzijske analize odredi zavisnost promjera d kapljice od preostalih parametara.



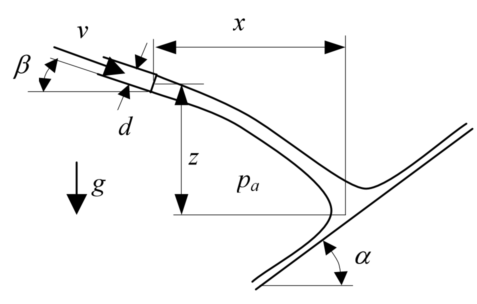
Zadatak 1



Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4

Ispit održan 14.02.2001.

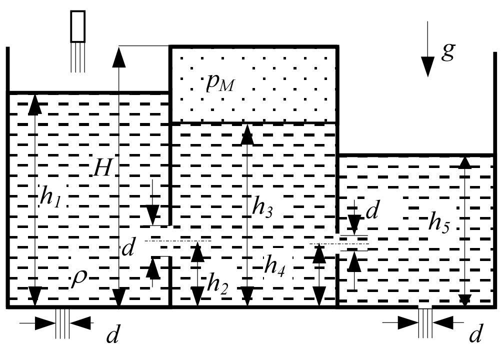
1. Odredite visine h_1 , h_3 i h_5 unutar spremnika prema slici koje se uspostave pri stacionarnom strujanju protokom Q = 30 l/s. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka u srednjem spremniku. Zadano je: pa = 1.013 bar, H = 1 m, ρ = 1000 kg/m^3, h_2 = 0.18 m, h_4 = 0.18 m, d = 75.6 mm.

2. U kockastoj posudi stranice a = 0.5 m napunjene vodom gustoće ρ = 998,2 kg/m^3 do visine H pliva komad leda gustoće ρ_L = 917 kg/m^3. Unutar leda volumena V_L = 12 dm^3 se nalazi čelična kuglica volumena V_K = 49 cm^3 gustoće ρ_K = 7800 kg/m^3. Odredite za koliko će se promijeniti nivo vode H kada se led otopi.

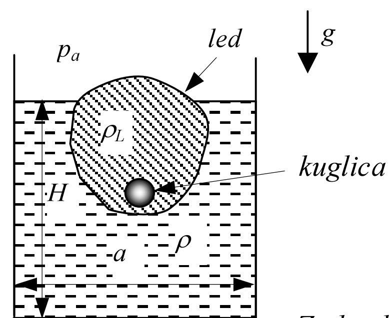
3. z rezervoara s konstantnim nivoom visine H = 9 m, istječe voda gustoće ρ = 998,2 kg/m^3 viskoznosti $\mu = 10^{-3}$ Pas kroz horizontalnu cijev od trgovačkog čelika. Odredite izlazni promjer cijevi D_2 da se uspostavi protok Q = 0.06 m^3/s. Zadano je: L_1 = 120 m, L_2 = 260 m, D_1 = 150 mm, K_1 = 0.5 .

4. Fluid prolazi kroz filtar protokom Q = 18.7 m^3/h pri čemu je pad tlaka kroz filtar Δp = 0.8 bara. Odredite rezultantnu silu F fluida na filtar, ako je pretlak na ulazu u filtar p_M = 3.6 bara, a unutrašnji volumen filtra V = 175 l. Zadano je: D_1 = 100 mm, D_2 = 80 mm, ρ = 999.9 kg/m^3.

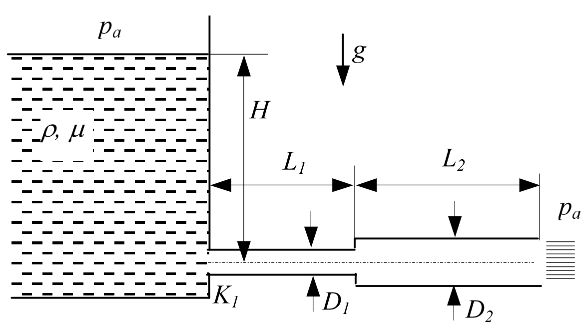
5. Zrak (R = 287 J/kgK, æ = 1.4) izentropski struji pravilno proširenu konvergentno – divergentnu sapnicu (tlak u izlaznom mlazu jednak je atmosferskom tlaku). Odredite maseni protok i izlazni promjer D ako je promjer grla d = 12mm, a brzina u izlaznom mlazu M = 2 Mach. Zadano je: p_a = 1.013 bar, T_0 = 337 K.



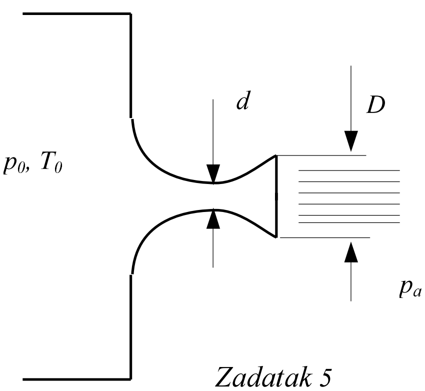
Zadatak 1



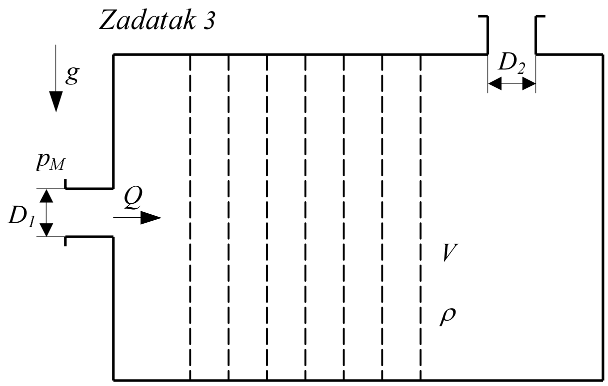
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 5



Zadatak 4

Ispit održan 28.02.2001.

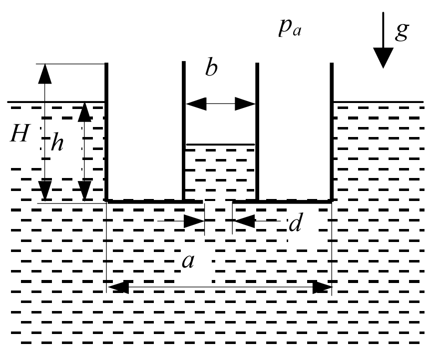
1. Odredite vrijeme t pražnjenja spremnika oblika rotacionog paraboloida, prema slici. Pretpostavite kvazistacionarno viskozno strujanje fluida te da je koeficijent trenja λ konstantan i da iznosi $\lambda = 0.02$. Zadano je $H = 2.31$ m, $L = 7$ m, $K_v = 3$, $d = 0.015$ m, $D = 1.6$ m.

