

UNIVERZITET U BEOGRADU

Nedeljko Plavšić, Miodrag Janković, Mileta Ristivojević
Radivoje Mitrović, Božidar Rosić, Pauna Obradović

MAŠINSKI ELEMENTI

ZBIRKA REŠENIH ISPITNIH
ZADATAKA

Treće izdanje

MAŠINSKI FAKULTET
Beograd, 2003.

Dr Nedeljko Plavšić, red. prof.
Dr Miodrag Janković, red. prof.
Dr Mileta Ristivojević, van. prof.
Dr Radivoje Mitrović, van. prof.
Dr Božidar Rosić, van. prof.
Dr. Pauna Obradović, van. prof.

MAŠINSKI ELEMENTI

Zbirka rešenih ispitnih zadataka

III izdanje

Recenzenti

Dr Dimitrije Janković
Dr Milosav Ognjanović

Tehnička priprema

Mr Zoran Stamenić

Izdavač

MAŠINSKI FAKULTET
Univerziteta u Beogradu
Ul. 27. marta 80, Beograd
tel. (011) 3370 760
fax. (011) 3370 364
mf@alfa.mas.bg.ac.yu
www.mas.bg.ac.yu

Za izdavača

Prof. dr Miloš Nedeljković, dekan

Urednik

Prof. dr Branislav Savić

Štampa

Zavod za grafičku tehniku
Tehnološko-metalurški fakultet
Beograd, Karnegijeva 4
tel/fax. (011) 33 70 492
E-mail gt@elab.tmf.bg.ac.yu

© Zabranjeno preštampavanje i fotokopiranje
Sva prava zadržava izdavač i autori

PREDGOVOR

Materija izložena u ovoj zbirci programski odgovara nastavnom planu i programu iz predmeta Mašinski elementi na Mašinskom fakultetu u Beogradu. Zbirka je prvenstveno namenjena studentima Mašinskog fakulteta kao pomoćni udžbenik (pomoćna literatura) pri spremanju pismenog dela ispita, no može takođe korisno poslužiti studentima drugih tehničkih fakulteta i svima onima koji treba da savladaju izloženi deo materije.

Zadaci koji su sadržani u zbirci dati su uglavnom u istom obliku kao što su bili na ispitima uz neke manje izmene i dopune radi obuhvatanja što većeg obima materije. Za svaki zadatak data su kompletna rešenja, snabdevena potrebnim analizama i objašnjenjima.

Termini i oznake korišćeni u zbirci usklađeni su sa predavanjima i udžbenicima navedenim u literaturi na kraju knjige.

Ovom prilikom autori se zahvaljuju inž. R.Tanaskoviću na korektno urađenim slikama i crtežima.

Korisnicima ove knjige autori će biti zahvalni za sve primedbe radi otklanjanja štamparskih grešaka, drugih propusta i nedostataka i za sve predloge za izmenu i dopunu zbirke.

Beograd, januara 1996. godine

AUTORI

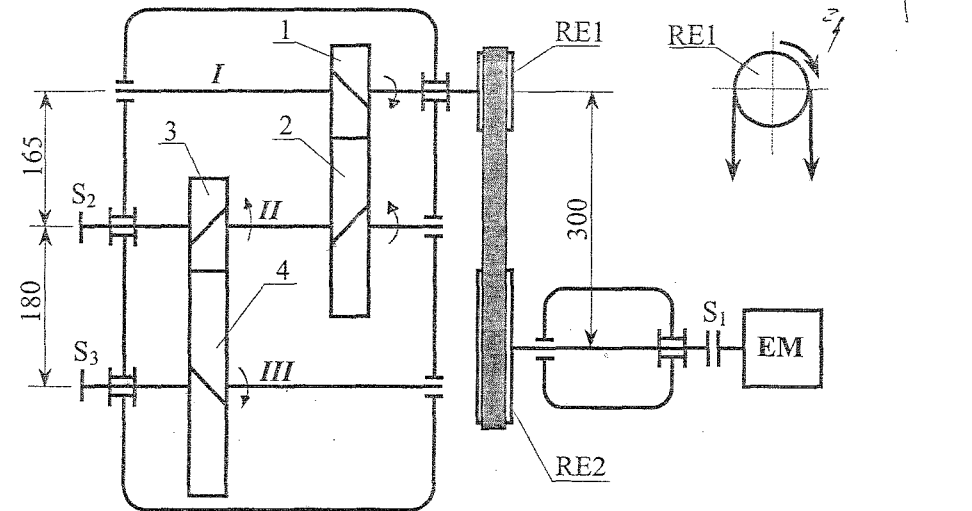
PREDGOVOR II izdanju

U drugom izdanju ispravljene su uočene štamparske greške i izvršena dopuna sa tri nova ispitna zadatka (18, 19 i 20). Autori se ovom prilikom zahvaljuju Mr Z.Stameniću na tehničkoj pripremi i izradi crteža. Naziv knjige: „Zbirka ispitnih zadataka iz MAŠINSKIH ELEMENATA” je promenjena u naziv: „MAŠINSKI ELEMENTI – zbirka rešenih ispitnih zadataka”.

Autori će biti vema zahvalni korisnicima ove knjige na sugestijama koje će doprineti poboljšanju kvaliteta knjige u sledećem izdanju.

Beograd, maj 2000. godine

AUTORI

ZADATAK 1.**PODACI:**

$$z_1 = 23, z_2 = 57, m_n = 4\text{mm}, x_1 = x_2 = 0, \alpha_n = 20^\circ, b = 60\text{mm}, \eta = 0,98$$

$$z_3 = 21, z_4 = 48, m_n = 5\text{mm}, x_3 = x_4 = 0, \alpha_n = 20^\circ, b = 60\text{mm}, \eta = 0,98$$

$$\text{Za RE1 i RE2} \quad \xi_k = 1.$$

Kombinovani prenosnik na slici sastoji se iz elektromotora snage 25kW i učestalost obrtanja 1475 min^{-1} pljosnatog remenog prenosnika (koeficijent trenja remena po remenici je 0,20; stepen iskorišćenja 0,95) i zupčastog prenosnika koji je preko remenice RE1 i RE2 prečnika: $D_1 = 75\text{mm}$ i $D_2 = 150\text{mm}$ i spojnice S_1 spojen sa elektromotorom.

1. Odrediti: učestanosti obrtanja na izlaznim spojnicama i proveriti da li je snaga motora dovoljna da savlada ravnomerne otpore na izlaznim spojnicama $M_{oS2} = 60\text{Nm}$ i $M_{oS3} = 180\text{Nm}$.
2. Odrediti intenzitete svih aktivnih sila koje napadaju vratilo II. Nacrtati šeme opterećenja i dijagrame: momenta uvijanja i aksialnih sila.
3. Odrediti merni broj zubaca i meru preko zubaca zupčanika 3. Proveriti mogućnost merenja i objasniti način merenja.
4. Odrediti potrebnu silu prethodnog pritezanja remena koja obezbeđuje stepen sigurnosti protiv proklizavanja 1,5 kao i sile u kracima remena pri radu.

5. Obodi krute spojnice S2 spojeni su međusobno pomoću 6 nepodešenih vijaka M10, JUS M.B1.050, raspoređenih na krugu prečnika 120mm, pri čemu je prečnik otvora za vijak 11mm. Koeficijent trenja u navojnom spoju je 0,14, a na ravnim dodirnim površinama 0,12. Proveriti stepen sigurnosti veze protiv proklizavanja ako je moment pritezanja vijaka 30Nm.

REŠENJE:

1. Radni prenosni odnos

$$i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{57}{23} = 2,47826$$

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{48}{21} = 2,28571$$

$$i'_{RE} = \xi_k \frac{D_1}{D_2} = 1 \cdot \frac{75}{150} = 0,5$$

Ukupni radni prenosni odnos kombinovanog prenosnika od spojnice S1 do S3

$$i'_{uk} = i'_{RE} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{1-2} = 0,5 \cdot 2,28571 \cdot 2,47826 = 3,5043$$

Brojevi obrtanja spojnice S2 i S3 - učestalost obrtanja

$$n_{S2} = \frac{n_{ec}}{i'_{RE} \cdot i'_{1-2}} = \frac{1475}{0,5 \cdot 2,47826} = 1190,35 \text{ min}^{-1}$$

$$n_{S3} = \frac{n_{ec}}{i'_{uk}} = \frac{1475}{3,5043} = 420,9 \text{ min}^{-1}$$

Ugaone brzine elektromotora i spojnice S2 i S3

$$\omega_{EM} = \frac{2\pi}{60} \cdot n_{ec} = \frac{2\pi}{60} \cdot 1475 = 154,462 \text{ s}^{-1} = \omega_{RE2}$$

$$\omega_{S2} = \frac{2\pi}{60} \cdot n_{S2} = \frac{2\pi}{60} \cdot 1190,35 = 124,653 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{S3} = \frac{2\pi}{60} \cdot n_{S3} = \frac{2\pi}{60} \cdot 420,9 = 44,077 \text{ s}^{-1}$$

Snaga na spojnici S3, odnosno zupčaniku 4 i vratilu III

$$P_{S3} = P_4 = P_{III} = M_{oS3} \cdot \omega_{S3} = 180 \cdot 44,077 = 7933,86 \text{ W}$$

Snaga na zupčaniku 3

$$P_3 = \frac{P_4}{\eta_{3-4}} = \frac{7933,86}{0,98} = 8095,8 \text{ W}$$

Snaga na spojnici S2

$$P_{S2} = M_{oS2} \cdot \omega_{S2} = 60 \cdot 124,653 = 7479,18 \text{ W}$$

Snaga na zupčaniku 2

$$P_2 = P_{S2} + P_3 = 7479,18 + 8095,8 = 15574,98 \text{ W}$$

Snaga na zupčaniku 1, odnosno vratilu I i remenici RE1, odnosno na ulazu u zupčasti prenosnik:

$$P_1 = P_I = P_{RE1} = \frac{P_2}{\eta_{1-2}} = \frac{15574,98}{0,98} = 15892,84 \text{ W}$$

* Koristeći poznate veze između glavnih karakteristika prenosnika do rezultata se moglo doći na sledeći način:

Obrtni moment koji opterećuje zupčanik 3

$$M_{o3} = \frac{M_{o4}}{i'_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{180}{2,28571 \cdot 0,98} = 80,3573 \text{ Nm}$$

Obrtni moment koji opterećuje vratilo II između zupčanika 2 i 3, odnosno na zupčaniku 2

$$M_{o2} = M_{oS2} + M_{o3} = 60 + 80,3573 = 140,3573 \text{ Nm}$$

Obrtni moment koji opterećuje zupčanik 1, odnosno na ulazu u zupčasti prenosnik, na vratilu I i remenici RE1

$$M_{o1} = \frac{M_{o2}}{i'_{1-2} \cdot \eta_{1-2}} = \frac{140,3573}{2,47826 \cdot 0,98} = 57,791 \text{ Nm} = M_{oI} = M_{oRE1}$$

Obrtni moment koji opterećuje remenicu RE2, odnosno generator

$$M_{oRE2} = \frac{M_{oRE1}}{i'_{RE} \cdot \eta_{RE}} = \frac{57,791}{0,5 \cdot 0,95} = 121,6653 \text{ Nm} = M_{o6}$$

Snaga na remenici RE2

$$P_{RE2} = M_{oRE2} \cdot \omega_{RE2} = 121,6653 \cdot 154,462 = 18793 \text{ W}$$

** Poznavajući radne prenosne odnose, stepene iskorišćenja pojedinih stepena prenosa, ugaonu brzinu elektromotora, odnosno remenice RE2 i

zadate obrtne momente na spojnici S_2 , M_{oS2} i na spojnici S_3 , M_{oS3} , do snage koja opterećuje remenicu RE_2 , odnosno elektromotor EM , može se elegantnije doći do rešenja i na sledeći način:

$$P_{RE2} = P_{ul} = \frac{\omega_{EM}}{i'_{RE} \cdot i'_{1-2} \cdot \eta_{RE} \cdot \eta_{1-2}} \left(\frac{M_{oS3}}{i'_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} + M_{oS2} \right) = P_{S1} =$$

$$= \frac{154,462}{0,5 \cdot 2,47826 \cdot 0,95 \cdot 0,98} \left(\frac{180}{2,28571 \cdot 0,98} + 60 \right) = 18793 \text{ W}$$

Prema tome, otpor generatora ima vrednost

$$P_G = P_{S1} = P_{RE2} = 18793 \text{ W} = 18,793 \text{ kW} < P_{EM}$$

$$P_G = 18,793 \text{ kW} < 25 \text{ kW}, \quad P_{EM} = 25 \text{ kW}$$

Pošto je snaga elektromotora $P_{EM} = 25 \text{ kW}$ veća od otpora generatora

($P_G = 18,793 \text{ kW}$), to je motor u stanju da savlađa pomenute otpore.

2. Ugao nagiba bočne linije zubaca $\beta_{o(1-2)}$, zupčanika 1 i 2:

$$\cos \beta_{o(1-2)} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cdot a_{1-2}} = \frac{4(23 + 57)}{2 \cdot 165} = 0,96969$$

$$\beta_{o(1-2)} = 14,1411^\circ = 14^\circ 8' 28''$$

gde je $a_{1-2} = 165 \text{ mm}$ osno rastojanje zupčanika 1 i 2.

Ugao nagiba bočnih linija zubaca $\beta_{o(3-4)}$ zupčanika 3 i 4:

$$\cos \beta_{o(3-4)} = \frac{m_n(z_3 + z_4)}{2 \cdot a_{3-4}} = \frac{5(21 + 48)}{2 \cdot 180} = 0,95833$$

$$\beta_{o(3-4)} = 16,5979^\circ = 16^\circ 35' 52,5''$$

gde je $a_{3-4} = 180 \text{ mm}$ osno rastojanje zupčanika 3 i 4.

Prečnici kinematskih krugova zupčanika 2 i 3:

$$d_2 = d_{o2} = m \cdot z_2 = \frac{m_n(1-2)}{\cos \beta_{o(1-2)}} \cdot z_2 = \frac{4 \cdot 57}{\cos 14,1411} = 235,1267 \text{ mm}$$

$$d_3 = d_{o3} = m \cdot z_3 = \frac{m_n(3-4)}{\cos \beta_{o(3-4)}} \cdot z_3 = \frac{5 \cdot 21}{\cos 16,5979} = 109,5652 \text{ mm}$$

Ugao nagiba osnovne zupčaste letve α_o za zupčasti par 1 i 2, $\alpha_{o(1-2)}$ i zupčasti par 3-4, $\alpha_{o(3-4)}$:

$$\operatorname{tg} \alpha_{o(1-2)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o(1-2)}} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 14,1411^\circ} = \frac{0,36397}{0,96969} = 0,37534;$$

$$\alpha_o = \alpha; \text{ zbog } x_1 + x_2 = 0, \alpha_{o(1-2)} = 20,5735^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{o(3-4)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o(3-4)}} = \frac{0,36397}{\cos 16,5979^\circ} = 0,37979;$$

$$\alpha_o = \alpha; \text{ zbog } x_3 + x_4 = 0, \alpha_{o(3-4)} = 20,7665^\circ$$

Obimne sile na zupčanicima 2 i 3:

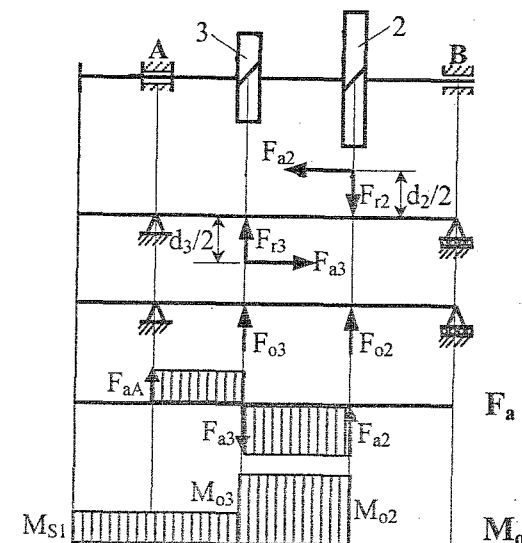
$$F_{o2} = \frac{2 \cdot M_{o2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 140,35}{0,2351} = 1194 \text{ N}$$

$$F_{o3} = \frac{2 \cdot M_{o3}}{d_3} = \frac{2 \cdot 80,36}{0,1095} = 1467 \text{ N};$$

Radialne sile:

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{(1-2)} = 1194 \cdot 0,37534 = 448 \text{ N}$$

$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{(3-4)} = 1467 \cdot 0,37979 = 557 \text{ N}$$



Aksijalne sile:

$$F_{a2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \beta_{(1-2)} = 1194 \cdot \operatorname{tg} 14,1411^\circ = 301 \text{ N}$$

$$F_{a3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \beta_{(3-4)} = 1467 \cdot \operatorname{tg} 16,5979^\circ = 437 \text{ N}$$

gde je uzeto da je ugao nagiba zubaca na kinematskom cilindru β zbog $x_1=x_2=x_3=x_4=0$ jednak uglu nagiba bočne linije, β_o , tj. $\beta=\beta_o$,

3. Merni broj zubaca zupčanika 3 određuje se prema izrazu:

$$z_{W3} = \frac{z_3}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{x3}}{\cos^2 \beta_b} - \operatorname{inv} \alpha_{o3} \right) - \frac{2x \cdot \operatorname{tg} \alpha_{o3}}{\pi} + 0,5$$

gde je:

$$\operatorname{tg} \alpha_{x3} = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_{o3} + \frac{4x_3}{z_3} \left(1 + \frac{x_3}{z_3} \right)}$$

Pošto je u ovom slučaju $x_3 = 0$, to je i $\alpha_{x3} = \alpha_{o3} = 20,7965^\circ$, pa je merni broj zubaca, uzimajući da je $\beta_{o3} = \beta_{b3} = 16,5979^\circ$ dat izrazom:

$$z_{W3} = \frac{z_3}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{x3}}{\cos^2 \beta_b} - \operatorname{inv} \alpha_{o3} \right) + 0,5 =$$

$$z_{W3} = \frac{21}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} 20,7965^\circ}{\cos^2 16,5979^\circ} - \operatorname{inv} 20,7965^\circ \right) + 0,5 = 3,5; \text{ usvaja se } z_{W3} = 3$$

Mera preko zubaca zupčanika 3 data je izrazom:

$$W_3 = m_n \cos \alpha_n [\pi(z_{W3} - 0,5) + z_3 \cdot \operatorname{inv} \alpha_{o3} + 2x_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{o3}] = 0$$

$$W_3 = 5 \cos 20^\circ [\pi(3 - 0,5) + 21 \cdot \operatorname{inv} 20,7965^\circ] = 38,563 \text{ mm}$$

$$W_3 = 38,563 \text{ mm}$$

Da bi kod zupčanika sa kosim zupcima bilo moguće izvršiti merenje, potrebno je da širina zupčanika b zadovoljava uslov:

$$b > W \cdot \sin \beta_b$$

gde je:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta_o \cos \alpha_o \text{ i kako se radi o meri preko zubaca zupčanika 3 to će}$$

biti:

$$\operatorname{tg} \beta_{b3} = \operatorname{tg} \beta_{o3} \cos \alpha_{o3} = \operatorname{tg} 16,5979^\circ \cos 20,7965^\circ = 0,27832^\circ$$

$$\beta_{b3} = 15,553^\circ$$

$$b = 60 \text{ mm} > W_3 \sin \beta_b = 38,563 \cdot \sin 15,553^\circ = 10,34 \text{ mm}$$

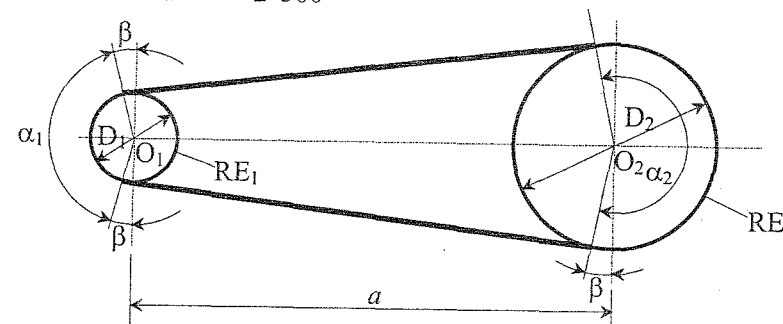
$$60 \text{ mm} > 10,34 \text{ mm}$$

Prema tome, merenje je moguće.

4. Uzimajući da je

$$\sin \beta = \frac{D_2 - D_1}{2a} = \frac{150 - 75}{2 \cdot 300} = 0,125$$

$$\beta = 7,18^\circ = 0,1253 \text{ rad}$$



Obvojni ugao male remenice (RE₁) α_1 ima vrednost:

$$\alpha_1 = \pi - 2\beta = 2,891 \text{ rad.}$$

Obrtni moment na remenici RE₁ isti je kao i na vratilu I zupčastog prenosnika, odnosno, obrtni moment na ulazu u zupčasti prenosnik:

$$M_{oRE} = M_{ol} = M_{oul} = \frac{M_{oRE}}{\omega_{RE1}} = \frac{17853,44}{308,923} = \frac{M_{o2}}{i'_{1-2} \eta_{1-2}} = 57,791 \text{ Nm}$$

*gde je:

$$\omega_{RE1} = \frac{2\pi}{60} \cdot \eta_{RE1} = \frac{2\pi}{60} \cdot 2950 = 308,923 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{RE1} = \frac{\eta_{RE2}}{i'_{RE}} = \frac{1450}{0,5} = 2950 \text{ min}^{-1} \quad \mu = 0,2; \quad \alpha = 0,5782$$

Obimna sila na remenici RE₁:

$$F_{o1} = \frac{2M_{oRE1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 57,791}{0,075} = 1540 \text{ N}$$

za $\mu = 0,2$ i $\alpha = 2,891$, potrebna sila prethodnog pritezanja je:

$$F_p = \frac{F_o}{2} S_\eta \cdot \frac{e^{\mu\alpha_1} + 1}{e^{\mu\alpha_1} - 1} = \frac{1540}{2} \cdot 1,5 \cdot \frac{e^{0,2 \cdot 2,891} + 1}{e^{0,5782} - 1} = 1266 \text{ N}$$

Sila u kracima remena

$$F_1 = F_p + \frac{F_o}{2} = 1266 + \frac{1540}{2} = 2036 \text{ N}$$

$$F_1 = F_p \cdot \frac{F_o}{2} = 1266 \cdot \frac{1540}{2} = 495 \text{ N}$$

5. Obimna sila koju prenosi jedan vijak

$$F_{o1} = \frac{2M_{os2}}{zD_o} = \frac{2 \cdot 60}{6 \cdot 0,12} = 167 \text{ N} = 16,7 \text{ daN}$$

gde je $D_o = 120 \text{ mm}$ prečnik kruga po kojem su raspoređeni vijci.

Obrtni moment potreban da bi se ostvarila sila pritezanja F_p , odnosno moment pritezanja vijaka M_o određuje se

$$M_o = M_v + M_n = F_p \cdot \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) + \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu$$

Glavne nazivne mere vijaka M10 - prema T. 3 (ME II, S.V.) i JUS M.B0.012:

Nazivni prečnik $d = 10 \text{ mm}$; srednji prečnik $d_2 = 9,026 \text{ mm}$; prečnik jezgra $d_3 = 8,16 \text{ mm}$; ugao nagiba navoja $\varphi = 3,03^\circ$; a prema tabeli 15 (ME-II sveska, S.Veriga) otvor ključa $s = 13 \text{ mm}$; a zadatkom je dat prečnik otvora za vijke $d_o = 11 \text{ mm} = d_s$ i koeficijent trenja u navojnom spoju $\mu_v = 0,14$, a na rednim dodatnim površinama $\mu = 0,12$, pa je ugao trenja ρ_v dat izrazom:

$$\rho_v = \operatorname{arctg} \mu_v = \operatorname{arctg} 0,14 = 7,97^\circ$$

Dodirna površina između navrtke i oboda spojnice je prstenasta, gde je:

$$d_s = s = 13 \text{ mm}; \quad d_u = d_o = 11 \text{ mm}.$$

Prema tome obrtni moment ima vrednost

$$M_o = M_v + M_p = F_p \left[\frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) + \frac{1}{3} \cdot \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} \cdot \mu \right]$$

$$M_o = F_p \left[\frac{0,9026}{2} \operatorname{tg}(3,03^\circ + 7,97^\circ) + \frac{1}{3} \cdot \frac{13^3 - 11^3}{13^2 - 11^2} \cdot 0,12 \right]$$

$$M_o = F_p \cdot 0,4513 (\operatorname{tg} 11^\circ + 0,7217) = 0,81 \cdot F_p = 300 \text{ daNcm}$$

odavde je sila pritezanja, odnosno sila u vijku $F \Rightarrow F = F_p = 370,4 \text{ daN}$

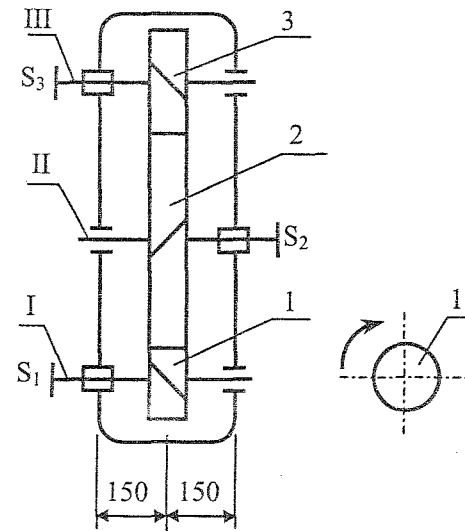
Da ne bi došlo do proklizavanja, stepen sigurnosti veze protiv klizanja mora biti veći od jedinice, tj. $s_\mu > 1$, odnosno da granična sila trenja F_μ bude uvek veća od obimne sile koja deluje na jedan vijak F_{o1}

$$F_o < F_\mu = \mu F$$

odnosno

$$s_\mu = \mu \cdot \frac{F}{F_o} = 0,12 \cdot \frac{370,4}{16,7} = 2,66.$$

ZADATAK 2.



$$n_{s2} = 850 \text{ min}^{-1}$$

$$M_{Os1} = 30 \text{ Nm} \quad M_{Os3} = 60 \text{ Nm}$$

$$n_{1-2} = n_{2-3} = 0,97$$

$$z_1 = 20; \quad z_2 = 61; \quad z_3 = 26$$

$$m_n = 5 \text{ mm}; \quad a_{1-2} = 210 \text{ mm}$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0$$

$$b = 60 \text{ mm}$$

- Multiplikator na datoj skici ima jedno ulazno i dva izlazna vratila u horizontalnoj ravni.
 - Odrediti potrebnu snagu i obrtni momenat na ulaznoj spojnici kao i učestanosti obrtanja na izlaznim spojnicama.
 - Odrediti intenzitete svih aktivnih sila koje napadaju vratila ovog prenosnika. Nacrtať šeme opterećenja, dijagrame momenata uvijanja i dijagrame aksijalnih sila za dati smer obrtanja.
 - Proveriti stepen sigurnosti vratila zupčanika 3, zanemarić težine: $d = 25 \text{ mm}$, materijal Č 0645. Veza vratila i glavčine ostvarena je klinom; dubina žleba za klin u žlebu iznosi 4,1 mm, a širina 8 mm. Faktor dinamičke čvrstoće iznosi 1,6.
 - Proveriti stepene sigurnosti zubaca zupčanika 3 za slučaj ravnomerne raspodele opterećenja na parove zubaca u istovremenom dodirivanju. Kvalitet tolerancije zubaca 8. Materijal Č 0545/ Č 0445. Dužina aktivnog dela dodirnice je 24,65 mm. Uzeti u obzir mogućnost preopterećenja koje je dva puta veće od nominalnog.
- Odrediti dužinu nošenja navojnog spoja vijka M24, od čelika 10.9, uvrnutog u deo od SL 22 i dati obrazloženje. Maksimalna sila u vijku iznosi 12000 daN.

REŠENJE:

a) Radni prenosni odnos

$$i'_{1,2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{20}{61} = 0,3279$$

$$i'_{2,3} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{26}{61} = 0,4262.$$

Učestalosti obrtanja na izlaznim spojnicama S₁ i S₃:

$$n_{S1} = \frac{n_{ul}}{i'_{1,2}} = \frac{850}{0,3279} = 2592,25 \text{ min}^{-1} = 43,2 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{S3} = \frac{n_{ul}}{i'_{2,3}} = \frac{850}{0,4262} = 1994,4 \text{ min}^{-1} = 33,24 \text{ s}^{-1}$$

Ugaone brzine na izlaznim spojnicama S₁ i S₃:

$$\omega_{S1} = 2\pi n_{S1} = 2\pi \cdot 43,2 = 271,43 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{S3} = 2\pi n_{S2} = 2\pi \cdot 33,24 = 208,85 \text{ s}^{-1}$$

Snaga na izlaznim spojnicama S₁ i S₃:

$$P_{S1} = M_{os1} \cdot \omega_{S1} = 30 \cdot 271,46 = 8143 \text{ W}$$

$$P_{S3} = M_{os3} \cdot \omega_{S3} = 60 \cdot 208,85 = 12530 \text{ W}$$

Potrebna snaga na ulaznoj spojnici S₂:

$$P_{ul} = \frac{P_{S1}}{\eta_{1,2}} + \frac{P_{S3}}{\eta_{2,3}} = \frac{8143}{0,97} + \frac{12530}{0,97} = 21313 \text{ W}$$

$$P_{S2} = P_{ul} = 21,3 \text{ kW}$$

Ugaona brzina na ulaznoj spojnici S₂:

$$\omega_{S2} = 2\pi \cdot n_{S2} = 2\pi \cdot 850 = 5340,7 \text{ min}^{-1} = 89 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni moment na ulaznoj spojnici S₂:

$$M_{S2} = \frac{P_{S2}}{\omega_{S2}} = \frac{21313}{89} = 239,5 \text{ Nm}$$

b) Kinematski prenosni odnos

$$i_{1,2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{61}{20} = 3,05$$

$$i_{2,3} = \frac{z_2}{z_3} = \frac{61}{26} = 2,3462$$

Prečnici kinematskih krugova zupčanika 1, 2 i 3:

$$d_1 = \frac{2a_{1,2}}{i_{1,2} + 1} = \frac{2 \cdot 210}{3,05 + 1} = 103,7037 \text{ mm}$$

$$d_2 = i_{1,2} \cdot d_1 = 3,05 \cdot 103,7037 = 316,2963 \text{ mm}$$

$$d_3 = \frac{d_2}{i_{2,3}} = \frac{316,2963}{2,3462} = 134,8148 \text{ mm}$$

Modul $m_{1,2} = m_{2,3}$, odnosno

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{103,7037}{20} = 5,1852 \text{ mm}$$

Ugao nagiba bočnih linija ($\beta_{01,2} = \beta_{02,3}$):

$$\cos \beta_o = \frac{m_n}{m} = \frac{5}{5,1852} = 0,96428$$

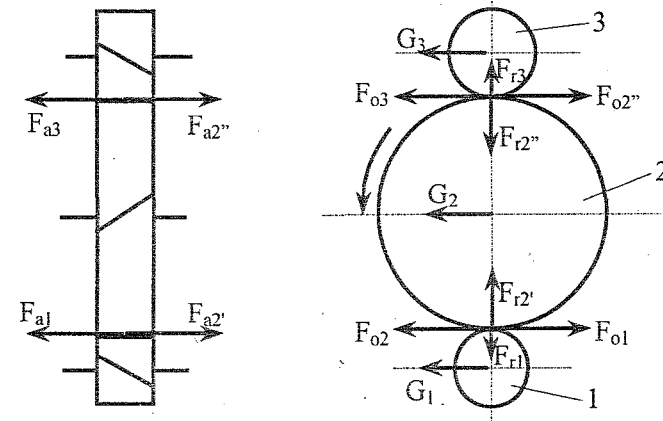
$$\beta_o = 15,36^\circ$$

Ugao nagiba osnovne zupčaste letve ($\alpha_{01,2} = \alpha_{02,3}$):

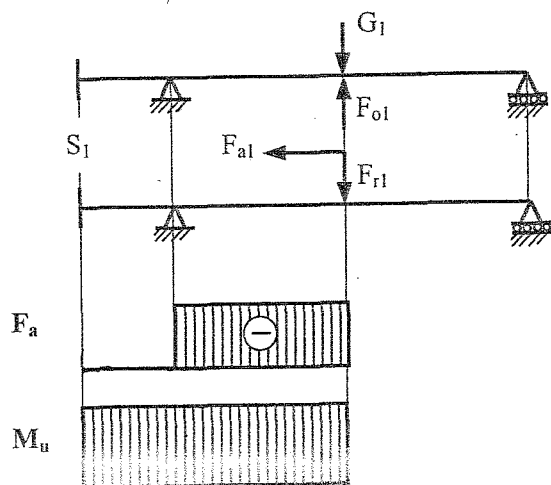
$$\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_o} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 15,36^\circ} = 0,37745$$

$$\alpha_o = 20,68^\circ$$

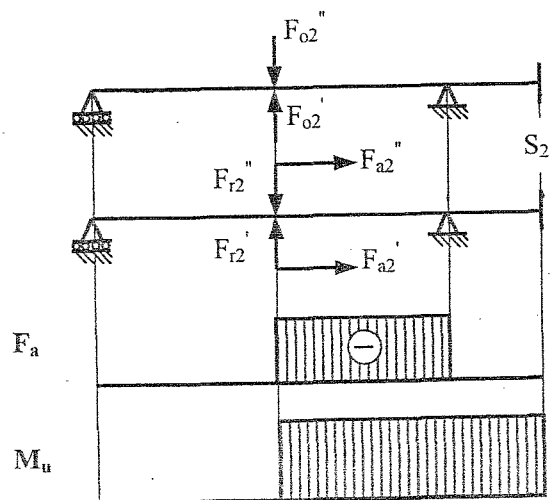
Opterećenje cilindričnih evolventnih zupčanika 1, 2 i 3 sa kosim zupcima:



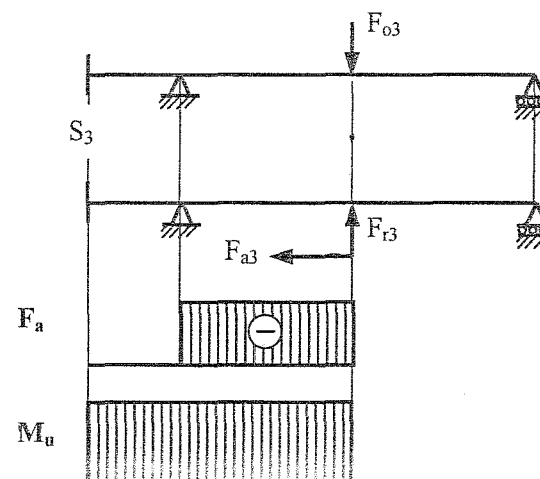
Šema opterećenja vratila I



Šema opterećenja vratila II



Šema opterećenja vratila III



Intenzitet aktivnih sila

Vratilo I

$$F_{01} = \frac{2M_{o1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 30}{0,1037} = 578,6 \text{ N}$$

$$F_{r1} = F_{01} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o = 578,6 \cdot \operatorname{tg} 20,68^\circ = 218,4 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_{01} \cdot \operatorname{tg} \beta_o = 578,6 \cdot \operatorname{tg} 15,36^\circ = 158,9 \text{ N}$$

Vratilo III

$$F_{03} = \frac{2M_{o3}}{d_3} = \frac{2 \cdot 60}{0,1348} = 890,2 \text{ N}$$

$$F_{r3} = F_{03} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o = 890,2 \cdot \operatorname{tg} 20,68^\circ = 335,9 \text{ N}$$

$$F_{a3} = F_{03} \cdot \operatorname{tg} \beta_o = 890,2 \cdot \operatorname{tg} 15,36^\circ = 244,4 \text{ N}$$

Vratilo II

$$F'_{02} \approx F_{01} = 578,6 \text{ N}$$

$$F'_{r1} \approx F_{r1} = 218,4 \text{ N}$$

$$F'_{a1} \approx F_{a1} = 158,9 \text{ N}$$

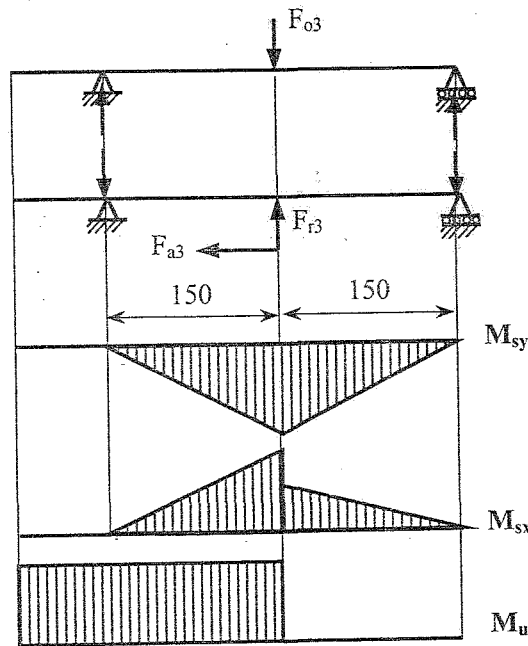
$$F''_{o2} \approx F_{o3} = 890,2 \text{ N}$$

$$F''_{r2} \approx F_{r3} = 335,9 \text{ N}$$

$$F''_{a2} \approx F_{a3} = 244,4 \text{ N}$$

c) Provera stepena sigurnosti vratila III

Određivanje otpora oslonaca



$$Y_A + Y_B - F_{o3} = 0$$

$$Y_B \cdot 0,3 - F_{o3} \cdot 0,15 = 0$$

$$Y_A = Y_B = 445,1 \text{ N}$$

$$-X_A + F_{r3} - X_B = 0$$

$$-X_B \cdot 0,3 + F_r \cdot 0,15 - F_{o3} \frac{d_3}{2} = 0$$

$$Z_A - F_{a3} = 0$$

$$X_A = 223,4 \text{ N}$$

$$X_B = 113,5 \text{ N}$$

$$Z_A = 244,4 \text{ N}$$

Rezultujući otpori oslonaca

$$F_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{223,4^2 + 445,1^2} = 298 \text{ N}$$

$$F_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{113,5^2 + 445,1^2} = 459,3 \text{ N}$$

Momenti savijanja na mestu zupčanika:

$$M_{sx}^t = -X_A \cdot 0,15 = -223,4 \cdot 0,15 = -33,5 \text{ Nm}$$

$$M_{sx}^d = -X_B \cdot 0,15 = -113,4 \cdot 0,15 = -17 \text{ Nm}$$

$$M_{sz} = -Y_A \cdot 0,15 = 445,1 \cdot 0,15 = 66,7 \text{ Nm}$$

Rezultujući moment savijanja na mestu zupčanika:

$$M_s = \sqrt{(M_{sy})^2 + (M_{sx}^t)^2} = \sqrt{66,7^2 + (-33,5)^2} = 74,7 \text{ Nm}$$

Otporni momenti vratila za presek na mestu zupčanika:

$$W_x \approx \frac{\pi d^3}{32} \frac{b \cdot t (d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \cdot 2,5^3}{32} \frac{0,8 \cdot 0,41 (2,5 - 0,41)^2}{2 \cdot 2,5} = 1,247 \text{ cm}^3$$

$$W_o \approx \frac{\pi d^3}{16} \frac{b \cdot t (d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \cdot 2,5^3}{16} \frac{0,8 \cdot 0,41 (2,5 - 0,41)^2}{2 \cdot 2,5} = 2,781 \text{ cm}^3$$

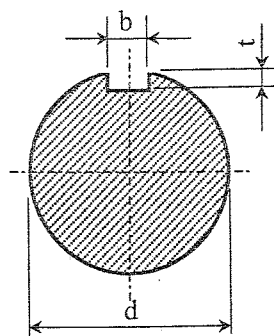
Faktor dinamičke čvrstoće

$$\text{Dato } k_D = 1,6$$

Merodavne mehaničke karakteristike materijala vratila (Č 0645):

$$\sigma_{Dns} = 28 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} - \text{dinamička čvrstoća epruvete na savijanje}$$

Tablica 10.03, ME I - Tablice, S. Veriga



$$\tau_{Dju} = 22 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} - \text{dinamička čvrstoća epruvete na uvijanje}$$

Tablica 10.03, ME I - Tablice, S.Veriga

Dinamička čvrstoća vratila

$$\sigma_{Do} = \frac{\sigma_{Dns}}{k_D} = \frac{28}{1,6} = 17,5 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{Do} = \frac{\tau_{Dns}}{k_D} = \frac{22,4}{1,6} = 13,75 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

Radni naponi vratila

• na savijanje

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_x} = \frac{746,97}{1,247} = 599 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

• na uvijanje

$$\tau_u = \frac{M_u}{W_o} = \frac{600}{2,781} = 215,7 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Komponentalni stepeni sigurnosti vratila

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{Do}}{\sigma_s} = \frac{1750}{599} = 2,92$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{Do}}{\tau_s} = \frac{1375}{215,7} = 6,37$$

Ukupni stepen sigurnosti vratila

$$s = \frac{s_\sigma \cdot s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}} = \frac{2,92 \cdot 6,37}{\sqrt{2,92^2 + 6,37^2}} = 2,65 > s_{\min}$$

d) Provera stepena sigurnosti bokova zubaca

$\ell = 24,65$ mm, dužina aktivnog dela dodirnice

Stepen sprežanja profila:

$$\varepsilon_p = \frac{\ell}{m\pi \cos \alpha_o} = \frac{24,65}{5,185 \cdot \pi \cdot \cos 20,68^\circ} = 1,62$$

Stepen sprežanja bočnih linija:

$$\varepsilon_q = \frac{b \cdot \text{tg } \beta_o}{m \cdot n} = \frac{60 \cdot \text{tg } 15,36^\circ}{\pi \cdot 5,185} = 1,01$$

Ukupni stepen sprežanja zubaca:

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_q = 1,62 + 1,01 = 2,63$$

Opšti faktor opterećenja zubaca:

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta$$

- Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika

$K_A = 2$ (uslov zadatka - uzima u obzir mogućnost preopterećenja koje je 2 puta veće od nominalnog)

- Faktor dinamičkog opterećenja

Za $\varepsilon_q \geq 1$ i kvalitet tolerancija zubaca 8 (Tablica 4.2 ME III, S.Veriga)

$$K_V = K_{V\beta} = 1 + 0,07\lambda = 1 + 0,07 \cdot 3,67 = 1,26$$

gde je:

$$\lambda = \frac{v}{m/s} \cdot \frac{z_3}{100} = 14,1 \cdot \frac{26}{100} = 3,67$$

$$v = \frac{d_3}{2} \cdot \omega_3 = \frac{0,135}{2} \cdot 208,85 = 14,1 \text{ m/s}$$

v - obimna brzina na kinematskom krugu posmatranih zupčanika 2 i 3.

- Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

Za $\varepsilon > 2$ i $\varepsilon_p > \varepsilon_q$, interval dodira oko sredine visine zupca i ravnomernu raspodelu opterećenja, Tablica 4.5 ME III, S.Veriga.

$$K_\alpha = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_p - 2(1 - \varepsilon_q)} = \frac{1,01}{1,62 - 2(1 - 1,01)} = 0,616$$

- Faktor neravnomernosti raspodele linijskog opterećenja bokova zubaca

Za $\varphi = \frac{b}{d_{o3}} = \frac{60}{135} = 0,44$ i kvalitet tolerancije zubaca 8 (Tablica 4.4. ME III, S.Veriga).

$$K_\beta = 1,23 + 0,18\varphi^2 + 0,61 \frac{b}{b_o} = 1,23 + 0,18 \cdot 0,44^2 + 0,61 \frac{60}{1000} = 1,3$$

pri čemu je $b_o = 1000$ mm.

$$\text{Sada je: } K = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta = 2 \cdot 1,26 \cdot 0,616 \cdot 1,3 = 2,02$$

Opšti faktor kontaktnog napona

$$Z^2 = Z_H^2 \cdot Z_\varepsilon^2 \cdot Z_\beta^2$$

- Faktor oblika bokova spregnutih kosih zubača ($\alpha = \alpha_o$):

$$Z_H^2 = \frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_o \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2 \cos \beta_b}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \cos 14,41^\circ}{\sin 20,68^\circ \cdot \cos 20,68^\circ} = 5,863$$

gde je: $\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta_o \cdot \cos \alpha_o = \operatorname{tg} 15,36^\circ \cdot \cos 20,68^\circ = 0,25699$

$$\beta_b = 14,41^\circ$$

- Faktor dužine trenutne linije dodira:

$$Z_\varepsilon^2 = 1 \quad (\text{za } \varepsilon_q < \varepsilon_p)$$

- Faktor ugla nagiba zupca:

$$Z_\beta^2 = \cos \beta_o = \cos 15,36^\circ = 0,964$$

Sada je: $Z^2 = Z_H^2 \cdot Z_\varepsilon^2 \cdot Z_\beta^2 = 5,863 \cdot 1 \cdot 0,964 = 5,65$

Redukovani dodirni pritisak

$$k_3 = k_2 = K \frac{F_{o3}}{b \cdot d_{o3}} \cdot \frac{i_{2-3} + 1}{i_{2-3}} Z^2 = 2,02 \cdot \frac{89,02}{6 \cdot 13,48} \cdot \frac{2,3462 + 1}{2,3462} \cdot 5,65$$

$$k_3 = 17,92 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Koeficijent elastičnosti materijala spregnutih zupčanika

Za materijal spregnutih zupčanika čelik/čelik (Tablica 4.8, ME III, S.Veriga)

$$Z_E^2 = 360 \cdot 10^3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Kontaktna dinamička čvrstoća

Za materijal zupčanika 3: Č 0545 (Tablica 4.10, ME III, S.Veriga).

$$\sigma_{DH} = 41 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

Redukovana kontaktna dinamička čvrstoća

$$k_{D3} = \frac{\sigma_{DH}^2}{Z_E^2} = \frac{4100^2}{360 \cdot 10^3} = 46,7 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Stepen sigurnosti bokova zupca

$$s = \frac{k_{D3}}{k_3} = \frac{46,7}{17,92} = 2,61 > s_{\min}$$

Stepen sigurnosti bokova zadovoljava.

Provera čvrstoće podnožja

- Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubača

Za $2 < \varepsilon < 3$, interval dodira u blizini temena zupca i ravnomernu raspodelu opterećenja (Tablica 4.5 ME III, S.Veriga).

$K_\alpha = 0,33 \dots 0,5$ ($K_\alpha = 0,33$ - trostruka spreaga, $K_\alpha = 0,5$ - dvostruka spreaga)

Ostali faktori opterećenja opterećenja zupca (K_A , K_V , K_β) su isti kao i za proveru stepena sigurnosti bokova.

Opšti faktor napona

$$Y = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta$$

Faktor oblika zupca

$$\text{Za: } z_{n3} = \frac{z_3}{\cos^3 \beta_o} = \frac{26}{\cos^3 15,36^\circ} = 29 \text{ - ekvivalentni broj zubača}$$

$$X_{n3} = \frac{X_3}{\cos \beta_o} = 0 \quad (X = 0) \text{ - ekvivalentni koeficijent pomeranja profila}$$

$$Y_{F3} = 2,62 \quad (\text{Tablica 4.6, ME III, S.Veriga})$$

- Faktor korekcije napona

Za $z_{n3} = 29$ i $X_{n3} = 0 \Rightarrow Y_S = 1,68$ (Tablica 4.7, ME III, S.Veriga)

- Faktor nagiba zubača

Za $0 < \beta_o < 30^\circ$

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_q \frac{\beta_o}{120^\circ} = 1 - 1,01 \frac{15,36^\circ}{120^\circ} = 0,87$$

- Faktor kraka sile

a) Opterećenje deluje na temenu zupca; $Y_\varepsilon = 1$ ($K_\alpha = 0,33$)

b) Opterećenje deluje u tački smene trostruke i dvostruke sprege;

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{pm}} = 0,25 + \frac{0,75}{1,73} = 0,68 \quad (K_\alpha = 0,5)$$

gde je: $\varepsilon_{pm} = \frac{\varepsilon_p}{\cos^2 \beta_b} = \frac{1,62}{\cos^2 14,41^\circ} = 1,73$ - ekvivalentni stepen spreznja profila

Normalni napon u podnožju zupca

a) Opterećenje deluje na temenu zupca; ($Y_\varepsilon = 1$; $K_\alpha = 0,33$)

$$\sigma_3 = K \frac{F_{o3}}{b \cdot m_n} \cdot Y = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta \cdot \frac{F_{o3}}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_\epsilon =$$

$$= 2 \cdot 1,26 \cdot 0,33 \cdot 1,3 \frac{89,02}{6 \cdot 0,5} \cdot 2,62 \cdot 1,68 \cdot 0,87 \cdot 1 = 122,8 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

b) Opterećenje koje deluje u tački smene trostruke i dvostruke sprege ($K_\alpha = 0,5$; $Y_\epsilon = 0,68$)

$$\sigma_3 = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta \cdot \frac{F_{o3}}{b \cdot m_n} = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_\epsilon =$$

$$= 2 \cdot 1,26 \cdot 0,5 \cdot 1,3 \frac{89,02}{6 \cdot 0,5} \cdot 2,62 \cdot 1,68 \cdot 0,87 \cdot 0,68 = 126,8 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Dinamička čvrstoća podnožja (Tablica 4.10, ME II, S. Veriga)

$$\sigma_{D_F} = 34 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \quad (\text{za } \check{C} 0545)$$

Minimalni stepen sigurnosti podnožja zupca zupčanika 3

$$s = \frac{\sigma_{D_F}}{\sigma_3} = \frac{3400}{126,8} = 26,8 > s_{\text{min}}$$

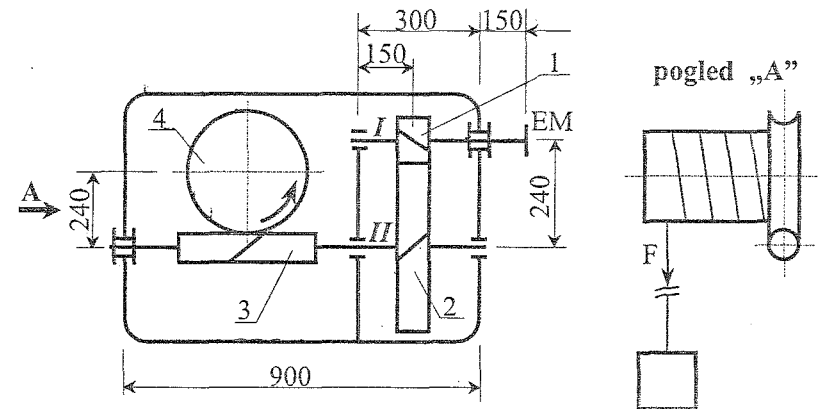
Stepen sigurnosti podnožja zupca zadovoljava

2. Dužina nošenja navojnog spoja

Prema Tabeli 2.14, ME II, S. Veriga, dužina nošenja navojnog spoja za vijak izrađen od visokokvalitetnog materijala (10.9) i materijal navrtke (SL 22) i odnos prečnika (d) prema koraku (P) je manji od 9:

$$\ell_n = 1,2d = 1,2 \cdot 24 = 28,8 \text{ mm}$$

ZADATAK 3.



PODACI:

$$z_1 = 23, z_2 = 56, m_n = 8 \text{ mm}, x_1 = x_2 = 0, \alpha_n = 20^\circ, b = 60 \text{ mm}, \eta_{1-2} = 0,98$$

$$z_3 = 1, z_4 = 40, m = 10 \text{ mm}, x = 0, \alpha = 20^\circ, b = 60 \text{ mm}, \mu = 0,05$$

Prenosnik za pogon doboša dizalice, sastoji se od cilindričnog zupčastog para 1-2 sa kosim zupcima i pužastog para 3-4. Nosivost dizalice je 1500 kg, a brzina podizanja 15 m/min. Merodavan prečnik doboša je 320 mm.

- Odrediti: potrebnu snagu i učestalost obrtanja elektromotora.
- Odrediti: sve aktivne sile koje napadaju vratilo II, nacrtati šeme opterećenja, dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila.
- Odrediti: merni broj zubaca i meru preko zubaca zupčanika 2.
- Proveriti: stepen sigurnosti vratila I. Prečnik vratila je 40 mm, širina žleba za klin je 12 mm, a dubina žleba u vratilu 4,9 mm; materijal: Č 0545, faktori dinamičke čvrstoće 2. Uticaj težine spojnice i zupčanika zanemariti.
- Odrediti: potrebni moment pritezanja i stepene sigurnosti nepodešenih vijaka za vezu doboša i tela pužastog točka. Broj vijaka je 6 (M16 JUS M.BO.012, materijal: čelik 5.8), stepen sigurnosti protiv klizanja 1,5; redukovani koeficijent trenja u navojnom spoju 0,14; koeficijent trenja na dodirnoj površini doboša i zupčanika 0,12 i prečnik otvora za vijak je 18 mm. Vijci su raspoređeni na krugu prečnika 370 mm. Proračun sprovesti na osnovu tangencijalne komponente ukupnog opterećenja koje prenosi jedan zavrtanj.

REŠENJE:

a) Radni prenosni odnos:

$$i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{56}{23} = 2,4348$$

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{48}{1} = 40$$

Učestanost obrtanja elektromotora:

$$\omega_4 = \omega_D = \frac{2V}{D} = \frac{2 \cdot 0,25}{0,32} = 1,56 \text{ rad/s} \quad (V = 15 \text{ m/min} = 0,25 \text{ m/s})$$

$$\omega_2 = \omega_3 = i'_{3-4} \cdot \omega_4 = 40 \cdot 1,56 = 62,5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot i'_{1-2} = 62,5 \cdot 2,4348 = 152,2 \text{ rad/s}$$

Ugaone brzine:

$$n_{\omega} = n_1 = \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = \frac{152,2}{2 \cdot \pi} = 24,225 \text{ s}^{-1} = 1453 \text{ min}^{-1}$$

Pužni broj:

$$q = \frac{2 \cdot a_{3-4} - m \cdot z_4}{m} = \frac{2 \cdot 240 - 10 \cdot 40}{10} = 8$$

Ugao nagiba zavojnice puža:

$$\text{tg } \gamma_m = \frac{z_3}{q} = \frac{1}{8} = 0,125 \quad ; \quad \gamma_m = 7,125^\circ$$

Ugao trenja:

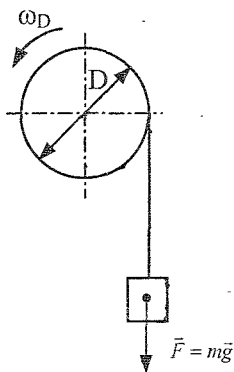
$$\text{tg } \rho = \mu = 0,05 \quad ; \quad \rho = 2,86^\circ$$

Stepen iskorišćenja pužnog para:

$$\eta_{3-4} = \frac{\text{tg } \gamma_m}{\text{tg } (\gamma_m + \rho)} = \frac{\text{tg } 7,125^\circ}{\text{tg } (7,125^\circ + 2,86^\circ)} = 0,71$$

Obrtni moment na dobošu:

$$M_{oD} = F \cdot \frac{D}{2} = mg \cdot \frac{D}{2} = 1500 \cdot 9,81 \cdot \frac{320 \cdot 10^{-3}}{2} = 2354,4 \text{ Nm}$$



Obrtni moment elektromotora:

$$M_{\alpha,1} = M_{\alpha,el} = \frac{M_{o,D}}{i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot \eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{2354,4}{2,4348 \cdot 40 \cdot 0,98 \cdot 0,71} = 34,74 \text{ Nm}$$

Potrebna snaga motora:

$$P_{el} = M_{\alpha,el} \cdot \omega_{el} = 34,74 \cdot 152,2 = 5,29 \text{ kW}$$

b) Podeoni prečnik pužnog točka

$$d_{o4} = m \cdot z_4 = 10 \cdot 40 = 400 \text{ mm}$$

Srednji prečnik puža:

$$d_m = q \cdot m = 8 \cdot 10 = 80 \text{ mm}$$

Ugao nagiba bočnih linija cilindričnog zupčastog para:

$$\cos \beta_o = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cdot a} = \frac{8(23 + 56)}{2 \cdot 325} = 0,9723 \quad , \quad \beta_o = 13,52^\circ$$

Podeoni prečnik zupčanika 2:

$$d_{o2} = m \cdot z_2 = \frac{m_n}{\cos \beta_o} \cdot z_2 = \frac{8}{\cos 13,52^\circ} \cdot 56 = 460,77 \text{ mm}$$

Ugao dodirnice cilindričnog zupčastog para ($x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow \alpha_o = \alpha$):

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_o} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 13,52^\circ} = 0,3743 \quad ; \quad \alpha = 20,52^\circ$$

Obrtni moment na pužu:

$$M_{o3} = \frac{M_{o4}}{i'_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{2354,4}{40 \cdot 0,71} = 82,9 \text{ Nm}$$

Obrtni moment na zupčaniku 2:

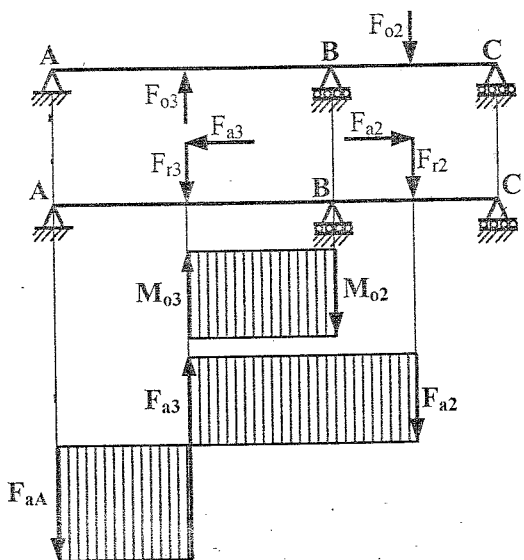
$$M_{o2} = M_{o3} = 82,9 \text{ Nm}$$

Sile na zupčaniku 2:

$$F_{o2} = \frac{M_{o2}}{d_{o2}/2} = \frac{82,9}{0,46/2} = 360,4 \text{ N}$$

$$F_{t2} = F_{o2} \cdot \text{tg } \alpha = 360,4 \cdot \text{tg } 20,52^\circ = 134,9 \text{ N}$$

$$F_{a2} = F_{o2} \cdot \text{tg } \beta_o = 360,4 \cdot \text{tg } 13,52^\circ = 86,7 \text{ N}$$



Sile na zupčanicu 3:

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_m/2} = \frac{82,9}{0,08/2} = 2072,5 \text{ N}$$

$$F_{a3} = F_{o4} \cdot \frac{M_{o4}}{d_{o4}/2} = \frac{2354,4}{0,4/2} = 11772 \text{ N}$$

$$F_{r3} = F_{a3} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 11772 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 4284,7 \text{ N}$$

c) Merni broj zubača zupčanika 2:

$$z_{w2} = \frac{z_2}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \beta_o} - \operatorname{inv} \alpha_o \right) + 0,5 = \frac{56}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} 20,52^\circ}{\cos^2 13,52^\circ} - \operatorname{inv} 20,52^\circ \right) + 0,5 = 7,27$$

Usvaja se:

$$z_{w2} = 7$$

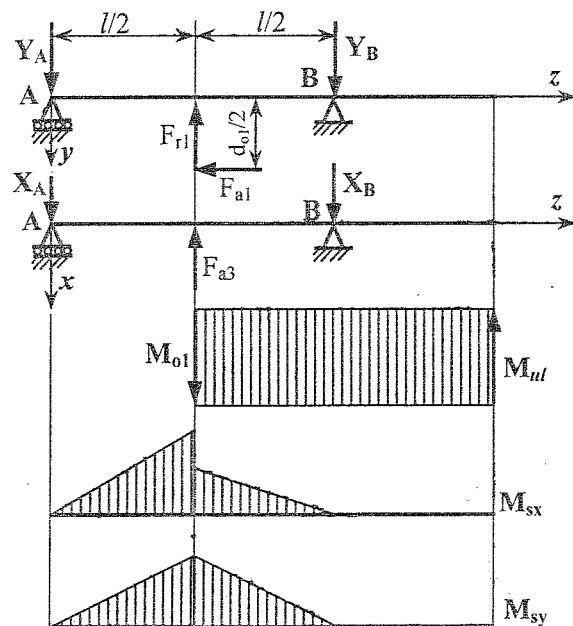
Mera preko zubača zupčanika 2:

$$W_2 = m_n \cdot \cos \alpha_n [\pi(z_{w2} - 0,5) + z_2 \cdot \operatorname{inv} \alpha_o] = 8 \cos 20^\circ \cdot [\pi(7 - 0,5) + 56 \cdot \operatorname{inv} 20,52^\circ]$$

$$W_2 = 160,284 \text{ mm}$$

d) Podeoni prečnik zupčanika 2

$$d_{o1} = m \cdot z_1 = \frac{m_n}{\cos \beta_o} \cdot z_1 = \frac{8}{\cos 13,52^\circ} \cdot 23 = 189,24 \text{ mm}$$



$$F_{o1} = F_{o2} = 360,4 \text{ N}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = 134,9 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_{a2} = 86,7 \text{ N}$$

$$l = 300 \text{ mm}$$

Otpori oslonaca:

$$\sum M_x = 0; \quad Y_B \cdot l + F_{a1} \cdot \frac{d_{o1}}{2} - F_{r1} \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$Y_B = \frac{F_{r1} \frac{l}{2} - F_{a1} \frac{d_{o1}}{2}}{l} = \frac{134,9 \cdot \frac{0,3}{2} - 86,7 \cdot \frac{0,189}{2}}{0,3} = 39,7 \text{ N}$$

$$\sum Y = 0; \quad Y_A + Y_B - F_{r1} = 0$$

$$Y_A = F_{r1} + Y_B = 134,9 + 39,7 = 95,2 \text{ N}$$

$$X_A = X_B = \frac{F_{o1}}{2} = \frac{360,4}{2} = 180,4 \text{ N}$$

Napadni momenti savijanja:

$$M_{sx}^L = Y_A \cdot \frac{l}{2} = 95,2 \cdot \frac{0,3}{2} = 14,3 \text{ Nm}$$

$$M_{sx}^D = Y_B \cdot \frac{l}{2} = 39,7 \cdot \frac{0,3}{2} = 6 \text{ Nm}$$

$$M_{sy}^L = M_{sy}^D = X_A \cdot \frac{l}{2} = 180,4 \cdot \frac{0,3}{2} = 27,6 \text{ Nm}$$

$$M_s^L = \sqrt{(M_{sx}^L)^2 + (M_{sy}^L)^2} = \sqrt{14,3^2 + 27,6^2} = 31,1 \text{ Nm}$$

$$M_s^D = \sqrt{(M_{sx}^D)^2 + (M_{sy}^D)^2} = \sqrt{6^2 + 27,6^2} = 28,3 \text{ Nm}$$

Radni naponi:

$$\sigma_s^L = \frac{M_s^L}{W_x} = \frac{311}{5,377} = 57,84 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}; \quad \sigma_s^D = \frac{M_s^D}{W_x} = \frac{283}{5,377} = 52,84 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_u^D = \frac{M_u}{W_o} = \frac{352,4}{11,66} = 30,38 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}; \quad \tau_s^L = 0$$

gde je:

$$W_x = \frac{d^3 \pi}{32} - \frac{b \cdot t \cdot (d-t)^2}{2d} = \frac{4^3 \cdot \pi}{32} - \frac{1,2 \cdot 0,49 \cdot (4-0,49)^2}{2 \cdot 4} = 5,377 \text{ cm}^3$$

$$W_o = \frac{d^3 \pi}{16} - \frac{b \cdot t \cdot (d-t)^2}{2d} = \frac{4^3 \cdot \pi}{16} - \frac{1,2 \cdot 0,49 \cdot (4-0,49)^2}{2 \cdot 4} = 11,66 \text{ cm}^3$$

Kritični naponi:

$$\text{Za Č 0545} \quad \sigma_{Dns} = 25 \text{ daN/mm}^2$$

$$\tau_{Dju} = 19 \text{ daN/mm}^2$$

Stepen sigurnosti:

$$S_r^D = \frac{\tau_{Dju}}{\tau_u^D} = \frac{1900}{30,38} = 31,27; \quad S_\sigma^D = \frac{\sigma_{Dns}}{\sigma_s^D} = \frac{2500}{52,63} = 23,75$$

$$S^D = \frac{S_r^D \cdot S_\sigma^D}{\sqrt{(S_r^D)^2 + (S_\sigma^D)^2}} = \frac{31,27 \cdot 23,75}{\sqrt{31,27^2 + 23,75^2}} = 18,9$$

$$S^L = S_\sigma^L = \frac{\sigma_{Dns}}{\sigma_s^L} = \frac{2500}{57,84} = 21,6$$

e) Geometrijske veličine vijka M16 prema JUS M.BO.012, T.3, ME II str.189

$$d = 16 \text{ mm} \quad A_1 = 144 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 13,546 \text{ mm} \quad \varphi = 2,48^\circ$$

$$d_2 = 14,701 \text{ mm} \quad s = 24$$

$$d_{sr} = \frac{2 d_s^3 - d_u^3}{3 d_s^2 - d_u^2} = \frac{2 \cdot 24^3 - 18^3}{3 \cdot 24^2 - 18^2} = 21,1 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{srednji prečnik prstenaste} \\ \text{dodirne površine} \end{array} \right.$$

gde je:

$$d_s = s = 24 \text{ mm} - \text{otvor ključa (Tablica 15, ME - II sveska, S.Veriga)}$$

$$d_u = 18 \text{ mm} - \text{prečnik otvora za vijak}$$

$$F_{ol} = \frac{F_o}{z} = \frac{12726,5}{6} = 2121 \text{ N}$$

gde je:

$$F_o = \frac{M_{o,D}}{D} = \frac{2356,4}{0,37} = 12726,5 \text{ N}$$

Potrebna sila pritezanja vijka:

$$F_p = S_\mu \frac{F_{ol}}{\mu} = 1,5 \frac{2121}{0,12} = 26513,5 \text{ N}$$

Potreban moment pritezanja vijka:

$$M = M_v + M_\mu = 35,9 + 33,6 = 69,5 \text{ Nm}$$

gde je:

$$M_v = F_p \cdot \frac{d_2}{2} \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 26513,5 \cdot \frac{14,701 \cdot 10^{-3}}{2} \text{tg}(2,48^\circ + 7,97^\circ) = 35,9 \text{ Nm}$$

$$M_\mu = F_p \cdot \mu \frac{d_{sr}}{2} = 26513,5 \cdot 0,12 \frac{21,1 \cdot 10^{-3}}{2} = 33,6 \text{ Nm}$$

$$\rho_v = \text{arctg} \mu_v = \text{arctg} 0,14 = 7,97^\circ$$

Radni naponi:

$$\sigma = \frac{F_p}{A_1} = \frac{26513,5}{144} = 18,4 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_u = \frac{M_v}{W_o} = \frac{35,9 \cdot 10^2}{488} = 7,4 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

gde je:

$$W_o = \frac{d_1^3 \pi}{16} = \frac{13,546^3 \cdot \pi}{16} = 488 \text{ mm}^3$$

Kritični naponi:

$$\text{Za materijal vijka 5.8:} \quad \sigma_T = 40 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_T = 0,8 \cdot \sigma_T = 0,8 \cdot 40 = 32 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

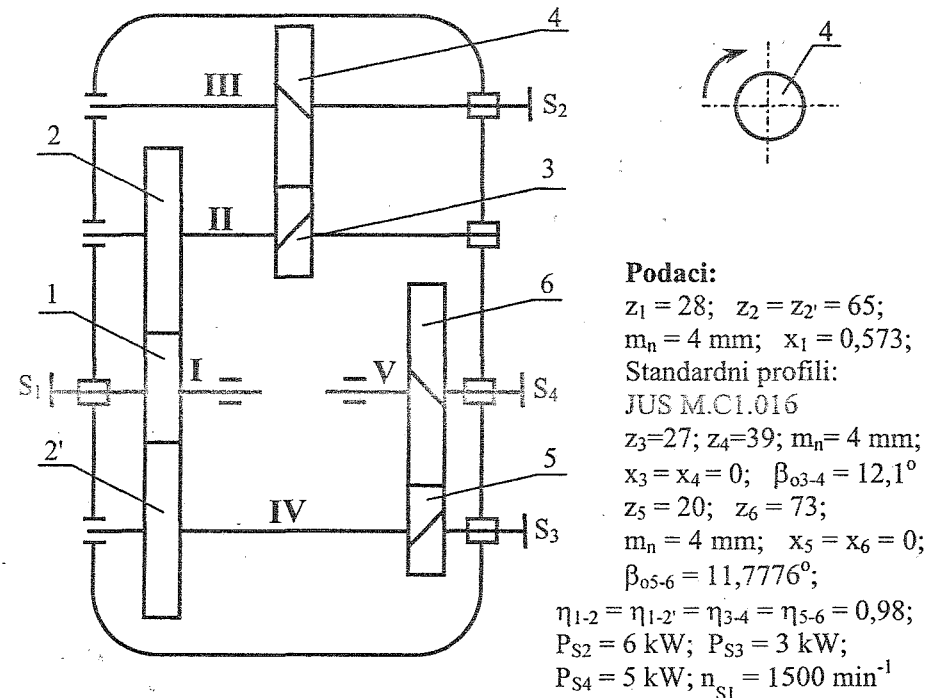
Stepen sigurnosti:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_r}{\sigma} = \frac{40}{18,4} = 2,2$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_r}{\tau_u} = \frac{32}{7,4} = 4,3$$

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{2,2 \cdot 4,3}{\sqrt{2,2^2 + 4,3^2}} = 1,96$$

ZADATAK 4.



1. Horizontalni zupčasti reduktor sastoji se od zupčastih parova: 1-2, 1-2', 3-4 i 5-6.
 - a) Odrediti učestalosti obrtanja na izlaznim spojnicama S_2 , S_3 i S_4 i obrtni moment na spojnici S_1 .
 - b) Odrediti: Oso rastojanje a_{5-6} i ugao dodirnice zupčastog para 5-6 kao i pomeranje profila zupčanika 2, odnosno 2', ako je $a_{1-2} = a_{1-2'} = a_{5-6}$.
 - c) Odrediti intenzitete svih aktivnih sila koje napadaju vratila I i IV. Nacrtati šeme opterećenja i dijagrame momenta uvijanja i aksijalnih sila.
 - d) Proveriti stepen sigurnosti podnožja zubaca zupčanika 2' pri sprezanju sa zupčanikom 1, za prvi trenutak jednostruke sprege. Kvalitet tolerancija 7, materijal Č 0645/ Č 0545, dodirni luk profila 18,87 mm, širina zupčanika 2', $b_2 = 50$ mm, vratilo kruto, rad ravnomeran.
 - e) Obodi krute spojnice $S1$ spojeni su međusobno pomoću 6 nepodešenih vijaka M10, JUS M.B0.012, raspoređenih na krugu prečnika

$D = 100\text{mm}$, pri čemu je prečnik otvora za vijak 11 mm . Koeficijent trenja u navojnom spoju je $0,14$, a na ravnim dodirnim površinama $0,12$.

Proveriti da li se priteyanjem vijka momentom 30 Nm može obezbediti dovoljan stepen sigurnosti protiv klizanja, ako je njegova minimalna vrednost $1,5$.

REŠENJE:

a) Radni prenosni odnosi spregnutih zupčastih parova

$$i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{65}{28} = 2,32143,$$

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{39}{27} = 1,4444,$$

$$i'_{1-2'} = \frac{z_{2'}}{z_1} = \frac{65}{28} = 2,32143,$$

$$i'_{5-6} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{73}{20} = 3,65.$$

Učestalosti obrtanja izlaznih spojnika:

$$n_{S2} = \frac{n_{S1}}{i'_{1-2'} \cdot i'_{3-4}} = \frac{1500}{2,32143 \cdot 1,4444} = 447,35\text{ min}^{-1}$$

$$n_{S3} = \frac{n_{S1}}{i'_{1-2'}} = \frac{1500}{2,32143} = 646,15\text{ min}^{-1}$$

$$n_{S4} = \frac{n_{S1}}{i'_{1-2'} \cdot i'_{5-6}} = \frac{1500}{2,32143 \cdot 3,65} = 177,03\text{ min}^{-1}$$

Potrebna snaga elektromotora:

$$P_{el} = P_1 = P_{1'} + P_{1''} = 8,27 + 6,25 = 14,52\text{ kW},$$

pri čemu je:

$$P_{1'} = \frac{P_{S3} + P_{S4}}{\eta_{5-6}} = \frac{3 + 5,1098}{0,98} = 8,27\text{ kW},$$

$$P_{1''} = \frac{P_{S2}}{\eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{6}{0,98^2} = 6,25\text{ kW},$$

Obrtni moment na ulaznoj spojnici S_1 :

$$M_{S1} = \frac{P_1}{\omega_{S1}} = \frac{14,52 \cdot 10^3}{157,08} = 92,4\text{ Nm}$$

gde je:

$$\omega_{S1} = 2\pi \cdot n_{S1} = 2\pi \cdot \frac{1500}{60} = 157,08\text{ rad/s}$$

b) Ugao nagiba osnovne zupčaste letve za zupčasti par 5-6:

$$\text{tg } \alpha_{05-6} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{05-6}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 11,7776^\circ} = 0,3718, \quad \text{tj.: } \alpha_{05-6} = 20,395^\circ$$

Pošto je $x_5 = x_6 = 0$, to je ugao dodirnice zupčastog para 5-6:

$$\alpha_{5-6} = \alpha_{05-6} = 20,395^\circ$$

Oсно растоjanje zupčastog para 5-6:

$$a_{5-6} = \frac{m_n(z_5 + z_6)}{2 \cos \beta_{05-6}} \cdot \frac{\cos \alpha_{05-6}}{\cos \alpha_{5-6}} = \frac{4(20 + 73)}{2 \cos 11,7776^\circ} = 190\text{ mm}$$

Iz uslova jednakosti osnih rastojanja $a_{1-2} = a_{1-2'} = a_{3-6}$ dobija se ugao dodirnice zupčastog para 1-2':

$$\cos \alpha_{1-2'} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a_{1-2'}} \cdot \cos \alpha_{01-2'} = \frac{4(28 + 65) \cdot \cos 20^\circ}{2 \cdot 190} = 0,92$$

$$\text{tj. } \alpha_{1-2'} = 23,09^\circ$$

Dalje, zbir koeficijenata pomeranja para 1-2':

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \text{tg } \alpha_o} (\text{inv } \alpha_{1-2'} - \text{inv } \alpha_o) = \frac{28 + 65}{2 \text{tg } 20^\circ} \cdot (0,0233 - 0,0149) = 1,0732$$

odnosno koeficijent pomeranja zupčanika 2':

$$x_{2'} = 1,073 - x_1 = 1,073 - 0,573 = 0,5$$

Pomeranje profila zupčanika 2 i 2':

$$x_2 \cdot m_n = x_{2'} \cdot m_n = 0,5 \cdot 4 = 2\text{ mm}$$

c) Obrtni moment koji opterećuje zupčanik 2:

$$M_{O2} = \frac{P_{S2}}{\omega_{S2} \cdot \eta_{3-4} \cdot i'_{3-4}} = \frac{6 \cdot 10^3}{46,85 \cdot 0,98 \cdot 1,4444} = 90,5\text{ Nm},$$

gde je: $\omega_2 = 2\pi \cdot n_{s2} = 2\pi \cdot \frac{447,35}{60} = 46,85 \text{ rad/s}$.

Prečnici kinematskih krugova ($i'_{1-2} = i_{1-2}$)

$$d_1 = \frac{2a_{1-2}}{i'_{1-2} + 1} = \frac{2 \cdot 190}{2,32143 + 1} = 114,4086 \text{ mm}$$

$$d_2 = i'_{1-2} \cdot d_1 = 2,32143 \cdot 114,4086 = 265,59 \text{ mm}$$

Obimna sila koja deluje na zupčanik 2:

$$F_{o2} = \frac{2 \cdot M_{o2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 90,5}{0,266} = 680,5 \text{ N} = 68,05 \text{ daN}$$

Radijalna sila:

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2} = 68,05 \cdot \operatorname{tg} 23,09 = 29,1 \text{ daN}$$

Obrtni moment koji opterećuje zupčanika 2':

$$M_{o2'} = \frac{P_{s4}}{\omega_{s4} \cdot i'_{5-6} \cdot \eta_{5-6}} + \frac{P_{s3}}{\omega_{s3}} = \frac{5 \cdot 10^3}{18,54 \cdot 3,56 \cdot 0,98} + \frac{3 \cdot 10^3}{67,66} = 119,73 \text{ Nm}$$

pri čemu je:

$$\omega_{s4} = 2\pi \cdot n_{s4} = 2\pi \cdot \frac{177,03}{60} = 18,54 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{s3} = 2\pi \cdot n_{s3} = 2\pi \cdot \frac{646,15}{60} = 67,66 \text{ rad/s}$$

Obimna sila koja deluje na zupčanik 2':

$$F_{o2'} = \frac{2 \cdot M_{o2'}}{d_2} = \frac{2 \cdot 119,73}{0,2656} = 902 \text{ N} = 90,2 \text{ daN}$$

gde je: $d_{2'} = d_2 = 265,5 \text{ mm}$

Radijalna sila koja deluje na zupčanik 2':

$$F_{r2'} = F_{o2'} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2'} = 90,2 \cdot \operatorname{tg} 23,087 = 38,45 \text{ daN}$$

gde je: $\alpha_{1-2} = \alpha_{1-2'} = 23,087$

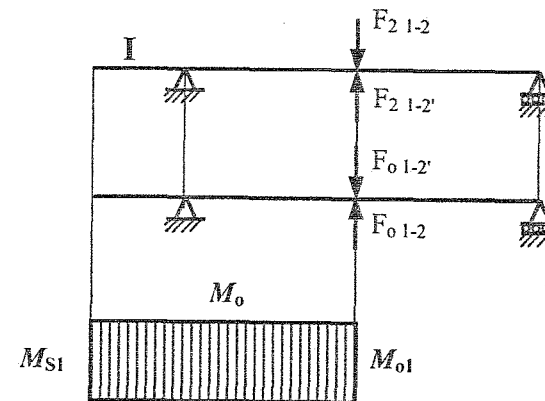
Obimne sile koje deluju na zupčanik 1:

$$F_{o1-2} = 68,05 \text{ daN} \quad \text{i} \quad F_{o1-2'} = 90,2 \text{ daN}$$

Radijalne sile koje deluju na zupčanik 1:

$$F_{r1-2} = 29,01 \text{ daN} \quad \text{i} \quad F_{r1-2'} = 38,45 \text{ daN}$$

Prema tome šema opterećenja vratila I biće:



Obrtni moment koji deluje na zupčanik 5:

$$M_{o5} = M_{o2'} - M_{o53} = 119,73 - \frac{P_{s3}}{\omega_{s3}} = 119,73 - \frac{3 \cdot 10^3}{67,66} = 75,39 \text{ Nm}$$

Prečnik kinematskog kruga zupčanika 5:

$$d_5 = \frac{2 \cdot a_{5-6}}{i'_{5-6} + 1} = \frac{2 \cdot 190}{3,65 + 1} = 81,72 \text{ mm}$$

Obimna sila koja deluje na zupčanik 5:

$$F_{o5} = \frac{2 \cdot M_{o5}}{d_5} = \frac{2 \cdot 75,39}{0,082} = 1839 \text{ N} = 183,9 \text{ daN}$$

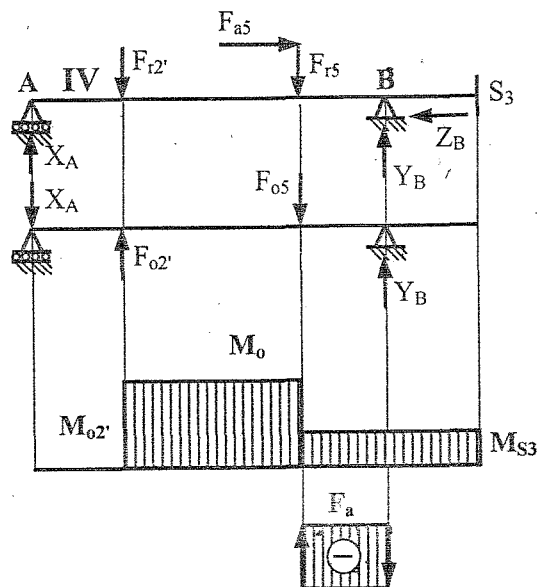
Radijalna sila:

$$F_{r5} = F_{o5} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{5-6} = 183,9 \cdot \operatorname{tg} 20,395 = 68,4 \text{ daN}$$

Aksijalna sila:

$$F_{a5} = F_{o5} \cdot \operatorname{tg} \beta_{o5-6} = 183,9 \cdot \operatorname{tg} 11,7776 = 38,34 \text{ daN}$$

Šema opterećenja vratila IV biće:



d) Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika

$$K_A = 1$$

Obimna brzina na kinematskom krugu:

$$v_{2'} = \frac{d_{2'}}{2} \cdot \omega_{2'} = \frac{0,265}{2} \cdot 67,66 = 8,96 \text{ m/s}$$

gde je: $\omega_{2'} = \omega_{S3} = 67,66 \text{ rad/s}$

Faktor raspodele opterećenja u slučaju da opterećenje deluje na tačku B:

$$K_\alpha = 1$$

Faktor dinamičkih opterećenja za kvalitet tolerancija zupaca 7:

$$K_V = K_{V\alpha} = 1 + 0,09 \cdot \lambda = 1 + 0,09 \cdot 2,51 = 1,23$$

gde je:

$$\lambda = v_{2'} \cdot \frac{z_1}{100} = \frac{8,96 \cdot 28}{100} = 2,51$$

Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira za kvalitet tolerancija zubaca 7:

$$K_\beta = 1,17 + 0,18 \cdot \varphi^2 + 0,47 \frac{b}{b_0} = 1,17 + 0,18(0,446)^2 + 0,47 \cdot \frac{50}{1000} = 1,22$$

Pri čemu je:

$$b = 50 \text{ mm} - \text{širina zupčanika,}$$

$$d_{o1} = m_n \cdot z_1 = 4 \cdot 28 = 112 \text{ mm} - \text{prečnik podeonog kruga}$$

$$\varphi = \frac{b}{d_{o1}} = \frac{50}{112} = 0,446.$$

Prema tome, opšti faktor opterećenja zupaca:

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta = 1 \cdot 1,23 \cdot 1 \cdot 1,22 = 1,5.$$

Faktor oblika zupaca:

$$Y_F = 2,095 \quad \text{za } x_2 = 0,5 \quad \text{i} \quad z_2 = 65.$$

Faktor korekcije napona:

$$Y_S = 2,098 \quad \text{za } x_2 = 0,5 \quad \text{i} \quad z_2 = 65.$$

Faktor kraka sile za dodir u tački B:

$$Y_\epsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\epsilon} = 0,25 + \frac{0,75}{1,47} = 0,76 \text{ mm}$$

Pri čemu je: $t = \frac{d_{2'} \cdot \pi}{z_{2'}} = \frac{265,59 \cdot \pi}{65} = 12,84 \text{ mm}$

$$\epsilon_{pm} = \epsilon_p = \frac{g_p}{t} = \frac{18,87}{12,84} = 1,47$$

Prema tome, opšti faktor napona:

$$Y = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\epsilon = 2,095 \cdot 2,098 \cdot 0,76 = 3,34$$

Dinamička čvrstoća podnožja zupca za Č 0545:

$$\sigma_{DF} = 34 \text{ daN/mm}^2 = 3400 \text{ daN/cm}^2$$

Normalni napon u podnožju zupca:

$$\sigma = K \cdot \frac{F_{o2'}}{b \cdot m} \cdot Y = 1,5 \cdot \frac{90,2}{5 \cdot 0,4} \cdot 3,34 = 226,04 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti protiv loma zupca:

$$S = \frac{\sigma_{DF}}{\sigma} = \frac{3400}{226,04} = 15,04 \Rightarrow \text{Stepen sigurnosti zadovoljava.}$$

e) Obrtni moment koji prenosi spojnica S₁:

$$M_{os1} = 924 \text{ daNcm}$$

Odnosno, obimna sila koju prenosi jedan vijak:

$$F_{oi} = \frac{2 \cdot M_{osi}}{D \cdot 6} = \frac{2 \cdot 924}{10 \cdot 6} = 30,8 \text{ daN}$$

Obrtni moment potreban za pritezanje vijka:

$$M_o = M_v + M_n = F \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) + F \cdot \mu \cdot \frac{d_{sr}}{2} = 300 \text{ daNcm}$$

gde je:

$$d_{sr} = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1,3^3 - 1,1^3}{1,3^2 - 1,1^2} = 1,2 \text{ cm}$$

gde su: $d_s = s = 13 \text{ mm}$ - otvor ključa (Tablica 15, ME - II sveska, S. Veriga)

$d_u = D_o = 11 \text{ mm}$ - unutrašnji prečnik prstenaste dodirne površine

$\varphi = 3,03^\circ$ - ugao nagiba navoja (Tablica 3, ME - II sveska, S. Veriga)

$d_2 = 9,026 \text{ mm}$ - srednji prečnik

$\rho_v = \operatorname{arctg} \mu_v = \operatorname{arctg} 0,14 = 7,97^\circ$

Prema tome, sila na dodirnoj površini:

$$F = \frac{2 \cdot M_o}{d_2 \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) + \mu \cdot d_{sr}} = \frac{2 \cdot 300}{0,9026 \cdot \operatorname{tg}(3,03 + 7,97) + 0,12 \cdot 1,2} = 1878,2 \text{ daN}$$

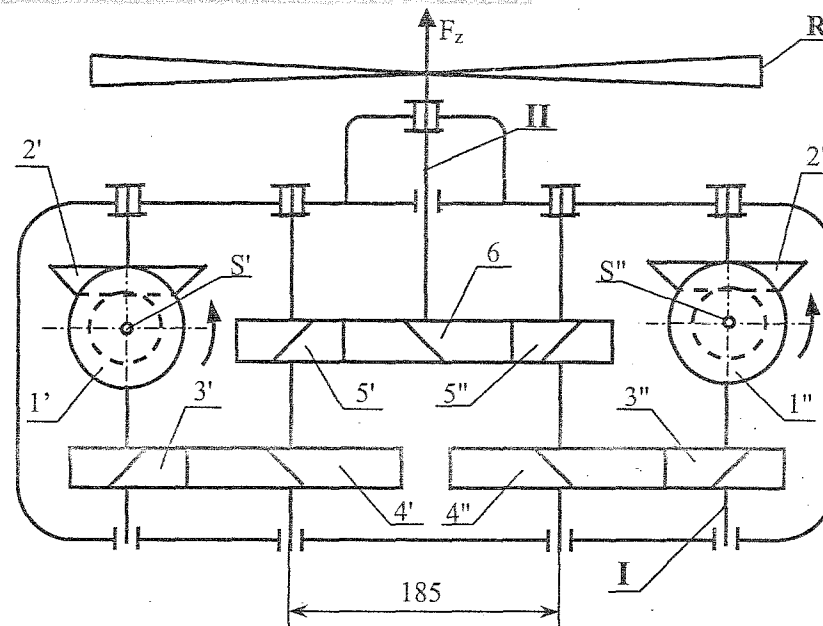
Grafična silica trenja:

$$F_\mu = \mu \cdot F = 0,12 \cdot 1878,2 = 225,4 \text{ daN}$$

Stepen sigurnosti protiv klizanja:

$$S_\mu = \frac{F_\mu}{F_{oi}} = \frac{225,4}{30,8} = 7,3 > 1,5 = S_{\min} \Rightarrow \text{Stepen sigurnosti zadovoljava}$$

ZADATAK 5.