2. Brod duljine $L = 100$ m širine $a = 20$ m, mase 7000 tona, pregrađen je s tri vertikalne pregrade prema slici. Ako se na dnu srednje pregrade pojavi otvor promjera $d = 20$ cm brod počinje tonuti. Odredite dubinu h_1 do koje će potonuti brod, vrijeme t da potone na tu dubinu (za $b = a/3$) te maksimalnu širinu srednjeg spremnika b pri kojoj će brod još uvijek ostati plovan. Pretpostavite kvazistacionarno strujanje neviskoznog fluida. Zadano je: $H = 15$ m, $\rho = 1025$ kg/m^3,

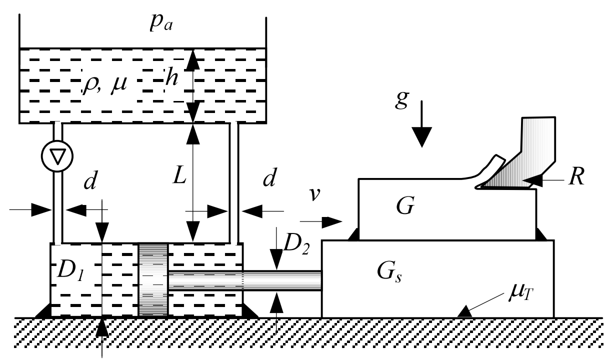
3. Na radnom stolu težine $G_s = 4.2$ kN nalazi se predmet težine $G = 620$ N koji se obrađuje skidanjem strugotina silom $R = 3$ kN. Stol s obratkom kreće se konstantnom brzinom $v = 0.02$ m/s preko klizne površine koeficijenta trenja $\mu_T = 0.1$, pokretani pomoću hidrauličkog sistema prema slici. Odredite hidrauličke karakteristike pumpe (protok Q, visinu dobave H, te snagu P) ako se pretpostavlja da lokalni otpori čine 10% linijskih gubitaka. Zadano je: $L = 20$ m, $d = 3$ cm, $D_1 = 7$ cm, $D_2 = 3$ cm, $\rho = 865$ kg/m^3, $\mu = 17.3$ Pas, $h = 2$m.

4. Dva mlaza vode drže u ravnoteži kocku mase m zglobno vezana u točci O. Odredite masu kocke ako je kocka nagnuta za $\alpha = 15^0$. Pretpostavite neviskozno strujanje, a mase mlazova zanemarite. Zadano je: $\rho = 1000$ kg/m^3, $v = 12$ m/s, $d = 0.07$m.

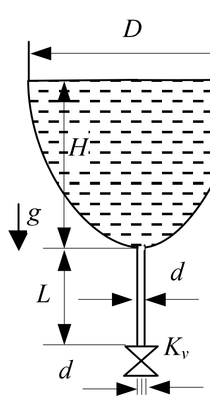
5. Odredite kut β dvaju izlaznih krakova rotirajuće četverokrake cijevi prema slici da bi ona slobodno rotirala kutnom brzinom $\omega = 3.7$ rad/s. Zadano je $R_1 = 38$ cm, $R_2 = 54$ cm, $d = 10$ mm, $D = 50$ mm, $H = 1.34$ m.



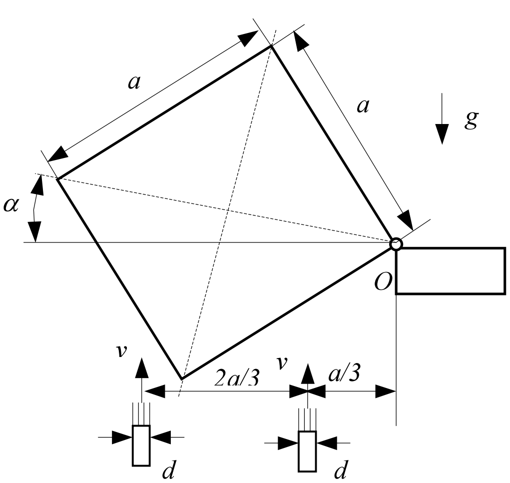
Zadatak 2



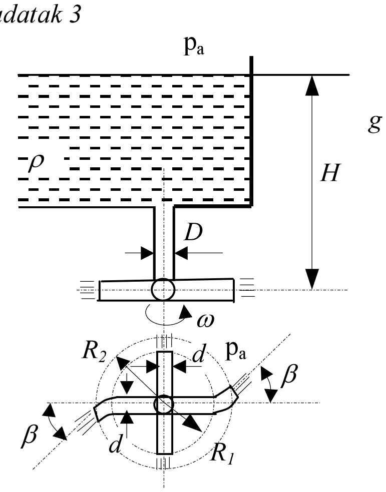
Zadatak 3



Zadatak 1



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 23.03.2001.

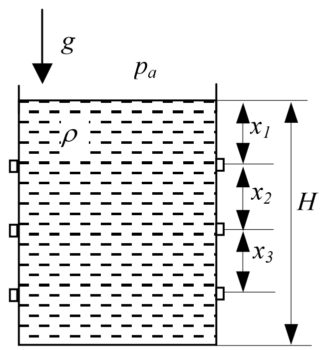
1. Brzina v taloženja kuglica, ovisi o promjeru D kuglice, gustoći kuglice ρ , gustoći fluida ρ, gravitaciji g te viskoznosti fluida μ. Primjenom dimenzijske analize odredite zavisnost brzine taloženja od preostalih veličina.

2. Tankostijena valjkasta bačva potpuno je ispunjena vodom gustoće ρ = 998.2 kg/m do visine H = 2.3 m, prema slici. Zbog povećanja krutosti stijenke potrebno je ugraditi tri ojačanja. Odredite položaje ojačanja x , x i x tako da je svako ojačanje opterećeno jednakom silom.

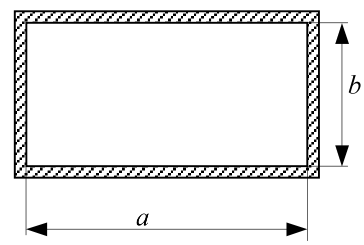
3. Klimatizacijski vod pravokutnog poprečnog presjeka a x b = 40 x 30 cm zbog rekonstrukcije prostorije potrebno je zamijeniti klimatizacijskim vodom pravokutnog poprečnog presjeka čija visina nije veća od b = 17 cm. Odredi širinu klimatizacijskog voda koja osigurava jednaki pad tlaka po jedinici duljini, pri istom protoku. Pretpostavite strujanje u režimu potpune turbulencije. Zadano je: k = 0.15 mm (visina hrapavosti).

4. Sila otpora profila avionskog krila jedinične širine mjeri se u zračnom tunelu širine b = 1.2 m. Odredite silu na profil ako su na presjecima 1 i 2 snimljeni profili brzine prema slici. Pretpostavite konstantan tlak na svakom vertikalnom presjeku. Zadao je: ρ = 1.2 kg/m , p = 0.25 bar, v = 10 m/s.

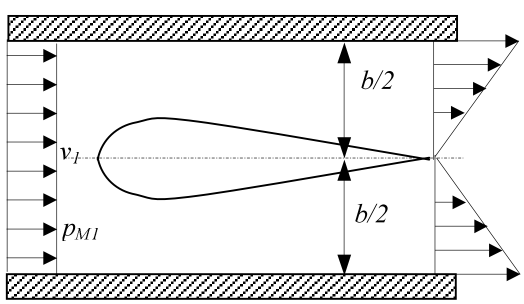
5. Odredite vrijeme t potrebno da posuda mase m = 2200 kg, promjera D = 1.75 m potpuno potone. Pretpostavite da je u početnom trenutku u posudi bio zrak na atmosferskom tlaku, te da se zrak izotermno komprimirao pri temperaturi T =293 K. Vrijeme potrebno za kompresiju zraka unutar posude zanemarite. Zanemarite utjecaj debljine stjenke posude te pretpostavite stacionarno izentropsko strujanje kroz otvor promjera d = 2 mm. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m , H = 2.9 m, zrak κ = 1.4, R = 287.04 J/kgK, p_a = 1.013 bar.