PODACI:

$$z_1 = z_1'' = 23, \quad z_2 = z_2'' = 53, \quad m = 4 \text{ mm}, \quad \alpha = 20^\circ, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad \eta = 0,97$$

$$z_3 = z_3'' = 15, \quad z_4 = z_4'' = 59, \quad m_n = 2,5 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad \beta_o = 13^\circ, \quad \eta = 0,98$$

$$x_3 = x_4 = 0$$

$$z_5 = z_5'' = 14, \quad z_6 = 37, \quad m = 3,5 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad x_5 = x_6 = x_5'' = 0, \quad \eta = 0,98$$

Pogonska grupa glavnog rotora helikoptera sastoji se od dva turbomotora i glavnog reduktora prikazanog na skici. Snaga na svakoj ulaznoj spojnici S' i S'' je po 250 kW, a učestalost obrtanja 5950 min^{-1} . Na izlaznom vratilu (II) reduktora nalazi se glavni rotor R. U ovom zadatku razmatra se slučaj kada se opterećenje rotora svodi na obrtni moment i aksijalnu (vučnu) silu $F_z = 7260 \text{ daN}$ (vertikalno podizanje helikoptera).

1. Odrediti: snagu, obrtni moment i učestalost obrtanja glavnog rotora R, kao i snagu koja se trenjem u reduktoru pretvara u toplotnu.
2. Odrediti: intenzitete svih aktivnih sila koje deluju na zupčanike 2', 2'', 3', 3'' i 6. Nacrtati šeme opterećenja i dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila vratila I i II.

3. Proveriti čvrstoću vratila II. Materijal Č 5421, poprečni presek kružni prsten $\varnothing 85/\varnothing 45$.
4. Proveriti čvrstoću koničnog zupčanika 2'. Materijal Č 5421, cementiran. Kvalitet tolerancija zubaca 5, opterećenje bez udara.
5. Odrediti granične mere i nacrtati u razmeri tolerancijska polja i dijagrame zazora i preklopa za naleganje: $\varnothing 80H9/m8$ i $\varnothing 80M7/h6$. Odrediti karakter ovih naleganja i uporediti ih.

REŠENJE:**1. Radni prenosni odnosi spregnutih zupčastih parova:**

$$i'_{1'-2'} = \frac{z_{2'}}{z_{1'}} = \frac{53}{23} = 2,304,$$

$$i'_{3'-4'} = \frac{z_{4'}}{z_{3'}} = \frac{59}{15} = 3,933,$$

$$i'_{5'-6'} = \frac{z_{6'}}{z_{5'}} = \frac{37}{14} = 2,643.$$

Takođe je: $i'_{1'-2''} = i'_{1'-2'}$, $i'_{3''-4''} = i'_{3'-4'}$ i $i'_{5''-6''} = i'_{5'-6'}$.

Pošto je raspodela snage između turbomotora i rotora kroz prenosnik simetrična, to je snaga na glavnom rotoru:

$$P_R = P_{6'} + P_{6''} = 232,9 + 232,9 = 465,8 \text{ kW}$$

Pri čemu je: $P_{6'} = P_{6''}$

Odnosno:

$$P_{6'} = P_1 \cdot \eta_{1'-2'} \cdot \eta_{3'-4'} \cdot \eta_{5'-6'} = 250 \cdot 0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,98 = 232,9 \text{ kW}$$

Učestalost obrtanja glavnog rotora:

$$n_{izl} = \frac{n_{ul}}{i'} = \frac{5950}{23,95} = 248,44 \text{ min}^{-1} = 4,14 \text{ s}^{-1}$$

gde je:

$$i' = i'_{1'-2'} \cdot i'_{3'-4'} \cdot i'_{5'-6'} = 2,304 \cdot 3,933 \cdot 2,643 = 23,95 \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{ukupni radni} \\ \text{prenosni odnos} \\ \text{prenosnika} \end{array} \right.$$

Ugaona brzina glavnog rotora:

$$\omega_R = 2 \cdot \pi \cdot n_{izl} = 2 \cdot \pi \cdot 4,14 = 26,01 \text{ rad/s}$$

Obrtni moment na glavnom rotoru:

$$M_R = \frac{P_R}{\omega_R} = \frac{456,8 \cdot 10^3}{26,01} = 17,91 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 1790 \text{ daNm}$$

Snaga koja se trenjem pretvara u toplotnu u prenosniku:

$$P_{tr} = P_{ul} - P_R = 500 - 465,8 = 34,2 \text{ kW}$$

2. Ugao kinematskog konusa zupčanika 2':

$$\text{tg } \delta_{2'} = i_{1'-2'} = 2,304, \text{ odnosno: } \delta_{2'} = 66,54^\circ,$$

a prečnik srednjeg kinematskog kruga:

$$d_{m2'} = d_{e2'} - b \cdot \sin \delta_{2'} = 212 - 40 \cdot \sin 66,54 = 175,31 \text{ mm}$$

$$\text{Pri čemu je: } d_{e2'} = m \cdot z_{2'} = 4 \cdot 53 = 212 \text{ mm}$$

Obimna sila na zupčaniku 2':

$$F_{o2'} = \frac{2 \cdot M_{o2'}}{d_{m2'}} = \frac{2 \cdot 896,7}{0,175} = 10248 \text{ N} = 1024,8 \text{ daN}$$

Pri čemu je:

$$M_{o2'} = \frac{P_{1'}}{\omega_{ul}} \cdot \eta_{1'-2'} \cdot i'_{1'-2'} = \frac{250 \cdot 10^3}{623,08} \cdot 0,97 \cdot 2,304 = 896,7 \text{ Nm},$$

$$\omega_{ul} = 2 \cdot \pi \cdot n_{ul} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5950}{60} = 623,08 \text{ rad/s}$$

Radijalna sila zupčanika 2':

$$F_{r2'} = F_{o2'} \cdot \text{tg } \alpha \cdot \cos \delta_{2'} = 1024,8 \cdot \text{tg } 20^\circ \cdot \cos 66,54 = 148,5 \text{ daN}$$

Aksijalna sila zupčanika 2':

$$F_{a2'} = F_{o2'} \cdot \text{tg } \alpha \cdot \sin \delta_{2'} = 1024,8 \cdot \text{tg } 20^\circ \cdot \sin 66,54 = 342,2 \text{ daN}$$

Obimna sila na zupčaniku 3':

$$F_{o3'} = \frac{2 \cdot M_{o3'}}{d_3} = \frac{2 \cdot 89,7}{0,0385} = 4660 \text{ daN},$$

$$\text{pri čemu je: } M_{o3'} = M_{o2'} = 89,7 \text{ daNm},$$

$$d_{3'} = d_{o3'} = m \cdot z_{3'} = \frac{m_n}{\cos \beta_o} \cdot z_{3'} = \frac{2,5}{\cos 13^\circ} \cdot 15 = 34,486 \text{ mm}$$

Radijalna sila zupčanika 3':

$$F_{r3'} = F_{o3'} \cdot \text{tg } \alpha = 4660 \cdot 0,374 = 1743 \text{ daN},$$

$$\text{pri čemu je: } \text{tg } \alpha = \text{tg } \alpha_o = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_o} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 13^\circ} = 0,374$$

Aksijalna sila na zupčanicu 3':

$$F_{a3'} = F_{o3'} \cdot \operatorname{tg} \beta_o' = 4660 \cdot \operatorname{tg} 13 = 1076 \text{ daN}$$

Obimna sila na zupčanicima 6' i 6'':

$$M_{o6'} = M_{o6''} = \frac{M_R}{2} = \frac{1790}{2} = 895 \text{ daNm}$$

$$F_{o6'} = F_{o6''} = \frac{2 \cdot M_{o6'}}{d_6} = \frac{2 \cdot 895}{0,134} = 13358 \text{ daNm}$$

Pri čemu je: $d_6 = m \cdot z_6$, odnosno $m = \frac{2 \cdot a_{5'-6}}{z_{5'} + z_6} = \frac{2 \cdot 92,5}{14 + 37} = 3,627 \text{ mm}$

tj.: $d_6 = 3,627 \cdot 37 = 134,199 \text{ mm}$

Radijalne sile na zupčanicima 6' i 6'':

$$F_{r6'} = F_{r6''} = F_{o6'} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

pri čemu je: $m_n = 3,5$ i $\cos \beta_o = \frac{m_n}{m} = \frac{3,5}{3,627} = 0,965 \Rightarrow \beta_o = 15,21^\circ$

Ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve:

$$\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_o} = \frac{\operatorname{tg} 20}{\cos 15,21} = 0,377,$$

Ugao dodirnice: $\alpha = \alpha_o = 20,67^\circ$ i

konačno:

$$F_{r6'} = F_{r6''} = F_{o6'} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 13358 \cdot 0,377 = 5036 \text{ daN}$$

Aksijalne sile na zupčanicima 6' i 6'':

$$F_{a6'} = F_{a6''} = F_{o6'} \cdot \operatorname{tg} \beta_o = 13358 \cdot \operatorname{tg} 15,21 = 3632 \text{ daN.}$$

3. Moment uvijanja u poprečnom preseku vratila:

$$M_u = M_{o6} = 1790 \text{ daNm}$$

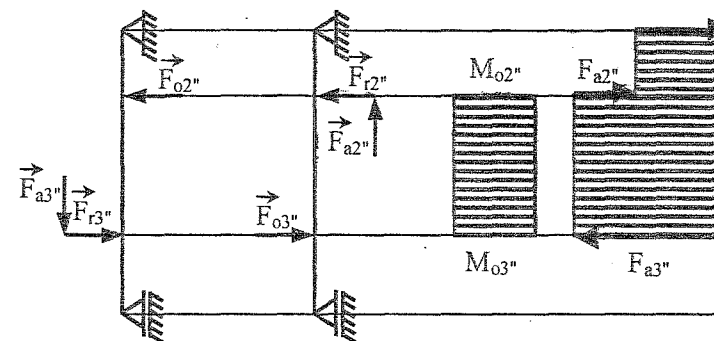
Aksijalna sila:

$$F_a = F_z = 7264 \text{ daN}$$

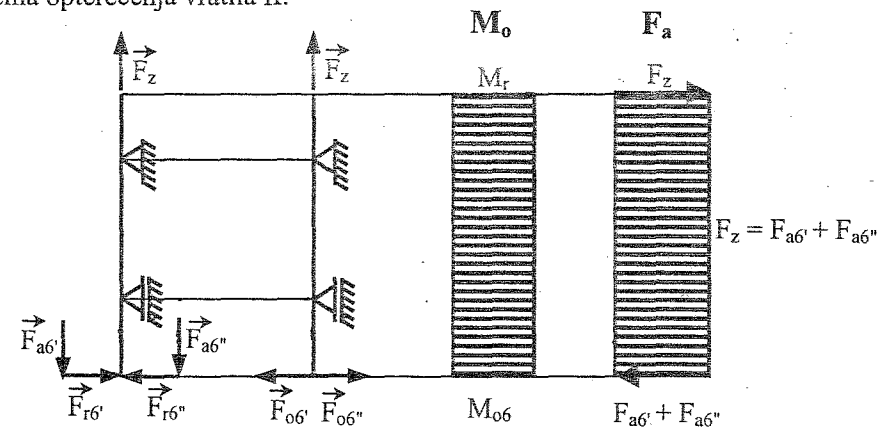
Merodavne mehaničke karakteristike materijala Č 5421:

$$\sigma_T = 80 \text{ daN/mm}^2 ; \tau_{Dju} = 48 \text{ daN/mm}^2.$$

Šema opterećenja vratila I:



Šema opterećenja vratila II:



Površina poprečnog preseka vratila:

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (85^2 - 45^2) = 4084 \text{ mm}^2$$

Polarni otporni moment vratila:

$$W_o = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{16} \frac{85^4 - 45^4}{85} = 111110,74 \text{ mm}^3$$

Normalni napon u poprečnom preseku usled zatezanja:

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A} = \frac{7264}{4084} = 1,75 \text{ daN/mm}^2$$

Tangetni napon:

$$\tau_u = \frac{M_u}{W_o} = \frac{1790 \cdot 10^3}{111110,74} = 16,11 \text{ daN/mm}^2$$

Stepen sigurnosti:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{TO}}{W_o} = \frac{80}{1,78} = 45 ; \quad S_\tau = \frac{\tau_{Dju}}{\tau_u} = \frac{48}{16,11} = 3 \Rightarrow \begin{cases} \text{stepen sigurnosti} \\ \text{zadovoljava.} \end{cases}$$

4. Obimna sila na prečniku srednjeg kinematskog kruga:

$$v = \frac{d_{m2'} \cdot \omega_{2'}}{2} = \frac{0,175 \cdot 270,43}{2} = 23,7 \text{ m/s}$$

gde je:

$$\omega_{2'} = \frac{\omega_1}{i_{1-2'}} = \frac{623,08}{2,304} = 270,43 \text{ rad/s}$$

Faktor dinamičkog opterećenja:

$$K_v = K_{va} = 1 + 0,04\lambda = 1 + 0,04 \cdot 5,45 = 1,22$$

gde je:

$$\lambda = \frac{v \cdot z_1}{100} = \frac{23,7 \cdot 23}{100} = 5,45$$

Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira:

$$K_\beta = 1,135 + 0,18 \cdot \varphi^2 + 0,23 \cdot \frac{b}{b_o} = 1,135 + 0,18 \cdot (0,53)^2 + 0,23 \cdot \frac{40}{1000} = 1,194$$

Pri čemu je: $\varphi = \frac{b}{d_{m1'}} = \frac{40}{76,09} = 0,53$

$$d_{m1'} = \frac{d_{m2'}}{i_{1-2'}} = \frac{175,31}{2,304} = 76,09 \text{ mm}$$

Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika (bez udara): $K_A = 1$. Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca: $K_\alpha = 1$.

Opšti faktor opterećenja zubaca biće:

$$K = K_A \cdot K_v \cdot K_\alpha \cdot K_\beta = 1 \cdot 1,22 \cdot 1 \cdot 1,194 = 1,46$$

Faktor oblika bokova zubaca:

$$Z_H^2 = \frac{2}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 6,22$$

Karakteristike materijala Č 5421 cementiran:

- dinamička čvrstoća bokova: $\sigma_{DH} = 150 \text{ daN/mm}^2$,
- koeficijent elastičnosti materijala spregnutih zupčanika: $Z_E^2 = 360 \cdot 10^3 \text{ daN/cm}^2$

Redukovana kontaktna dinamička čvrstoća biće:

$$k_D = \frac{\sigma_{DH}^2}{Z_E^2} = \frac{(150 \cdot 10^2)^2}{360 \cdot 10^3} = 625 \text{ daN/cm}^2$$

Redukovani dodirni pritisak:

$$k = K \cdot \frac{F_{o2'}}{b \cdot d_{m2'}} \cdot \sqrt{i_{1-2'}^2 + 1} \cdot Z_H^2 = \frac{1,46 \cdot 1024,8}{4 \cdot 17,5} \cdot \sqrt{2,3^2 + 1} \cdot 6,22 = 333,4 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Stepen sigurnosti bokova zubaca:

$$S = \frac{k_D}{k} = \frac{625}{333,4} = 1,84 \Rightarrow \text{Stepen sigurnosti bokova zubaca zadovoljava}$$

Srednji modul:

$$m_m = \frac{d_{m2'}}{z_2'} = \frac{175,31}{53} = 3,308 \text{ mm}$$

Ekvivalentni broj zubaca:

$$z_{n2'} = \frac{z_2'}{\cos \delta_2'} = \frac{53}{\cos 66,54^\circ} = 133$$

Faktor oblika zubaca: $Y_F = 2,20$ ($z_n = 133$, $x_n = 0$)

Faktor korekcije napona: $Y_S = 1,98$ ($z_n = 133$, $x_n = 0$)

Faktor kraka sile: $Y_\epsilon = 1$

Opšti faktor napona: $Y = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\epsilon = 2,2 \cdot 1 \cdot 1,98 = 4,36$

Mehaničke karakteristike materijala:

- dinamička čvrstoća podnožja: $\sigma_{DF} = 83 \text{ daN/mm}^2$

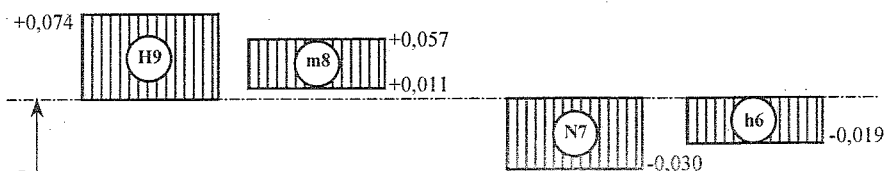
Normalni radni napon u podnožju zupca:

$$\sigma = \frac{K \cdot F_{o2'}}{b \cdot m_m} \cdot Y = \frac{1,46 \cdot 1024,8}{40 \cdot 3,3} \cdot 4,36 = 49,6 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

Stepen sigurnosti protiv loma:

$$S = \frac{\sigma_{DF}}{\sigma} = \frac{83}{49,6} = 1,67 \Rightarrow \text{Stepen sigurnosti zadovoljava.}$$

5. $\varnothing 80H9 = \varnothing 80_{+0,0}^{+0,074}$ $\varnothing 80M7 = \varnothing 80_{-0,030}^0$
 $\varnothing 80m8 = \varnothing 80_{+0,011}^{+0,057}$ $\varnothing 80h6 = \varnothing 80_{-0,019}^0$
 $D_g = 80,074 \text{ mm}$ $D_g = 80 \text{ mm}$
 $D_d = 80 \text{ mm}$ $D_d = 79,97 \text{ mm}$
 $d_g = 80,057 \text{ mm}$ $d_g = 80 \text{ mm}$
 $d_d = 80,011 \text{ mm}$ $d_d = 79,981 \text{ mm}$

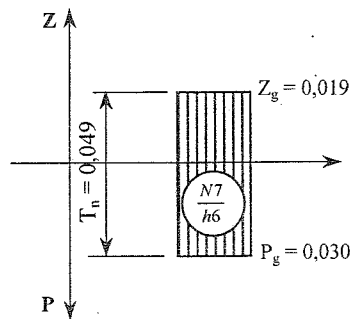
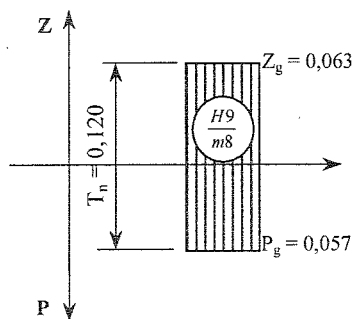


$$Z_g = 0,074 - 0,011 = 0,063 \text{ mm}$$

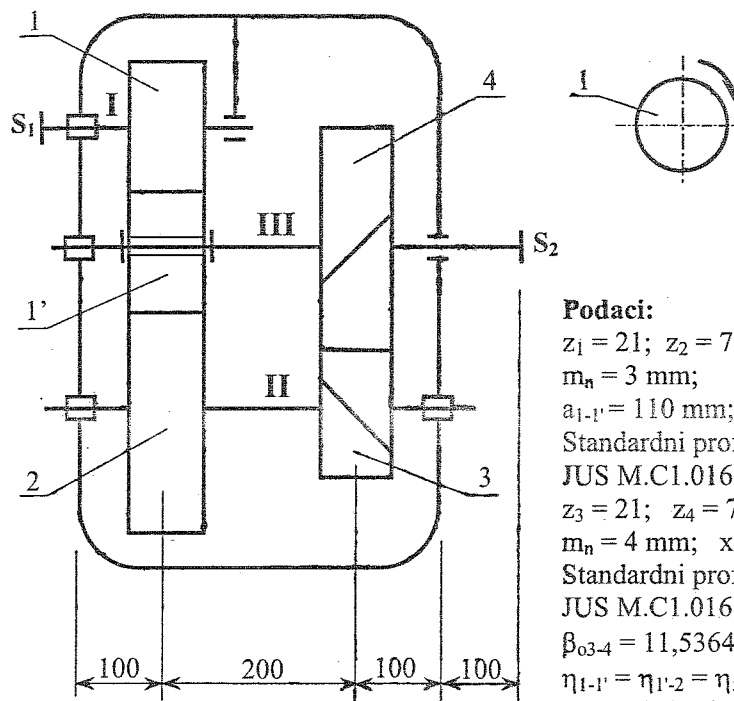
$$P_g = 0,057 \text{ mm}$$

$$Z_g = 0,019 \text{ mm}$$

$$P_g = 0,030 \text{ mm}$$



ZADATAK 6.



Podaci:

- $z_1 = 21$; $z_2 = 79$; $z_{1'} = 51$;
 $m_n = 3 \text{ mm}$;
 $a_{1-1'} = 110 \text{ mm}$; $x_{1'} = 0,5$
Standardni profil:
JUS M.C1.016
 $z_3 = 21$; $z_4 = 76$;
 $m_n = 4 \text{ mm}$; $x_3 = x_4 = 0$;
Standardni profil:
JUS M.C1.016
 $\beta_{03-4} = 11,5364^\circ$;
 $\eta_{1-1'} = \eta_{1'-2} = \eta_{5-6} = 0,98$
 $n_{s1} = 1450 \text{ min}^{-1}$; $P_{s1} = 10 \text{ kW}$

1. Horizontalni zupčasti reduktor sastoji se od zupčastih parova: 1-2, 1-2' i 3-4, pri čemu se zupčanik 1' slobodno obrće oko vratila III posredstvom kotrljajnog ležaja.
 - a) Odrediti učestalosti obrtanja, snagu i obrtni moment na spojnici S_2 pod pretpostavkom punog iskorišćenja snage motora.
 - b) Odrediti osno rastojanje i ugao dodirnice zupčastog para 3-4, pomeranje profila zupčanika 2, ako je $a_{1-2} = a_{3-4}$. Proveriti ovo pomeranje profila i objasniti značaj ove provere.
 - c) Odrediti intenzitete svih aktivnih sila koje napadaju vratila II i III, nacrtati šeme opterećenja i dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila. Proveriti stepen sigurnosti vratila III u opasnom preseku. Prečnik vratila $d = 50 \text{ mm}$, širina klina 14 mm , a dubina žleba za klin $5,5 \text{ mm}$. Materijal vratila Č 07454. Težine zanemariti.

- d) Proveriti stepen sigurnosti podnožja zupčanika 1' pri sprezanju sa zupčanicom 1 za slučaj ravnomerne raspodele opterećenja. Kvalitet tolerancija 8, materijal Č 0745 / Č 0645, dodirni luk profila 14,391 mm, širina zupčanika 1' $b_{1'} = 50$ mm, vratilo kruto.
- e) Odrediti relativnu učestalost obrtanja spoljašnjeg prstena kotrljajnog ležaja na zupčanicu 1', u odnosu na unutrašnji (učvršćena na vratilu), merodavnu za proračun veka trajanja ležaja.
2. Vreteno navojnog prenosnika dizalice ima navoj $T = 26 \times 5$. Na vretenu je ugrađen aksijalni kotrljajni ležaj. Aksijalna sila u vretenu je 300 daN.
Odrediti obrtni moment vretena pri podizanju i spuštanju tereta i učestalost obrtanja vretena pri kojoj se ostvaruje brzina podizanja tereta 3 m/min. Koeficijent trenja u navojnom spoju je 0,12.
Proveriti dužinu nošenja navojnog spoja (50 mm), ako je materijal vretena Č 0645, a navrtke P.Cu Sn 12.

REŠENJE:

1.

a) Radni prenosni odnosi

$$i'_{1-1'} = \frac{z_{1'}}{z_1} = \frac{51}{21} = 2,4286,$$

$$i'_{1'-2} = \frac{z_2}{z_{1'}} = \frac{79}{51} = 1,549,$$

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{76}{21} = 3,619$$

$$i'_{uk} = i'_{1-1'} \cdot i'_{1'-2} \cdot i'_{3-4} = \frac{z_{1'}}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_{1'}} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{51}{21} \cdot \frac{79}{51} \cdot \frac{76}{21} = 13,6145$$

Učestalosti obrtanja na izlaznoj spojnici:

$$n_{izl} = \frac{n_{ul}}{i'_{uk}} = \frac{1450}{13,6145} = 106,5 \text{ min}^{-1}$$

Ugaona brzina na izlaznoj spojnici:

$$\omega_{izl} = 2\pi n_{izl} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{106,5}{60} = 11,15 \text{ s}^{-1}$$

Snaga na izlaznoj spojnici:

$$P_{izl} = P_{ul} \cdot \eta_{1-1'} \cdot \eta_{1'-2} \cdot \eta_{3-4} = 10 \cdot 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,98 = 9,412 \text{ kW}$$

Obrtni moment na izlaznoj spojnici:

$$M_{o,izl} = \frac{P_{izl}}{\omega_{izl}} = \frac{9412}{11,15} = 844 \text{ Nm}$$

b) Ugao nagiba osnovne zupčaste letve (α_{03-4}):

$$\text{tg } \alpha_{03-4} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{03-4}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 11,5364^\circ} = 0,37147$$

$$\alpha_{03-4} = 20,3788^\circ = \alpha_{3-4} \quad (x_3 = x_4 = 0)$$

Osno rastojanje zupčastog para 3 - 4:

$$a_{3-4} = \frac{m_n(z_3 + z_4)}{2 \cdot \cos \beta_{03-4}} = \frac{4(21 + 76)}{2 \cdot \cos 11,5364^\circ} = 198 \text{ mm}$$

Osno rastojanje zupčastog para 1'-2:

$$a_{1'-2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_o}{\cos \alpha} = \frac{3(51 + 79)}{2} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_{1-2}} = 198 \text{ mm}$$

Odavde je: $\alpha_{1-2} = 22,263^\circ$

Zbir koeficijenata pomeranja profila zupčastog para 1'-2:

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \text{ tg } \alpha_o} (\text{inv } \alpha_{1-2} - \text{inv } \alpha_o) = \frac{51 + 79}{2 \text{ tg } 20^\circ} (\text{inv } 22,263^\circ - \text{inv } 20^\circ)$$

$$x_1 + x_2 = 1,055 \Rightarrow x_2 = 0,555$$

Koeficijent pomeranja profila zupčanika 2:

$$x_2 \cdot m_n = 0,555 \cdot 3 = 1,665 \text{ mm}$$

Minimalni koeficijent pomeranja i minimalno pomeranje profila pri kome nastupa podsecanje:

$$(x_{\min})_2 = u_n - \frac{z_2}{2} \sin^2 \alpha_o = 1 - \frac{79}{2} \sin^2 20^\circ = -3,62$$

$$(x_{\min})_2 \cdot m_n = -3,62 \cdot 3 = -10,86 \text{ mm} < x_2 \cdot m_n$$

Na osnovu ove provere, može se zaključiti da ne postoji opasnost od podsecanja profila zupca zupčanika 2.

c) Ugaona brzina na ulaznoj spojnici:

$$\omega_{ul} = 2 \cdot \pi \cdot n_{ul} = 2\pi \cdot \frac{1450}{60} = 151,84 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni momenti na pojedinim zupčanicima:

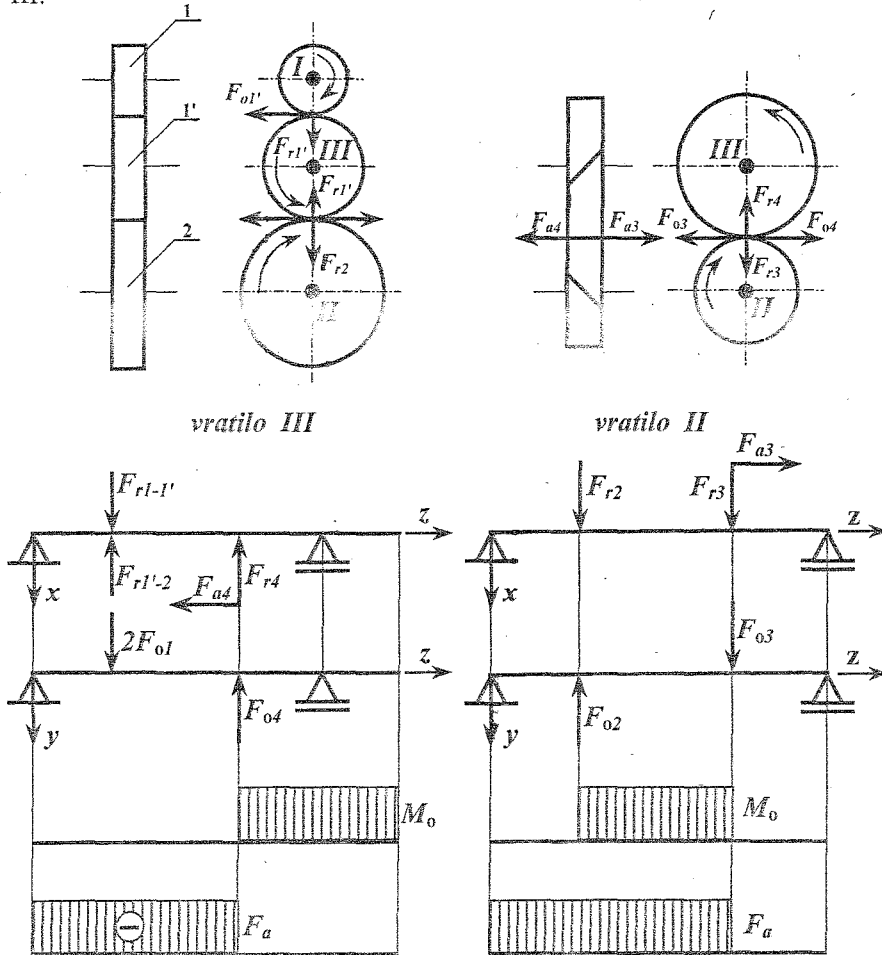
$$M_{ul} = M_{o1} = \frac{P_{ul}}{\omega_{ul}} = \frac{10000}{151,84} = 65,86 \text{ Nm}$$

$$M_{o1'} = M_{ul} \cdot i_{1-1'} \cdot \eta_{1-1'} = 65,86 \cdot 2,4286 \cdot 0,98 = 157 \text{ Nm}$$

$$M_{o2} = M_{o1'} \cdot i_{1'-2} \cdot \eta_{1'-2} = 157 \cdot 1,549 \cdot 0,98 = 238 \text{ Nm} = M_{o3}$$

$$M_{o4} = M_{zl} = 844 \text{ Nm}$$

Šema opterećenja, dijagram momenata uvijanja i aksijalnih sila na vratilu II i III:



Prečnici kinematskih krugova:

$$d_1 = \frac{2 \cdot a_{1-1'}}{i_{1-1'} + 1} = \frac{2 \cdot 110}{2,4286 + 1} = 64,1661 \text{ mm}$$

$$d_1 = i_{1-1'} \cdot d_1 = 2,4286 \cdot 64,1661 = 155,8338 \text{ mm}$$

$$d_2 = i_{1'-2} \cdot d_1 = 1,549 \cdot 155,8338 = 241,38655 \text{ mm}$$

$$d_3 = \frac{2 \cdot a_{3-4}}{i_{3-4} + 1} = \frac{2 \cdot 198}{3,619 + 1} = 85,7328 \text{ mm}$$

$$d_4 = i_{3-4} \cdot d_3 = 3,619 \cdot 85,7328 = 310,267 \text{ mm}$$

Obimne sile:

$$F_{o1'} = \frac{M_{o1'}}{d_1/2} = \frac{157}{0,156/2} = 2012,8 \text{ N} = 201,3 \text{ daN}$$

$$F_{o2} = \frac{M_{o2}}{d_2/2} = \frac{238}{0,241/2} = 1975 \text{ N} = 197,5 \text{ daN} \approx F_{o1'}$$

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_3/2} = \frac{238}{0,086/2} = 5535 \text{ N} = 535,5 \text{ daN}$$

$$F_{o4} = \frac{M_{o4}}{d_4/2} = \frac{844}{0,31/2} = 5445 \text{ N} = 544,5 \text{ daN} \approx F_{o3}$$

Radijalne sile:

$$F_{r1'-1} = F_{o1'} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-1'} = 201,3 \cdot \operatorname{tg} 22,6897^\circ = 84 \text{ daN}$$

$$F_{r1'-2} = F_{o1'} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1'-2} = 201,3 \cdot \operatorname{tg} 22,263^\circ = 82 \text{ daN} \approx F_{r1'-1}$$

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1'-2} = 197,5 \cdot \operatorname{tg} 22,263^\circ = 81 \text{ daN} \approx F_{r1'-2}$$

$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{3-4} = 535,5 \cdot \operatorname{tg} 20,3727^\circ = 205,6 \text{ daN}$$

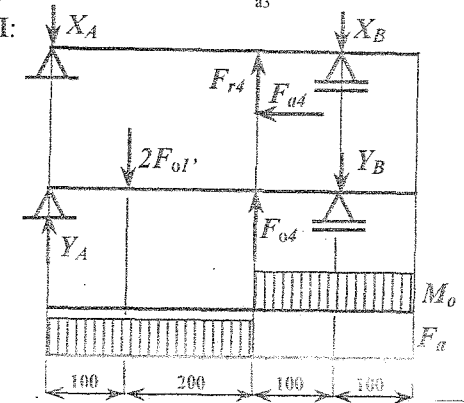
$$F_{r4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{3-4} = 544,5 \cdot \operatorname{tg} 20,3727^\circ = 202 \text{ daN} \approx F_{r3}$$

Aksijalne sile:

$$F_{a3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \beta_{o3-4} = 535,5 \cdot \operatorname{tg} 11,5361^\circ = 113 \text{ daN}$$

$$F_{a4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \beta_{o3-4} = 544,5 \cdot \operatorname{tg} 11,5361^\circ = 112 \text{ daN} \approx F_{a3}$$

Određivanje otpora oslonaca vratila III:



Uslovi ravnoteže:

$$-X_A + F_{r4} - X_B = 0$$

$$-X_B \cdot 0,4 + F_{r4} - F_{a4} \frac{d_4}{2} = 0$$

$$F_{a4} - Z_A = 0$$

$$Y_A - 2F_{o1} + F_{o4} - Y_B = 0$$

$$-Y_B \cdot 0,4 + F_{o4} \cdot 0,3 - 2F_{o1} \cdot 0,1 = 0$$

Odavde je:

$$X_A = 94 \text{ daN}; \quad X_B = 108 \text{ daN}$$

$$Y_A = 166 \text{ daN}; \quad Y_B = 308 \text{ daN}$$

$$Z_A = 111 \text{ daN}$$

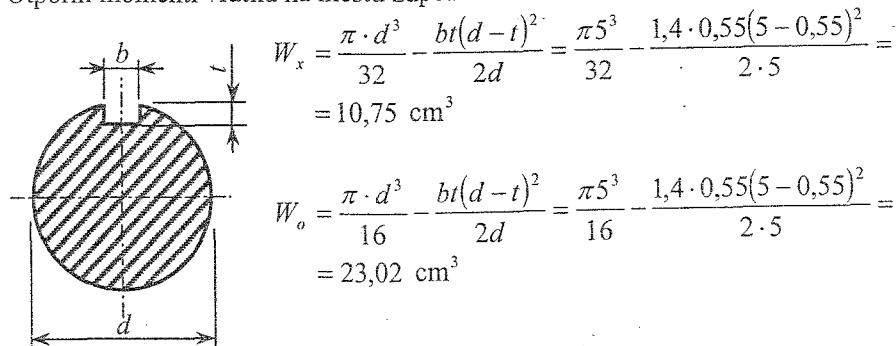
Moment savijanja na mestu zupčanika 4:

$$M_{S4}^y = -Y_B \cdot 0,1 = 30,8 \text{ daNm}$$

$$M_{S4}^x = -X_B \cdot 0,1 - F_{a4} \frac{d_4}{2} = -108 \cdot 0,1 - 111 \frac{0,31}{2} = 28 \text{ daNm}$$

$$M_{S4} = \sqrt{M_{S4}^x{}^2 + M_{S4}^y{}^2} = \sqrt{30,8^2 + 28^2} = 42 \text{ daNm}$$

Otporni momenti vratila na mestu zupčanika 4:



$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi 5^3}{32} - \frac{1,4 \cdot 0,55(5-0,55)^2}{2 \cdot 5} = 10,75 \text{ cm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi 5^3}{16} - \frac{1,4 \cdot 0,55(5-0,55)^2}{2 \cdot 5} = 23,02 \text{ cm}^3$$

Normalni napon vratila na mestu zupčanika 4:

$$\sigma = \frac{M_s}{W_x} = \frac{4200}{10,75} = 391 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Tangentni napon vratila na mestu zupčanika 4:

$$\tau = \frac{M_o}{W_o} = \frac{8440}{23,02} = 367 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Merodavne mehaničke karakteristike za Č 0745:

$$\sigma_{Dns} = 32 \text{ daN/mm}^2; \quad \tau_{Dj} = 26 \text{ daN/mm}^2, \quad (\text{Tablica 10.03, [1]})$$

Dinamička čvrstoća vratila:

$$\sigma_{Do} = \frac{\sigma_{Dns}}{K_D} = \frac{3200}{2} = 1600 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}; \quad \tau_{Do} = \frac{\tau_{Dj}}{K_D} = \frac{2600}{2} = 1300 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2},$$

gde je usvojeno $K_D = 2$.