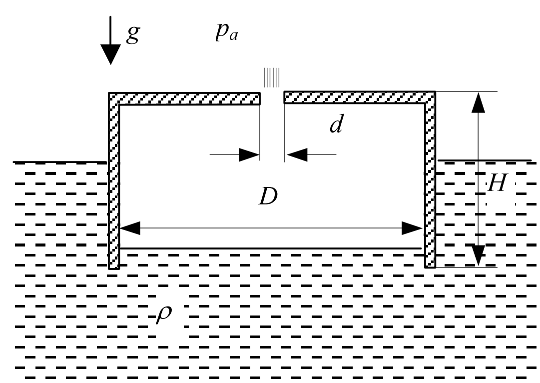
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 27.04.2001.

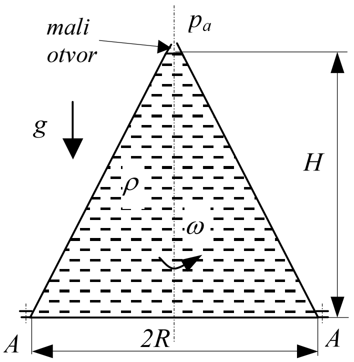
1. Posuda oblika stošca rotira oko vertikalne osi konstantnom kutnom brzinom ω. Odredite kutnu brzinu ω tako da bi sila na vijke A bila tri puta veća od sile u slučaju kada posuda ne rotira. Zadano je: ρ = 998.2 kg/m3, R = 1.2 m, H = 1.45 m.

2. Hidraulički amortizer prikazan na slici je u neopterećenom stanju. Izračunajte mase m klipa i silu opterećenja F ako su zadani pomaci x = 5.2 mm (pomak pod djelovanja težine klipa) i x = 75.3 mm (pomak usljed djelovanja težine klipa i sile F). Zanemarite trenja između klipa i vodilica. Pretpostavite izotermnu promjenu stanja zraka unutar amortizera te savršeno brtvljene između amortizera i klipa. Zadano je H = 520 mm, D = 430 mm, d = 220 mm, p_a = 1,013 bar, L = 370 mm (visina vode gustoće ρ = 998.2 kg/m u početnom položaju kada je amortizer rastavljen).

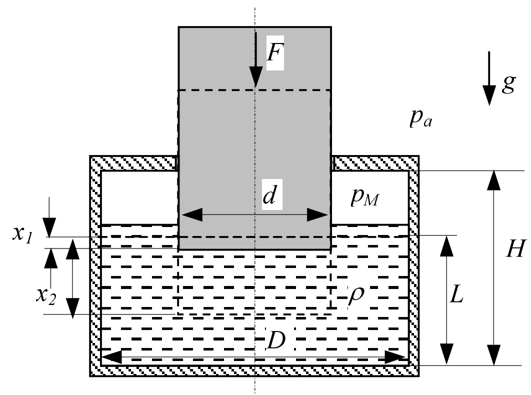
3. Odredite visinu H ,za sistem prema slici, ako je protok kroz cijev L dva puta veći od protoka kroz cijev L . Pretpostavite konstantan koeficijent trenja λ u svim cijevima λ = 0.023. Zadano je: H = 23 m, D = 120 mm, L = 230 m, D = 100 mm, L = 270 m, D = 150 mm, L = 720 m, ρ = 998.2 kg/m , ν = 1.52 10 m /s.

4. Odredite brzinu v kolica pogonjenih mlazom vode promjera d = 20 mm. Pretpostavite da se otpor zraka računa prema izrazu $F_D = C_D\, \rho_z v A/2$ te pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: v = 10 m/s, α = 23 , C_D = 0.023, A = 2 m , ρ = 998.2 kg/m , ρ_z = 1.2 kg/m .

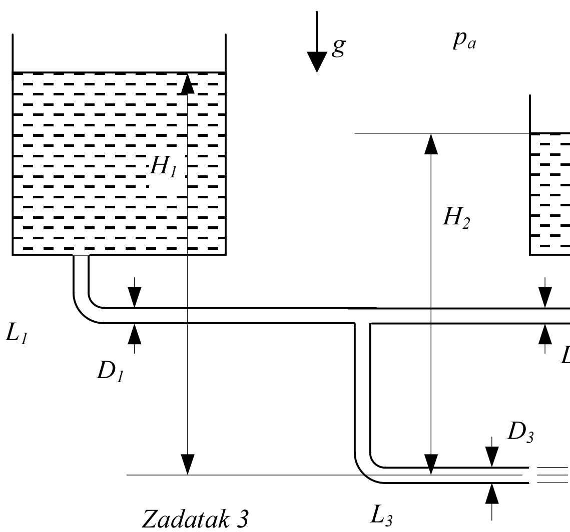
5. Izračunaj promjer D pravilno proširene sapnice (tlak u mlazu jednak je tlaku okoline) koja osigurava potisnu silu protugradne rakete od F = 100 N, ako je zadan tlak u komori izgaranja p = 147 bara, a temperatura izgaranja T = 620 K, Plinove izgaranja smatrajte savršenim plinom u izentropskom strujanju (R = 287.05 J/kgK, æ = 1.4). Zadano je: p_a = 1.013 bara.



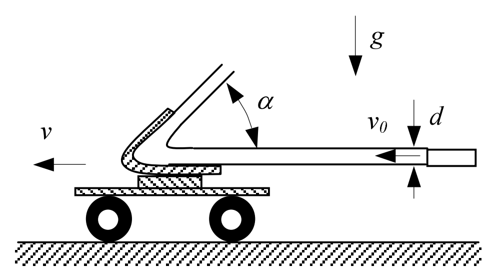
Zadatak 1



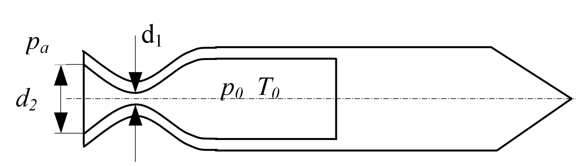
Zadatak 2



Zadatak 3



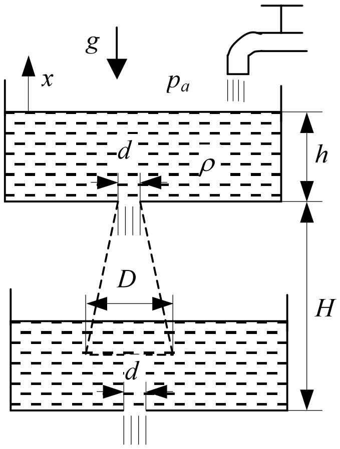
Zadatak 4



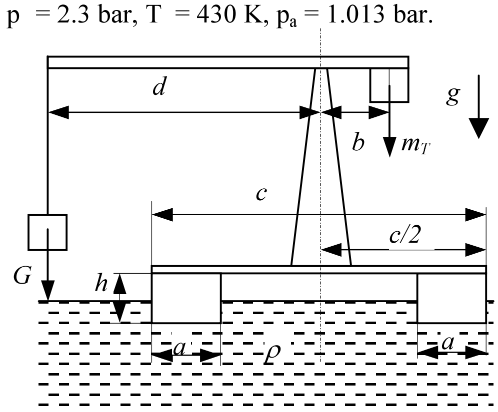
Zadatak 5

Ispit održan 27.06.2001.

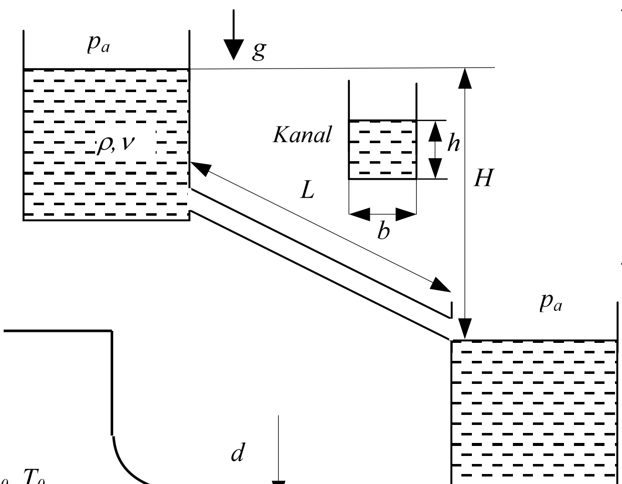
1. Odredite promjenu visine x nivoa fluida u gornjem spremniku ako na izlazni otvor gornjeg spremnika pričvrsti difuzor prema slici. Pretpostavite strujanje idealnog fluida. Zadano je: H = 1.6 m, d = 1.2 cm, D = 2 cm, h = 1.43 m, ρ = 998.2 kg/m .
2. Odredite maksimalnu težinu G koju može podizati dizalica prema slici. Zanemarite težine dizalice i pontona te naginjanje pontona tijekom opterećenja. Zadano je: a = 2 m, b = 1.2 m, h = 0.75m, L = 2 m (širina pontona okomito na sliku), c = 6 m, d = 8 m, m = 3 t, ρ = 999 kg/m . Pri proračunu potrebno je uzeti u obzir plovnost dizalice kao i opasnost od prevrtanja.
3. Voda gustoće ρ = 999 kg/m se pretače iz višeg u niži spremnik kroz pravokutni betonski kanal širine b = 0.23 m, duljine L = 730 m protokom Q = 7 l/s. Odredite visinu h vode u kanalu. Sve lokalne gubitke zanemarite. Zadano je: H = 25 m, ν = 1.52 10   m /s (viskoznost vode), k = 1 mm (visina hrapavosti za beton).
4. Odredite silu na račvu prema slici. Pretpostavite strujanje neviskoznog fluida gustoće ρ = 999 kg/m . Zadano je: D = 12 cm, d = 3 cm, α = 45 . H = 2.3 m, h = 0.3 m, V = 0.03 m (volumen vode unutar račve).
5. Zrak (R = 287.05 J/kgK, æ = 1.4) izentropski struji kroz konvergentnu sapnicu u atmosferu. Odredite maseni protok m& ako je izlazni promjer sapnice d = 12 mm. Zadano je: p = 2.3 bar, T = 430 K, p_a = 1.013 bar.



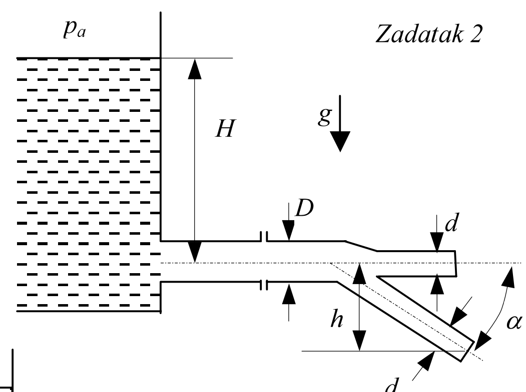
Zadatak 1



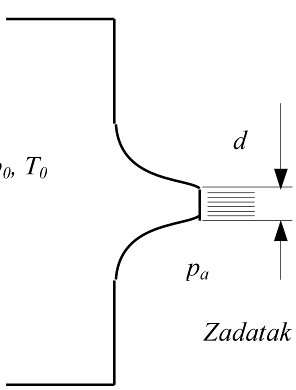
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Ispit održan 11.07.2001.

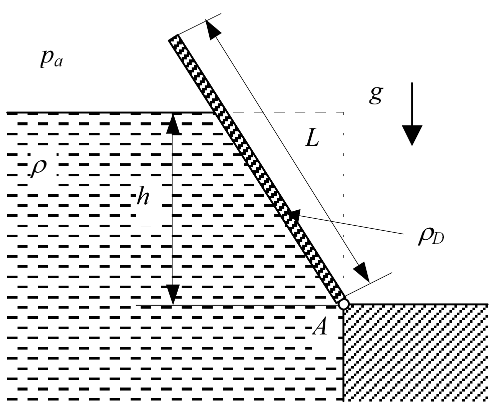
1. Brzina broda v ovisi o promjeru D propelera, kutnoj brzini vrtnje ω propelera i gravitaciji g. Primjenom dimenzione analize odredite zavisnost brzine v od preostalih parametara. Ako je na modelu pet puta manjih dimenzija pri kutnoj brzini vrtnje propelera ω = 2 s izmjerena brzina broda v = 2 m/s odredite brzinu broda i kutnu brzinu vrtnje propelera na prototipu

2. Odredite maksimalnu visinu h razine fluida gustoće ρ = 998.2 kg/m da ne dođe do prevrtanja drvene pregrade, jedinične širine, zglobno vezane u točci A. Zadano je: L = 1.2 m, ρ_D = 750 kg/m , d = 2 cm (debljina drvene pregrade).

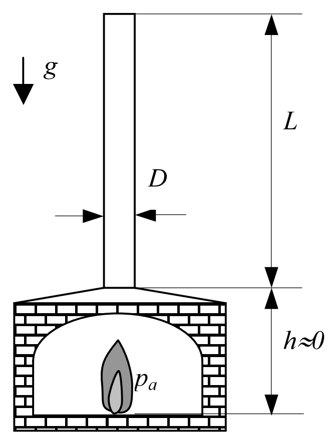
3. Odredite promjer D dimnjaka, prema slici, potreban da se ostvari protok Q = 0.4 m /s vrućih dimnih plinova viskoznosti μ = 1.73·10 Pas. Pretpostavite da je tlak na izlazu iz dimnjaka jednak okolišnom tlaku i da je tlak u ložištu jednak okolišnom tlaku (upozorenje: potrebno je uzeti u obzir razliku atmosferskog tlaka između vrha dimnjaka i ložišta). Zanemarite sve lokalne gubitke. Zadano je: L = 6 m, k = 0.1 mm (visina hrapavosti unutar dimnjaka), p_a = 1.013 bar (atmosferski tlak na visini ložišta), ρ_a = 1.217 kg/m , ρ_D = 1.008 kg/m (radi lakšeg proračuna pretpostavite konstantnu gustoću okolišnog zraka i dimnih plinova).

4. Odredite silu F koja pridržava ploču mase m = 64 kg zglobno pričvršćenu u točki A. Pretpostavit neviskozno strujanje fluida te zanemarite težinu mlaza vode. Zadano je: L = 2.3m, H = 7.4 m, h = 1.2 m, a = 0.75 m, D = 0.1 m, d = 5 cm, α = 47 , ρ = 998.2 kg/m .