Komponentalni stepen sigurnosti:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{Do}}{\sigma} = \frac{1600}{391} = 4,1; \quad S_\tau = \frac{\tau_{Do}}{\tau} = \frac{1300}{367} = 3,54$$

Ukupni stepen sigurnosti:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{4,1 \cdot 3,54}{\sqrt{4,1^2 + 3,54^2}} = 2,7$$

d) Provera stepena sigurnosti podnožja zupčanika 1'

Stepen sprežanja profila zupčastog paral-1'

$$\varepsilon_p = \frac{g_p}{t} = \frac{14,391}{9,6} = 1,5$$

pri čemu je korak profila na kinematskom krugu:

$$t = \frac{d_1 \cdot \pi}{z_1} = \frac{155,834 \cdot \pi}{51} = 9,6 \text{ mm}$$

Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika (Tablica 1.1 [3])

$$K_A = 1$$

Faktor dinamičkih opterećenja

Za $\varepsilon_p = 0$, i kvalitet tolerancije zubaca 8 (Tablica 4.2 [3])

$$K_V = K_{V\alpha} = 1 + 0,13 \lambda = 1 + 0,13 \cdot 1,02 = 1,13$$

gde je:

$$\lambda = \frac{v}{\text{m/s}} \cdot \frac{z_1}{100} = 4,87 \cdot \frac{21}{100} = 1,02$$

$$v = \frac{d_1}{2} \omega_1 = \frac{0,156}{2} \cdot 62,5 = 4,87 \text{ m/s}$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_{ul}}{i_{1-1'}} = \frac{151,84}{2,4286} = 62,5 \text{ s}^{-1}$$

Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

$K_\alpha = 0,5$ – opterećenje delujena temenu zupca, raspodela opterećenja ravnomerna

$K_\alpha = 1,0$ – opterećenje delujena u tački smene dvostruke i jednostruke sprege, (prvi trenutak jednostruke sprege)

Faktor neravnomernosti raspodele linijskog opterećenja bokova zubaca:

Za $\varphi = \frac{b}{d_{o1}} = \frac{50}{63} = 0,8$ ($d_{o1} = m_n \cdot z_1 = 3 \cdot 21 = 63$ mm), i kvalitet tolerancije zubaca 8 (Tablica 4.4 [3])

$$K_\beta = 1,23 + 0,18\varphi^2 + 0,61 \frac{b}{b_0} = 1,23 + 0,18 \cdot 0,8^2 + 0,61 \frac{50}{1000} = 1,38$$

Opšti faktor opterećenja:

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta = 1 \cdot 1,13 \cdot 1,38 K_\alpha = 1,56 K_\alpha$$

Opšti faktor napona:

$$Y = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\epsilon$$

Faktor oblika zupca:

$$Y_{F1'} = 2,11 \quad (x_{1'} = 0,5; \quad z_{1'} = 51)$$

Faktor korekcije napona:

$$Y_{S1'} = 2,063 \quad (x_{1'} = 0,5; \quad z_{1'} = 51)$$

Faktor kraka sile:

a) opterećenje deluje na temenu zupca

$$Y_\epsilon = 1 \quad (K_\alpha = 0,5)$$

b) opterećenje deluje u tački smene dvostruke i jednostruke sprege

$$Y_\epsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\epsilon_p} = 0,25 + \frac{0,75}{1,5} = 0,75 \quad (K_\alpha = 0,5)$$

Nominalni napon u podnožju zupca:

a) opterećenje deluje na temenu zupca, ($Y_\epsilon = 1$; $K_\alpha = 0,5$)

$$\sigma = K \cdot \frac{F_{o1'}}{b_p \cdot m_n} \cdot Y = 1,56 \cdot 0,5 \cdot \frac{200}{5 \cdot 0,3} \cdot 2,11 \cdot 2,063 \cdot 1 = 452,7 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

b) opterećenje deluje u tački smene dvostruke i jednostruke sprege, ($Y_\epsilon = 0,75$; $K_\alpha = 0,5$)

$$\sigma = K \cdot \frac{F_{o1'}}{b \cdot m} \cdot Y = 1,56 \cdot 1 \cdot \frac{200}{5 \cdot 0,3} \cdot 2,11 \cdot 2,063 \cdot 0,75 = 679,1 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

Dinamička čvrstoća podnožja (Tablica 4.10, [3])

$$\sigma_{DF} = 0,7 \cdot 36 = 25,2 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \quad (\text{za } \dot{\epsilon} = 0,045 \text{ i naizmenično promenljivo opterećenje})$$

Minimalni stepen sigurnosti podnožja zupca zupčanika 1':

$$S = \frac{\sigma_{DF}}{\sigma} = \frac{2520}{679,1} = 3,71 > S_{\min}$$

Stepen sigurnosti podnožja zupca zadovoljava.

e) Učestalost obrtanja spoljašnjeg prstena kotrljajnog ležaja (koji se obrće istom učestanošću kao i zupčanik 1'):

$$n_{1'} = \frac{n_1}{i_{1-1'}} = \frac{1450}{2,4286} = 597 \text{ min}^{-1}$$

Učestalost obrtanja unutrašnjeg prstena kotrljajnog ležaja (koji se obrće istom učestanošću kao i vratilo III):

$$n_{III} = n_4 = n_{1-1'} = 106,5 \text{ min}^{-1}$$

Relativna učestanost obrtanja spoljašnjeg prstena kotrljajnog ležaja u odnosu na unutrašnji:

$$n_{rel} = n_{1'} - n_4 = 597 - 106,5 = 490,5 \text{ min}^{-1}$$

2. Obrtni moment vretena pri podizanju tereta

$$M_o = M_v + M_n = M_v = F \cdot \frac{d_2}{2} \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 300 \cdot \frac{2,35}{2} \text{tg}(3,88^\circ + 7,08^\circ) = 68,3 \text{ daNcm}$$

pri čemu je:

$M_n = 0$ komponenta obrtnog momenta za savlađivanje otpore trenja između glave vretena i nosača tereta kada je postavljen kotrljajni ležaj

$\varphi = 3,88^\circ$, ugao nagiba navoja (Tablica 10, [2])

$d_2 = 23,5$ mm, srednji prečnik (ista tabela)

$\mu_v = 1,035\mu = 1,035 \cdot 0,12 = 0,124$, redukovani koeficijent trenja

$\rho_v = \text{arc tg } \mu_v = \text{arc tg } 0,124 = 7,08^\circ$, redukovani ugao trenja

Obrtni moment vretena pri spuštanju tereta:

$$M_o = M_v = -F_p \frac{d_2}{2} \text{tg}(\varphi - \rho_v) = -300 \cdot \frac{2,35}{2} \text{tg}(3,88^\circ - 7,08^\circ) = 19,7 \text{ daNcm}$$

Učestalost obrtanja vretena

$$n = \frac{V}{L} = \frac{3}{0,005} \text{ min}^{-1} = 600 \text{ min}^{-1} = 10 \text{ s}^{-1}$$

Provera površinskog pritiska u navojnom spoju:

$$p = \frac{F \cdot P}{\pi \cdot d_2 H_1 l_n} = \frac{300 \cdot 5}{\pi \cdot 23,5 \cdot 2 \cdot 50} = 0,203 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} = 20,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} < p_{doz}$$

gde je:

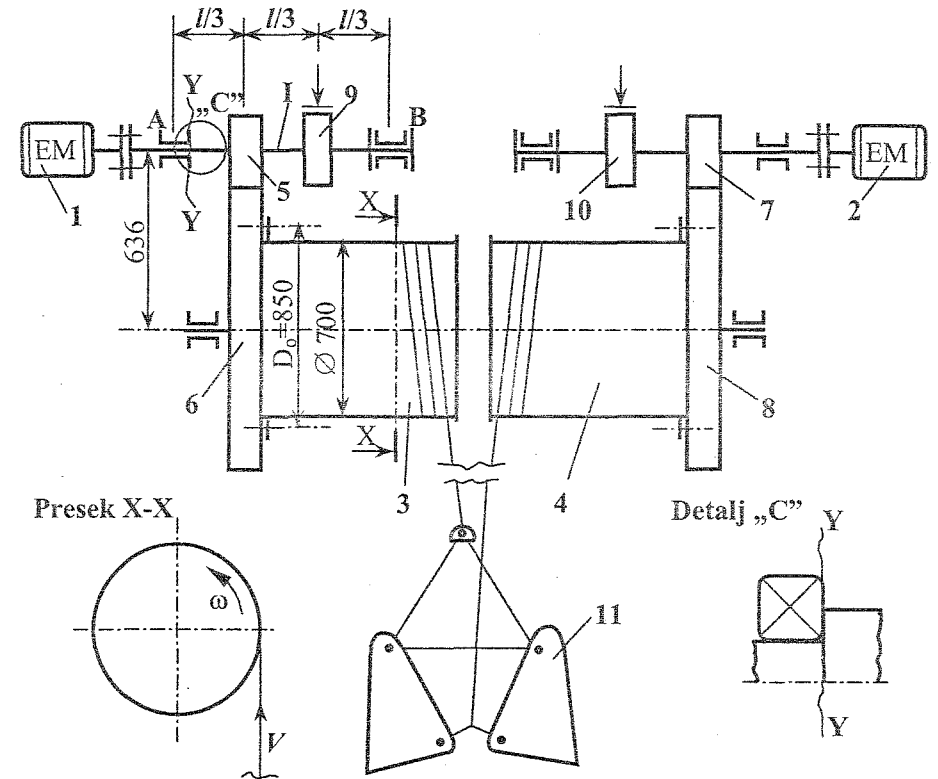
$H_1 = 2 \text{ mm}$, dubina nošenja (Tabela 10, [2])

$P = 5 \text{ mm}$, korak (ista tabela)

$p_{\text{doz}} = (110 \div 175) \text{ daN/cm}^2$, dozvoljeni površinski pritisak navojka navojnog prenosnika (Tabela 2.15, [2])

Dužina nošenja navojnog spoja zadovoljava.

ZADATAK 7.



1. Mehanizam za dizanje tereta koji pokreću dva elektromotora (1 i 2) sastoji se iz dva doboša (3 i 4), zupčastih parova (5-6 i 7-8), dve kočnice (9 i 10) i grabilice (11).
 - a) Odrediti potrebnu snagu i učestanost obrtanja pogonskih elektromotora, ako je masa tereta koji se podiže 5500 kg, masa grabilice 4400 kg, a brzina podizanja tereta 26 m/min. Srednji prečnik zavojaka užeta na dobošu je 700 mm. Opterećenje oba užeta je ravnomerno.
 - b) Proveriti stepen sigurnosti zubaca zupčanika 5 i 6 protiv loma, izrađenih od Č 0545 i Č 0445 pod pretpostavkom mogućeg preopterećenja od 30%. Kvalitet tolerancije zubaca 8, dodirni luk

profila 63,35 mm, širina zupčanika $b = 100$ mm. Izdržljivost zubaca jednaka je izdržljivosti ispitivanih zupčanika modela (podaci iz tablice). Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira $K_{\beta} = 1,33$.

- c) Proveriti radni vek kotrljajnog ležaja 6315 u osloncu A ulaznog vratila, ako ležaj 70% radnog veka radi sa punim opterećenjem, a ostatak radnog veka sa 80% radnog opterećenja. Težine i uticaj kočnice zanemariti.
- d) Proveriti stepen sigurnosti vratila I u preseku Y-Y. Materijal vratila Č 0645. Faktor dinamičke čvrstoće $K_D = 1,6$. Težine i uticaj kočnice zanemariti.

2. Doboš i telo zupčanika vezani su pomoću 12 nepodešenih vijaka M24, JUS M.B0.012, raspoređenih po krugu prečnika $D_0 = 850$ mm.

Određiti potreban moment pritezanja i stepen sigurnosti vijaka izrađenih od čelika 5.8 ako je stepen sigurnosti protiv proklizavanja 1,25, redukovani koeficijent trenja u navojnom spoju 0,14, a koeficijent trenja na dodirnoj površini doboša i zupčanika, odnosno navrtke i podloge 0,12.

$$\begin{aligned} z_5 = 18; & \quad z_6 = 88; & \quad x_5 = x_6 = 0 \\ \eta_{5-6} = \eta_{7-8} = 0,98 \\ z_7 = 18; & \quad z_8 = 88; & \quad x_7 = x_8 = 0 \end{aligned}$$

REŠENJE:

1.

- a) Masa tereta koji se podiže:

$$m = m_1 + m_2 = 5500 + 4400 = 9900 \text{ kg}$$

Izlazna snaga (na dobošu):

$$P_{izl} = P_d = F \cdot v = m \cdot g \cdot v = 9900 \cdot 9,81 \cdot \frac{26}{60} = 42085 \text{ W}$$

Potrebna snaga elektromotora:

$$P_{el} = \frac{1}{2} \frac{P_{izl}}{\eta_{5-6}} = \frac{1}{2} \frac{42085}{0,98} = 21472 \text{ W} = 21,47 \text{ kW}$$

Ugaona brzina doboša:

$$\omega_d = \frac{v}{R} = \frac{26}{0,216} = 120,37 \text{ s}^{-1} = 1,24 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina elektromotora:

$$\omega_{el} = i'_{5-6} \cdot \omega_d = 4,8889 \cdot 1,24 = 6,06 \text{ s}^{-1} = 363,73 \text{ min}^{-1}$$

gde je: $i'_{5-6} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{88}{18} = 4,8889$ - radni prenosni odnos

Učestanost obrtanja elektromotora:

$$n_{el} = \frac{\omega_{el}}{2\pi} = \frac{363,73}{2\pi} = 57,889 \text{ min}^{-1}$$

- b) Obrtni moment na ulaznom vratilu:

$$M_{el} = M_{os} = \frac{P_{el}}{\omega_{el}} = \frac{21472}{6,06} = 3543 \text{ Nm} = 354,3 \text{ daNm}$$

Obimna sila na zupčaniku 5:

$$F_{os} = \frac{M_{os}}{d_{os}/2} = \frac{354,3}{0,216/2} = 3280 \text{ daN}$$

Radijalna sila na zupčaniku 5:

$$F_{r5} = F_{os} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3280 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 1194 \text{ daN}$$

gde je: $d_{os} = m_n \cdot z_5 = 12 \cdot 18 = 216 \text{ mm}$; $m_n = \frac{2 \cdot a_{5-6}}{z_5 + z_6} = \frac{2 \cdot 636}{18 + 88} = 12 \text{ mm}$

Stepen sprezanja profila:

$$\varepsilon_p = \frac{g_p}{t} = \frac{g_p}{m\pi} = \frac{63,35}{12\pi} = 1,68$$

- Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika $K_A = 1,30$ (uslov zadatka-uzima u obzir mogućnost preopterećenja od 30%)
- Faktor dinamičkog opterećenja
Za $\varepsilon_q = 0$ i kvalitet tolerancija zubaca 8 (tablica 4.2, [3])
 $K_V = 1 + 0,13\lambda = 1 + 0,13 \cdot 0,12 = 1,015$

gde je: $\lambda = \frac{v}{m/s} \cdot \frac{z_5}{100} = 0,65 \cdot \frac{18}{100} = 0,12$

$$v = \frac{d_5}{2} \cdot \omega_{el} = \frac{0,216}{2} \cdot 6,05 = 0,65 \text{ m/s}$$

- Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca $K_{\alpha} = 0,5$ - opterećenje deluje na temenu zupca, raspodela opterećenja ravnomerna
- $K_{\alpha} = 1,0$ - opterećenje deluje na temenu zupca, raspodela opterećenja izrazito neravnomerna

$K_\alpha=1,0$ - opterećenje deluje u tački smene dvostruke i jednostruke sprege

- Faktor neravnomernosti raspodele linijskog opterećenja bokova zubaca:

$K_\beta = 1,33$ - uslov zadatka

- Faktor oblika zubaca (Tablica 4.6, [3]):

$Y_{F5} = 3,02$ ($x_5 = 0$, $z_5 = 18$)

$Y_{F6} = 2,23$ ($x_6 = 0$, $z_6 = 88$)

- Faktor korekcije napona (Tablica 4.7, [3]):

$Y_{S5} = 1,57$ ($x_5 = 0$, $z_5 = 18$)

$Y_{S6} = 1,91$ ($x_6 = 0$, $z_6 = 88$)

- Faktor kraka sile:

➤ opterećenje deluje na temenu zupca

$Y_\varepsilon = 1$

➤ opterećenje deluje u tački smene dvostruke i jednostruke sprege

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_p} = 0,25 + \frac{0,75}{1,68} = 0,7$$

Normalni naponi u podnožju zubaca

1° opterećenje deluje na temenu zupca, raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca ravnomerna ($Y_\varepsilon = 1$, $K_\alpha = 0,5$)

$$\sigma_5 = K \frac{F_{os}}{b \cdot m_n} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 0,5 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 3,02 \cdot 1,57 \cdot 1 = 1137,2 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_6 = K \frac{F_{os}}{b \cdot m_n} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 0,5 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 2,23 \cdot 1,91 \cdot 1 = 1021,6 \text{ daN/cm}^2$$

2° opterećenje deluje na temenu zupca, raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca izrazito neravnomerna ($Y_\varepsilon = 1$, $K_\alpha = 1$)

$$\sigma_5 = K \frac{F_o}{b \cdot m} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 1 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 3,02 \cdot 1,57 \cdot 1 = 2274,4 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_6 = K \frac{F_o}{b \cdot m} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 1 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 2,23 \cdot 1,91 \cdot 1 = 2043,2 \text{ daN/cm}^2$$

3° opterećenje deluje u tački smene dvostruke i jednostruke sprege ($Y_\varepsilon = 0,7$, $K_\alpha = 0,5$)

$$\sigma_5 = K \frac{F_o}{b \cdot m} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 1 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 3,02 \cdot 1,57 \cdot 0,7 = 1592 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_6 = K \frac{F_o}{b \cdot m} Y = 1,3 \cdot 1,015 \cdot 1,33 \cdot 1 \cdot \frac{3280}{10 \cdot 1,2} \cdot 2,4 \cdot 1,74 \cdot 0,7 = 1402,2 \text{ daN/cm}^2$$

Dinamička čvrstoća podnožja (Tablica 4.10, [3])

$$\sigma_{DF_5} = 34 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{DF_6} = 32 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti podnožja

$$\text{➤ } S_5 = \frac{\sigma_{DF_5}}{\sigma_5} = \frac{34}{11,37} = 2,98$$

$$S_6 = \frac{\sigma_{DF_6}}{\sigma_6} = \frac{32}{10,02} = 3,2$$

$$\text{➤ } S_5 = \frac{\sigma_{DF_5}}{\sigma_5} = \frac{34}{22,74} = 1,5$$

$$S_6 = \frac{\sigma_{DF_6}}{\sigma_6} = \frac{32}{20,03} = 1,6$$

$$\text{➤ } S_5 = \frac{\sigma_{DF_5}}{\sigma_5} = \frac{34}{15,92} = 2,13$$

$$S_6 = \frac{\sigma_{DF_6}}{\sigma_6} = \frac{32}{14,02} = 2,28$$

Stepeni sigurnosti podnožja zubaca su veći od minimalno potrebnih ($S_{\min} = 1,5 \dots 2,0$)

c) Šema opterećenja ulaznog vratila

Otpori oslonaca:

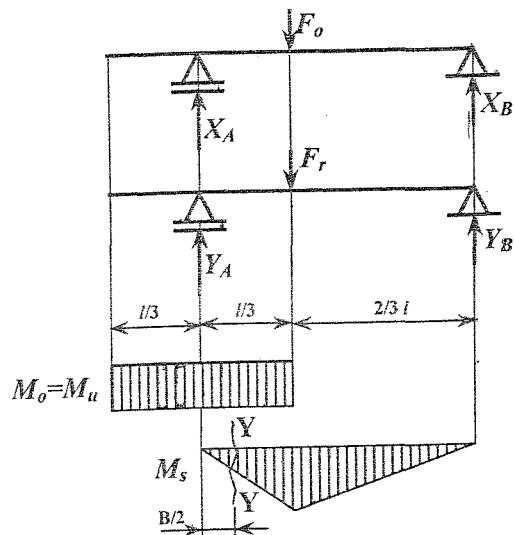
$$X_A = \frac{2}{3} F_o = \frac{2}{3} \cdot 3280 = 2186,7 \text{ daN}$$

$$X_B = \frac{1}{3} F_o = \frac{1}{3} \cdot 3280 = 1093 \text{ daN}$$

$$Y_A = \frac{2}{3} F_r = \frac{2}{3} \cdot 1194 = 796 \text{ daN}$$

$$Y_B = \frac{1}{3} F_r = \frac{1}{3} \cdot 1194 = 398 \text{ daN}$$

$$F_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{2186,7^2 + 796^2} = 2327 \text{ daN}$$



Ekvivalentno statičko opterećenje ležaja (j-na 6.8, [4])

$$F_n = \sqrt[n]{\frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^n N_i^\alpha F_i} = \sqrt[3]{\frac{1}{100} [70 \cdot 2327^3 + 30(0,8 \cdot 2327)^3]} = 2207,40 \text{ daN}$$

Radni vek kotrljajnog ležaja 6315 u osloncu A

$$T = \left(\frac{k_t \cdot C}{F} \right)^\alpha \frac{10^6}{n} = \left(\frac{1 \cdot 8500}{2207,4} \right)^3 \frac{10^6}{57,9 \cdot 60} = 16435 \text{ h}$$

gde je: C = 85 kN - dinamička nosivost ležaja 6315 (Tablica 3, Prilog, [4])

n = n_{el} = 57,9 min⁻¹ - učestanost obrtanja

k_t = 1 - faktor temperature, za t ≤ 100°C (Tablica 7.4, [4])

F = F_n - ekvivalentno opterećenje.

d) Moment savijanja vratila u preseku Y - Y:

$$M_s = F_A \cdot \frac{B}{2} = 2427 \cdot \frac{37}{2} = 43049,5 \text{ daNmm}$$

gde je: B = 37 mm - širina ležaja (Tablica 3, Prilog, [4])

Otporni momenti vratila za presek Y - Y:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 75^3}{32} = 41417,5 \text{ mm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 75^3}{16} = 82834,96 \text{ mm}^3$$

Radni naponi vratila

➤ na savijanje

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_x} = \frac{43049,5}{41417,5} = 1,04 \text{ daN/mm}^2$$

➤ na uvijanje

$$\tau_u = \frac{M_u}{W_o} = \frac{354300}{82835} = 4,3 \text{ daN/mm}^2$$

Merodavne mehaničke karakteristike materijala vratila (Č 0645)

$$\sigma_{Dms} = 28 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \text{ - dinamička čvrstoća epruvete na savijanje (Tablice, 10.03, [1], Tablice)}$$

$$\tau_{Dmu} = 16 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \text{ - dinamička čvrstoća epruvete pri naizmenično promenljivoj uvijanju (Tablice, 10.03, [1], Tablice)}$$

Dinamička čvrstoća vratila:

$$\sigma_{D_o} = \frac{\sigma_{Dms}}{K_p} = \frac{28}{16} = 1,75 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{D_o} = \frac{\tau_{Dmu}}{K_o} = \frac{16}{1,6} = 10 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

Komponentalni stepen sigurnosti vratila

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{D_o}}{\sigma_s} = \frac{1,75}{1,04} = 1,68$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{D_o}}{\tau_u} = \frac{10}{4,3} = 2,3$$

Ukupni stepen sigurnosti vratila

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{1,68 \cdot 2,3}{\sqrt{1,68^2 + 2,3^2}} = 2,3$$

Stepen sigurnosti vratila je veći od minimalnog (S_{min} = 1,5 ÷ 2,0)

2. Obrtni moment na dobošu

$$M_d = F_1 \cdot \frac{D_d}{2} = 48559,5 \cdot \frac{0,7}{2} = 16995,8 \text{ Nm} = 1699,6 \text{ daNm}$$

$$\text{gde je: } F_1 = \frac{F}{2} = \frac{97119}{2} = 48559,5 \text{ N}$$

$$F = m \cdot g = 9900 \cdot 9,81 = 97119 \text{ N}$$

Obimna sila koju prenose vijci

$$F_o = \frac{M_d}{D_o/2} = \frac{1699,6}{0,85/2} = 3999 \text{ daN}$$

Radna sila koja opterećuje jedan vijak

$$F_{sl} = \frac{F_o}{12} = \frac{3999}{12} = 333,25 \text{ daN}$$

Potrebna sila prethodnog pritezanja

$$F_p = F_N = S_\mu \frac{F_{sl}}{\mu} = 1,25 \cdot \frac{333,25}{0,12} = 3471,35 \text{ daN}$$

Obrtni moment navojnog dela vretena

$$M_v = F_p \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 3471,35 \cdot \frac{22,051}{2} \cdot \text{tg}(2,48^\circ + 7,97^\circ) = 7059 \text{ daNmm}$$

gde je: $d_2 = 22,051 \text{ mm}$, srednji prečnik navoja (Tablica 10, [2], Dodatak)

$\varphi = 2,48^\circ$, ugao nagiba navoja (ista tablica)

$\rho_v = \text{arctg} \mu_v = \text{arctg} 0,14 = 7,97^\circ$, redukovani ugao trenja

Moment trenja

$$M_\mu = F_p \cdot \mu \frac{d_{sr}}{2} = 3471,35 \cdot 0,12 \cdot \frac{31,27}{2} = 6513 \text{ daNmm}$$

gde je: $d_{sr} = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{36^3 - 26^3}{36^2 - 26^2} = 31,27 \text{ mm}$, srednji prečnik prstenaste dodirne površine

$d_s = s = 36 \text{ mm}$, otvor ključa (Tablica 15, [2], Dodatak)

$d_u = d_o = 26 \text{ mm}$, prečnik otvora za vijak (ista tablica)

Potreban moment pritezanja vijka

$$M_o = M_o + M = 7059 + 6513 = 13572 \text{ daNmm}$$

Radni napon vijka

$$\sigma = \frac{F_p}{A_1} = \frac{3471,35}{324} = 10,71 \text{ daN/mm}^2$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_o} = \frac{7059}{1647,4} = 4,28 \text{ daN/mm}^2$$

gde je: $A_1 = 324 \text{ mm}^2$ – prečnik jezgra vijka (Tablica 3, [2], Dodatak)

$$W_o = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = \frac{\pi \cdot 20,32^3}{16} = 1647,4 \text{ mm}^3$$

$d_1 = 20,32 \text{ mm}$ – prečnik jezgra vijka (ista tablica)

Kritični naponi vijaka

Za materijal vijka 5.8: $\sigma_T = 40 \text{ daN/mm}^2$

$$\tau_T = 0,8 \cdot \sigma_T = 0,8 \cdot 40 = 32 \text{ daN/mm}^2$$

Stepen sigurnosti vijka

$$S_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{40}{10,71} = 3,73$$

$$S_\tau = \frac{\tau_T}{\tau} = \frac{32}{4,28} = 7,46$$

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{3,73 \cdot 7,46}{\sqrt{3,73^2 + 7,46^2}} = 3,3$$

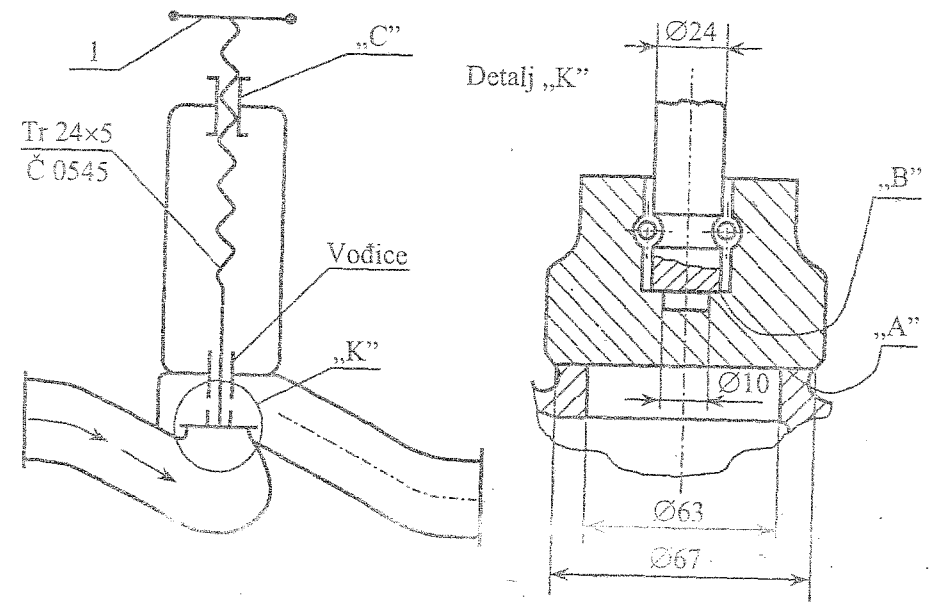
Stepen sigurnosti je veći od minimalnog

ZADATAK 8.

1. Ventil za zatvaranje cevi sa vodom pod pritiskom zatvara se pomoću ventila sa trapeznom navojem Tr 24 × 5 (Sl. 1).
 - a) Odrediti najveći obrtni moment pri pritezanju na ručnom točku vretena 1, pod uslovom da površinski pritisak na dodirnoj površini sedišta ventila *A* ne pređe 200 daN/cm². Koeffcijent trenja 0,15 (Sl. 2).
 - b) Pri delovanju vode u datom smeru sa pritiskom $p = 16$ bara, proračunati površinske pritiske na dodirnim površinama *A* i *B* (na dodirnim površinama sedišta i tela ventila, odnosno vretena i sedišta) i u navojnom spoju *C* ako je visina navrtke 35 mm.
 - c) Nacrtati dijagrame napadnih opterećenja navojnog vretena i proveriti stepene sigurnosti u karakterističnim presecima vretena (iznad i ispod navrtke).
2. Na vratilu elektromotora za pogon ventilatora nalazi se mala remenica trapeznog remenog prenosnika, prečnika $d_p = 125$ mm. Za koliko će se promeniti naponi u remenu ako se prečnici remenica povećaju 1,6 puta.

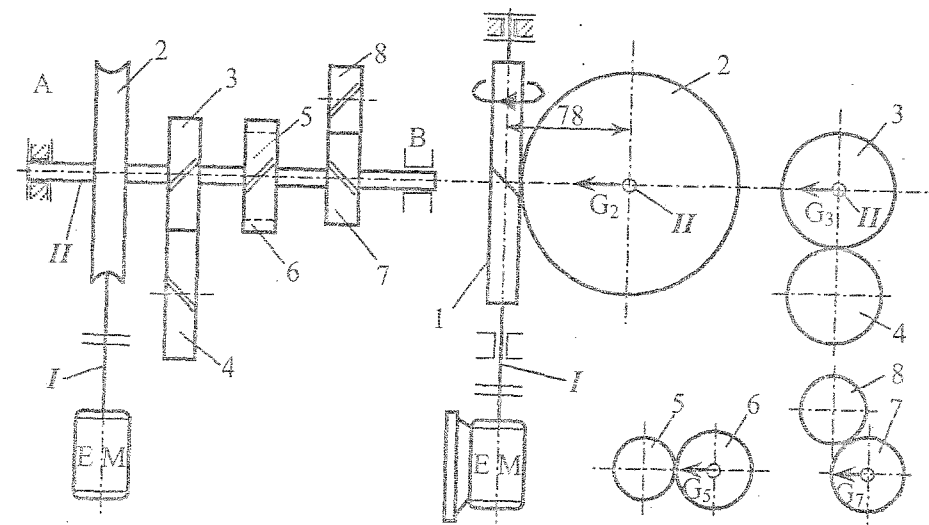
Podaci: Učestanost obrtanja elektromotora $n = 1433 \text{ min}^{-1}$; snaga uključujući i spoljne udare $P = 15 \text{ kW}$. Profil trapeznog remena je „B”, prema JUS.G.E.053, površine preseka $A_1 = 143 \text{ mm}^2$, širine $a = 17 \text{ mm}$ i visine $h = 11 \text{ mm}$; broj remena $z = 4$, modul elastičnosti remena $E = 500 \text{ daN/cm}^2$ i gustine materijala remena $\rho = 1,25 \text{ kg/dm}^3$. Remeni su zategnuti silom prethodnog pritezanja $F_p = 80 \text{ daN}$.

3. a) Za datu skicu (Sl. 3) zupčastog prenosnika dati šemu opterećenja u dve ravni – vertikalnoj i horizontalnoj, i dijagrame uvijanja.
- b) Izračunati stepen iskorišćenja pužastog para 1,2 ako je poznato: osno rastojanje $a = 78 \text{ mm}$, modul $m = 4 \text{ mm}$, prečnik podeonog kruga $d_{o2} = 112 \text{ mm}$, prenosni odnos $i = 14$, a ugao trenja $\rho = 4,5^\circ$, $x = 0$.



Sl. 1.

Sl. 2.



Sl. 3.

REŠENJE:

1.

a) Potrebna sila pritezanja

$$F_p = A \cdot p_d = 4,08 \cdot 200 = 816 \text{ daN}$$

gde je: $A = (6,7^2 - 6,3^2) \cdot \frac{\pi}{4} = 4,08 \text{ cm}^2$ - dodirna površina na sedištu ventila.

Moment potreban za savlađivanje trenja u navojnom spoju:

$$M_v = F_p \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 816 \cdot \frac{2,15}{2} \cdot \text{tg}(4,25^\circ + 8,53^\circ) = 199 \text{ daNcm}$$

pri čemu je: $d_2 = 21,5 \text{ mm}$ - srednji prečnik navoja (T. 10, str. 194, S.V.),

$\varphi = 4,25^\circ$ - ugao nagiba navoja,

$\mu_v = 1,035 \cdot \mu = 1,035 \cdot 0,15 = 0,1553$ - redukovani koeficijent trenja

$\rho_v = \text{arctg} \mu_v = \text{arctg} 0,1553 = 8,53^\circ$ - redukovani ugao trenja

Moment potreban za savlađivanje trenja na prstenastoj dodirnoj površini B, između vrha vretena i poklopca ventila:

$$M_n = F_p \cdot \mu \cdot r_{sr} = 816 \cdot 0,15 \cdot 0,898 = 110 \text{ daNcm}$$

gde je:

$$r_{sr} = \frac{1}{3} \cdot \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2,4^3 - 1}{2,4^2 - 1} = 0,898 \text{ cm} - \text{srednji poluprečnik sile trenja}$$

Ukupni (najveći) obrtni moment:

$$M_o = M_v + M_n = 199 + 110 = 309 \text{ daNcm}$$

b) Sila koja deluje na poklopac ventila:

$$F' = A_A \cdot p_A = \frac{6,3^2 \cdot \pi}{4} \cdot 16 = 499 \text{ daN}$$

Ukupna sila koja deluje na površinu A:

$$F_A = F_p - F' = 816 - 499 = 317 \text{ daN}$$

Sila koja deluje na površinu B:

$$F_B = F_p + F' = 816 + 499 = 1315 \text{ daN}$$

Srednji površinski pritisak na

➤ dodirnoj površini A:

$$p_A = \frac{F_A}{A_A} = \frac{317}{4,084} = 77,62 \text{ daN/cm}^2$$

➤ dodirnoj površini B:

$$p_B = \frac{F_B}{A_B} = \frac{1315}{3,7385} = 351,7 \text{ daN/cm}^2$$

gde je: $A_B = (2,4^2 - 1) \cdot \frac{\pi}{4} = 3,7385 \text{ cm}^2$

Broj navojaka u dodiru (T. 10, ME II, S.V.):

$$P = 5; d_2 = 21,5 \text{ mm}; d_1 = 18,5 \text{ mm}; H_1 = 2 \text{ mm}; A_1 = 269 \text{ mm}^2$$

$$z = \frac{\ell_n}{P} = \frac{35}{5} = 7$$

Srednje opterećenje jednog navojaka:

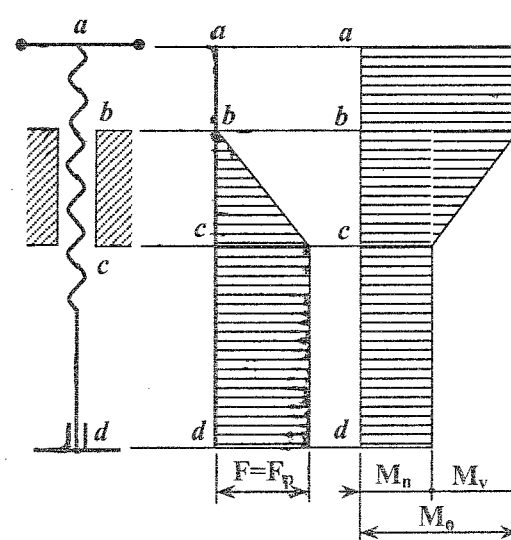
$$F_1 = \frac{F}{z} = \frac{F_B}{z} = \frac{1315}{7} = 187,8 \text{ daN}$$

Srednji površinski pritisak između navojaka i navojnog spoja:

$$p_c = \frac{F_1}{A_n} = \frac{187,8}{1,35} = 139 \text{ daN/cm}^2$$

gde je: $A_n = d_2 \cdot \pi \cdot H_1 = 21,5 \cdot 3,14 \cdot 0,2 = 1,35 \text{ cm}^2$ - projekcija dodirne površine jednog navojaka

c) Normalni napon u jezgri navojnog vretena:



$$\sigma = \frac{F}{A_1} = \frac{816}{2,69} = 304 \text{ daN/cm}^2$$

gde je:

$A_1 = 2,69 \text{ cm}^2$ - površina poprečnog preseka jezgra vretena

Tangentni napon usled momenta pritezanja vretena:

$$\tau = \frac{M_o}{W_o} = \frac{M_v + M_n}{W_o} = \frac{309}{0,2 \cdot d_1^3} =$$

$$\tau = \frac{309}{1,266} = 245 \text{ daN/cm}^2$$

gde je:

$$W_o = 0,2 \cdot d_1^3 = 0,2 \cdot 1,85^3 = 1,266 \text{ cm}^3$$

Provera stepena sigurnosti u karakterističnim preseccima navojnog vretena:

➤ iznad navrtke (između $a - b$):

$$\sigma = 0 \quad \text{i} \quad \tau = \frac{M_o}{W_o} = 245 \text{ daN/cm}^2$$

$$S = \frac{\tau_T}{\tau} = \frac{1900}{245} = 7,75$$

gde su mehaničke karakteristike materijala za Č 0545 (Tablice Maš. elemenata, str. 15): $\sigma_T = 2900 \text{ daN/cm}^2$ i $\tau_T = 1900 \text{ daN/cm}^2$

➤ ispod navrtke (između $c - d$):

Normalni napon:

$$\sigma = \frac{F}{A_1} = \frac{F_p}{A_1} = \frac{816}{2,69} = 303 \text{ daN/cm}^2$$

Tangentni napon:

$$\tau = \frac{M_u}{W_o} = \frac{110}{1,266} = 87 \text{ daN/cm}^2$$

Ukupni ili idealni napona:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{303^2 + 3 \cdot 87^2} = 338 \text{ daN/cm}^2$$

$$S = \frac{\sigma_T}{\sigma_i} = \frac{2900}{338} = 8,57$$

2. Učestanost obrtanja remenice

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1433}{60} = 150 \text{ s}^{-1}$$

Ukupna obimna sila na remenici:

$$F_o = \frac{2M_o}{d_p} = \frac{2 \cdot 100}{0,125} = 1600 \text{ daN}$$

gde je: $M_o = \frac{P}{\omega} = \frac{15 \cdot 10^3}{150} = 100 \text{ Nm}$ - merodavni obrtni moment

Ukupna sila u vučnim ograncima:

$$F_1 = F_p + \frac{F_o}{2} = 80 + \frac{160}{2} = 160 \text{ daN}$$

Obimna brzina remena:

$$v = \frac{d_p}{2} \cdot \omega = \frac{0,125}{2} \cdot 150 = 9,38 \text{ m/s}$$

Normalni napon usled zatezanja remena u vučnom ogranku:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{z \cdot A_1} = \frac{160}{4 \cdot 1,43} = 28 \text{ daN/cm}^2$$

Normalni napon usled centrifugalne sile:

$$\sigma_c = \rho \cdot v^2 = 1,25 \cdot 10^3 \cdot 9,38^2 = 0,11 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 1,1 \text{ daN/m}^2$$

Normalni napon usled savijanja remena preko remenice:

$$\sigma_{s1} = \frac{h_1}{d_p} \cdot E = \frac{11}{125} \cdot 500 = 44 \text{ daN/cm}^2$$

Ukupni - maksimalni napon u remenu:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_c + \sigma_{s1} = 28 + 1,1 + 44 = 73,1 \text{ daN/cm}^2$$

Radi utvrđivanja promene napona u kracima remena, zbog promene prečnika remenice, neophodno je odrediti:

➤ obimnu brzinu remenice:

$$v' = \frac{d'_p \cdot \omega}{2} = 1,6 \cdot \frac{d_p \cdot \omega}{2} = 1,6 \cdot v = 15 \text{ m/s}$$

➤ ukupnu obimnu silu na remenici:

$$F'_o = \frac{2 \cdot M_o}{d'_p} = \frac{2 \cdot M_o}{1,6 \cdot d_p} = \frac{F_o}{1,6} = \frac{160}{1,6} = 100 \text{ daN}$$

Nova vrednost ukupne sile u vučnim granicama remena:

$$F'_1 = F_p + \frac{F'_o}{2} = 80 + \frac{100}{2} = 130 \text{ daN}$$

Prema tome, naponi u vučnom ogranku remena iznose:

$$\sigma'_1 = \frac{F'_1}{z \cdot A_1} = \frac{130}{4 \cdot 1,43} = 22,73 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma'_c = \rho \cdot v'^2 = 1,25 \cdot 1,5^2 = 3,175 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma'_{s1} = \frac{h}{d'_p} \cdot E = \frac{11}{200} \cdot 500 = 27,5 \text{ daN/cm}^2$$

ZADATAK 9.

Pogon traktorskog transportera ostvaruje se od elektromotora preko horizontalnog dvostepenog zupčastog reduktora sa cilindričnim zupčanicima. Obimna sila na dobošu transportera iznosi $F = 4800 \text{ N}$, a traka se kreće brzinom $v = 1 \text{ m/s}$. Prečnik doboša je $D_d = 318 \text{ mm}$.

- a) Odrediti potrebnu snagu i učestanost obrtanja pogonskog elektromotora, ako je stepen iskorišćenja svakog zupčastog para $\eta = 0,98$, a elementi prenosioka imaju sledeće karakteristike:

$$z_1=15, \quad z_2=72, \quad m_n=5\text{mm}, \quad a_{1-2}=219 \text{ mm}, \quad x_1 \neq 0, \quad x_2=0, \quad b_{1-2}=40 \text{ mm}, \quad \beta_{1-2}=0^\circ.$$

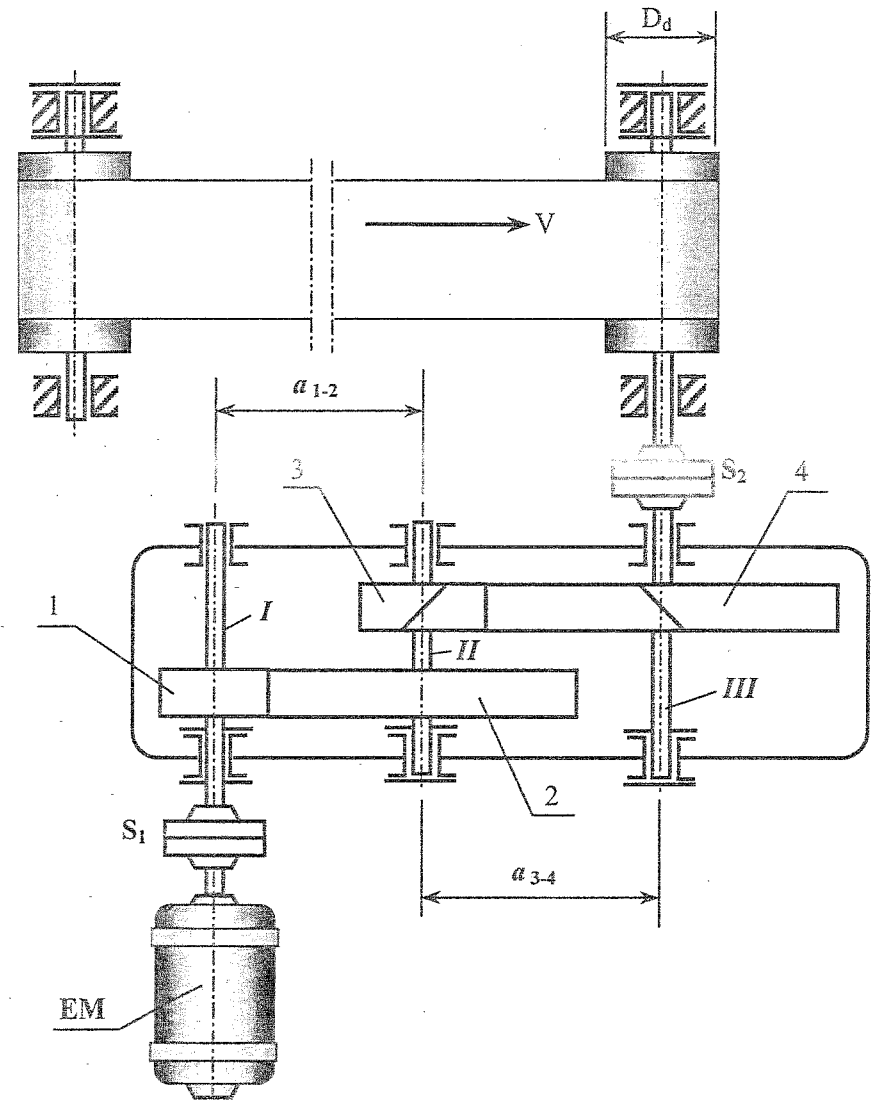
$$z_3=18, \quad z_4=90, \quad m_n=5\text{mm}, \quad a_{3-4}=275 \text{ mm}, \quad x_3=x_4=0, \quad b_{3-4}=50 \text{ mm}, \quad \alpha_n=20^\circ.$$

- b) Izračunati intenzitete svih aktivnih sila, koje deluju na vratilo II zupčanika 2 i 3. Nacrtati šeme opterećenja i dijagrame momenatauvijanja i aksijalnih sila vratila II.
- c) Proveriti stepen sigurnosti protiv loma zubaca zupčanika 3 i 4 ako je rad transportera ravnomeran. Kvalitet tolerancija zubaca je 8, a izrađeni su od materijala Č 1530/Č 1331. Raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca izrazito ne ravnomerno.
- d) Veza vratila doboša i vratila III reduktora ostvarena je krutom spojnicom S_2 . Obodi spojnice su vezani pomoću 6 nepodešenih vijaka M12 smeštenih u otvore $\varnothing 13 \text{ mm}$. Vijci su izrađeni od čelika 8.8, a raspoređeni po krugu $D_o = 200 \text{ mm}$. Koeficijent trenja na početku klizanja između oboda spojnice je $\mu_0 = 0,15$, a stepen sigurnosti protiv klizanja $S_\mu = 1,5$. Proveriti stepen sigurnosti ovih vijaka u radu i odrediti potreban moment pritezanja vijaka, ako je koeficijent trenja u navojnom spoju i na dodirnim površinama navrtke i oboda spojnice 0,14.

REŠENJE:

- a) Radni i kinematski prenosni odnosi :

$$i_{1-2} = i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{72}{15} = 4,8,$$



$$i_{3-4} = i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{90}{18} = 5$$

$$i_{uk} = i'_{uk} = i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} = 4,8 \cdot 5 = 24$$

Ugaona brzina doboša:

$$\omega_d = \frac{v}{D_d/2} = \frac{1}{0,318/2} = 6,289 \text{ s}^{-1}$$

Učestalost obrtanja doboša:

$$n_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{6,289}{2\pi} = 1 \text{ s}^{-1} = 60 \text{ min}^{-1}$$

Učestalost obrtanja elektromotora:

$$n_{EM} = n_d \cdot i_{uk} = 60 \cdot 24 = 1440 \text{ min}^{-1} = 24 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina elektromotora:

$$\omega_{EM} = 2\pi n_{EM} = 2\pi \cdot 24 = 150,796 \text{ s}^{-1}$$

Snaga na dobošu trakastog transportera:

$$P_d = F \cdot v = 4,8 \cdot 10^3 \cdot 1 = 4,8 \cdot 10^3 \text{ W} = 4,8 \text{ kW}$$

Potrebna snaga elektromotora:

$$P_{EM} = \frac{P_d}{\eta_{uk}} = \frac{P_d}{\eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{4,8}{0,98^2} = 5 \text{ kW}$$

b) Obrtni moment na dobošu:

$$M_d = F \cdot \frac{D_d}{2} = \frac{P_d}{\omega_d} = \frac{4,8 \cdot 10^3}{6,289} = 764 \text{ Nm} = 7640 \text{ daNcm}$$

Obrtni momenti na zupčanicima, spojnicama i vratilima:

$$M_{o4} = M_d = M_{os2} = M_{o11} = 764 \text{ Nm} = 7640 \text{ daNcm}$$

$$M_{o3} = \frac{M_{o4}}{i_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{764}{5 \cdot 0,98} = 156 \text{ Nm} = M_{o2} = M_{o11} = 1560 \text{ daNcm}$$

$$M_{o1} = \frac{M_{o2}}{i_{1-2} \cdot \eta_{1-2}} = \frac{156}{4,8 \cdot 0,98} = 33,2 \text{ Nm} = M_{os1} = M_{oEM} = 3220 \text{ daNcm}$$

Kinematski prečnici:

$$d_1 = \frac{2 \cdot a_{1-2}}{i_{1-2} + 1} = \frac{2 \cdot 219}{4,8 + 1} = 75,5172 \text{ mm}$$

$$d_2 = d_1 \cdot i_{1-2} = 75,517 \cdot 4,8 = 362,48275 \text{ mm}$$

$$d_3 = d_{o3} = m_{3-4} \cdot z_3 = 5,09259 \cdot 18 = 91,667 \text{ mm}$$

gde je modul m_{3-4} :

$$m_{3-4} = \frac{2 \cdot a_{3-4}}{z_3 + z_4} = \frac{2 \cdot 275}{18 + 90} = 5,09259 \text{ mm}$$

Sile na zupčanicu 2:

$$F_{o2} = \frac{M_{o2}}{d_2/2} = \frac{156}{0,3625/2} = 860 \text{ N}$$

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 860 \cdot \operatorname{tg} 21,0517^\circ = 330 \text{ N}$$

Gde je ugao dodirnice α :

$$\cos \alpha = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 \cdot a_{1-2}} \cdot \cos \alpha_o = \frac{5(15 + 72)}{2 \cdot 219} \cdot \cos 20^\circ = 0,93325$$

$$\alpha = 21,0517^\circ = 21^\circ 3' 6''$$

Sile na zupčanicu 3:

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_3/2} = \frac{156}{0,09167/2} = 3400 \text{ N}$$

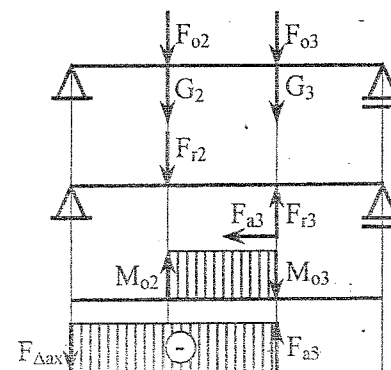
$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3400 \cdot \operatorname{tg} 20,3403^\circ = 1260 \text{ N}$$

$$F_{a2} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \beta_o = 3400 \cdot \operatorname{tg} 10,9425^\circ = 657 \text{ N}$$

gde je:

$$\cos \beta_o = \frac{m_n}{m} = \frac{5}{5,09259} = 0,98181; \quad \beta_o = 10,9425^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_o} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10,9425^\circ} = 0,37071; \quad \alpha_o = 20,3403^\circ$$



c) Stepen sprežanja bočnih linija:

$$\varepsilon_q = \frac{b \cdot \operatorname{tg} \beta_o}{t_o} = \frac{b_{3-4} \cdot \operatorname{tg} \beta_o}{m \cdot \pi} = \frac{50 \cdot \operatorname{tg} 10,9425^\circ}{5,0926 \cdot \pi} = 0,604$$

Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika:

$$K_A = 1$$

za pogonsku mašinu elektromotor i ravnomeran rad radne mašine–transportera prema T 1.1, [3].

Faktor dinamičkog opterećenja

za $0 < \varepsilon_q < 1$ i za kvalitettolerancija zubaca IT8, prema T.4.2, [3] sledi:

$$K_V = K_{V\alpha} - \varepsilon_q (K_{V\alpha} - K_{V\beta}) = 1,034 - 0,604(1,034 - 1,018) = 1,0243$$

gde je:

$$K_{V\alpha} = 1 + 0,13 \cdot \lambda = 1 + 0,13 \cdot 0,26 = 1,034$$

$$K_{V\beta} = 1 + 0,07 \cdot \lambda = 1 + 0,07 \cdot 0,26 = 1,018$$

$$\lambda = \frac{v}{\text{m/s}} \cdot \frac{z_3}{100} = 1,44 \cdot \frac{18}{100} = 0,26$$

gde je v obimna brzina zupčanika 3 i 4 na kinematskom krugu:

$$v_3 = v_4 = v = \frac{d_3}{2} \cdot \omega_3 = \frac{0,091667}{2} \cdot 31,44 = 1,44 \text{ m/s}$$

$$\omega_3 = \omega_d \cdot i_{3-4} = 6,289 \cdot 5 = 31,44 \text{ s}^{-1}$$

Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira

Za kvalitet tolerancija zubaca IT8, prema T.4.4, [3] sledi

$$K_\beta = 1,23 + 0,18 \cdot \varphi^2 + 0,16 \frac{b}{b_o} = 1,23 + 0,18 \cdot 0,5454^2 + 0,61 \frac{50}{1000} = 1,314$$

gde je:

$$\varphi = \frac{b}{d_{o3}} = \frac{50}{91,667} = 0,5454$$

Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca.

Za izrazito neravnomernu raspodelu opterećenja prema T.4.5 [3] sledi:

$$K_\alpha = 1,0$$

Opšti faktor opterećenja zupca:

$$K = K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot K_\alpha = 1 \cdot 1,0243 \cdot 1,314 \cdot 1,0 = 1,345$$

Ekvivalentan broj zubaca

$$z_{n3} = \frac{z_3}{\cos^3 \beta_o} = \frac{18}{\cos^3 10,9425^\circ} = 19,02 = 19$$

$$z_{n4} = \frac{z_4}{\cos^3 \beta_o} = \frac{90}{\cos^3 10,9425^\circ} = 95,1 = 95$$

Ekvivalentni koeficijenti pomeranja zubaca:

$$x_{n3} = x_{n4} = 0$$

Faktor oblika zupca

$$\text{za } x_{n3} = 0 \text{ i } z_{n3} = 19 \text{ prema T.4.6, [3]} \Rightarrow Y_{F3} = 2,96$$

$$\text{za } x_{n4} = 0 \text{ i } z_{n4} = 95 \text{ prema T.4.6, [3]} \Rightarrow Y_{F4} = 2,213$$

Faktor korekcije napona:

$$\text{za } x_{n3} = 0 \text{ i } z_{n3} = 19 \text{ prema T.4.7, [3]} \Rightarrow Y_{S3} = 1,58$$

$$\text{za } x_{n4} = 0 \text{ i } z_{n4} = 95 \text{ prema T.4.7, [3]} \Rightarrow Y_{S4} = 1,93.$$

Faktor kraka sile:

$$Y_\varepsilon = 1,0$$

Faktor ugla nagiba zubaca:

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_q \frac{\beta_o}{120^\circ} = 1 - 0,604 \cdot \frac{10,9425^\circ}{120^\circ} = 0,945$$

Opšti faktor napona:

$$Y_3 = Y_{F3} \cdot Y_{S3} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta = 2,96 \cdot 1,58 \cdot 1,0 \cdot 0,945 = 4,42$$

$$Y_4 = Y_{F4} \cdot Y_{S4} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta = 2,213 \cdot 1,93 \cdot 1,0 \cdot 0,945 = 4,04$$

Radni naponi u podnožju zupca:

$$\sigma_3 = K \cdot \frac{F_o}{b \cdot m_n} \cdot Y_3 = 1,345 \cdot \frac{340}{50 \cdot 5} \cdot 4,42 = 8,1 \text{ daN/mm}^2$$

$$\sigma_4 = K \cdot \frac{F_o}{b \cdot m_n} \cdot Y_4 = 1,345 \cdot \frac{340}{50 \cdot 5} \cdot 4,0 = 7,3 \text{ daN/mm}^2$$

Kritični naponi – dinamička čvrstoća podnožja zupca:

$$\text{za } \checkmark 1530 \text{ prema T.4.10, [3] sledi } \sigma_{DF3} = 40 \text{ daN/mm}^2,$$

$$\text{za } \checkmark 1331 \text{ prema T.4.10, [3] sledi } \sigma_{DF4} = 37 \text{ daN/mm}^2.$$

Stepen sigurnosti protiv loma zubaca zupčanika 3 i 4:

$$S_3 = \frac{\sigma_{DF3}}{\sigma_3} = \frac{40}{8,1} = 4,9$$

$$S_4 = \frac{\sigma_{DF4}}{\sigma_4} = \frac{37}{7,40} = 5,0$$

Stepen sigurnosti podnožja zubaca zupčanika 3 i 4 veći su od minimalnog stepena sigurnosti ($S_{\min} = 1,5 \div 2,0$).

d) Geometrijske veličine vijaka M12 prema JUS M.B0.012 (Tabela 3, [2])

$$d = 12 \text{ mm} \quad A_1 = 76,2 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 9,853 \text{ mm} \quad \varphi = 2,94^\circ$$

$$d_2 = 10,863 \text{ mm} \quad P = 1,75 \text{ mm}$$

Obimna sila koju prenosi jedan vijak spojnice:

$$F_{ol} = \frac{M_{os2}}{z \cdot \frac{D_o}{2}} = \frac{7640}{6 \cdot \frac{20}{2}} = 127,3 \text{ daN}$$

gde je:

$$M_{os2} = M_{od} = 7640 \text{ daNcm}$$

Potrebna sila pritezanja vijaka:

$$F_p = \frac{S_\mu \cdot F_{ol}}{\mu_o} = \frac{1,5 \cdot 127,3}{0,15} = 1273 \text{ daN}$$

Potreban moment pritezanja vijaka:

$$M_p = M_v + M_\mu = 148,5 + 144,2 = 292,7 \text{ daNcm}$$

gde je:

$$M_v = F_p \frac{d_2}{2} \cdot \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 1273 \frac{10,863}{2} \cdot \text{tg}(2,94^\circ + 9,18^\circ) = 148,5 \text{ daNcm}$$

$$\rho_v = \text{arctg} \mu_v = \text{arctg} \frac{\mu}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \text{arctg} \frac{0,14}{\cos \frac{60^\circ}{2}} = 9,18^\circ$$

$$M_\mu = F_p \frac{d_{sr}}{2} \cdot \mu = 1273 \frac{1,618}{2} \cdot 0,14 = 144,2 \text{ daNcm}$$

$$d_{sr} = \frac{2}{3} \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} = \frac{2}{3} \frac{19^3 - 13^3}{19^2 - 13^2} = 16,187 \text{ mm}$$

$$d_u = 13 \text{ mm (prečnik otvora za vijak),}$$

$$d_u = s = 19 \text{ mm – otvor ključa (Tablica 15, [2]).}$$

Radni naponi u vijaku:

$$\sigma = \frac{F_p}{A_1} = \frac{1273}{76,2} = 16,7 \text{ daN/mm}^2$$

$$\tau_u = \frac{M_\mu}{W_o} = \frac{1442}{187,8} = 7,67 \text{ daN/mm}^2$$

$$W_o = \frac{d_1^3 \cdot \pi}{16} = \frac{9,853^3 \cdot \pi}{16} = 187,8 \text{ mm}^3$$

Kritični naponi:

$$\text{za materijal vijka 8.8} \quad \sigma_{0,2} = 64 \text{ daN/mm}^2$$

$$\tau_{0,2} = 0,8 \cdot \sigma_{0,2} = 0,8 \cdot 64 = 51,2 \text{ daN/mm}^2$$

Stepen sigurnosti:

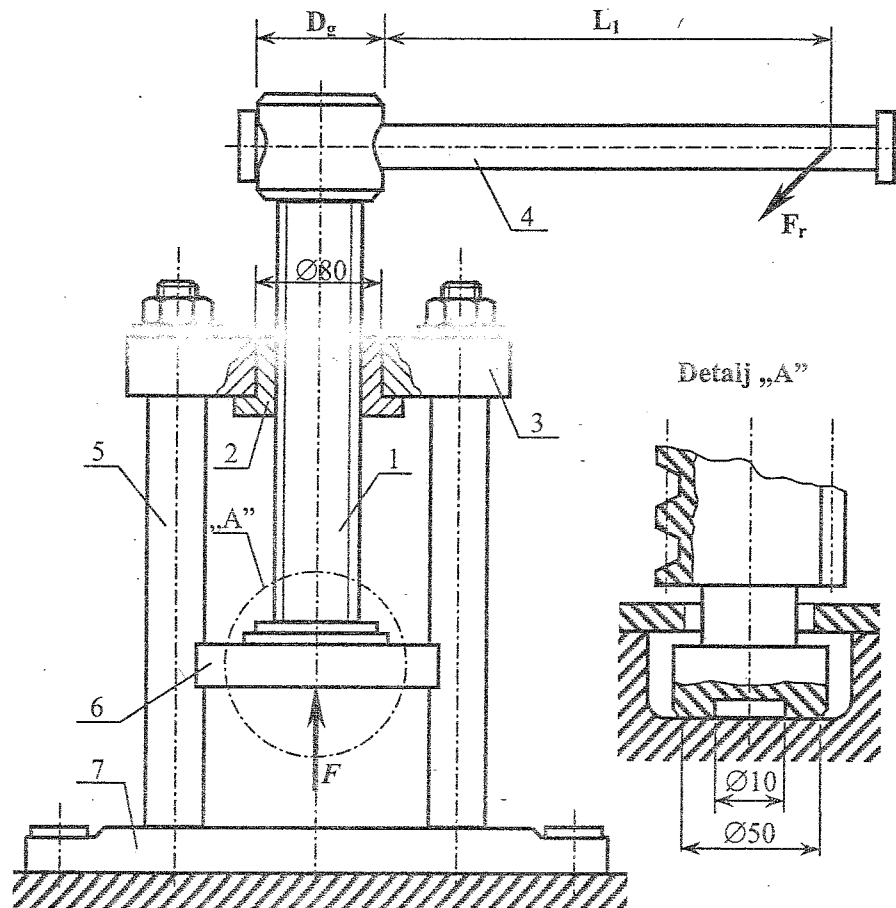
$$S_\sigma = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma} = \frac{64}{16,7} = 3,83$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{0,2}}{\tau_u} = \frac{51,2}{7,67} = 6,67$$

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{3,83 \cdot 6,67}{\sqrt{3,83^2 + 6,67^2}} = 3,32$$

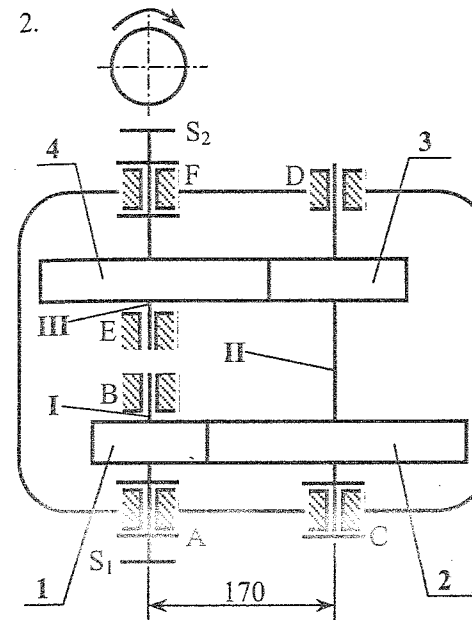
ZADATAK 10.

1.



Materijal: vretena Č 0545 $D_g = 80 \text{ mm};$ $L_1 = 1160 \text{ mm}$
 navrtke P.Cu Sn12

2.



$$z_1 = 18, \quad z_2 = 65,$$

$$m_n = 4 \text{ mm},$$

$$\alpha_n = 20^\circ, \quad x_1 = x_2 = 0,$$

$$\eta_{1-2} = 0,98$$

$$z_3 = 16, \quad z_4 = 51,$$

$$m_n = 5 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ,$$

$$x_3 + x_4 = 0,$$

$$\eta_{3-4} = 0,98$$

1. a) Odrediti: silu presovanja koja se može ostvariti ručnom presom sa navojnim vretenom ako se na krajeve ručice deluje silama $F_r = 600 \text{ N}$, stepen iskorišćenja u trenutku presovanja, kao i potreban broj obrtaja vretena da bi se ostvarilo aksijalno pomeranje vretena za 180 mm i to za dve varijante:

- navoj Tr 60 x 9 jednostruki
- navoj Tr 60 x 9 dvostruki

koeficijent trenja navojnog para $\mu_1 = 0,16$, a koeficijent trenja na dodirnoj površini oslanjanja vretena $\mu_2 = 0,15$. Zanemariti trenje između vodica (5) i klizača (6).

- b) Nacrtati dijagrame napadnog opterećenja vretena i proveriti čvrstoću vretena ispod i iznad navrtke (2) za nepovoljniju varijantu.
- c) Proveriti nosivost navojnog spoja ako je dužina nošenja navojnog spoja $l_n = 85 \text{ mm}$. Odrediti naleganje i grafički prikazati tolerancijska polja i dijagram tolerancije naleganja za vezu navrtke (2) i traverze (3) ostvarene u sistemu zajedničke unutrašnje mere na standardnoj temperaturi. Kvalitet tolerancije spoljne i unutrašnje mere je 8, a donje varijante odstupanje spoljne mere je $e_s = +146 \mu\text{m}$.

2. a) Za prikazani koaksijalni zupčasti reduktor odrediti: učestalost obrtanja, obrtni momenti i potrebnu snagu na ulaznoj spojnici S_1 da bi se na izlaznoj spojnici S_2 ostvario obrtni moment 6000 Nm pri $n = 20 \text{ min}^{-1}$. Odrediti i snagu koja se u prenosniku troši na savlađivanje otpora trenja.
- b) Odrediti intenzitet svih aktivnih sila koje deluju na vratilo II ovog prenosnika. Nacrtati šemu opterećenja, dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila, aza dati smer obrtanja, svih vratila.
- c) Izračunati meru preko zubaca zupčanika 1 i objasniti način njenog merenja.

REŠENJE:

1.

a) Podaci za trapezni navoj:

Tr 60 x 9 jednostruki – ugao nagiba navoja $\varphi_1 = 2,96^\circ$,

Tr 60 x 9 dvostruki – ugao nagiba navoja $\varphi_1 = 5,90^\circ$, a ostali podaci su:

$d_2 = 55,5 \text{ mm}$ – srednji prečnik navoja,

$d_1 = d_3 = 50,5 \text{ mm}$ – prečnik jezgra navoja,

$P = 9 \text{ mm}$ – korak navoja, $H_1 = 4 \text{ mm}$ – dubina nošenja navoja

$A_1 = A_3 = 2003 \text{ mm}^2$ – površina preseka jezgra navoja,

$\mu_1 = 1,035 \cdot \mu = 1,035 \cdot 0,16 = 0,1656$ – redukovani koeficijent trenja

$\rho_v = \arctg \mu_1 = \arctg 0,1656 = 9,40285^\circ \approx 9,4^\circ$ – redukovani ugao trenja

Obrtni moment koji se ostvaruje ručnom silom F_r delujući na ručicu:

$$M_o = T = F_r \cdot \ell_r = 600 \cdot 120 = 7200 \text{ daNcm}, \text{ gde je dužina ručice}$$

$$\ell_r = \ell_1 + \frac{D}{2} = 1160 + 40 = 1200 \text{ mm} = 120 \text{ cm}$$

Obrtnim momentom M_o ostvaren ručnom silom F_r delujući delujući na ručicu dužine ℓ_r potreban za ostvarenje presovanja i savlađivanje otpora trenja na dodirnim površinama navojnog spoja (moment navojnog dela vratila M_v) i obrtni moment za ostvarivanje otpora trenja na dodirnoj površini završetka vretena (prstenasta površina) i klizača (6) $M_\mu = M_n$.

$$M_o = M_v + M_\mu = F_r \cdot \frac{d_2}{2} \left[\text{tg}(\varphi + \rho_v) + \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu_2 \right],$$

gde je:

$$d_{sr} = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_s^3 - d_u^3}{d_s^2 - d_u^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5^3 - 1^3}{5^2 - 1^2} = \frac{31}{9} \text{ cm}; \quad \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu_2 = \frac{31}{9 \cdot 5,55} \cdot 0,15 = 0,0931$$

Sila presovanja koja se ostvaruje ručnom presom ima vrednosti:

$$F_p = \frac{2M_o}{d_2 \left[\text{tg}(\varphi + \rho_v) + \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu_2 \right]} = \frac{2 \cdot 7200}{5,55 [\text{tg}(\varphi + \rho_v) + 0,0931]} = \frac{2595}{\text{tg}(\varphi + \rho_v) + 0,0931}$$

➤ za navoj Tr 60 x 9 jednostruki – prva varijanta

$$F_{p1} = \frac{2595}{\text{tg}(\varphi_1 + \rho_v) + 0,0931} = \frac{2595}{\text{tg}(2,96^\circ + 9,4^\circ) + 0,0931} = \frac{2595}{0,3122} = 8311 \text{ daN}$$

➤ za navoj Tr 60 x 9 dvostruki – druga varijanta

$$F_{p2} = \frac{2595}{\text{tg}(\varphi_2 + \rho_v) + 0,0931} = \frac{2595}{\text{tg}(5,90^\circ + 9,4^\circ) + 0,0931} = \frac{2595}{0,3666} = 7077 \text{ daN}$$

Stepen iskorišćenja prese za prvu varijantu

$$\eta_1 = \frac{\text{tg} \varphi_1}{\text{tg}(\varphi_1 + \rho_v) + \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu_2} = \frac{\text{tg} 2,96^\circ}{0,21913 + 0,0931} = \frac{0,051707}{0,31233} = 0,1656$$

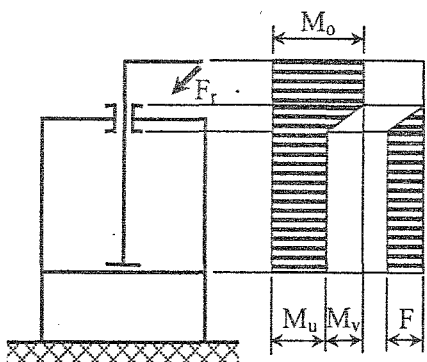
Stepen iskorišćenja prese za drugu varijantu

$$\eta_2 = \frac{\text{tg} \varphi_2}{\text{tg}(\varphi_2 + \rho_v) + \frac{d_{sr}}{d_2} \cdot \mu_2} = \frac{\text{tg} 5,9^\circ}{0,27356 + 0,0931} = \frac{0,10334}{0,3666} = 0,2818.$$

Potreban broj obrtaja vretena za njegovo aksijalno pomeranje $s = 180 \text{ mm}$ u obe varijante biće:

$$n_1 = \frac{s}{L_1} = \frac{s}{P} = 20 \text{ obrtaja}, \quad n_2 = \frac{s}{L_2} = \frac{s}{2P} = \frac{180}{2 \cdot 9} = 10 \text{ obrtaja}$$

b)



Kako je $F_{p1} > F_{p2}$ to je prva varijanta sa navojem **Tr 60 x 9** - jednostruki nepovoljnija, pa je sila F_{p1} merodavna za proveru čvrstoće vretena.

Naponsko stanje u vretenu **iznad navrtke:**

Normalni napon ne postoji tj. $\sigma = 0$.

Tangentni napon:

$$\tau = \frac{M_o}{W_o} = \frac{7200}{25,28} = 285 \text{ daN/cm}^2$$

gde je polarni otporni moment vretena $W_o = \frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{5,05^3 \pi}{16} = 25,28 \text{ cm}^3$

Podaci za Č 0545 (Tablice Mašinskih materijala, str. 15):

$$\sigma_{p,0,2} = \sigma_T = 28 \text{ daN/mm}^2; \quad \tau_T = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 28 = 22,4 \text{ daN/mm}^2$$

Naponsko stanje u vretenu **ispod navrtke:**

$$\text{Normalni napon: } \sigma = \frac{F_{p1}}{A_1} = \frac{8311}{2003} = 4,15 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{Tangentni napon: } \tau = \frac{M_\mu}{W_o} = \frac{2147}{25,28} = 85 \text{ daN/cm}^2 = 0,85 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{gde je: } M_\mu = F_{p1} \cdot \frac{d_w}{2} \cdot \mu_2 = 8311 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{31}{9} \cdot 0,15 = 2147 \text{ daNcm}$$

Odgovarajući stepen sigurnosti:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{28}{4,15} = 6,747; \quad S_\tau = \frac{\tau_T}{\tau} = \frac{22,4}{0,85} = 26,35.$$

Stepen sigurnosti pri ovako složenom naprezanju:

$$S = \frac{S_\tau \cdot S_\sigma}{\sqrt{S_\tau^2 + S_\sigma^2}} = \frac{6,747 \cdot 26,35}{\sqrt{6,747^2 + 26,35^2}} = \frac{177,783}{\sqrt{739,8445}} = 6,536.$$

c) Za aktivnu dužinu navojnog spoja (visina navrtke) $\ell_n = 85 \text{ mm}$, broj navojaka u dodiru $z_n = \frac{\ell_n}{P} = 9,44$.

Projekcije dodirne površine jednog navojka:

$$A \approx \pi d_2 \cdot H_1 = \pi \cdot 5,55 \cdot 0,4 = 6,974 \text{ cm}^2.$$

Srednje opterećenje jednog navojka:

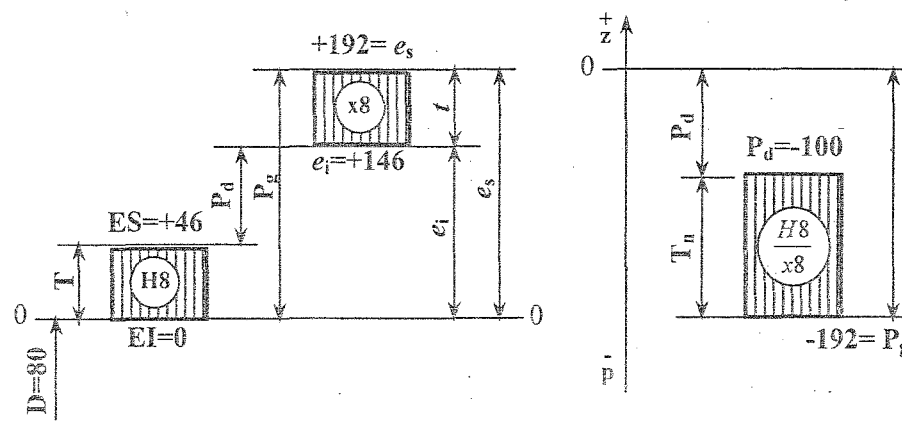
$$F_1 = \frac{F_{p1}}{z_n} = \frac{8311}{9,44} = 880 \text{ daN}.$$

Srednja vrednost površinskog pritiska na dodirnim površinama bokova navoja:

$$p = \frac{F_1}{A} = \frac{880}{6,974} = 126 \text{ daN/cm}^2 \leq p_{doz}$$

Dozvoljeni površinski pritisak navojka prenosnika kada je vreteno od čelika, a navrtka od bronzne sa dobrim podmazivanjem $p_{doz} = (175 \div 245) \text{ daN/cm}^2$.

Za nazivni prečnik $D = 80 \text{ mm}$ i sistem zajedničke unutrašnje mere tj. H, a kvalitet tolerancije spoljne i unutrašnje mere IT8, a donje nazivamo odstupanje spoljne mere $e_i = +146 \mu\text{m}$ imaćemo da je tolerancija unutrašnje mere za H8 $T = 46 \mu\text{m}$. Kako je i za spoljnu meru kvalitet tolerancije IT8, to će sobzirom na isti nazivni prečnik $D = 80 \text{ mm}$, tolerancija spoljne mere je takođe $t = 46 \mu\text{m}$, pa je gornje nazivno odstupanje spoljne mere $e_s = e_i + t$, odnosno $e_s = +146 + 46 = 192 \mu\text{m}$; ovome odgovara tolerancijsko polje x , pa konačno imamo naleganje **H8/x8**.



Najveći peklop: $P_g = D_d - d_g = EI - e_s = 0 - 192 = -192 \mu\text{m} = -0,192 \text{ mm}$

Najmanji peklop: $P_d = D_g - d_d = ES - e_i = 46 - 146 = -100 \mu\text{m} = -0,100 \text{ mm}$

Tolerancija otvora u traverzi:

$$T = D_g - D_d = ES - EI = 46 - 0 = 46 \mu\text{m} = 0,046 \text{ mm.}$$

Tolerancija spoljašnjeg prečnika navrtke:

$$t = d_g - d_d = e_s - e_i = 192 - 146 = 46 \mu\text{m} = 0,046 \text{ mm.}$$

Tolerancija naleganja: $T_n = T + t = 46 + 46 = 92 \mu\text{m} = 0,092 \text{ mm}$

$$T_n = P_d - P_g = -100 + 192 = 92 \mu\text{m} = 0,092 \text{ mm}$$

2. a) Radni prenosni odnos:

$$i_{1,2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{65}{18} = 3,611; \quad i_{3,4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{51}{16} = 3,1875$$

Ukupni radni prenosni odnos:

$$i_{uk} = i_{1,2} \cdot i_{3,4} = 3,611 \cdot 3,1875 = 11,51$$

Ukupni stepen iskorišćenja:

$$\eta_{uk} = \eta_{1,2} \cdot \eta_{3,4} = 0,98 \cdot 0,98 = 0,96$$

Učestanost obrtaja na ulaznoj spojnici:

$$n_{ul} = i_{uk} \cdot n_{izl} = 11,51 \cdot 20 = 230,2 \text{ min}^{-1} = 3,83 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni moment na ulaznoj spojnici:

$$M_{ul} = \frac{M_{izl}}{i_{uk} \cdot \eta_{uk}} = \frac{6000}{11,51 \cdot 0,96} = 543 \text{ Nm}$$

Ugaona brzina na ulaznoj spojnici:

$$\omega_{ul} = 2\pi \cdot n_{ul} = 2\pi \cdot 3,83 = 24,065 \text{ rad/s}$$

Potrebna snaga na ulaznoj spojnici:

$$P_{ul} = M_{ul} \cdot \omega_{ul} = 543 \cdot 24,065 = 13067 \text{ W} = 13,067 \text{ kW}$$

Snaga koja se u prenosniku troši na savlađivanje otpora trenja:

$$P_{tr} = P_{ul} (1 - \eta_{uk}) = 13067 \cdot (1 - 0,96) = 523 \text{ W} = 0,523 \text{ kW}$$

b) Prečnici kinematskih krugova zupčanika 1 i 4:

$$d_1 = \frac{2a_{1-2}}{1 + i_{1-2}} = \frac{2 \cdot 170}{1 + 3,6111} = 73,7367 \text{ mm,}$$

$$d_4 = 2a_{3-4} \frac{i_{3-4}}{1 + i_{3-4}} = 2 \cdot 170 \cdot \frac{3,1875}{1 + 3,1875} = 285,8060 \text{ mm}$$

Moduli zupčanika 1-2 i 3-4 za $x_1 = x_2 = 0$ i $x_3 = x_4 = 0$:

$$m_{1-2} = \frac{2a_{1-2}}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 170}{18 + 65} = 4,0964 \text{ mm,}$$

$$m_{3-4} = \frac{2a_{3-4}}{z_3 + z_4} = \frac{2 \cdot 170}{16 + 51} = 5,0746 \text{ mm.}$$

Ugao nagiba bočnih linija zupčanika 1-2 i 3-4:

$$\cos \beta_{o1-2} = \frac{m_{n1-2}}{m_{1-2}} = \frac{4}{4,0964} = 0,97646; \quad \beta_{o1-2} = 12,4546^\circ$$

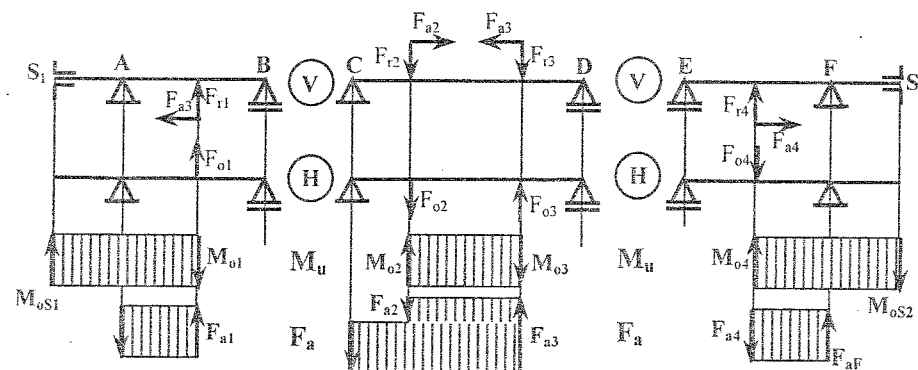
$$\cos \beta_{o3-4} = \frac{m_{n3-4}}{m_{3-4}} = \frac{5}{5,0746} = 0,98529; \quad \beta_{o3-4} = 9,8365^\circ$$

Ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve zupčanika 1-2 i 3-4:

$$\text{tg } \alpha_{oi-2} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{oi-2}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 12,4546^\circ} = 0,37274; \quad \alpha_{oi-2} = 20,4427^\circ$$

$$\text{tg } \alpha_{oi-4} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{oi-4}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 9,8365^\circ} = 0,36940; \quad \alpha_{oi-4} = 20,2744^\circ$$

Intenzitet aktivnih sila koje deluju na vratilo II:



$$F_{o1} = F_{o2} = \frac{2M_{ul}}{d_1} = \frac{2M_{o1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 543}{0,073735} = 14728 \text{ N;}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{o1} \cdot \text{tg } \alpha_{oi-2} = 14728 \cdot 0,37274 = 5490 \text{ N;}$$

$$F_{a1} = F_{a2} = F_{o1} \cdot \text{tg } \beta_{oi-2} = 14728 \cdot \text{tg } 12,4746 = 3253 \text{ N;}$$

$$F_{o3} = F_{o4} = \frac{2M_{oizl}}{d_4} = \frac{2M_{o4}}{d_4} = \frac{2 \cdot 6000}{0,2588} = 46368 \text{ N};$$

$$F_{r3} = F_{r4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{o3-4} = 46368 \cdot \operatorname{tg} 20,2744^\circ = 17128 \text{ N};$$

$$F_{a3} = F_{a4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \beta_{o3-4} = 46368 \cdot \operatorname{tg} 9,8365^\circ = 17128 \text{ N}.$$

e) Iz uslova da je $x = x_1 = x_2 = 0$, sledi $\alpha_x = \alpha_{o1-2} = 20,4427^\circ$:

U ovom slučaju merni broj zubaca:

$$z_w = \frac{z_1}{\pi} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos^2 \beta_o} - \operatorname{inv} \alpha_{o1-2} \right) + 0,5$$

$$z_w = \frac{18}{\pi} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} 20,4427^\circ}{\cos^2 12,4546^\circ} - \operatorname{inv} 20,4427^\circ \right) + 0,5 = 2,64$$

Prema tome merni broj zubača je $z_w = 3$.