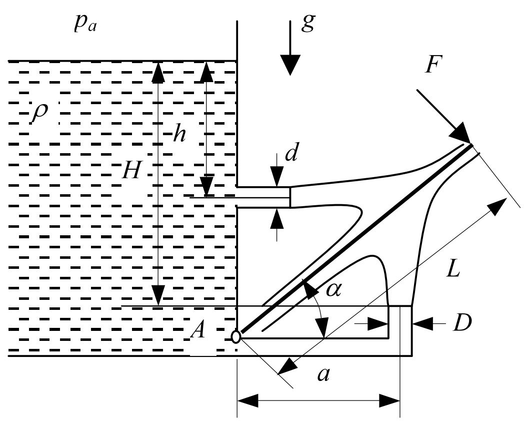
5. Odredite snagu predanu generatoru P ako je kutna brzinu vrtnje primitivne turbine, prema slici, ω = 2 s . Zadano je: H = 23 m, d = 0.1 m, R = 1.2 m, β = 23 , ρ = 998.2 kg/m .



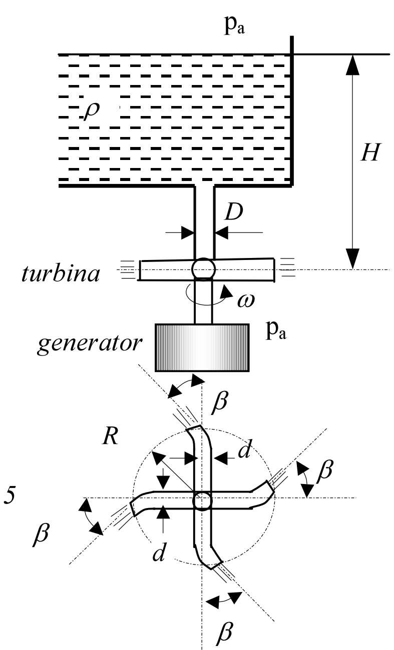
Zadatak 2



Zadatak 3



Zadatak 4



Zadatak 5

Prilog 2 - Tablica izentropskog strujanja

Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
0.00	1.0000	1.0000	1.0000	∞
0.01	0.9999	1.0000	0.9999	57.874
0.02	0.9997	0.9999	0.9998	28.942
0.03	0.9994	0.9998	0.9996	19.301
0.04	0.9989	0.9997	0.9992	14.481
0.05	0.9983	0.9995	0.9988	11.591
0.06	0.9975	0.9993	0.9982	9.666
0.07	0.9966	0.9990	0.9976	8.292
0.08	0.9955	0.9987	0.9968	7.262
0.09	0.9944	0.9984	0.9960	6.461
0.10	0.9930	0.9980	0.9950	5.822
0.11	0.9916	0.9976	0.9940	5.299
0.12	0.9900	0.9971	0.9928	4.864
0.13	0.9883	0.9966	0.9916	4.497
0.14	0.9864	0.9961	0.9903	4.182
0.15	0.9844	0.9955	0.9888	3.910
0.16	0.9823	0.9949	0.9873	3.673
0.17	0.9800	0.9943	0.9857	3.464
0.18	0.9776	0.9936	0.9840	3.278
0.19	0.9751	0.9928	0.9822	3.112
0.20	0.9725	0.9921	0.9803	2.964
0.21	0.9697	0.9913	0.9783	2.829
0.22	0.9668	0.9904	0.9762	2.708
0.23	0.9638	0.9895	0.9740	2.597
0.24	0.9607	0.9886	0.9718	2.496
0.25	0.9575	0.9877	0.9694	2.403
0.26	0.9541	0.9867	0.9670	2.317
0.27	0.9506	0.9856	0.9645	2.238
0.28	0.9470	0.9846	0.9619	2.166
0.29	0.9433	0.9835	0.9592	2.098
0.30	0.9395	0.9823	0.9564	2.035
0.31	0.9355	0.9811	0.9535	1.977
0.32	0.9315	0.9799	0.9506	1.922
0.33	0.9274	0.9787	0.9476	1.871
0.34	0.9231	0.9774	0.9445	1.823
0.35	0.9188	0.9761	0.9413	1.778
0.36	0.9143	0.9747	0.9380	1.736
0.37	0.9098	0.9733	0.9347	1.696
0.38	0.9052	0.9719	0.9313	1.659
0.39	0.9004	0.9705	0.9278	1.623
0.40	0.8956	0.9690	0.9243	1.590
0.41	0.8907	0.9675	0.9207	1.559
0.42	0.8857	0.9659	0.9170	1.529
0.43	0.8807	0.9643	0.9132	1.501
0.44	0.8755	0.9627	0.9094	1.474
0.45	0.8703	0.9611	0.9055	1.449
0.46	0.8650	0.9594	0.9016	1.425
0.47	0.8596	0.9577	0.8976	1.402
0.48	0.8541	0.9559	0.8935	1.380
0.49	0.8486	0.9542	0.8894	1.359
0.50	0.8430	0.9524	0.8852	1.340

Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
0.50	0.8430	0.9524	0.8852	1.340
0.51	0.8374	0.9506	0.8809	1.321
0.52	0.8317	0.9487	0.8766	1.303
0.53	0.8259	0.9468	0.8723	1.286
0.54	0.8201	0.9449	0.8679	1.270
0.55	0.8142	0.9430	0.8634	1.255
0.56	0.8082	0.9410	0.8589	1.240
0.57	0.8022	0.9390	0.8544	1.226
0.58	0.7962	0.9370	0.8498	1.213
0.59	0.7901	0.9349	0.8451	1.200
0.60	0.7840	0.9328	0.8405	1.188
0.61	0.7778	0.9307	0.8357	1.177
0.62	0.7716	0.9286	0.8310	1.166
0.63	0.7654	0.9265	0.8262	1.155
0.64	0.7591	0.9243	0.8213	1.145
0.65	0.7528	0.9221	0.8164	1.136
0.66	0.7465	0.9199	0.8115	1.127
0.67	0.7401	0.9176	0.8066	1.118
0.68	0.7338	0.9153	0.8016	1.110
0.69	0.7274	0.9131	0.7966	1.102
0.70	0.7209	0.9107	0.7916	1.094
0.71	0.7145	0.9084	0.7865	1.087
0.72	0.7080	0.9061	0.7814	1.081
0.73	0.7016	0.9037	0.7763	1.074
0.74	0.6951	0.9013	0.7712	1.068
0.75	0.6886	0.8989	0.7660	1.062
0.76	0.6821	0.8964	0.7609	1.057
0.77	0.6756	0.8940	0.7557	1.052
0.78	0.6691	0.8915	0.7505	1.047
0.79	0.6625	0.8890	0.7452	1.043
0.80	0.6560	0.8865	0.7400	1.038
0.81	0.6495	0.8840	0.7347	1.034
0.82	0.6430	0.8815	0.7295	1.030
0.83	0.6365	0.8789	0.7242	1.027
0.84	0.6300	0.8763	0.7189	1.024
0.85	0.6235	0.8737	0.7136	1.021
0.86	0.6170	0.8711	0.7083	1.018
0.87	0.6106	0.8685	0.7030	1.015
0.88	0.6041	0.8659	0.6977	1.013
0.89	0.5977	0.8632	0.6924	1.011
0.90	0.5913	0.8606	0.6870	1.009
0.91	0.5849	0.8579	0.6817	1.007
0.92	0.5785	0.8552	0.6764	1.006
0.93	0.5721	0.8525	0.6711	1.004
0.94	0.5658	0.8498	0.6658	1.003
0.95	0.5595	0.8471	0.6604	1.002
0.96	0.5532	0.8444	0.6551	1.001
0.97	0.5469	0.8416	0.6498	1.001
0.98	0.5407	0.8389	0.6445	1.000
0.99	0.5345	0.8361	0.6392	1.000
1.00	**0.5283**	**0.8333**	**0.6339**	**1.000**