U ovom slučaju ($x = 0$) mera preko zubača je:

$$W = m_n \cdot \cos \alpha_n [\pi(z_w - 0,5) + z_1 \cdot \operatorname{inv} \alpha_{o1-2}]$$

$$W = 4 \cdot \cos 20^\circ [\pi(3 - 0,5) + 18 \cdot \operatorname{inv} 20,4427^\circ] = 30,60 \text{ mm}$$

Kako je ovo zupčanik sa kosim zupcima, to je ovo merenje moguće samo kada širina zupčanika b zadovoljava uslov:

$$b > W \cdot \sin \beta_b$$

ZADATAK 11.

Dizalica za podizanje prednjeg dela automobila, nazivne nosivosti 20 t koja se pokreće elektromotorom (EM), sastoji se iz zupčastih parova (1-2; 3-4 i 3'-4'), dva navojna vretena 5 i 5' koje se oslanjaju na kotrljajne ležaje 6 i 6' i platforme (poprečne grede) 7. Poprečna greda – platforma 7 snabdevena je sa dva otvora koja zamenjuju navrtku. Svako navojno vreteno 5 i 5' istih su dimenzija

Tr 40 x 7 i podiže polovinu ukupnog tereta; redukovani koeficijent trenja u navojnom spoju je $\mu_v = 0,10$.

a) Odrediti potrebnu snagu i učestanost obrtanja pogonskog elektromotora, ako je brzina dizanja platforme (7) 2,835 m/min. Stepenn iskorišćenja svakog zupčastog para je $\eta = 0,98$, a elementi prenosioka imaju sledeće karakteristike:

$$z_1 = 20, \quad z_2 = 66, \quad m_n = 3 \text{ mm}, \quad a_{1-2} = 130,608 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ,$$

$$z_1 = z_3' = 18, \quad z_4 = z_4' = 40, \quad m = 5 \text{ mm}, \quad \alpha = 20^\circ; \quad b_{3-4} = b_{3'-4'} = 25 \text{ mm}$$

koeficijent pomeranja profila $x = 0$ za sve zupčanike.

- b) Odrediti intenzitete svih aktivnih sila koje deluju na vratilo II zupčanika 2, 3 i 3', nacrtati šemu opterećenja i dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila.
- c) Proveriti stepen sigurnosti navojnog vretena u preseku C-C. Materijal vretena Č 4721.
- d) Proveriti čvrstoću koničnog zupčanika 3, materijal Č 4130. Kvalitet tolerancije zubača 6, opterećenje bez udara.

REŠENJE:

1.

a) Podaci o navoju Tr 40 x 7 (T. 10, ME II, str. 194, S.V.):

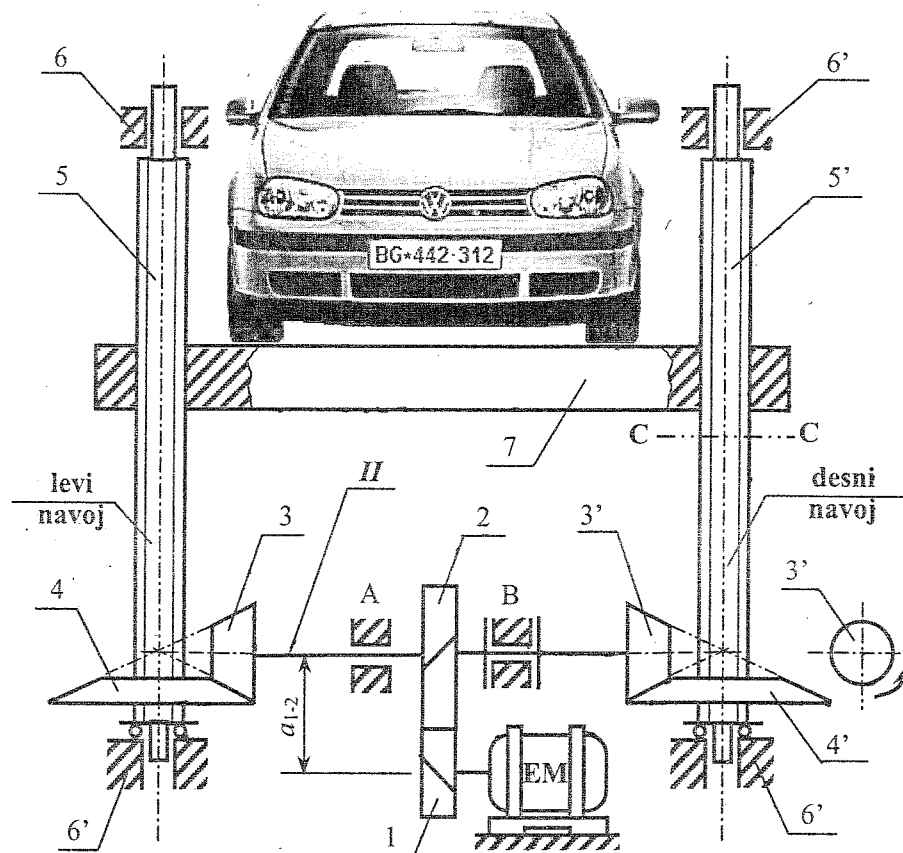
$$d_2 = 36,5 \text{ mm} - \text{srednji prečnik navoja}, \quad d_1 = 32,5 \text{ mm} \quad A_1 = 830 \text{ mm}^2$$

$$\varphi = 3,50 - \text{ugao nagiba navoja},$$

$$\rho_v = \operatorname{arctg} \mu_v = \operatorname{arctg} 0,10 = 6^\circ - \text{redukovani ugao trenja},$$

$$P = 7 \text{ mm} - \text{korak navoja}.$$

Ako se uzme u obzir da je ubrzanje zemljine teže $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ onda je



Obrtni moment na navojnom vretenu pri podizanju automobila:

$$M_o = F \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) = 10000 \cdot \frac{3,65}{2} \cdot \operatorname{tg}(3,5^\circ + 6^\circ) = 3054 \text{ daNcm}$$

Radni prenosni odnos:

$$i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{66}{20} = 3,3; \quad i'_{3-4} = i'_{3'-4'} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4'}{z_3'} = \frac{40}{18} = 2,222$$

Učestanost obrtaja navojnih vretena 5 i 5' odnosno zupčanika 4 i 4':

$$n_5 = n_{5'} = \frac{v}{L} = \frac{v}{1 \cdot P} = \frac{2835}{7} = 405 \text{ min}^{-1} = 6,75 \text{ s}^{-1} = n_4 = n_{4'} = 6,75 \text{ s}^{-1}$$

Odgovarajuće ugaone brzine:

$$\omega_5 = \omega_{5'} = \omega_4 = \omega_{4'} = 2\pi \cdot n_5 = 2\pi \cdot n_4 = 2\pi \cdot 6,75 = 42,11 \text{ rad/s}$$

Učestanost obrtaja vratila II, odnosno zupčanika 2, 3 i 3' koji su učvršćeni na njemu:

$$n_{II} = n_2 = n_3 = n_{3'} = i'_{3-4} \cdot n_4 = i'_{3'-4'} \cdot n_{4'} = 2,2222 \cdot 405 = 900 \text{ min}^{-1} = 15 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina vratila II:

$$\omega_{II} = \omega_2 = \omega_3 = \omega_{3'} = 2\pi \cdot n_{II} = 2\pi \cdot 15 = 94,248 \text{ rad/s}$$

Učestanost obrtaja zupčanika 1, odnosno elektromotora:

$$n_1 = n_{EM} = i'_{1-2} \cdot n_{II} = i'_{1-2} \cdot n_2 = i'_{1-2} \cdot n_3 = i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot n_5 = 3,3 \cdot 2,2222 \cdot 405 = 2970 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina zupčanika 1, odnosno elektromotora:

$$\omega_1 = \omega_{EM} = 2\pi \cdot n_1 = 2\pi \cdot n_{EM} = 2\pi \cdot 50 = 314,16 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni momenti na navojnim vretenima 5 i 5' i zupčanika 4 i 4':

$$M_{o5} = M_{o5'} = M_{o4} = M_{o4'} = M_o = 3054 \text{ daNcm},$$

$$M_{o3} = \frac{M_{o4}}{i'_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{3054}{2,2222 \cdot 0,98} = 1402,3 \text{ daNcm} = M_{o3'}$$

$$M_{o2} = M_{o3} + M_{o3'} = 2 \cdot 1402,3 = 2805 \text{ daNcm};$$

$$M_{o1} = M_{EM} = \frac{M_{o2}}{i'_{1-2} \cdot \eta_{1-2}} = \frac{2805}{3,3 \cdot 0,98} = 867 \text{ daNcm} = 86,7 \text{ Nm}.$$

Potrebna snaga elektromotora:

$$P_1 = P_{EM} = M_{EM} \cdot \omega_{EM} = 86,7 \cdot 314,16 = 27238 \text{ W} = 27,24 \text{ kW}.$$

b) Šema opterećenja vratila II:

Parametri zupčanika 3: uglovi kinematskih konusa:

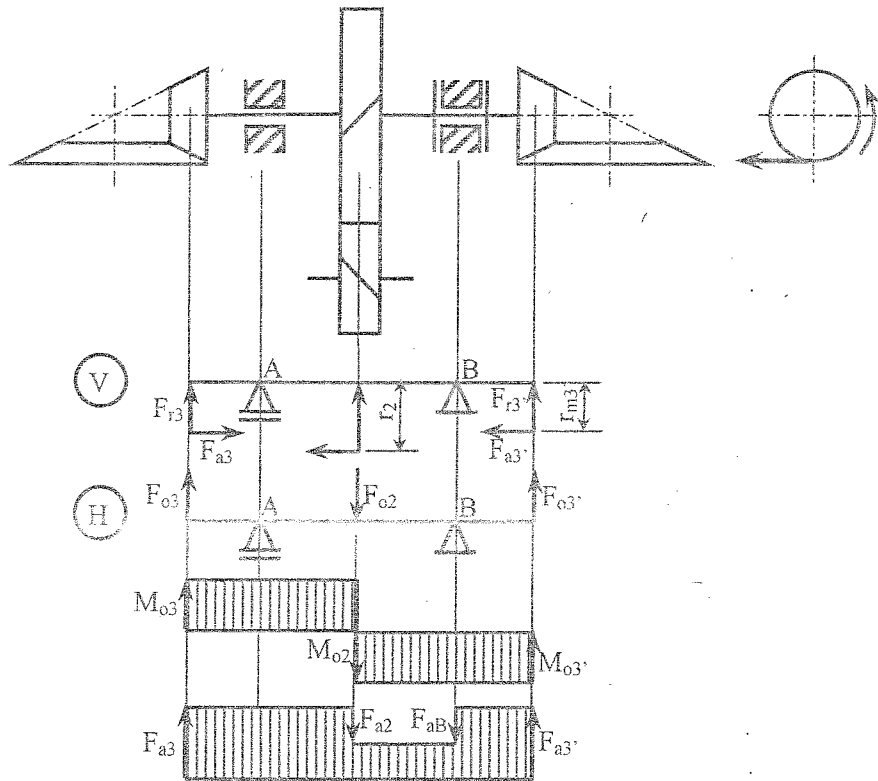
$$\operatorname{tg} \delta_3 = \frac{1}{i_{3-4}} = \frac{18}{40} = 0,450; \quad \delta_3 = 24^\circ 14' \quad \delta_4 = 90 - \delta_3 = 65^\circ 46'$$

Prečnik srednjeg kinematskog kruga malog koničnog zupčanika 3:

$$d_{m3} = m \cdot z_3 - b \cdot \sin \delta_3 = 5 \cdot 18 - 25 \cdot \sin 24^\circ 14' = 80 \text{ mm}$$

Prečnik kinematskog kruga zupčanika 2:

$$d_2 = d_{o2} = \frac{m_{n2}}{\cos \beta_o} \cdot z_2 = \frac{3}{\cos 9^\circ} \cdot 66 = 200 \text{ mm}$$



gde je:

$$\cos \beta_{o(1-2)} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a_{1-2}} = \frac{3(20 + 66)}{2 \cdot 130,608} = 0,98768; \quad \beta_{o1-2} = 9^\circ.$$

Ugao nagiba osnovne zupčaste letve α_{o1-2} :

$$\operatorname{tg} \alpha_{o1-2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o1-2}} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 9^\circ} = \frac{0,35397}{0,98768} = 0,36851$$

$$\alpha_{o1-2} = 20,2293^\circ \text{ kako je } x_1 = x_2 = 0 \text{ to je } \alpha_{o1-2} = \alpha_{1-2}$$

Obimne sile na zupčaniku 2, 3 i 3':

$$F_{a2} = \frac{2M_{o2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 2805}{20} = 280,5 \text{ daN} \approx 280 \text{ daN};$$

$$F_{o3} = F_{o3'} = \frac{2M_{o3}}{d_{m3}} = \frac{2 \cdot 1402}{8} = 350,5 \text{ daN} \approx 350 \text{ daN}.$$

Radijalne sile:

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2} = 280 \cdot \operatorname{tg} 20,2293^\circ = 103 \text{ daN}$$

$$F_{r3} = F_{r3'} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_3 = 350 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 24,2277^\circ = 116 \text{ daN}$$

Aksijalne sile:

$$F_{a2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2} = 280 \cdot \operatorname{tg} 20,2293^\circ = 103 \text{ daN}$$

$$F_{a3} = F_{a3'} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_3 = 350 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 24,2277^\circ = 52 \text{ daN}.$$

gde je: $\alpha_0 = 20^\circ$ – ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve

$\delta_3 = 24,2277^\circ$ i $\delta_4 = 65,7723^\circ$ – uglovi kinematskih konusa.

c) Polarni otporni moment preseka jezgra vretena:

$$W_o = \frac{d_1^3 \pi}{16} = \frac{3,25^3 \pi}{16} = 6,74 \text{ cm}^3$$

Radni naponi u merodavnom poprečnom preseku vretena:

$$\sigma = \frac{F}{A_1} = \frac{10000}{3,33} = 3030 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau = \frac{M_{o5}}{W_o} = \frac{3054}{6,74} = 453 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti navojnog vretena izrađenog od čelika Č 4721 ($\sigma_T = \sigma_{o0,2} = 70 \text{ daN/mm}^2$) protiv plastičnih deformacija na osnovu komponentalnih napona:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{p0,2}}{\sigma} = \frac{7000}{1204} = 5,81$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{0,2}}{\tau} = \frac{0,8 \cdot \sigma_{p0,2}}{\tau} = \frac{5600}{453} = 12,36$$

Ukupni stepen sigurnosti protiv plastičnih deformacija usled složenog naprezanja:

$$S = \frac{S_\tau \cdot S_\sigma}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{5,81 \cdot 12,36}{\sqrt{5,81^2 + 12,36^2}} = \frac{71,81}{\sqrt{186,53}} = 5,26$$

d) **Obimna brzina na prečniku srednjeg kinematskog kruga zupčanika 3:**

$$v_3 = \frac{d_{m3} \cdot \omega_3}{2} = \frac{0,08 \cdot 94,248}{2} = 3,77 \text{ m/s}$$

Faktor dinamičkog opterećenja:

$$K_v = K_{v\alpha} = 1 + 0,06\lambda = 1 + 0,06 \cdot 0,6786 = 1,041$$

gde je $\lambda = \frac{v_3 \cdot z_3}{100} = \frac{3,77 \cdot 18}{100} = 0,6786$

Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira:

$$K_\beta = 1,15 + 0,18 \cdot \varphi^2 + 0,30 \frac{b}{b_o} = 1,15 + 0,18 \cdot 0,3125^2 + 0,30 \frac{25}{1000} = 1,175$$

pri čemu je: $\varphi = \frac{b}{b_{m3}} = \frac{25}{80} = 0,3125$

Faktor neravnomernosti opterećenja prenosioca $K_A = 1$. Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, pretpostavlja se da je $K_\alpha = 1$.

Opšti faktor opterećenja zubaca biće:

$$K = K_A \cdot K_v \cdot K_\alpha \cdot K_\beta = 1 \cdot 1,041 \cdot 1 \cdot 1,175 = 1,223.$$

Faktor oblika bokova spregnutih zubaca koničnog zupčastog para sa pravim zupcima:

$$Z_H^2 = \frac{2}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 6,223.$$

Karakteristike materijala Č 4130 poboljšan:

➤ dinamička čvrstoća bokova: $\sigma_{DH} = 69 \text{ daN/mm}^2 = 6900 \text{ daN/cm}^2$

➤ dinamička čvrstoća podnožja: $\sigma_{DF} = 53 \text{ daN/mm}^2 = 5300 \text{ daN/cm}^2$

Koeficijent elastičnosti materijala spregnutih zupčanika:

$$Z_E^2 = 360 \cdot 10^3 \text{ daN/cm}^2$$

Redukovana kontektna dinamička čvrstoća biće:

$$k_D = \frac{\sigma_{DH}^2}{Z_E^2} = \frac{(69 \cdot 10^2)^2}{360 \cdot 10^3} = \frac{4761}{36} = 132,25 \text{ daN/cm}^2$$

Redukovani dodirni pritisak:

$$k = K \frac{F_{o3}}{b \cdot d_{m3}} \cdot \frac{\sqrt{1+i_{3-4}^2}}{i_{3-4}} \cdot Z_H^2 = 1,223 \frac{350}{2,5 \cdot 8} \cdot \frac{\sqrt{1+2,22^2}}{2,22} \cdot 6,223 = 146 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti bokova zubaca protiv površinskog razaranja usled zamaranja sledi iz osnovne definicije:

$$S = \frac{F_{DH}}{F} = \frac{\sigma_{DH}^2}{\sigma_H^2} = \frac{k_D}{k} = \frac{132,25}{146} = 0,9 < 1,5.$$

Srednji modul: $m_m = \frac{d_{m3}}{z_3} = \frac{80}{18} = 4,444 \text{ mm}$, a ekvivalentni broj zubaca

$$z_{n3} = \frac{z_3}{\cos \beta_3} = \frac{18}{\cos 24,333} = 19,755; \quad z_{n3} = 20$$

Faktor oblika zubaca: $Y_F = 2,91$ i $z_n = 20$; $x = 0$

Faktor korekcije napona: $Y_S = 1,60$ i $z_n = 20$; $x = 0$

Faktor kraka sile: $Y_E = 1$.

Opšti faktor napona: $Y = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_E = 2,91 \cdot 1,60 \cdot 1 = 4,656$

Normalni radni napon u podnožju zupca:

$$\sigma = \frac{F_{o3}}{b \cdot m_n} \cdot K \cdot Y = \frac{350}{25 \cdot 4,4444} \cdot 1,207 \cdot 4,656 = 17,7 \text{ daN/mm}^2$$

Stepen sigurnosti protiv loma zubaca:

$$S = \frac{\sigma_{DF}}{\sigma} = \frac{53}{17,7} = 3.$$

ZADATAK 12.

Kretanje mostovskog kрана ostvaruje se elektromotorom (EM) preko prenosnika (P) međuvratila V_1 i V_2 i zupčastih parova 5-6, 5' i 6' prema datoj skici. Veza vratila sa izlaznim vratilom prenosnika i vretena zupčanika 5 i 5' je zglobna. Zupčanici 6 i 6' su čvrsto vezani sa točkovima pomoću 6 vijaka prema slici. Brzina kretanja mostovskog kрана je $v = 0,9425$ m/s i otpor kretanja na obimu svakog pogonskog točka $F_T = 200$ daN.

Podaci o zupčanicima:

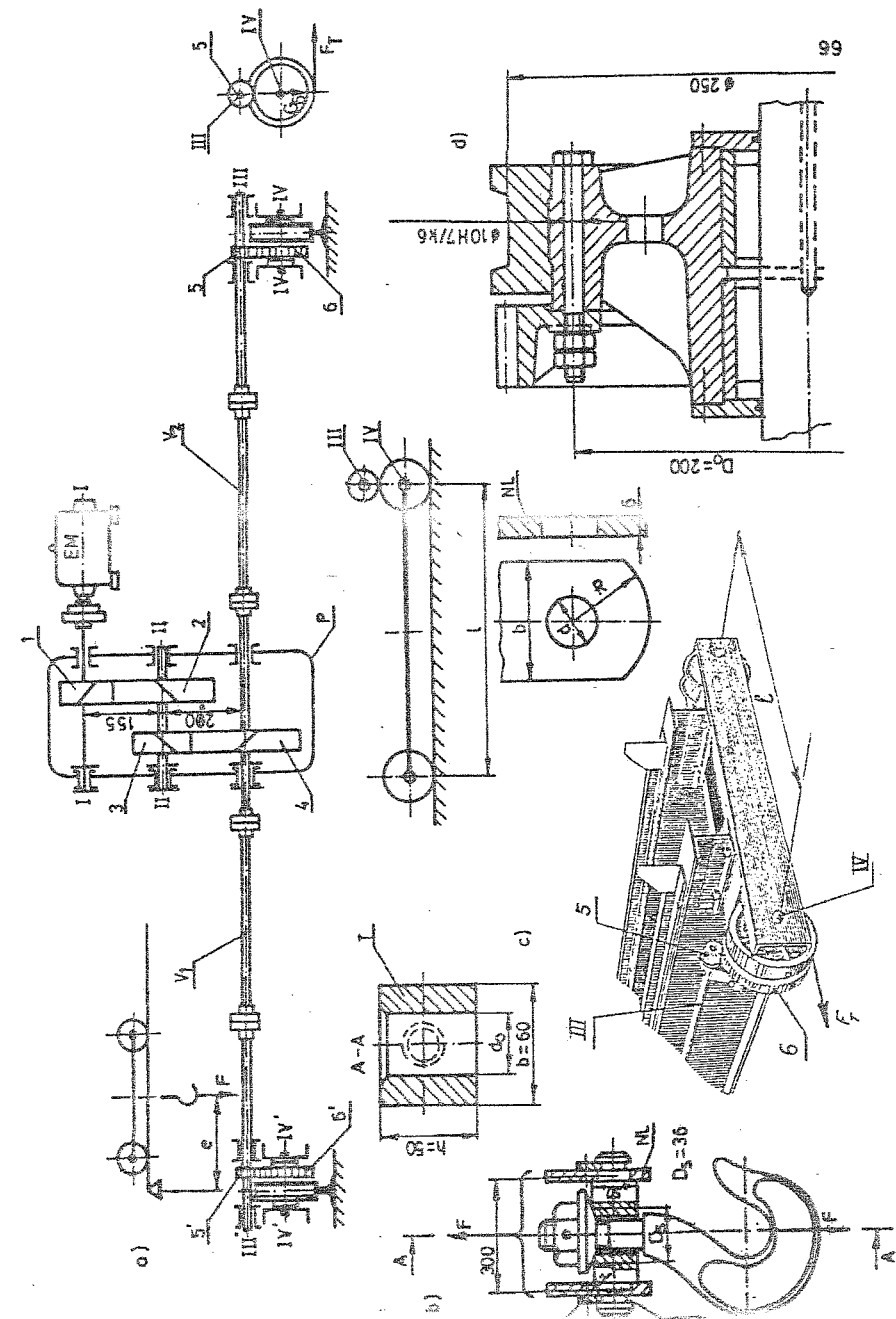
$z_1 = 22$; $z_2 = 49$; $x_1 = x_2 = 0$; $m_n = 4$ mm; $a_{1-2} = 150$ mm $\alpha_n = 20^\circ$; $b = 60$ mm;

$z_3 = 21$; $z_4 = 56$; $x_3 = x_4 = 0$; $m_n = 5$ mm; $a_{3-4} = 200$ mm $\alpha_n = 20^\circ$; $b = 60$ mm;

$z_5 = z_5' = 33$; $z_6 = z_6' = 61$; $m_n = 4$ mm; $a_{5-6} = a_{5'-6'} = 185$ mm; $\alpha_n = 20^\circ$;

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_{5'} = \beta_{6'} = 0^\circ.$$

1. Odrediti učestanost obrtanja, snagu i obrtni moment elektromotora, ako je stepen iskorišćenja svakog zupčastog para 0,98.
2. Dati šeme opterećenja vratila i dijagrame momenata uvijanja izlaznog vratila prenosnika, međuvratila V_1 i V_2 i vratila zupčanika 5 i 5' i odrediti intenzitete aktivnih sila koje napadaju pomenuta vratila, za smer kretanja mostovskog kрана koji odgovara naznačenom otporu kretanja.
3. Odrediti koeficijent pomeranja profila zupčanika 6, ako je koeficijent pomeranja profila zupčanika 5 $x_5 = 0,70$.
4. Dimenzionisati navojni deo kuke (trapezni navoj) i odrediti visinu čelične navrtke, tako da stepen sigurnosti ne bude manji od 5, a pritisak na navojnom spoju ne bude veći od 150 daN/cm². Nosivost dizalice je 1500 daN. Materijal kuke Č 0545.
5. Proveriti stepen sigurnosti nosača lima (NL) u preseku B-B i traverze T (nosača kuke) čiji je poprečni presek 50×60 mm i rukavca traverze. Materijal traverze T (nosača kuke) Č 0545. Prečnik otvora za vrat kuke je 26 mm. Materijal nosećih limova Č 0361 čiji je napon na granici tečenja $\sigma_T = R_e = 24$ daN/mm².
6. Izvršiti izbor kotrljajnog ležaja kuke, postavljenog umesto kliznog ležaja između navrtke i traverze T (nosač kuke) ako se plastične deformacije ležaja na mestima kontakta zanemaruju.



REŠENJE:

1. Radni i kinematski prenosni odnosi : $i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{49}{22} = 2,2273$;

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{56}{21} = 2,6667 ; \quad i'_{5-6} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{61}{30} = 2,0333 = i'_{5'-6'}$$

Ukupni radni prenosni odnos:

$$i' = i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{5-6} = 2,2273 \cdot 2,6667 \cdot 2,0333 = 12,07687$$

Brzina kretanja mostovskog kрана je ujedno i obimna brzina pogonskog točka:

$$v_T = 0,9425 \text{ m/s} = 56,55 \text{ m/min.}$$

Broj obrtaja pogonskog točka:

$$n_T = \frac{v_T}{\pi \cdot D_T} = \frac{0,9425}{\pi \cdot 0,250} = 1,2 \text{ s}^{-1} = 72 \text{ min}^{-1}$$

Učestanost obrtanja elektromotora

$$n_{EM} = n_T \cdot i' = n_6 \cdot i' = 72 \cdot 12,07687 = 869,528 \text{ min}^{-1} = 14,492 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina elektromotora

$$\omega_{EM} = 2\pi \cdot n_{EM} = 2\pi \cdot 14,492 = 91,056 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni moment koji opterećuje pogonski točak:

$$M_{oT} = F_T \cdot \frac{D_T}{2} = 200 \cdot \frac{25}{2} = 2500 \text{ daNcm} = M_{o6} = 250 \text{ Nm.}$$

Obrtni momenti koji opterećuju odgovarajuće zupčanike:

$$M_{o5} = \frac{M_{o6}}{i'_{5-6} \cdot \eta_{5-6}} = \frac{2500}{2,0333 \cdot 0,98} = 1254,60 \text{ daNcm} ;$$

$$M_{o4} = 2M_{o5} = 2 \cdot 1254,60 = 2509,2 \text{ daNcm} ;$$

$$M_{o1} = M_{oEM} = \frac{M_{o4}}{i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot \eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{2509,2}{2,2273 \cdot 2,6667 \cdot 0,98^2} = 439,89 \text{ daNcm} = 43,989 \text{ Nm}$$

Potrebna snaga elektromotora*:

$$P_\lambda = P_{EM} = M_{oEM} \cdot \omega_{EM} = 43,989 \cdot 91,056 = 4005,5 \text{ W} \approx 4 \text{ kW}$$

Ugaona brzina pogonskog točka:

$$\omega_T = 2\pi \cdot n_T = 2\pi \cdot 1,2 = 7,54 \text{ s}^{-1}$$

Snaga pogonskog točka:

$$P_T = M_{oT} \cdot \omega_T = 250 \cdot 7,54 = 1885 \text{ W}$$

2. Ugao nagiba bočnih linija zubaca $\beta_{o(3-4)}$ zupčanika 3 i 4:

$$\cos \beta_{o(3-4)} = \frac{m_n (z_3 + z_4)}{2 \cdot a_{3-4}} = \frac{5(21+56)}{2 \cdot 200} = \frac{385}{400} = 0,9625 \Rightarrow \beta_{o(3-4)} = 15,7406^\circ$$

gde je $a_{3-4} = 200 \text{ mm}$ – osno rastojanje zupčanika 3-4.

Ugao nagibaosnovne zupčaste letve α_o za zupčasti par 3 i 4, $\alpha_{o(3-4)}$, kada je $x_3 = x_4 = 0$

$$\text{tg } \alpha_{o(3-4)} = \text{tg } \alpha_{3-4} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{o(3-4)}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 15,7406} = 0,37815 ;$$

$$\alpha_{o(3-4)} = 20,7141^\circ = \alpha_{3-4}$$

Prečnici kinematskih krugova zupčanika 3 i 4

$$d_4 = d_{o4} = m \cdot z_4 = \frac{m_n \cdot z_4}{\cos \beta_{o(3-4)}} = \frac{5 \cdot 56}{\cos 15,7406} = \frac{280}{0,9625} = 290,9091 \text{ mm}$$

$$d_3 = \frac{d_4}{i'_{3-4}} = \frac{21}{56} \cdot 290,9091 = 109,0909 \text{ mm}$$

Prečnici kinematskih krugova 5 i 5':

$$d_{o5} = d_{o5'} = m \cdot z_5 = 4 \cdot 30 = 120 \text{ mm}$$

$$d_5 = d_{5'} = m \cdot z_5 = \frac{2a_{5-6}}{i'_{5-6} + 1} = \frac{2 \cdot 185}{3,03333} = 121,978 \text{ mm}$$

Ugao dodirnice $\alpha_{5-6} = \alpha_{5'-6'}$ zupčanika 5-6 i 5'-6':

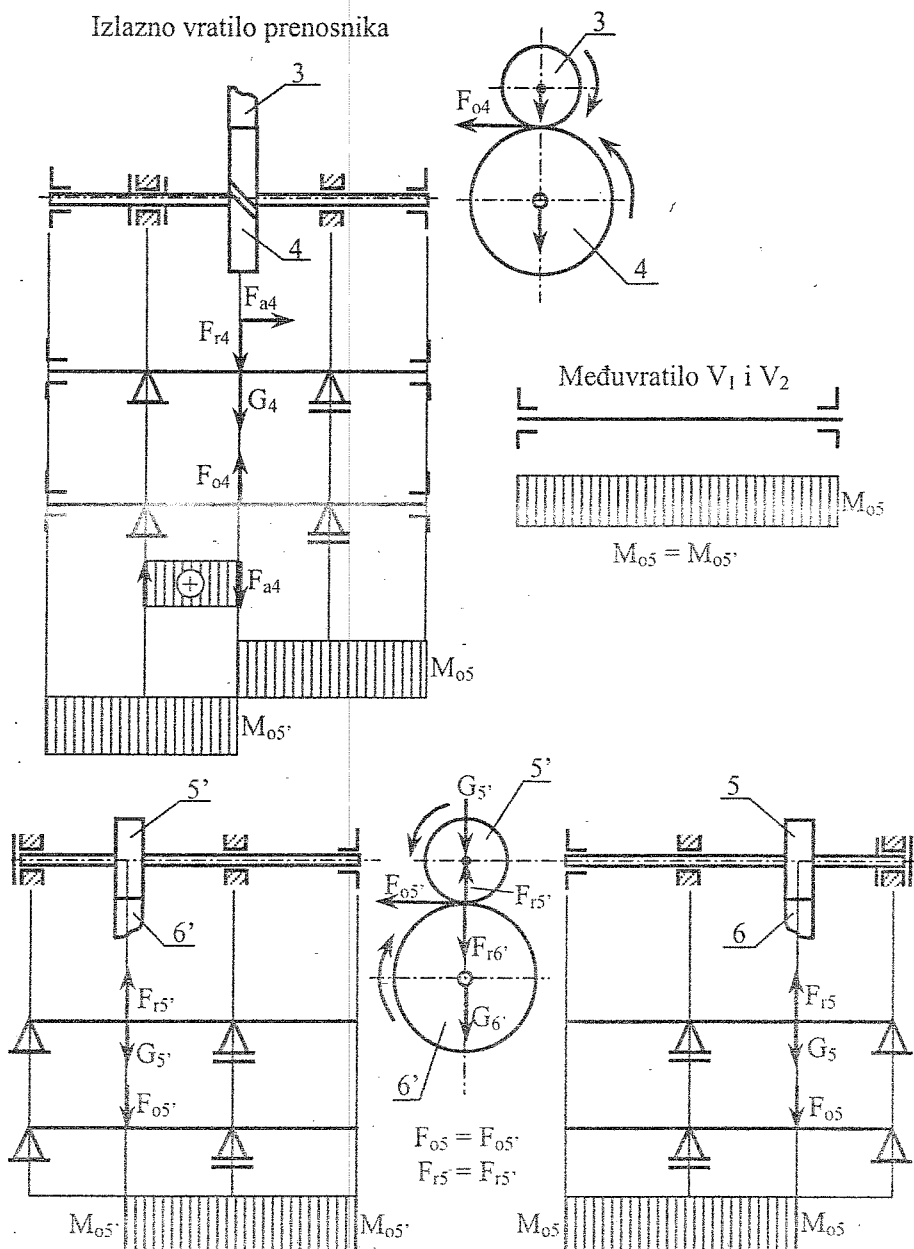
$$\cos \alpha_{5-6} = \frac{m(z_5 + z_6)}{2 \cdot a_{5-6}} \cdot \cos \alpha_{o(5-6)} = \frac{4(30+61)}{2 \cdot 185} \cdot \cos 20^\circ = 0,92445, \alpha_{(5-6)} = 22,4137^\circ$$

* Koristeći poznate veze između glavnih karakteristika prenosnika, do potrebne snage elektromotora se moglo doći i na sledeći način:

Potrebna snaga elektromotora:

$$P_{EM} = \frac{2P_T}{\eta_{5-6} \cdot \eta_{3-4} \cdot \eta_{1-2}} = \frac{2P_T}{\eta^3} = \frac{2 \cdot 1885}{0,98^3} = 4005,5 \text{ W} \approx 4 \text{ kW}$$

Izlazno vratilo prenosnika



Obimna, radijalna i aksijalna komponenta sile na zupčaniku 4:

$$F_{o4} = \frac{2M_{o4}}{d_4} = \frac{2 \cdot 2509,2}{29,09091} = 172,5 \text{ daN} = 1725 \text{ N};$$

$$F_{r4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{o(3-4)} = 1725 \cdot \operatorname{tg} 20,7141^\circ = 65,2 \text{ daN} = 652 \text{ N};$$

$$F_{a4} = F_{o4} \cdot \operatorname{tg} \beta_{o(3-4)} = 172,5 \cdot \operatorname{tg} 22,4137^\circ = 48,6 \text{ daN} = 486 \text{ N}.$$

Obimna i radijalna komponenta sile za zupčanike 5 i 5':

$$F_{o5} = \frac{2M_{o5}}{d_2} = \frac{2 \cdot 1254,6}{12,1978} = 205,7 \text{ daN} = 2057 \text{ N} = F_{o5'};$$

$$F_{r5} = F_{o5} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{5-6} = 205,7 \cdot \operatorname{tg} 22,4137^\circ = 8,5 \text{ daN} = 85 \text{ N} = F_{r5'};$$

$$F_{a5} = 0 \text{ jer je } \beta_5 = 0.$$

šema opterećenja vratila i dijagrami uvijanja izlaznog vratila prenosnika, međuvratila V_1 i V_2 i vratila na kojima se nalaze zupčanici 5 i 5'.

3. Koeficijent pomeranja profila zupčanika 6 odrediće se iz zbira koeficijenata pomeranja profila:

$$\begin{aligned} x_5 + x_6 &= (\operatorname{inv} \alpha_{5-6} - \operatorname{inv} \alpha_{o5-6}) \frac{z_5 + z_6}{2 \operatorname{tg} \alpha_{o5-6}} = (\operatorname{inv} 22,4137^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ) \frac{30 + 61}{2 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = \\ &= (0,02126 - 0,01490) \frac{91}{2 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = 0,79 \end{aligned}$$

$$x_6 = 0,79 - x_5 = 0,79 - 0,7 = 0,09.$$

Zbir pomeranja profila:

$$m(x_5 + x_6) = 4 \cdot 0,79 = 3,16 \text{ mm}.$$

4. Dozvoljeni napon

$$\sigma_{doz} = \frac{\sigma_T}{S} = \frac{2900}{5} = 580 \text{ daN/cm}^2.$$

Gde je $\sigma_T = 2900 \text{ daN/cm}^2$ napon na granici tečenja za Č 0545.

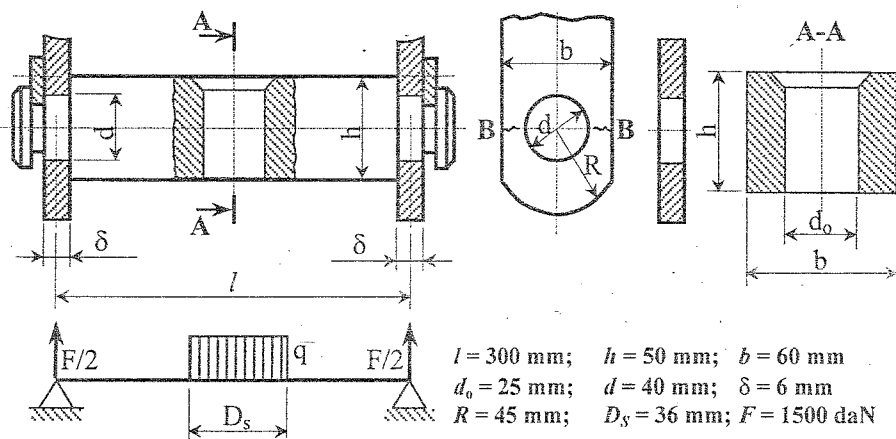
Potrebni presek jezgra navoja:

$$A_1 = A_3 = \frac{F}{\sigma_{doz}} = \frac{1500}{580} = 2,58 \text{ cm}^2 = 258 \text{ mm}^2$$

Ovome odgovara iz tablice za nazivne mere trapeznog normalnog navoja prvi veći trapezni nvoaj Tr 24 x 5 sledećih parametara: $A_1 = A_3 = 269 \text{ mm}^2$; $d_2 = 21,5 \text{ mm}$; $P = 5 \text{ mm}$; $H_1 = 2 \text{ mm}$.

Visina čelične navrtke – dužina navojnog spoja:

$$\ell_n = Z_n \cdot P = \frac{F \cdot P}{d_2 \cdot \pi \cdot H_1 \cdot p_{doz}} = \frac{1500 \cdot 0,5}{2,15 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 150} = 3,7 \text{ cm} = 37 \text{ mm}$$



Maksimalni moment savijanja u sredini raspona traverze:

$$M_{S_{max}} = \frac{F}{2} \cdot \frac{\ell}{2} - \frac{F}{2} \cdot \frac{D_s}{4} (\ell - 0,5 \cdot D_s) = \frac{1500}{4} (30 - 0,5 \cdot 3,6) = 10575 \text{ Ncm}$$

gde je: D_s – srednji prečnik prstena aksijalnog ležaja.

Otporni moment preseka (A – A) traverze na sredini raspona:

$$W \approx \frac{1}{6} (b - d_o) h^2 = \frac{1}{6} (6 - 2,6) 5^2 = 14,17 \text{ cm}^3$$

Normalni napon od maksimalnog momenta savijanja na sredini raspona traverze je:

$$\sigma_s = \frac{M_{S_{max}}}{W} = \frac{10575}{14,17} = 746 \text{ daN/cm}^2.$$

Stepen sigurnosti:

$$S = \frac{\sigma_{Ts}}{\sigma_s} = \frac{1,2 \cdot \sigma_T}{\sigma_s} = \frac{1,2 \cdot 2900}{746} = 4,65 > 3$$

Maksimalni moment savijanja na kraju rukavca traverze je:

$$M_s = \frac{F}{2} \cdot \frac{\delta}{2} = \frac{1500}{2} \cdot \frac{6}{2} = 2250 \text{ daNmm} = 225 \text{ daNcm}$$

Prema tome, napon od savijanja je:

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W} = \frac{F \cdot \delta}{2} \cdot \frac{32}{\pi d^3} = \frac{1500 \cdot 0,6}{2} \cdot \frac{32}{\pi \cdot 4^3} = 72 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti

$$S = \frac{\sigma_{Ts}}{\sigma_s} = \frac{1,2 \cdot \sigma_T}{\sigma_s} = \frac{1,2 \cdot 2900}{72} = 48,3$$

Površinski pritisak između limova i rukavca traverze je:

$$p = \frac{F}{2 \cdot d \cdot \delta} = \frac{1500}{2 \cdot 4 \cdot 1} = 187,5 \text{ daN/cm}^2 < p_{doz}$$

Dozvoljeni površinski pritisak na ovome mestu je $800 \div 1200 \text{ daN/cm}^2$. U ovim obrascima δ je debljina nosećih limova, a ujedno je to i dužina rukavca traverze.

Normalni napon od zatezanja nosećih limova u preseku B – B je:

$$\sigma_z = \frac{F}{2(b-d) \cdot \delta} = \frac{1500}{2(6-4) \cdot 0,6} = 625 \text{ daN/cm}^2$$

Stepen sigurnosti:

$$S = \frac{\sigma_T}{\sigma_z} = \frac{R_e}{\sigma_z} = \frac{2400}{624} = 3,84$$

6. Kako se radi o statičkom opterećenju kuke (u jednom smeru) od 1500 daN, to se bira ležaj koji prenosi čisto aksijalno opterećenje prema statičkoj nosivosti C_o tako da C_o bude veće od opterećenja, odnosno nosivosti kuke. Datoj nosivosti kuke $F = 1500 \text{ daN}$ i nazivnom prečniku vrata kuke $d_v = 24 \text{ mm}$ odgovara kolutni kuglični jednoređni jednosmerni ležaj 51105 (stara oznaka 25TA11) sa $C_o = 2900 \text{ daN}$ i 51205 (stara oznaka 25TA12) sa $C_o = 4000 \text{ daN}$.

ZADATAK 13.

1. Dvostepeni zupčasti prenosnik sa jednim ulaznim i jednim izlaznim vratilom, čije su ose međusobno upravne, sastoji se od jednog pužnog para ($z_1 = 1$, $z_2 = 28$, $m = 6$ mm, $x = 0$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\mu = 0,03$, $a = 120$ mm, puž levi) i jednog cilindričnog para ($\beta > 0$, $x_3 = 0,2$, $m_n = 3,5$ mm, $z_3 = 18$, $z_4 = 50$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\eta = 0,98$).

Pogonska mašina je el. motor snage 9 kW i učestanosti obrtanja 980 min^{-1} .

Na ulaznom i izlaznom vratilu zupčanici su simetrično postavljeni u odnosu na oslonce vratila. Sva vratila prenosnika su statički određena. Spoj vratila el. motora i ulaznog vratila prenosnika (vratilo puža) ostvaren je pomoću krute spojnice sa obodima (tzv. prirubna spojnica). Obodi ove spojnice spojeni su pomoću četiri nepodešena zavrtnja M12, koji su ravnomerno raspoređeni na krugu prečnika 120 mm.

- a) Formirati – šematski prikazati (ulazne i izlazne spojnice i vratila, zupčaste parove i oslonce) dvostepeni zupčasti prenosnik, tako da pri „potpunom” iskorišćenju snage el. motora, obrtni moment na izlaznoj spojnici bude 7,2 puta veći od obrtnog momenta na ulaznoj spojnici. Odrediti učestanost obrtanja na izlaznoj spojnici.
- b) Za formirani zupčasti prenosnik odrediti ugao nagiba (na podeonom cilindru) i smer zavojnice kod cilindričnog zupčastog para, tako da oslonci srednjeg vratila prenosnika nose samo radialna opterećenja. Prikazati šemu opterećenja i dijagram momenata uvijanja i aksijalnih sila za ovo vratilo. Smer obrtanja ulaznog vratila odgovara smeru obrtanja kazaljke na satu.
- c) Odrediti odnos nominalnih vrednosti napona usled savijanja u podnožju zubaca zupčanika 3 i 4.
- d) Proveriti zapreminsku čvrstoću nepodešenih zavrtnja koji spajaju obode krute spojnice i odrediti potreban moment pritezanja ako su: koeficijent trenja u navojcima navojnog spoja i na dodirnim površinama oboda krute spojnice 0,12, a na mestu dodira navrtke i podloge 0,14; materijal 4.6; stepen sigurnosti protiv proklizavanja oboda spojnice 2,0. Prečnik otvora za zavrtnj 14 mm.

Pretpostaviti da svi zavrtnji podjednako učestvuju u prenošenju radnog opterećenja. U radu, sila prethodnog pritezanja može se smanjiti do 50% u

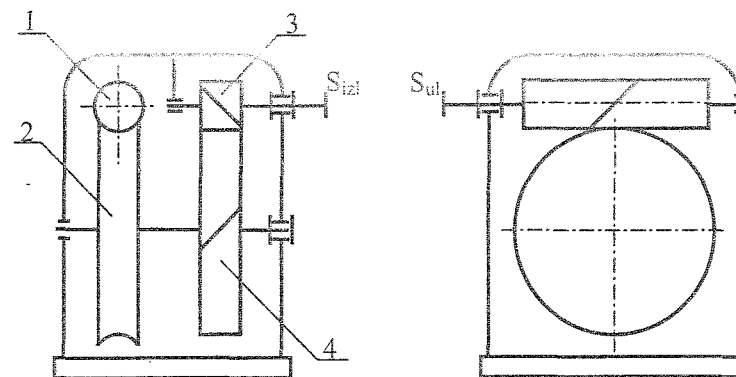
2. Naleganje dva mašinska dela zajedničke unutrašnje mere, iste preciznosti izrade, treba ostvariti tako da ekstremna vrednost zazora bude tri puta veća od ekstremne vrednosti preklopa. Formirati i grafički prikazati ovo naleganje (dati oznaku tolerancijskih polja i njihov položaj, a u odnosu na nultu liniju), u jednom od standardnih sistema naleganja.

REŠENJE:

1. a) Pužni broj:

$$q = \frac{2a}{m} - z_2 = \frac{2 \cdot 120}{6} - 28 = 12$$

Skica – šema zupčastog prenosnika:



Stepen iskorišćenja pužnog para:

$$\eta_{1,2} = \frac{\text{tg } \gamma_m}{\text{tg } (\gamma_m + \rho)} = \frac{\text{tg } 4,7636^\circ}{\text{tg } (4,7636 + 1,718)} = 0,73$$

gde su: $\gamma_m = \arctg \frac{z_1}{q} = \arctg \frac{1}{12} = 4,7636^\circ$ i $\rho = \arctg \mu = \arctg 0,03 = 1,718^\circ$

Iz uslova zadatka sledi da je:

$$\frac{M_{\text{otzl}}}{M_{\text{out}}} = \eta_{1,2} \cdot \eta_{3,4} \cdot i_{1,2} \cdot i_{3,4} = 7,2$$

Na osnovu ove jednakosti dobija se

$$i_{1,2} = \frac{7,2}{\eta_{1,2} \cdot \eta_{3,4} \cdot i_{3,4}} = \frac{7,2}{0,98 \cdot 28} = 0,36 \quad \text{pa} \quad i_{3,4} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{28}{1} = 28$$

Kako je $i_{3,4} < 1$, sledi da zupčasti par 3 – 4 formira multiplikator.

Učestanost obrtanja na izlaznoj spojnici prenosnika:

$$n_{izl} = \frac{n_{ul}}{i_{3-4} \cdot i_{1,2}} = \frac{980}{0,36 \cdot 28} = 97,22 \text{ min}^{-1}$$

b) Aksijalna sila kod pužnog točka

$$F_{a2} = F_{o1} = \frac{M_{o1}}{d_{m1}/2} = \frac{87,7}{0,072/2} = 2436 \text{ N}$$

gde su: $d_m = q \cdot m + 2xm = 12 \cdot 6 + 2 \cdot 0 \cdot 6 = 72 \text{ mm}$;

$$M_{o1} = \frac{P_{el}}{\omega_{el}} = \frac{9 \cdot 10^3}{102,6} = 87,7 \text{ Nm};$$

$$\omega_{el} = \omega_1 = 2\pi \cdot n_1 = 2\pi \cdot \frac{980}{60} = 102,6 \text{ s}^{-1}.$$

Aksijalna sila na zupčaniku 4:

$$F_{a4} = F_{o4} \cdot \text{tg } \beta_o = \frac{M_{o4}}{d_{o4}/2} \cdot \text{tg } \beta_o$$

Iz uslova zadatka sledi da je:

$$\vec{F}_{a4} = -\vec{F}_{a2}$$

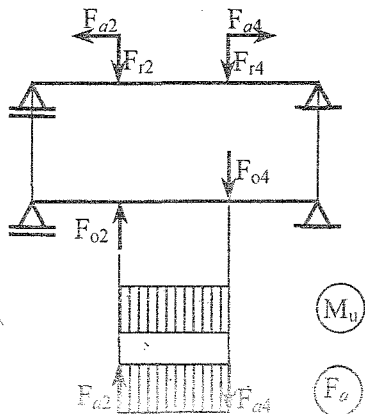
Na osnovu ove jednakosti dobija se

$$\beta_o = \text{arc sin } \frac{F_{a2} \cdot m_n \cdot z_4}{2 \cdot M_{o4}} = \text{arc sin } \frac{2436 \cdot 3,5 \cdot 50}{2 \cdot 1792 \cdot 10^3} = 6,83^\circ$$

gde je: $M_{o4} = M_{o2} = M_{o1} \cdot i_{1,2} \cdot \eta_{1,2} = 87,7 \cdot 28 \cdot 0,73 = 1792 \text{ Nm}$

Smer zavojnice kod cilindričnog zupčastog para prikazan je skicom zupčastog prenosnika u tački a).

Šema opterećenja:



c) Ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve:

$$\alpha_o = \text{arc tg } \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_o} = \text{arc tg } \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 6,83^\circ} = 20,13^\circ$$

Ugao dodimice:

$$\alpha = \text{arc cos } \frac{m_n(z_3 + z_4) \cdot \sin \alpha_o}{2 \cdot a \cdot \text{tg } \alpha_n} = \text{arc cos } \frac{3,5(18 + 50) \cdot \sin 20,13^\circ}{2 \cdot 120 \cdot \text{tg } 20^\circ} = 20,336^\circ$$

Zbir koeficijenata pomeranja profila zubaca zupčastog para 3 i 4:

$$x_3 + x_4 = \frac{\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_o}{2 \cdot \text{tg } \alpha_o} (z_3 + z_4) = \frac{\text{inv } 20,336^\circ - \text{inv } 20,13^\circ}{2 \cdot \text{tg } 20,13^\circ} (18 + 50) = 0,046$$

Koeficijent pomeranja profila zubaca zupčanika 4:

$$x_4 = 0,046 - x_3 = 0,046 - 0,2 = -0,154$$

Koeficijenti pomeranja profila zubaca ekvivalentnog cilindričnog zupčastog para sa pravim zupcima:

$$x_{n3} = \frac{x_3}{\cos \beta_o} = \frac{0,2}{\cos 6,83^\circ} = 0,201$$

$$x_{n4} = \frac{x_4}{\cos \beta_o} = \frac{-0,154}{\cos 6,83^\circ} = -0,155$$

Broj zubaca ekvivalentnog cilindričnog para sa pravim zupcima:

$$z_{n3} = \frac{z_3}{\cos^3 \beta_o} = \frac{18}{\cos^3 6,83^\circ} = 18,4$$

$$z_{n4} = \frac{z_4}{\cos^3 \beta_o} = \frac{50}{\cos^3 6,83^\circ} = 51,1$$

Faktor oblika zubaca:

$$Y_{F3} = 2,628 \quad \text{za} \quad z_{n3} = 18,4 \quad \text{i} \quad x_{n3} = 0,201$$

$$Y_{F4} = 2,423 \quad \text{za} \quad z_{n3} = 51,5 \quad \text{i} \quad x_{n3} = 0,155$$

Odnos nominalnih napona, usled savijanja u podnožju zubaca zupčastog para 3 i 4:

$$\frac{\sigma_{F3}}{\sigma_{F4}} = \frac{Y_{F3}}{Y_{F4}} = \frac{2,628}{2,423} = 1,08$$

d) Podaci o zavrtnju M12 [2],

$$\begin{aligned} P &= 1,75 \text{ mm} & A_1 &= 76,2 \text{ mm} & D_o &= 14 \text{ mm} \\ d_2 &= 10,863 \text{ mm} & \varphi &= 2,94^\circ & s &= 19 \text{ mm} \\ d_1 &= 9,853 \text{ mm} & \alpha &= 60^\circ & & \end{aligned}$$

Redukovani ugao trenja kod navojaka navojnog spoja:

$$\rho_v = \arctg \frac{\mu}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \arctg \frac{0,12}{\cos \frac{60^\circ}{2}} = 7,89^\circ$$

Poluprečnik srednjeg kruga prstenaste dodirne površine između navrtke i podloge:

$$r_{sr} = \frac{1}{3} \cdot \frac{s^3 - D_o^3}{s^2 - D_o^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{19^3 - 14^3}{19^2 - 14^2} = 8,313 \text{ mm}$$

Potrebna sila na dodirnim površinama oboda krute spojnice koju treba da obezbedi jedan zavrtnj M12:

$$F_{bt} = S_\mu \frac{M_{odl}}{R} \cdot \frac{\xi_r}{\mu \cdot z} = 2 \cdot \frac{87,7}{0,06} \cdot \frac{1,0}{0,12 \cdot 4} = 6090 \text{ N}$$

Potrebna sila prethodnog pritezanja jednog zavrtnja M12, da bi se na dodirnim površinama oboda krute spojnice obezbedila sila F_{bt} :

$$F_{pt} = \xi_p \cdot F_{bt} = 1,5 \cdot 6090 = 9135 \text{ N}$$

Obrtni moment u navojnom delu zavrtnja koji treba da obezbedi aksijalnu silu intenziteta F_{pt} :

$$M_{v1} = F_{pt} \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) = 9135 \frac{10,863}{2} \cdot \operatorname{tg}(2,94^\circ + 7,89^\circ) = 9492 \text{ mm}$$

Obrtni moment koji treba da omogući savladavanje otpora trenja na dodirnoj površini navrtke i podloge

$$M_1 = F_{pt} \cdot r_{sr} \cdot \mu = 9135 \cdot 8,313 \cdot 0,12 = 10631 \text{ Nm}$$

Moment pritezanja zavrtnja

$$M_{pt} = M_{v1} + M_1 = 9492 + 10631 = 20123 \text{ Nm}$$

Napon u poprečnom preseku jezgra zavrtnja usled zatezanja silom F_{pt} :

$$\sigma = \frac{F_{pt}}{A_1} = \frac{9135}{76,2} = 120 \text{ N/mm}^2$$

Napon u vlaknima raspoređenim po krugu prečnika d_1 , usled uvijanja zavrtnja momentom M_{v1} :

$$\tau_u = \frac{M_{v1}}{W_{o1}} = \frac{9492}{187,8} = 50,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{gde je: } W_{o1} = \frac{d_1^3 \pi}{16} = \frac{9,853^3 \pi}{16} = 187,8 \text{ mm}^3$$

Stepen sigurnosti protiv zapreminskog razaranja zavrtnja, pojave plastičnih deformacija, usled zatezanja ($\sigma_T = 4 \cdot 6 = 24 \text{ daN/mm}^2$):

$$S_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{240}{120} = 2,0$$

Stepen sigurnosti protiv zapreminskog razaranja, pojave plastičnih deformacija, usled uvijanja:

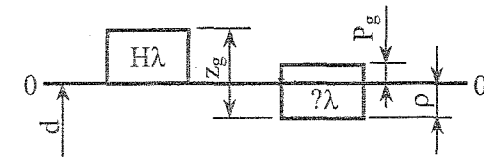
$$S_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_u} = \frac{0,8 \sigma_T}{\tau_u} = \frac{0,8 \cdot 240}{50,5} = 3,8$$

Rezultujući stepen sigurnosti protiv zapreminskog razaranja zavrtnja, pojave plastičnih deformacija usled istovremenog naprezanja zavrtnja na zatezanje i uvijanje:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{2 \cdot 3,8}{\sqrt{4 + 3,8^2}} = 1,77$$

2. Iz uslova zadatka sledi da mašinski delovi formiraju neizvesno naleganje, i to pod uslovom da je

$$Z_g = 3 P_g$$



Na osnovu prikazane skice za proizvoljno neizvesno naleganje, u sistemu zajedničke unutrašnje mere, gornja jednakost može se napisati u obliku

$$T + \rho = 3(T - \rho) \quad (1)$$

gde je $T_r = T_o = T$

Iz jednakosti (1) dobija se

$$\rho = \frac{T}{2}$$

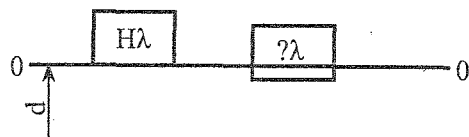
pa je položaj tolerancijskog polja unutrašnjeg mašinskog dela – spoljašnja mera, u odnosu na nultu liniju, određen slovnim oznakom J_s ili j_s

$$dH\lambda/j_s\lambda \text{ ili } dJ_s\lambda/h\lambda$$

gde su prema [1]:

$$\lambda = 0,1 \div 18;$$

$$\frac{d}{\text{mm}} = 3 \div 500.$$



ZADATAK 14.

1. Prenos snage od pogonske mašine „PM” do radne mašine „PM” rotora za obradu zemljišta ostvaruje se posredstvom centralnog zupčastog prenosnika „CP” i bočnog zupčastog prenosnika „BP”. Učestanost obrtanja rotora menja se tako što zupčanici zupčastog para 1-2 zamene svoja mesta. Uticaj pogonske i radne mašine na merodavno opterećenje centralnog i bočnog prenosnika uzeti u obzir povećanjem nominalnog opterećenja za 20%.

Ulazne, radne karakteristike centralnog prenosnika: $P_{ul} = 15,6 \text{ kW}$,
 $n_{ul} = 520 \text{ min}^{-1}$.

Ostali podaci:

$$z_1 = 19, z_2 = 24, \eta_{1-2} = 0,98, \alpha = 20^\circ, \beta = 0^\circ,$$

$$z_3 = 17, z_4 = 27, \eta_{3-4} = 0,98, \alpha = 20^\circ, \beta = 0^\circ, b = 32 \text{ mm}, m = 5 \text{ mm}$$

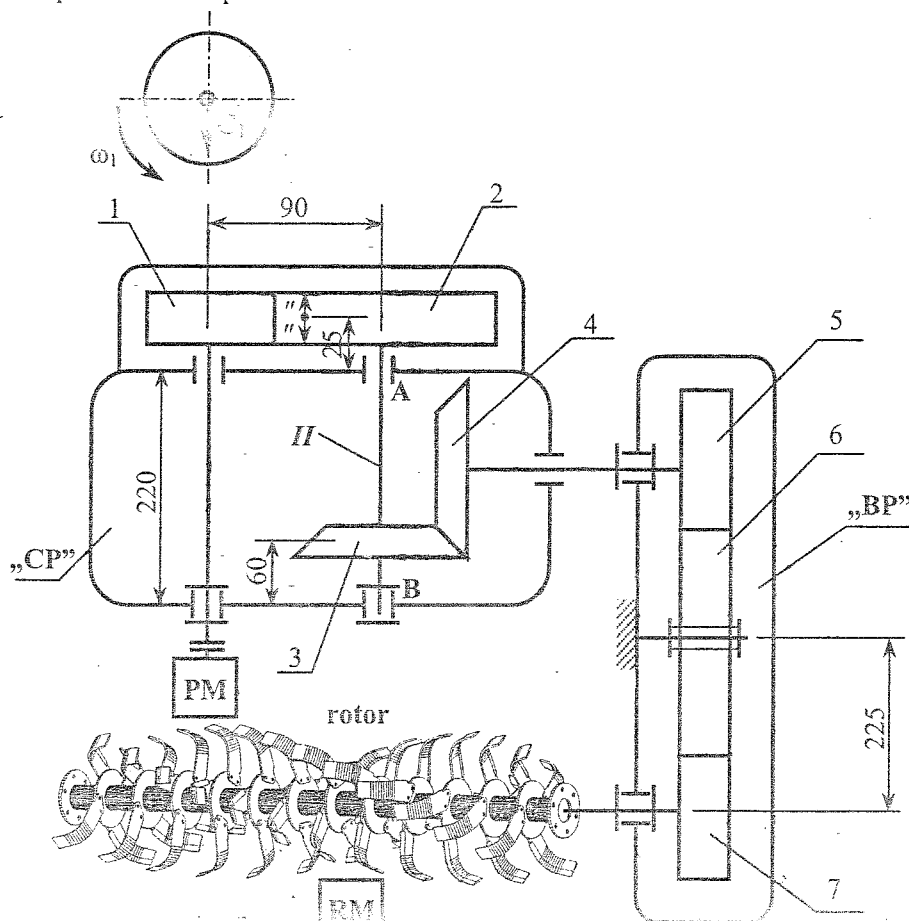
$$z_5 = 25, z_6 = 41, z_7 = 34, \eta_{5-6} = 0,98, \alpha = 20^\circ, \beta = 0^\circ,$$

$$\eta_{6-7} = 0,98, x_5 = x_6 = x_7, b_5 = b_6 = b_7 = 40 \text{ mm}, m = 6 \text{ mm}$$

- Odrediti učestanost obrtanja i obrtni moment rotora za prikazani i izmenjeni položaj zupčanika zupčastog para 1 – 2.
- Prikazati šemu opterećenja i dijagram momenata uvijanja i aksijalne sile za vratilo zupčanika 2 i 3. Odrediti i intenzitete sila koje deluju na ovo vratilo.
- Odrediti radni vek ležaja 6308 u nepokretnom osloncu B vratila II, ako ovaj ležaj jednu polovinu radnog veka radi sa prikazanim položajem zupčanika zupčastog para 1-2, a drugu polovinu radnog veka radi sa izmenjenim položajem ovih zupčanika. Radna temperatura ležaja do 100°C .
- Proveriti površinsku čvrstoću zubaca zupčanika 6 za prikazani položaj zupčanika zupčastog para 1-2. Uticaj dinamičkih sila i raspodela opterećenja duž trenutne linije dodira uzeti u obzir povećanjem nominalnog opterećenja zubaca za 30%. Materijal zupčanika 6 je Č4721, a metrijal zupčanika koji su spregnuti sa zupčanikom 6 Č4321.
- Kolikim momentom treba pritegnuti četiri zavrtnja M6 JUS.M.B0.012, ravnomerno raspoređenih po krugu prečnika 120 mm, koji spajaju poklopac kućišta sa kućištem na mestu nepokretnog oslonca B vratila II, ako je stepen sigurnosti protiv razdvajanja delova veze (poklopa i

kućišta) 2,0. Koeffcijent trenja u navojcima navojnog spoja i na mestu dodira glave zavrtnja i podloge – poklopca je 0,15. Prečnik otvora na poklopcu za zavrtnje 7 mm. Odnos krutosti delova veze $c_b/c_z = 9,0$. Pretpostaviti da će svi zavrtnjevi biti pritegnuti momentom istog intenziteta. Zanemariti plastične deformacije neravnina na dodiranim površinama. Proračun sprovesti za prikazani položaj zupčanika zupčastog para 1-2.

2. Prikazati položaj tolerancijasih polja u odnosu na nultu liniju (kotirati gornje i donje odstupanje) tolerisanih kota 180J₅7 i 180j₅7. Površine tolerisanih kota treba obraditi najgrubljom klasom površinske hrapavosti. Da li za površine tolerisanih kota treba propisati istu ili različitu klasu površinske hrapavosti i zašto?



REŠENJE:

1. Radni prenosni odnos zupčastih parova:

$$i'_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{24}{19} = 1,2263;$$

$$i'_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{27}{17} = 1,588;$$

$$i'_{5-7} = \frac{z_7}{z_5} = \frac{34}{25} = 1,360.$$

Učestanost obrtanja i obrtni moment rotora za položaj zupčastog para 1-2 prikazan na šemi prenosnika:

$$n_{rot} = \frac{n_{ul}}{i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{5-7}} = \frac{520}{1,263 \cdot 1,588 \cdot 1,360} = 190,6 \text{ min}^{-1}$$

$$M_{o,rot} = M_{out} \cdot i'_{1-2} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{5-7} \cdot \eta_{1-2} \cdot \eta_{3-4} \cdot \eta_{5-6} \cdot \eta_{6-7} =$$

$$= 286,5 \cdot 1,263 \cdot 1,588 \cdot 1,36 \cdot 0,98^4 = 721 \text{ Nm}$$

gde je: $M_{out} = \frac{P_{ul}}{\omega_{ul}} = \frac{P_{ul}}{2\pi \cdot n_{ul}/60} = \frac{15,6 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 520/60} = 286,5 \text{ Nm}$

Obrtni moment i učestanost obrtanja rotora za izmenjeni položaj zupčastog para 1-2:

$$M_{o,rot} = M_{out} \cdot i'_{2-1} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{5-7} \cdot \eta^4 = 286,5 \cdot 0,7917 \cdot 1,588 \cdot 1,36 \cdot 0,98^4 = 452 \text{ Nm}$$

$$n_{rot} = \frac{n_{ul}}{i'_{2-1} \cdot i'_{3-4} \cdot i'_{5-7}} = \frac{520}{0,7917 \cdot 1,588 \cdot 1,360} = 304 \text{ min}^{-1}$$

gde je:

$$i'_{2-1} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{19}{24} = 0,7917$$

b) Šema opterećenja vratila zupčanika 2 i 3

Intenziteti sile koje deluju na vratilo zupčanika 2 i 3.

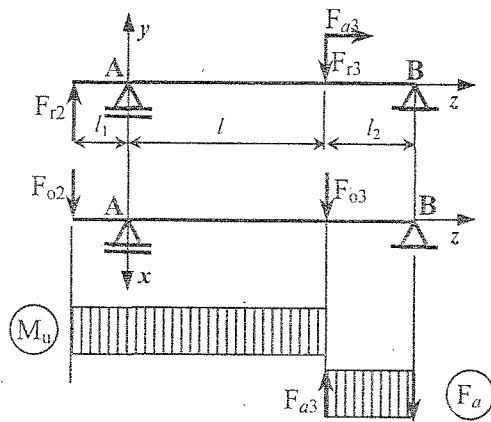
Obimna - tangencijalna sila na zupčaniku 2:

$$F_{o2} = \frac{M_{o2}}{d_2/2} = \frac{354,6}{0,1/2} = 7092 \text{ N}$$

gde su:

$$M_{o2} = M_{out} \cdot i'_{1-2} \cdot \eta_{1-2} = 286,5 \cdot 1,263 \cdot 0,98 = 354,6 \text{ Nm}$$

$$d_2 = 2 \cdot a \cdot \frac{i'_{1-2}}{i'_{1-2} + 1} = 2 \cdot 90 \cdot \frac{1,263}{1,263 + 1} = 100,46 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} l_1 &= 25 \text{ mm} \\ l &= 160 \text{ mm} \\ l_2 &= 60 \text{ mm} \end{aligned}$$

Radijalna sila na zupčaniku 2:

$$F_{R2} \cong F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o = 7092 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 2581 \text{ N}$$

Obimno – tangencijalna sila na zupčaniku 3:

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_{m3}/2} = \frac{354,6}{0,0679} = 10445 \text{ N}$$

gde je: $d_{m3} = d_{e3} - b \cdot \sin \delta_3 = 85 - 32 \cdot \sin 32,2^\circ = 67,95 \text{ mm}$

$$d_{e3} = m \cdot z = 5 \cdot 17 = 85 \text{ mm}$$

$$\delta_3 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{i_{3-4}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{1,588} = 32,2^\circ$$

Radijalna sila na zupčaniku 3:

$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o \cdot \cos \delta_3 = 10445 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 32,2^\circ = 3217 \text{ N}$$

Aksijalna sila na zupčaniku 3:

$$F_{a3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o \cdot \sin \delta_3 = 10445 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 32,2^\circ = 2026 \text{ N}$$

c) Na osnovu šeme opterećenja date u prethodnoj tački i uslova statičke ravnoteže nosača – vratila II:

$$\sum M_{Ax} = 0$$

Sledi komponenta ukupne reakcije nepokretnog oslonca u pravcu y – ose:

$$\begin{aligned} F_{By} &= \frac{\ell_1 \cdot F_{o2} + F_{o3} (\ell \cdot \cos \delta_3 + r_{m3} \cdot \sin \delta_3)}{\ell + \ell_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o = \\ &= \frac{7092 \cdot 25 + 10445 (160 \cdot \cos 32,2^\circ + 34 \cdot \sin 32,2^\circ)}{160 + 60} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 2946 \text{ N} \end{aligned}$$

Komponenta ukupne reakcije nepokretnog oslonca u pravcu x – ose sledi iz uslova ravnoteže:

$$\begin{aligned} \sum M_{Ay} &= 0 \\ F_{Bx} &= \frac{F_{o3} \cdot \ell - F_{o2} \cdot \ell_1}{\ell + \ell_2} = \frac{10445 \cdot 160 - 7092 \cdot 25}{160 + 60} = 6790 \text{ N} \end{aligned}$$

Intenzitet reakcije nepokretnog oslonca u radijalnom pravcu:

$$F_{rB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{6790^2 + 2946^2} = 7401 \text{ N}$$

Intenzitet reakcije nepokretnog oslonca u aksijalnom pravcu:

$$F_{zB} = F_{a3} = 2026 \text{ N}$$

Komponente ukupne reakcije nepokretnog oslonca, vratila II, kada zupčanici zupčastog para 1-2 zamene mesta:

$$\begin{aligned} F'_{By} &= \frac{\ell_1 \cdot F'_{o1} + F'_{o3} (\ell \cdot \cos \delta_3 + r_{m3} \cdot \sin \delta_3)}{\ell + \ell_2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o = \\ &= \frac{25 \cdot 5589 + 6548 (160 \cdot \cos 32,2^\circ + 34 \cdot \sin 32,2^\circ)}{160 + 60} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 1894 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F'_{Bx} = \frac{F'_{o3} \cdot \ell - F'_{o1} \cdot \ell_1}{\ell + \ell_2} = \frac{6548 \cdot 160 - 5589 \cdot 25}{160 + 60} = 4127 \text{ N}$$

gde su:

$$F'_{o1} = \frac{M'_{o1}}{d_1/2} = \frac{222,3}{0,07954/2} = 5589 \text{ N}$$

$$F'_{o3} = \frac{M'_{o3}}{d_{m3}/2} = \frac{222,3}{0,0679/2} = 6548 \text{ N}$$

$$M'_{o1} = M'_{o3} = M_{out} \cdot i_{1-2} \cdot \eta_{1-2} = 286,5 \cdot 0,7917 \cdot 0,98 = 222,3 \text{ Nm}$$

$$d_1 = \frac{d_2}{i_{1-2}} = \frac{100,46}{2,263} = 79,54 \text{ mm}$$

Intenzitet reakcije nepokretnog oslonca u radijalnom pravcu:

$$F'_{rB} = \sqrt{F'_{Bx}^2 + F'_{By}^2} = \sqrt{4124^2 + 1894^2} = 4541 \text{ N}$$

Intenzitet reakcije nepokretnog oslonca u aksijalnom pravcu:

$$F'_{zB} = F'_{a3} = F'_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o \cdot \sin \beta_3 = 6548 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 32,2^\circ = 1270 \text{ N}$$

Prema uslovu zadatka u nepokretnom osloncu vratila II ugrađen je ležaj 6308

$$C = 38 \text{ kN} \quad - \text{ dinamička moć nošenja} \quad [4]$$

$$C_o = 21,8 \text{ kN} \quad - \text{ statička moć nošenja} \quad [4]$$

Prema [4]

$$\text{za: } \frac{F_{Bz}}{C_o} = \frac{2026}{21800} = 0,092 \Rightarrow e = 0,29$$

$$\frac{F'_{Bz}}{C_o} = \frac{1270}{21800} = 0,058 \Rightarrow e' = 0,26$$

Kako je:

$$\frac{F_{zB}}{F_{rB}} = \frac{2026}{7401} = 0,27 < e \Rightarrow X_B = 1; Y_B = 0 \quad [4]$$

$$\frac{F'_{zB}}{F'_{rB}} = \frac{1270}{4541} = 0,28 > e' \Rightarrow X'_B = 0,56; Y'_B = 1,70 \quad [4]$$

Ekvivalentno radijalno opterećenje ležaja:

$$F = X_B \cdot F_{rB} + Y_B \cdot F_{zB} = 7401 \text{ N}$$

$$F' = X'_B \cdot F'_{rB} + Y'_B \cdot F'_{zB} = 0,56 \cdot 4541 + 1,70 \cdot 1270 = 4702 \text{ N}$$

Radni vek ležaja:

$$T_B = 2 \cdot \frac{C^\alpha \cdot k_t^\alpha \cdot N_C}{(n_{II} \cdot F^\alpha + n'_{II} \cdot F'^\alpha) K_A^\alpha} = 2 \cdot \frac{38^3 \cdot 1 \cdot 10^6}{60(411,7 \cdot 7,4^3 + 656,8 \cdot 4,70^3) \cdot 1,2^3} = 4504 \text{ h}$$

gde su:

$$n_{II} = \frac{n_{ul}}{i_{1-2}} = \frac{520}{1,263} = 411,7 \text{ min}^{-1}$$

$$n'_{II} = \frac{n_{ul}}{i_{2-1}} = \frac{520}{0,7917} = 656,8 \text{ min}^{-1}$$

$$\alpha = 3 \quad \text{za ležaje sa kuglicama} \quad [4]$$

$$k_t = 1 \quad \text{za } t = 100^\circ\text{C} \quad [4]$$

d) Ugao dodirnice zupčastog para 7 - 6:

$$\alpha_{7,6} = \arccos \frac{m(z_7 + z_6)}{2 \cdot a_{7,6}} \cos \alpha_n = \arccos \frac{6(34 + 41)}{2 \cdot 225} \cdot \cos 20^\circ = 20^\circ$$

za $\alpha_{7,6} = \alpha_o = \alpha_n = 20^\circ$ sledi da je:

$$x_7 + x_6 = 0. \quad (1)$$

Prema uslovu zadatka:

$$x_7 = x_6 = x_5 \quad (2)$$

Na bazi izraza (1) i (2) slede koeficijenti pomeranja profila zupčanika 5, 6 i 7.

$$x_5 = x_6 = x_7 = 0$$

Odnos kontaktnih napona na bokovima zubaca zupčanika 5 i 7

$$\frac{k_5}{k_7} = \frac{\frac{M_{o5}}{d_{o5}^2} \cdot \frac{1+i_{5,6}}{i_{5,6}}}{\frac{M_{o7}}{d_{o7}^2} \cdot \frac{1+i_{7,6}}{i_{7,6}}} = \frac{0,150^2 \cdot \frac{1+1,64}{1,64}}{0,204^2 \cdot \frac{1+1,206}{1,206}} = 1,24$$

gde su:

$$d_{o5} = m \cdot z_5 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ mm}$$

$$d_{o7} = m \cdot z_7 = 6 \cdot 34 = 204 \text{ mm}$$

$$i_{5,6} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{41}{25} = 1,64$$

$$i_{7,6} = \frac{z_6}{z_7} = \frac{41}{34} = 1,206$$

$$M_{o5} = M_{out} \cdot \eta^2 \cdot i_{1,2} \cdot i_{3,4} = 286,5 \cdot 0,98^2 \cdot 1,263 \cdot 1,588 = 552 \text{ Nm}$$

$$M_{o7} = M_{o,rot} = 721 \text{ Nm, vidi tačku a)}$$

Kontaktни napon na bokovima zubaca zupčanika 6, merodavan za proveru površinske čvrstoće

$$k_6 = k_5 = K \cdot \frac{2M_{o5}}{d_{o5}^2 \cdot b} \cdot \frac{1+i_{5,6}}{i_{5,6}} \cdot Z_H^2 = 1,56 \cdot \frac{2 \cdot 552}{0,15^2 \cdot 0,04} \cdot \frac{1+1,64}{1,64} \cdot 6,22 = 19,2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2,$$

gde su: $K = K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot K_\alpha = 1,2 \cdot 1,3 \cdot 1,0 = 1,56$

Stepen sigurnosti protiv površinskog razaranja zubaca zupčanika 6.

$$S_{H6} = \frac{k_D}{k_6} = \frac{62,5}{19,2} = 3,25$$

gde je: $k_D = \frac{\sigma_{DH}^2}{Z^2} = \frac{1500^2}{36 \cdot 10^3} = 62,5 \text{ N/mm}^2$

e) Geometrijske veličine zavrtnja M6 prema JUS M.B0.012 [2]

$$d = 6 \text{ mm} \quad A_1 = 17,9 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 4,773 \text{ mm} \quad \varphi = 3,42^\circ$$

$$d_2 = 5,35 \text{ mm} \quad s = 10 \text{ mm}$$

Merodavno radno oprerećenje koje prenosi jedan zavrtanj poklopca:

$$F_r = \frac{F_{os} \cdot K_A}{z} = \frac{2026 \cdot 1,2}{4} = 608 \text{ N}$$

Sila prethodnog pritezanja zavrtnja

$$F_p = \frac{F_r}{1 + \frac{c_z}{c_b}} \cdot S_H = \frac{608}{1 + \frac{1}{9}} \cdot 2 = 1095 \text{ N}$$

Obrtni moment u navojnom delu zavrtnja

$$M_v = F_p \frac{d_2}{2} \cdot \text{tg}(\varphi + \rho_v) = 1095 \cdot \frac{5,35}{2} \cdot \text{tg}(3,42^\circ + 9,826^\circ) = 690 \text{ Nmm}$$

gde je: $\rho_v = \arctg \frac{\mu}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \arctg \frac{0,15}{\cos \frac{60^\circ}{2}} = 9,826^\circ$

Obrtni moment na dodirnoj površini glave zavrtnja i podloge:

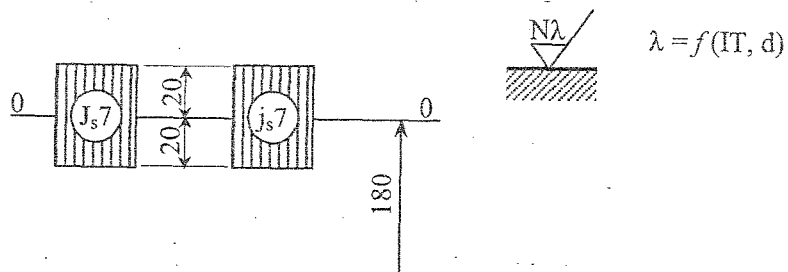
$$M_\mu = F_p \cdot r_{sr} \cdot \mu = 1095 \cdot 4,3 \cdot 0,15 = 706 \text{ Nmm}$$

gde je: $r_{sr} = \frac{1}{3} \cdot \frac{s^3 - D_o^3}{s^2 - D_o^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{10^3 - 7^3}{10^2 - 7^2} = 4,3 \text{ mm}$

Moment pritezanja zavrtnja:

$$M_p = M_v + M_\mu = 690 + 706 = 1396 \text{ Nmm}$$

2.



ZADATAK 15.

Trograni zvezdasti malogabaritni koaksijalni zupčasti reduktor prenosi snagu 150 kW pri učestanosti obrtanja 2920 min^{-1} od elektromotora vezanog za spojnicu S_1 , preko vratila I i centralnog zupčanika 1 ravnomerno na tri zupčanika $2'$, $2''$ i $2'''$ i njihova vratila II' , II'' i II''' . Sa ovih vratila snaga se preko odgovarajućih zupčanika $3'$, $3''$ i $3'''$ prenosi na centralni zupčanik 4, izlazno vratilo III i spojnicu S_2 . Ose ulaznog vratila i izlaznog vratila III se poklapaju, a ose vratila II' , II'' i II''' , međusobno smaknute za ugao od 120° , se nalaze na kružnom cilindru prečnika 300 mm, čija se osa poklapa sa osama vratila I i III . Svi zupčanici su cilindrični evolventni sa kosim zupcima.