Tablica za izentropsko strujanje κ= *1.40*				
M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
1.00	***0.5283***	***0.8333***	***0.6339***	***1.000***
1.01	0.5221	0.8306	0.6287	1.000
1.02	0.5160	0.8278	0.6234	1.000
1.03	0.5099	0.8250	0.6181	1.001
1.04	0.5039	0.8222	0.6129	1.001
1.05	0.4979	0.8193	0.6077	1.002
1.06	0.4919	0.8165	0.6024	1.003
1.07	0.4860	0.8137	0.5972	1.004
1.08	0.4800	0.8108	0.5920	1.005
1.09	0.4742	0.8080	0.5869	1.006
1.10	0.4684	0.8052	0.5817	1.008
1.11	0.4626	0.8023	0.5766	1.010
1.12	0.4568	0.7994	0.5714	1.011
1.13	0.4511	0.7966	0.5663	1.013
1.14	0.4455	0.7937	0.5612	1.015
1.15	0.4398	0.7908	0.5562	1.017
1.16	0.4343	0.7879	0.5511	1.020
1.17	0.4287	0.7851	0.5461	1.022
1.18	0.4232	0.7822	0.5411	1.025
1.19	0.4178	0.7793	0.5361	1.028
1.20	0.4124	0.7764	0.5311	1.030
1.21	0.4070	0.7735	0.5262	1.033
1.22	0.4017	0.7706	0.5213	1.037
1.23	0.3964	0.7677	0.5164	1.040
1.24	0.3912	0.7648	0.5115	1.043
1.25	0.3861	0.7619	0.5067	1.047
1.26	0.3809	0.7590	0.5019	1.050
1.27	0.3759	0.7561	0.4971	1.054
1.28	0.3708	0.7532	0.4923	1.058
1.29	0.3658	0.7503	0.4876	1.062
1.30	0.3609	0.7474	0.4829	1.066
1.31	0.3560	0.7445	0.4782	1.071
1.32	0.3512	0.7416	0.4736	1.075
1.33	0.3464	0.7387	0.4690	1.080
1.34	0.3417	0.7358	0.4644	1.084
1.35	0.3370	0.7329	0.4598	1.089
1.36	0.3323	0.7300	0.4553	1.094
1.37	0.3277	0.7271	0.4508	1.099
1.38	0.3232	0.7242	0.4463	1.104
1.39	0.3187	0.7213	0.4418	1.109
1.40	0.3142	0.7184	0.4374	1.115
1.41	0.3098	0.7155	0.4330	1.120
1.42	0.3055	0.7126	0.4287	1.126
1.43	0.3012	0.7097	0.4244	1.132
1.44	0.2969	0.7069	0.4201	1.138
1.45	0.2927	0.7040	0.4158	1.144
1.46	0.2886	0.7011	0.4116	1.150
1.47	0.2845	0.6982	0.4074	1.156
1.48	0.2804	0.6954	0.4032	1.163
1.49	0.2764	0.6925	0.3991	1.169
1.50	0.2724	0.6897	0.3950	1.176

Tablica za izentropsko strujanje κ= *1.40*				
M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
1.50	0.2724	0.6897	0.3950	1.176
1.51	0.2685	0.6868	0.3909	1.183
1.52	0.2646	0.6840	0.3869	1.190
1.53	0.2608	0.6811	0.3829	1.197
1.54	0.2570	0.6783	0.3789	1.204
1.55	0.2533	0.6754	0.3750	1.212
1.56	0.2496	0.6726	0.3710	1.219
1.57	0.2459	0.6698	0.3672	1.227
1.58	0.2423	0.6670	0.3633	1.234
1.59	0.2388	0.6642	0.3595	1.242
1.60	0.2353	0.6614	0.3557	1.250
1.61	0.2318	0.6586	0.3520	1.258
1.62	0.2284	0.6558	0.3483	1.267
1.63	0.2250	0.6530	0.3446	1.275
1.64	0.2217	0.6502	0.3409	1.284
1.65	0.2184	0.6475	0.3373	1.292
1.66	0.2152	0.6447	0.3337	1.301
1.67	0.2119	0.6419	0.3302	1.310
1.68	0.2088	0.6392	0.3266	1.319
1.69	0.2057	0.6364	0.3232	1.328
1.70	0.2026	0.6337	0.3197	1.338
1.71	0.1996	0.6310	0.3163	1.347
1.72	0.1966	0.6283	0.3129	1.357
1.73	0.1936	0.6256	0.3095	1.367
1.74	0.1907	0.6229	0.3062	1.376
1.75	0.1878	0.6202	0.3029	1.386
1.76	0.1850	0.6175	0.2996	1.397
1.77	0.1822	0.6148	0.2964	1.407
1.78	0.1794	0.6121	0.2931	1.418
1.79	0.1767	0.6095	0.2900	1.428
1.80	0.1740	0.6068	0.2868	1.439
1.81	0.1714	0.6041	0.2837	1.450
1.82	0.1688	0.6015	0.2806	1.461
1.83	0.1662	0.5989	0.2776	1.472
1.84	0.1637	0.5963	0.2745	1.484
1.85	0.1612	0.5936	0.2715	1.495
1.86	0.1587	0.5910	0.2686	1.507
1.87	0.1563	0.5885	0.2656	1.519
1.88	0.1539	0.5859	0.2627	1.531
1.89	0.1516	0.5833	0.2598	1.543
1.90	0.1492	0.5807	0.2570	1.555
1.91	0.1470	0.5782	0.2542	1.568
1.92	0.1447	0.5756	0.2514	1.580
1.93	0.1425	0.5731	0.2486	1.593
1.94	0.1403	0.5705	0.2459	1.606
1.95	0.1381	0.5680	0.2432	1.619
1.96	0.1360	0.5655	0.2405	1.633
1.97	0.1339	0.5630	0.2378	1.646
1.98	0.1318	0.5605	0.2352	1.660
1.99	0.1298	0.5580	0.2326	1.674
2.00	0.1278	0.5556	0.2300	1.687

Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
2.00	0.1278	0.5556	0.2300	1.687
2.01	0.1258	0.5531	0.2275	1.702
2.02	0.1239	0.5506	0.2250	1.716
2.03	0.1220	0.5482	0.2225	1.730
2.04	0.1201	0.5458	0.2200	1.745
2.05	0.1182	0.5433	0.2176	1.760
2.06	0.1164	0.5409	0.2152	1.775
2.07	0.1146	0.5385	0.2128	1.790
2.08	0.1128	0.5361	0.2104	1.806
2.09	0.1111	0.5337	0.2081	1.821
2.10	0.1094	0.5314	0.2058	1.837
2.11	0.1077	0.5290	0.2035	1.853
2.12	0.1060	0.5266	0.2013	1.869
2.13	0.1043	0.5243	0.1990	1.885
2.14	0.1027	0.5219	0.1968	1.902
2.15	0.1011	0.5196	0.1946	1.919
2.16	0.0996	0.5173	0.1925	1.935
2.17	0.0980	0.5150	0.1903	1.953
2.18	0.0965	0.5127	0.1882	1.970
2.19	0.0950	0.5104	0.1861	1.987
2.20	0.0935	0.5081	0.1841	2.005
2.21	0.0921	0.5059	0.1820	2.023
2.22	0.0906	0.5036	0.1800	2.041
2.23	0.0892	0.5014	0.1780	2.059
2.24	0.0878	0.4991	0.1760	2.078
2.25	0.0865	0.4969	0.1740	2.096
2.26	0.0851	0.4947	0.1721	2.115
2.27	0.0838	0.4925	0.1702	2.134
2.28	0.0825	0.4903	0.1683	2.154
2.29	0.0812	0.4881	0.1664	2.173
2.30	0.0800	0.4859	0.1646	2.193
2.31	0.0787	0.4837	0.1628	2.213
2.32	0.0775	0.4816	0.1609	2.233
2.33	0.0763	0.4794	0.1592	2.254
2.34	0.0751	0.4773	0.1574	2.274
2.35	0.0740	0.4752	0.1556	2.295
2.36	0.0728	0.4731	0.1539	2.316
2.37	0.0717	0.4709	0.1522	2.338
2.38	0.0706	0.4689	0.1505	2.359
2.39	0.0695	0.4668	0.1488	2.381
2.40	0.0684	0.4647	0.1472	2.403
2.41	0.0673	0.4626	0.1456	2.425
2.42	0.0663	0.4606	0.1439	2.448
2.43	0.0653	0.4585	0.1424	2.471
2.44	0.0643	0.4565	0.1408	2.494
2.45	0.0633	0.4544	0.1392	2.517
2.46	0.0623	0.4524	0.1377	2.540
2.47	0.0613	0.4504	0.1362	2.564
2.48	0.0604	0.4484	0.1346	2.588
2.49	0.0594	0.4464	0.1332	2.612
2.50	0.0585	0.4444	0.1317	2.637

Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
2.50	0.0585	0.4444	0.1317	2.637
2.51	0.0576	0.4425	0.1302	2.661
2.52	0.0567	0.4405	0.1288	2.686
2.53	0.0559	0.4386	0.1274	2.712
2.54	0.0550	0.4366	0.1260	2.737
2.55	0.0542	0.4347	0.1246	2.763
2.56	0.0533	0.4328	0.1232	2.789
2.57	0.0525	0.4309	0.1218	2.815
2.58	0.0517	0.4289	0.1205	2.842
2.59	0.0509	0.4271	0.1192	2.869
2.60	0.0501	0.4252	0.1179	2.896
2.61	0.0493	0.4233	0.1166	2.923
2.62	0.0486	0.4214	0.1153	2.951
2.63	0.0478	0.4196	0.1140	2.979
2.64	0.0471	0.4177	0.1128	3.007
2.65	0.0464	0.4159	0.1115	3.036
2.66	0.0457	0.4141	0.1103	3.065
2.67	0.0450	0.4122	0.1091	3.094
2.68	0.0443	0.4104	0.1079	3.123
2.69	0.0436	0.4086	0.1067	3.153
2.70	0.0430	0.4068	0.1056	3.183
2.71	0.0423	0.4051	0.1044	3.213
2.72	0.0417	0.4033	0.1033	3.244
2.73	0.0410	0.4015	0.1022	3.275
2.74	0.0404	0.3998	0.1010	3.306
2.75	0.0398	0.3980	0.0999	3.338
2.76	0.0392	0.3963	0.0989	3.370
2.77	0.0386	0.3945	0.0978	3.402
2.78	0.0380	0.3928	0.0967	3.434
2.79	0.0374	0.3911	0.0957	3.467
2.80	0.0368	0.3894	0.0946	3.500
2.81	0.0363	0.3877	0.0936	3.534
2.82	0.0357	0.3860	0.0926	3.567
2.83	0.0352	0.3844	0.0916	3.601
2.84	0.0347	0.3827	0.0906	3.636
2.85	0.0341	0.3810	0.0896	3.671
2.86	0.0336	0.3794	0.0886	3.706
2.87	0.0331	0.3777	0.0877	3.741
2.88	0.0326	0.3761	0.0867	3.777
2.89	0.0321	0.3745	0.0858	3.813
2.90	0.0317	0.3729	0.0849	3.850
2.91	0.0312	0.3712	0.0840	3.887
2.92	0.0307	0.3696	0.0831	3.924
2.93	0.0302	0.3681	0.0822	3.961
2.94	0.0298	0.3665	0.0813	3.999
2.95	0.0293	0.3649	0.0804	4.038
2.96	0.0289	0.3633	0.0796	4.076
2.97	0.0285	0.3618	0.0787	4.115
2.98	0.0281	0.3602	0.0779	4.155
2.99	0.0276	0.3587	0.0770	4.194
3.00	0.0272	0.3571	0.0762	4.235

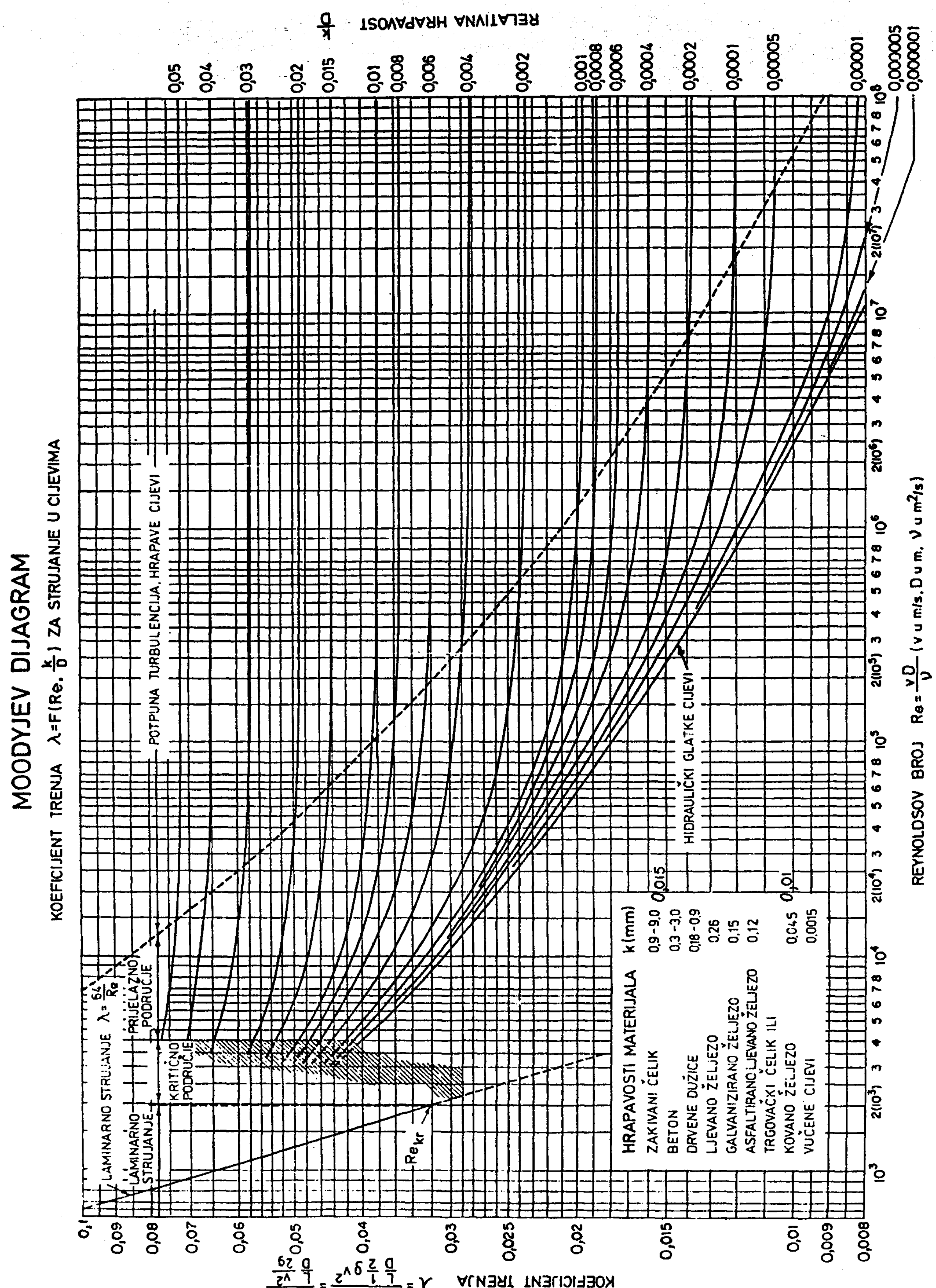
Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
3.00	0.0272	0.3571	0.0762	4.235
3.02	0.0264	0.3541	0.0746	4.316
3.04	0.0256	0.3511	0.0730	4.399
3.06	0.0249	0.3481	0.0715	4.483
3.08	0.0242	0.3452	0.0700	4.570
3.10	0.0234	0.3422	0.0685	4.657
3.12	0.0228	0.3393	0.0671	4.747
3.14	0.0221	0.3365	0.0657	4.838
3.16	0.0215	0.3337	0.0643	4.930
3.18	0.0208	0.3309	0.0630	5.025
3.20	0.0202	0.3281	0.0617	5.121
3.22	0.0196	0.3253	0.0604	5.219
3.24	0.0191	0.3226	0.0591	5.319
3.26	0.0185	0.3199	0.0579	5.420
3.28	0.0180	0.3173	0.0567	5.523
3.30	0.0175	0.3147	0.0555	5.629
3.32	0.0170	0.3121	0.0544	5.736
3.34	0.0165	0.3095	0.0533	5.845
3.36	0.0160	0.3069	0.0522	5.956
3.38	0.0156	0.3044	0.0511	6.069
3.40	0.0151	0.3019	0.0501	6.184
3.42	0.0147	0.2995	0.0491	6.301
3.44	0.0143	0.2970	0.0481	6.420
3.46	0.0139	0.2946	0.0471	6.541
3.48	0.0135	0.2922	0.0462	6.664
3.50	0.0131	0.2899	0.0452	6.790
3.52	0.0127	0.2875	0.0443	6.917
3.54	0.0124	0.2852	0.0434	7.047
3.56	0.0120	0.2829	0.0426	7.179
3.58	0.0117	0.2806	0.0417	7.313
3.60	0.0114	0.2784	0.0409	7.450
3.62	0.0111	0.2762	0.0401	7.589
3.64	0.0108	0.2740	0.0393	7.730
3.66	0.0105	0.2718	0.0385	7.874
3.68	0.0102	0.2697	0.0378	8.020
3.70	0.00990	0.2675	0.0370	8.169
3.72	0.00963	0.2654	0.0363	8.320
3.74	0.00937	0.2633	0.0356	8.474
3.76	0.00912	0.2613	0.0349	8.630
3.78	0.00887	0.2592	0.0342	8.789
3.80	0.00863	0.2572	0.0335	8.951
3.82	0.00840	0.2552	0.0329	9.115
3.84	0.00817	0.2532	0.0323	9.282
3.86	0.00795	0.2513	0.0316	9.451
3.88	0.00774	0.2493	0.0310	9.624
3.90	0.00753	0.2474	0.0304	9.799
3.92	0.00733	0.2455	0.0299	9.977
3.94	0.00714	0.2436	0.0293	10.158
3.96	0.00695	0.2418	0.0287	10.342
3.98	0.00676	0.2399	0.0282	10.529
4.00	0.00659	0.2381	0.0277	10.719

Tablica za izentropsko strujanje κ= 1.40

M	p/p_0	T/T_0	ρ/ρ_0	A/A_{kr}
4.00	0.00659	0.2381	0.0277	10.719
4.10	0.00577	0.2293	0.0252	11.715
4.20	0.00506	0.2208	0.0229	12.792
4.30	0.00445	0.2129	0.0209	13.955
4.40	0.00392	0.2053	0.0191	15.210
4.50	0.00346	0.1980	0.0174	16.562
4.60	0.00305	0.1911	0.0160	18.018
4.70	0.00270	0.1846	0.0146	19.583
4.80	0.00239	0.1783	0.0134	21.264
4.90	0.00213	0.1724	0.0123	23.067
5.00	0.00189	0.1667	0.0113	25.000
5.10	0.00168	0.1612	0.0104	27.070
5.20	0.00150	0.1561	0.00962	29.283
5.30	0.00134	0.1511	0.00888	31.649
5.40	0.00120	0.1464	0.00820	34.175
5.50	0.00107	0.1418	0.00758	36.869
5.60	9.64E-4	0.1375	0.00701	39.740
5.70	8.66E-4	0.1334	0.00650	42.797
5.80	7.79E-4	0.1294	0.00602	46.050
5.90	7.02E-4	0.1256	0.00559	49.507
6.00	6.33E-4	0.1220	0.00519	53.180
6.50	3.85E-4	0.1058	0.00364	75.134
7.00	2.42E-4	0.0926	0.00261	1.04E+2
7.50	1.55E-4	0.0816	0.00190	1.42E+2
8.00	1.02E-4	0.0725	0.00141	1.90E+2
8.50	6.90E-5	0.0647	0.00107	2.51E+2
9.00	4.74E-5	0.0581	8.15E-4	3.27E+2
9.50	3.31E-5	0.0525	6.31E-4	4.21E+2
10.0	2.36E-5	0.0476	4.95E-4	5.36E+2

Prilog 3 - Moodyev dijagram


MOODYJEV DIJAGRAM
KOEFICIJENT TRENJA λ=F(Re, k/D) ZA STRUJANJE U CIJEVIMA
LAMINARNO STRUJANJE λ = 64/Re
LAMINARNO STRUJANJE
PRIJELAZNO PODRUČJE
KRITIČNO PODRUČJE
POTPUNA TURBULENCIJA, HRAPAVE CIJEVI
HIDRAULIČKI GLATKE CIJEVI
Re_kr
RELATIVNA HRAPAVOST k/D
KOEFICIJENT TRENJA λ = Δp_f / (L/D · 1/2 ρ v²) = h_f / (L/D · v²/2g)
REYNOLDSOV BROJ Re = vD/ν (v u m/s, D u m, ν u m²/s)
HRAPAVOSTI MATERIJALA k(mm)
ZAKIVANI ČELIK 0,9-9,0
BETON 0,3-3,0
DRVENE DUŽICE 0,18-0,9
LJEVANO ŽELJEZO 0,26
GALVANIZIRANO ŽELJEZO 0,15
ASFALTIRANO LJEVANO ŽELJEZO 0,12
TRGOVAČKI ČELIK ILI KOVANO ŽELJEZO 0,045
VUČENE CIJEVI 0,0015