PODACI:

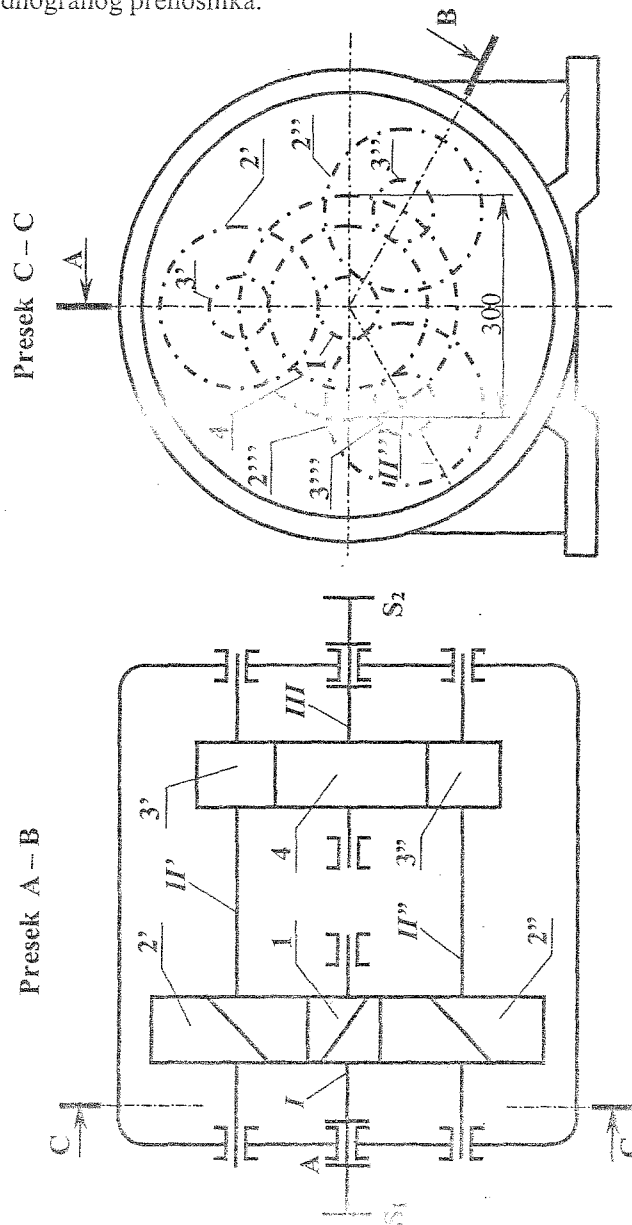
$$z_1 = 25, \quad z_{1'} = z_{1''} = z_{1'''} = 72, \quad m_n = 3 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad \eta = 0,98,$$

$$x_1 = x_{2'} = x_{2''} = x_{2'''} = 0;$$

$$z_3' = z_3'' = z_3''' = 19, \quad z_4 = 55, \quad m_n = 4 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad x_4 = 0, \quad \eta = 0,97.$$

1. Odrediti snagu, obrtni moment i učestanost obrtanja na spojnici S_2 pri punom iskorišćenju snage elektromotora. Odrediti i ukupan gubitak snage u prenosniku.
2. Nacrtati šemu opterećenja (gravitacione sile zanemariti), dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila ulaznog vratila I . Izračunati intenzitete svih aktivnih sila vratila I .
3. Odrediti stepene sigurnosti glatkog vratila na sredini širine ležaja u osloncu A usvajajući da je faktor dinamičke čvrstoće na tom mestu jednak jedinici. Prečnik vratila je 35 mm, a materijal Č 0645.
4. Odrediti smer i ugao nagiba bočnih linija zubaca $3'$, $3''$ i $3'''$ pod uslovom da se aksijalne sile na zupčaniku $2'$ i $3'$ ($2''$ i $3''$, $2'''$ i $3'''$) međusobno poništavaju.
5. Zadržavajući vrednost ugla nagiba bočnih linija iz tačke 4., odrediti koeficijent pomeranja profila zupčanika $3'$, $3''$ i $3'''$.
6. Na osnovu uslova čvrstoće bokova zubaca odrediti odnos kinematskih prečnika zupčanika 1 ako se umesto ovog trogranog upotrebi običan jednograni koaksijalni prenosnik (samo po jedan zupčanik 2 i 3). Pri tome, pored navedenih podataka, zadržati još i stepen sigurnosti bokova zubaca,

materijal zupčanika 1, faktor opterećenja, faktore napona i širine zupčanika 1 iste za oba slučaja. Dati odgovarajući komentar na osnovu ovog odnosa kao karakteristike odnosa dimenzija trogranog i odgovarajućeg jednogranog prenosnika.



REŠENJE:

1. Za reduktor su radni i kinematski prenosni odnosi međusobno jednaki, isti za svaku od tri grane.

$$i_{1-2'} = i_{1-2''} = i_{1-2'''} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{72}{25} = 2,88$$

$$i_{3'-4} = i_{3''-4} = i_{3'''-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{55}{19} = 2,8947$$

Za svaku od tri grane postoji jedna redna veza po dva zupčasta para pa je ukupan prenosni odnos po grani

$$i = i_{1-2'} \cdot i_{3'-4} = 2,88 \cdot 2,8947 = 8,3368$$

i ukupan stepen iskorišćenja po grani

$$\eta = \eta_{1-2'} \cdot \eta_{3'-4} = 0,98 \cdot 0,97 = 0,9506$$

Kako su grane prenosnika paralelno spregnute, ukupan prenosni odnos prenosnika isti je kao u jednoj grani, a ulazna snaga se na ulaznoj zvezdi raspoređuje na tri, po uslovu zadatka, jednaka dela (zupčasti parovi 1-2', 1-2'', 1-2''') koji se na izlaznoj zvezdi ponovo sjedinjuju u jednu ukupnu, izlaznu snagu. Na osnovu toga, na izlaznoj spojnici biće:

➤ snaga

$$P_{S2} = 3 \cdot \frac{P_{S1}}{3} \cdot \eta = P_{S1} \cdot \eta = 150 \cdot 0,9506 = 142,59 \text{ kW}$$

➤ učestanost obrtanja

$$n_{S2} = \frac{n_{S1}}{i} = \frac{2920}{8,3368} = 350,25 \text{ min}^{-1} = 5,8375 \text{ s}^{-1}$$

➤ ugaona brzina

$$\omega_{S2} = 2\pi \cdot n_{S2} = 2\pi \cdot 5,8375 = 36,678 \text{ s}^{-1}$$

➤ obrtni moment

$$M_{oS2} = \frac{P_{S2}}{\omega_{S2}} = \frac{142590}{36,678} = 3887,58 \text{ Nm}$$

Gubitak snage je

$$P_{gub} = \Delta P = P_{ul} - P_{izl} = 150 - 142,59 = 7,41 \text{ kW} \quad \text{ili na drugi naćni}$$

$$P_{gub} = \Delta P = 3 \cdot \frac{P_{ul}}{3} (1 - \eta) = P_{ul} (1 - \eta) = 150 (1 - 0,9506) = 7,41 \text{ kW}$$

2. Obrtni moment na spojnici S_1 odnosno na zupčaniku 1 je

$$M_{o1} = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{150000}{305,78} = 490,55 \text{ Nm}$$

gde je ugaona brzina

$$\omega_1 = 2\pi \cdot n_1 = 2\pi \cdot 48,67 = 305,78 \text{ s}^{-1}$$

a učestanost obrtanja $n_1 = 2920 \text{ min}^{-1} = 48,67 \text{ s}^{-1}$

Ovaj obrtni moment se ravnomerno raspoređuje na svaku od tri grane prenosnika pri njegovom prenošenju od zupčanika 1 na zupčanike $2'$, $2''$ i $2'''$, pa će odgovarajuće obimne sile biti

$$F_{o1}' = F_{o1}'' = F_{o1}''' = \frac{1}{3} \cdot \frac{M_{o1}}{d_1/2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{490,55}{0,07732/2} = 4229,6 \text{ N}$$

gde je

$$d_1 = \frac{2a_{1-2}}{i_{1-2} + 1} = \frac{300}{2,88 + 1} = 77,320 \text{ mm}$$

gde je $2a_{1-2} = 300 \text{ mm}$ prečnik kruga po kome se nalaze centri (ose) zupčanika $2'$, $2''$ i $2'''$. Iz ovoga uslova se dobija ugao nagiba bočne linije na podeonom cilindru zupčastih parova $1 - (2', 2'', 2''')$

$$\beta_{o1-2} = \arccos \frac{m_{n1-2}(z_1 + z_2)}{2a} = \arccos \frac{3(25 + 72)}{300} = 14,07^\circ$$

Odgovarajuće radijalne sile

$$F_{r1}' = F_{r1}'' = F_{r1}''' = F_{o1}' \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2} = 4229,6 \cdot 0,37523 = 1587,1 \text{ N}$$

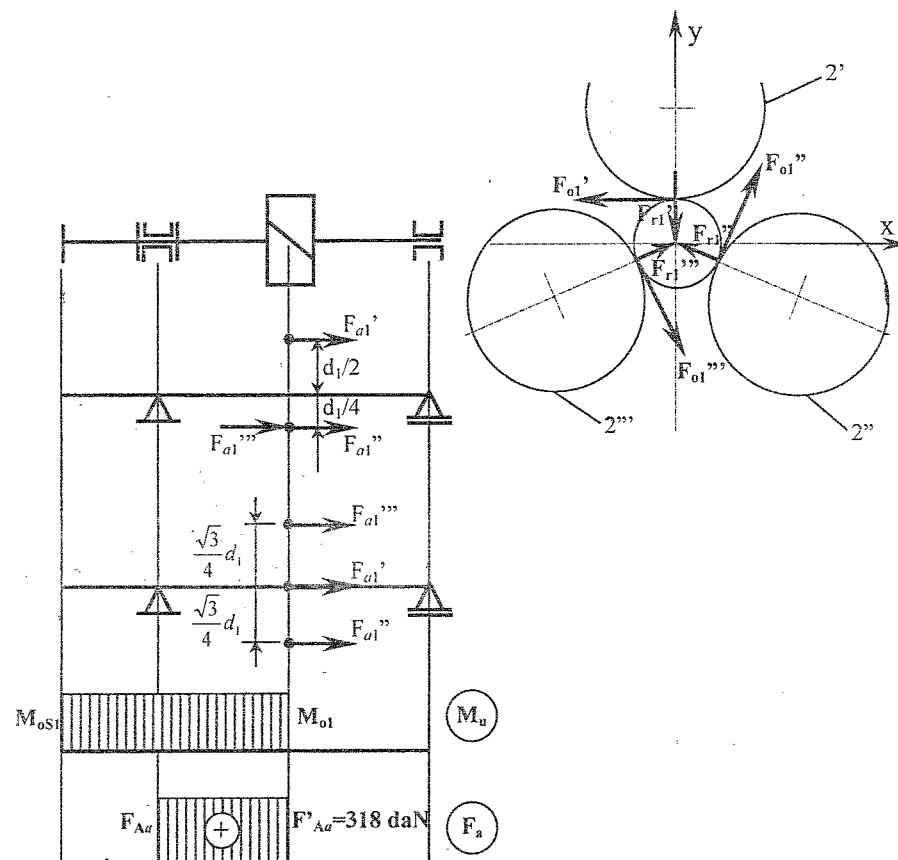
gde je ugao dodirnice α_{1-2} jednak uglu nagiba profila osnovne zupčaste letve α_{o1-2} zbog toga što su odgovarajući koeficijenti pomeranja profila jednaki nuli, pa je

$$\operatorname{tg} \alpha_{1-2} = \operatorname{tg} \alpha_{o1-2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o1-2}} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 14,07^\circ} = 0,37523$$

odakle je $\alpha_{1-2} = \alpha_{o1-2} = 20,567^\circ$.

Odgovarajuće aksijalne sile će biti

$$F_{a1}' = F_{a1}'' = F_{a1}''' = F_{o1}' \cdot \operatorname{tg} \beta_{1-2} = 4229,6 \cdot \operatorname{tg} 14,07^\circ = 1060 \text{ N}$$



3. Poprečni presek vratilana sredini širine ležaja u osloncu A napregnut je na uvijanje koje u radu ima jednosmeran karakter promene pri čemu se uticaj aksijalnog naprezanja zbog malih vrednosti aksijalnih sila i odgovarajućih napona može zanemariti. Na osnovu toga nominalni napon usled uvijanja je

$$\tau = \frac{M_{u1}}{W_{o1}} = \frac{490550}{8418,5} = 58,27 \text{ N/mm}^2$$

gde je polarni otporni moment

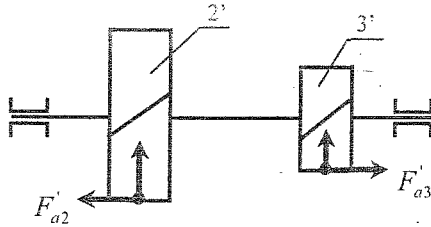
$$W_{o1} = \frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{\pi \cdot 35^3}{16} = 8418,5 \text{ mm}^3$$

Stepen sigurnosti u navedenom poprečnom preseku je

$$S = S_{\tau} = \frac{\tau_{Dju}}{K_{Du} \tau_u} = \frac{220}{1 \cdot 58,27} = 3,78$$

gde je za gladal oblik $K_{Du} = 1$, a za dati materijal Č 0645 $\tau_{Dju} = 22 \text{ daN/mm}^2$ (Tablice [1]).

4. Da bi rezultujuća sila, prema uslovu zadatka, bila jednaka nuli, moraju obe aksijalne sile F'_{a2} i F''_{a2} biti istog intenziteta a suprotnih smerova, odakle sledi da je smer nagiba bočnih linija zubaca zupčanika 3' kao pogonskog, levi tj. istog je smera kao i gonjeni zupčanik 2. Da bi se ovo moglo ostvariti moraju sva tri vratila **II** biti izvedena kao „plivajuća” tj. bez aksijalnog oslanjanja tj. bez aksijalnog oslanjanja. Na osnovu toga je



$$F'_{a2} = F'_{a3}$$

$$F'_{a2} = F'_{a1} = F'_{o1} \cdot \text{tg } \beta_{1-2} = \frac{M_{o1}}{3 \cdot d_1 / 2} \cdot \text{tg } \beta_{1-2}$$

$$F'_{a1} = F'_{a3} \cdot \text{tg } \beta_{3-4} = \frac{M'_{o3}}{3 \cdot d_3 / 2} \cdot \text{tg } \beta_{3-4}$$

Odakle sledi da je

$$\begin{aligned} \text{tg } \beta_{3-4} &= \frac{M_{o1}}{3 \cdot M_{o3}} \cdot \frac{d_3}{d_1} \cdot \text{tg } \beta_{1-2} = \frac{1}{i_{1-2} \cdot \eta_{1-2}} = \frac{i_{1-2} + 1}{i_{3-4} + 1} \cdot \text{tg } \beta_{1-2} = \\ &= \frac{1}{2,88 \cdot 0,98} \cdot \frac{2,88 + 1}{2,8947 + 1} \cdot \text{tg } 14,07^\circ = 0,088464 \end{aligned}$$

$$\text{odnosno } \beta_{3-4} = 5,05543^\circ$$

Ugao nagiba bočne linije na podeonom cilindru je

$$\text{tg } \beta_{o3-4} = \text{tg } \beta_{3-4} \cdot \frac{\cos \alpha_{3-4}}{\cos \alpha_{o3-4}} = \text{tg } \beta_{3-4} \cdot \frac{m_{n3-4}}{\cos \beta_{o3-4}} \cdot \frac{z_3 + z_4}{2a}$$

Odavde se dobija

$$\sin \beta_{o3-4} = \frac{m_{n3-4} (z_3 + z_4)}{2a} \cdot \text{tg } \beta_{3-4} = \frac{4(19 + 55)}{300} \cdot 0,088464 = 0,087284$$

odnosno

$$\beta_{o3-4} = 5,0074^\circ$$

5. Ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve zupčastog para 3-4

$$\text{tg } \alpha_{o3-4} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_{o3-4}} = \frac{\text{tg } 20^\circ}{\cos 5,0074^\circ} = 0,365365$$

odakle je $\alpha_{o3-4} = 20,071^\circ$

Izjednačavanjem izraza za hod zavojnice evolvente helikoida preko veličine na podeonom i kinematskom cilindru, dobija se izraz za napadni ugao profila na kinematskom cilindru

$$\begin{aligned} \alpha_{3-4} &= \arccos \left(\frac{\text{tg } \beta_{o3-4}}{\text{tg } \beta_{3-4}} \cos \alpha_{o3-4} \right) = \arccos \left(\frac{\text{tg } 5,0074^\circ}{\text{tg } 5,05543^\circ} \cos 20,071^\circ \right) = \\ &= 21,519^\circ = 0,3756 \text{ rad} \end{aligned}$$

Iz uslova kotrljanja bez klizanja kinematskih krugova i sprezanja bez bočnog zazora zubaca zupčastog para 3-4 pri $x_4 = 0$, dobija se

$$\begin{aligned} x_3 &= (\text{inv } \alpha_{3-4} - \text{inv } \alpha_{o3-4}) \frac{z_3 + z_4}{2 \text{tg } \alpha_{o3-4}} = (0,018715 - 0,015068) \frac{19 + 55}{2 \cdot \text{tg } 20,071^\circ} = \\ &= 0,37 \end{aligned}$$

gde je

$$\text{inv } \alpha_{3-4} = \text{tg } \alpha_{3-4} - \hat{\alpha}_{3-4} = \text{tg } 21,519^\circ - \frac{21,519^\circ \pi}{180^\circ} = 0,018715$$

$$\text{inv } \alpha_{o3-4} = \text{tg } \alpha_{o3-4} - \hat{\alpha}_{o3-4} = 0,365365 - \frac{21,071^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 0,015068$$

6. Uslov jednakosti stepena sigurnosti protiv razaranja bokova zubaca za trograni i običan jednograni koaksijalni prenosnik za iste materijale daje jednakost odgovarajućih radnih redukovanih pritisaka odakle se dobija

$$\frac{d_{1,1\text{-grani}}}{d_{1,3\text{-grani}}} = \frac{F_{o1}}{F_{o1}} = \frac{\frac{M_{o1}}{d_{1,1\text{-grani}}}}{\frac{M_{o1}}{3 \cdot d_{1,3\text{-grani}}}}$$

iz ovoga se dobija da je

$$\frac{d_{1,1\text{-grani}}}{d_{1,3\text{-grani}}} = \sqrt{3} = 1,73,$$

Jednograni prenosnik pod datim uslovima ima $\sqrt{3} = 1,73$ puta veće prečnike od trogranog zvezdastog prenosnika pod uslovom da se snaga ravnomerno raspoređuje po njegovim granama čime će se dobiti zaista mali gabarit trogranog prenosnika.

ZADATAK 16.

Prenos snage elektromotora 75 kW pri učestanosti obrtanja 2940 min^{-1} do radnih mašina vezanih za spojnice S_{II} i S_{III} ostvaruje sa kombinovano kaišno-zupčastim prenosnikom prikazanim na skici. Snage na spojnicama S_{II} i S_{III} su međusobno jednake, opterećenje radnih mašina je ravnomerno.

PODACI:

Kaišni prenosnik: prečnici kaišnika $d_{r1} = 160 \text{ mm}$, $d_{r2} = 480 \text{ mm}$, kaiš pljosnat, širina 125 mm, debljina 10 mm, modul elastičnosti 3 daN/mm^2 , gustina 1 kg/dm^3 , osno rastojanje 1000 mm, koeficijent trenja 0,3, stepen sigurnosti protiv klizanja 1,3, faktor proklizavanja 0,02, stepen iskorišćenja 0,98.

Zupčasti prenosnik:

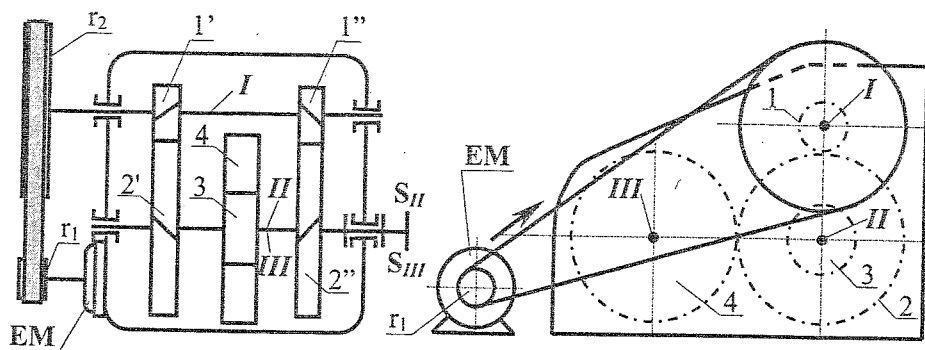
$z_1 = z_1'' = 23$, $z_2 = z_2'' = 64$, uglovi nagiba bočnih linija parova $1'-2'$ i $1''-2''$, $29^\circ 32' 29''$, $m_n = 2,5 \text{ mm}$, $b' = b'' = 30 \text{ mm}$, $x_1' = x_1'' = x_2' = x_2'' = 0$, dužina dodirnog lukaprofila 15 mm, kvalitet tolerancije zubaca 6, faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira 1,2, materijal Č 5421/Č 5420. $z_3 = 16$, $z_4 = 83$, $m = 4 \text{ mm}$, zupci pravi, $x_4 = 0$.

Osno rastojanje vratila I i III iznosi 235,85 mm.

Stepeni iskorišćenja zupčastih parova: $\eta_{1'-2'} = \eta_{1''-2''} = 0,98$, $\eta_{3-4} = 1$.

Odrediti:

1. Učestanost obrtanja i obrtne momente izlaznih spojnice S_{II} i S_{III} .
2. Koeficijent pomeranja profila zupčanika 3 i mogućnost njegove primene.
3. Intenzitete svih aktivnih sila i nacrtati šemu opterećenja vratila II , dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila. Gravitacione sile zanemariti.
4. Stepenu sigurnosti bokova zubaca zupčanika $2'$ i $2''$ protiv površinskog razaranja.
5. Najveći napon kaiša pri radu.



REŠENJE:

1. Prenosni odnos kaišnog prenosnika je

$$i_k = \frac{d_{r2}}{d_{r1}} (1 + \xi) = \frac{480}{160} (1 + 0,02) = 3,06$$

gde je faktor proklizavanja

$$\xi = \frac{\Delta v}{v_2} = 0,02 \quad \text{za pljosnate kaišnike}$$

Prenosni odnosi zupčastih parova su

$$i_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{64}{23} = 2,7826, \quad i_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{83}{16} = 5,1875$$

Ukupan prenosni odnos kaišnog i redno spregnutog zupčastog prenosnika je

$$i_u = i_k \cdot i_z = i_k (i_{1-2} \cdot i_{3-4}) = 3,06 \cdot 2,7826 \cdot 5,1875 = 44,1703$$

Učestanosti obrtanja

$$n_{SII} = \frac{n_{EM}}{i_k \cdot i_{1-2}} = \frac{2940}{3,06 \cdot 2,7826} = 345,25 \text{ min}^{-1} = 5,75 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{SIII} = \frac{n_{EM}}{i_u} = \frac{2940}{44,1703} = 66,56 \text{ min}^{-1} = 1,109 \text{ s}^{-1}$$

Ugaona brzina vratila II i III

$$\omega_{SII} = 2\pi \cdot n_{SII} = 2\pi \cdot 5,57 \text{ s}^{-1} = 36,14 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{SIII} = 2\pi \cdot n_{SIII} = 2\pi \cdot 1,109 \text{ s}^{-1} = 6,970 \text{ s}^{-1}$$

Tok prenošenja snage račva se u zupčastom prenosniku na mestu zupčanika 3, što u bilansu snaga daje

$$P_{EM} \cdot \eta_R \cdot \eta_{1-2} = P_{SII} + \frac{P_{SIII}}{\eta_{3-4}}$$

Koristeći zadati uslov odnosa snaga $P_{SIII} / P_{SII} = \eta_{3-4}$ dobija se

$$P_{SII} = \frac{1}{2} P_{EM} \cdot \eta_R \cdot \eta_{1-2} = \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot 0,98 \cdot 0,98 = 36,015 \text{ kW}$$

$$P_{SIII} = P_{SII} \cdot \eta_{3-4} = 36,015 \cdot 1 = 36,015 \text{ kW}$$

Odgovarajući obrtni momenti su

$$M_{oSII} = \frac{P_{SII}}{\omega_{SII}} = \frac{36015}{36,14} = 996,54 \text{ Nm}$$

$$M_{oSIII} = \frac{P_{SIII}}{\omega_{SIII}} = \frac{36015}{6,970} = 5167,14 \text{ Nm} \quad \text{ili}$$

$$M_{oSIII} = M_{oSII} \cdot i_{3-4} \cdot \eta_{3-4} = 996,54 \cdot 5,1875 \cdot 1 = 5169,6 \text{ Nm}$$

2. Ugao nagiba bočne linije zupca osnovne zupčaste letve je zadat

$$\beta_{o1-2} = \beta_{o1'-2} = 29^\circ 32' 29'' = 29 + \frac{32}{60} + \frac{29}{3600} = 29,5414^\circ$$

i jednak je uglu nagiba zavojnice helikoida zubaca na podeonim cilindrima koji se zbog $x_1 = x_1' = x_2 = x_2' = 0$ poklapaju sa svojim kinematskim cilindrima tako da je za zupčaste parove 1' - 2' i 1'' - 2'' osno rastojanje

$$a_{1-2'} = a_{1''-2''} = a_{1-2} = \frac{m_n}{\cos \beta_{o1-2}} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{2,5}{\cos 29,5416^\circ} \cdot \frac{23 + 64}{2} = 125 \text{ mm}$$

Za zadato osno rastojanje $a_{I,III}$ vratila I i III, prema profilnoj projekciji prenosnika se vidi da osna rastojanja $a_{1,2}$, $a_{3,4}$ i $a_{I,III}$ obrazuju pravougli trougao odakle je

$$a_{3-4} = \sqrt{a_{I,III}^2 - a_{1-2}^2} = \sqrt{235,85^2 - 125^2} = 200,0 \text{ mm}$$

Na osnovu ovog osnovnog rastojanja dobija se ugao dodirnice zupčastog para 3-4

$$\alpha_{3-4} = \arccos \frac{m_{3-4}(z_3 + z_4)}{2a_{3-4}} \cdot \cos \alpha_{3-4} = \arccos \frac{4(16+83)}{2 \cdot 200} \cdot \cos 20^\circ = 21,519^\circ = 0,375578 \text{ rad}$$

$$\alpha_{o,3-4} = 20^\circ = 0,349066 \text{ rad}$$

Za $x_4 = 0$ i izračunato osno rastojanje a_{3-4} , potreban koeficijent pomeranja profila zupčanika 3 biće

$$x_3 = (\text{inv} \alpha_{3-4} - \text{inv} \alpha_{o3-4}) \frac{z_3 + z_4}{2 \cdot \text{tg} \alpha_{o3-4}} = (\text{tg} \alpha_{3-4} - \tilde{\alpha}_{3-4} - \text{tg} \alpha_{o3-4} + \tilde{\alpha}_{o3-4}) \frac{z_3 + z_4}{2 \cdot \text{tg} \alpha_{o3-4}} =$$

$$= (\text{tg} 21,519^\circ - 0,37558 - \text{tg} 20^\circ + 0,34907) \frac{16+83}{2 \cdot \text{tg} 20^\circ} = 0,518$$

Prema Tablici 3.3 (ME-III, S.V) za $z_3 = 16$ je minimalni koeficijent pomeranja profila osnovne zupčaste letve na granici podsecanja $x_{3 \text{ min, teor.}} = 0,064$,

(dobija se iz uslova $x_{3 \text{ min, teor.}} = u - \frac{z_3}{2} \cdot \sin \alpha_{o3-4} = 1 - \frac{16}{1} \sin^2 20^\circ = 0,06418$), a

praktične vrednosti sa malim podsecanjem $x_{\text{min, pr.}} = 0,05$, dok je maksimalni koeficijent pomeranja profila $x_{\text{max, pr.}} = 0,76$ određen iz uslova da lučna debljina zupca na temenom krugu iznosi $s_k = 0,2$ m, odnosno $x_{\text{min, teor.}} = 1,03$ određen iz uslova pojave šiljkastih zubaca ($s_k = 0$).

Na osnovu ovih ekstremnih vrednosti se zaključuje da izračunata vrednost koeficijenta pomeranja profila zadovoljava uslov

$$x_{3 \text{ min}} < x_3 < x_{3 \text{ max}}$$

pa je moguće primeniti pri izradi zupčanika 3.

3. Zbog aksijalnog podešljivog položaja vratila I (tzv. plivajuća vratila) sa zupčanicima 1' i 1'' prema fiksnom položaju vratila II sa zupčanicima 2' i 2'', obrtni moment M_{oI} na vratilo I se ravnomerno raspodeljuje na zupčanike 1' i 1'', tj.

$$M_{o1'} = M_{o1''} = M_{oI} / 2$$

takođe je i $M_{o2'} = M_{o2''}$

Iz uslova ravnoteže obrtnih momenata koji napadaju vratilo II dobija se

$$M_{o2'} + M_{o2''} - M_{o3} - M_{oSH} = 0$$

odakle sledi

$$M_{o2'} = M_{o2''} = \frac{M_{o3} + M_{oSH}}{2} = \frac{996,08 + 996,54}{2} = 996,31 \text{ Nm}$$

gde je $M_{o3} = \frac{M_{o4}}{i_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{M_{oSH}}{i_{3-4} \cdot \eta_{3-4}} = \frac{5167,14}{5,1875 \cdot 1} = 996,08 \text{ Nm}$

Obimne sile koje napadaju zupčanike na vratilu II su

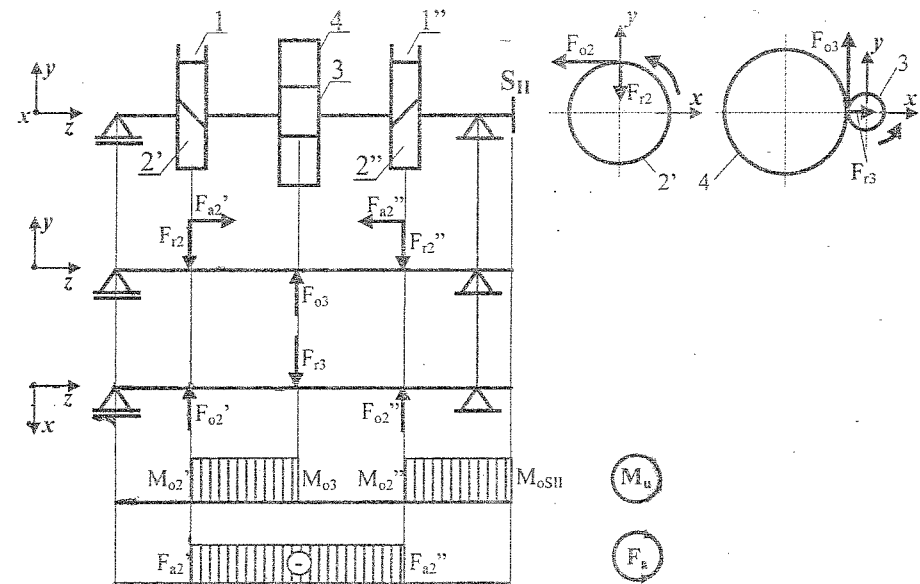
$$F'_{o2} = F''_{o2} = \frac{M_{o3}}{d_2 / 2} = \frac{996,31}{0,197727 / 2} = 10077,6 \text{ N}$$

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_3 / 2} = \frac{996,31}{0,064646 / 2} = 30816 \text{ N}$$

gde su kinematski prečnici

$$d'_2 = d''_2 = 2a_{1-2} \cdot \frac{i_{1-2}}{i_{1-2} + 1} = 2 \cdot 125 \cdot \frac{3,7826}{3,7826 + 1} = 197,727 \text{ mm}$$

$$d_3 = \frac{2a_{3-4}}{i_{3-4} + 1} = \frac{2 \cdot 200}{5,1875 + 1} = 64,646 \text{ mm}$$



Radikalne sile

$$F'_{r2} = F''_{r2} = F'_{o2} \cdot \text{tg} \alpha_{1-2} = 10077,6 \cdot \text{tg} 22,702^\circ = 4216 \text{ N}$$

gde je $\text{tg} \alpha_{o1-2} = \frac{\text{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o1-2}} = \frac{\text{tg} 20^\circ}{\cos 29,5414^\circ} = 0,41836$

odakle je pri $x_1'' = x_1' = x_2' = x_2'' = 0$

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{o1-2} = 22,702^\circ$$

$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{3,4} = 30816 \cdot \operatorname{tg} 21,519^\circ = 12151 \text{ N}$$

Aksijalne sile

$$F_{a2}' = F_{a2}'' = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \beta_{1,2} = 10077,66 \cdot \operatorname{tg} 29,5414^\circ = 5711 \text{ N}$$

4. Faktor neravnomernosti opterećenja prenosnika $K_A = 1$ za pogonsku mašinu elektromotor i ravnomerno opterećenje radnih mašina (T. 1.1, ME III, S.V.)

Obimna brzina na kinematskim krugovima zupčastog para 1-2

$$v_{1-2} = \frac{d_1}{2} \cdot \omega_1 = \frac{0,066}{2} \cdot 100,6 = 3,32 \text{ m/s}$$

gde je prečnik kinematskog kruga zupčanika 1

$$d_1 = \frac{2a_{1-2}}{i_{1-2} + 1} = \frac{2 \cdot 125}{2,7826 + 1} = 66,092 \text{ mm}$$

i ugaona brzina vratila I

$$\omega_1 = i_{1-2} \cdot \omega_{II} = 2,7826 \cdot 36,14 = 100,6 \text{ s}^{-1}$$

Modul osnovne zupčaste letve je

$$m = \frac{m_n}{\cos \beta_{o1-2}} = \frac{2,5}{\cos 29,5414^\circ} = 2,87356$$

Stepen sprežanja profila određuje se po definiciji

$$\varepsilon_p = \frac{g_p}{t} = \frac{g_p}{m \cdot \pi} = \frac{15}{2,87356 \cdot \pi} = 1,66$$

Stepen sprežanja bokova

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_q = 1,66 + 1,88 = 3,54$$

Za stepen sigurnosti bokova zubaca merodavne su vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca za interval dodira oko sredine visine zupca (T. 4.5, str. 161, ME III, S.V.). Ove vrednosti su:

➤ za ravnomernu raspodelu opterećenja pri $\varepsilon > 2$ i $\varepsilon_p < \varepsilon_q < 2$

$$K_\alpha = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p + \varepsilon_q} = \frac{1,66}{1,66 + 1,88} = 0,519$$

➤ za izrazito neravnomernu raspodelu opterećenja $K_\alpha = 1$

Faktor oblika bokova kosih zubaca

$$Z_H^2 = \frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_o \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2 \cdot \cos 27,60^\circ}{\cos^2 22,70^\circ \cdot \operatorname{tg} 22,70^\circ} = 4,978$$

gde je $\beta_b = \arcsin \operatorname{tg} \beta_o \cos \alpha_o = \arcsin \operatorname{tg} 29,5414^\circ \cos 22,70^\circ = 27,60^\circ$.

Faktor dužine trenutne linije dodira za $\varepsilon_p > \varepsilon_q$ je

$$Z_\varepsilon^2 = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_q} = \frac{1,88}{1,66} = 1,133$$

Faktor ugla nagiba zubaca

$$Z_\beta^2 = \cos \beta_o = \cos 29,5414^\circ = 0,870$$

Redukovani dodirni pritisci zupčanika 2' i 2'' su zbog ravnomerne raspodele ukupne obimne sile, omogućene samopodešavanjem plivajućeg vratila I, međusobno jednaki i kako pritisci zupčastih parova 1'-2' i 1''-2'' isti i za zupčanike 1'-1''. Na osnovu toga, redukovani dodirni pritisci zupčanika 2'-2'' za ravnomernu raspodelu opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca iznose

$$k_2 = k_{2'} = k_{2''} = k_{1'} = k_{1''} = k = K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_\beta \cdot \frac{F_{o2}}{b \cdot d_{o1}} \cdot \frac{i_{1-2} + 1}{i_{1-2}} \cdot Z_H^2 \cdot Z_\varepsilon^2 \cdot Z_\beta^2 =$$

$$1 \cdot 1,025 \cdot 0,519 \cdot 1,2 \cdot \frac{1007,8}{3 \cdot 6,609} \cdot \frac{2,783 + 1}{2,783} \cdot 4,978 \cdot 1,133 \cdot 0,87 = 216,43 \text{ daN/cm}^2$$

Zamenom $K_\alpha = 1$ u gornjem izrazu, umesto $K = 0,519$, dobijaju se redukovani dodirni pritisci zupčanika 2' i 2'' za izrazito neravnomernu raspodelu opterećenja

$$k = 417,01 \text{ daN/cm}^2$$

Za zupčasti par 1'-2', odnosno 1''-2'' od čelika Č 5421/Č 5420, koeficijent elastičnosti materijala spregnutih zupčanika (T. 4.8. str. 185, ME III, S.V.) iznosi $Z_H^2 = 360 \cdot 10^3 \text{ daN/cm}^2$.

Redukovana kontaktna dinamička čvrstoća zupčanika 2' i 2'' je

$$k_{D2'} = k_{D2''} = k_{D2} = \frac{\sigma_{DH}^2}{Z_H^2} = \frac{15000^2}{360 \cdot 10^3} = 625 \text{ daN/cm}^2$$

gde konstantna dinamička čvrstoća zupčanika 2' i 2'' od materijala Č 5420 prema Tablici 4.10, str. MF III, S.V., iznosi $\sigma_{DH} = 150 \text{ daN/mm}^2$.

Stepen sigurnosti bokova zubaca zupčanika 2' i 2'' protiv površinskog razaranja iznosi

➤ za ravnomernu raspodelu opterećenja na parove zubaca

$$S_2 = S_2' = S_2'' = \frac{k_{J22}}{k} = \frac{625}{216,43} = 2,89$$

➤ za izrazito neravnomernu raspodelu opterećenja na parove zubaca

$$S_2 = S_2' = S_2'' = \frac{k_{p22}}{k} = \frac{625}{417,01} = 1,50$$

5. Obvojni ugao kaiša po malom kaišniku

$$\alpha = 180^\circ - 2\beta = 180 - 2 \cdot 9,21^\circ = 161,59^\circ = 2,82 \text{ rad}$$

gde je ugao

$$\beta = \arcsin \frac{d_{r2} - d_{r1}}{2a} = \arcsin \frac{480 - 160}{2 \cdot 1000} = 9,21^\circ$$

Ugaona brzina i obrtni moment kaišnika r_1 jednaki su ugaonoj brzini i obrtnom momentu elektromotora

$$\omega_{r1} = \omega_{EM} = 2\pi \cdot n_{EM} = 2\pi \cdot 2940/60 = 607,88 \text{ s}^{-1}$$

$$M_{or1} = M_{oEM} = \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}} = \frac{75000}{307,88} = 243,6 \text{ Nm}$$

Obimna sila kaišnog prenosnika

$$F_{or} = \frac{K_A M_{or1}}{d_{r1}/2} = \frac{1 \cdot 243,6}{0,16/2} = 3045 \text{ N}$$

Obimna brzina kaišnika iznosi

$$v = \frac{d_{r1}}{2} \cdot \omega_{r1} = \frac{0,16}{2} \cdot 307,88 = 24,63 \text{ m/s}$$

Sila prethodnog pritezanja ogranka kaiša bez dejstva centrifugalne sile

$$F_p = \frac{s_\mu F_{or}}{2} \cdot \frac{e^{\mu\alpha} + 1}{e^{\mu\alpha} - 1} = \frac{1,3 \cdot 3045}{2} \cdot \frac{e^{0,3 \cdot 2,82} + 1}{e^{0,3 \cdot 2,82} - 1} = 4955 \text{ N}$$

Radna sila u vučnom ogranku

$$F_1 = F_p + F_{or} / 2 = 4955 + 3045 / 2 = 6477,5 \text{ N}$$

pa je radni napon

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{6477,5}{12,5} = 518,2 \text{ N/cm}^2 = 51,82 \text{ daN/cm}^2$$

gde je poprečni presek kaiša

$$A = b \cdot h = 12,5 \cdot 1 = 12,5 \text{ cm}^2$$

Napon usled dejstva centrifugalne sile

$$\sigma_c = \rho v^2 = 1 \cdot 10^3 \cdot 24,63^2 = 6,07 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 6,07 \text{ da N/cm}^2$$

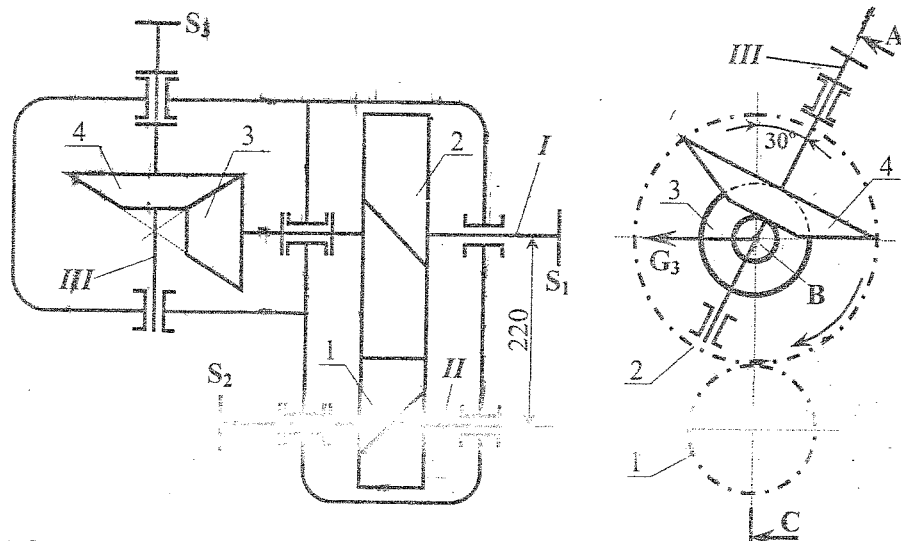
Napon usled savijanja kaiša oko manjeg kaišnika

$$\sigma_{s1} = \frac{Eh}{d_{r1}} = \frac{300 \cdot 1}{16} = 18,75 \text{ daN/cm}^2$$

Maksimalni napon kaiša

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_c + \sigma_s = 51,82 + 6,07 + 18,75 = 76,64 \text{ daN/cm}^2$$

ZADATAK 17.



PODACI:

$$z_1 = 19, \quad z_2 = 52, \quad m_n = 6 \text{ mm}, \quad b = 70 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad x_1 = x_2 = 0, \\ \eta_{1-2} = 0,98.$$

$$z_3 = 23, \quad z_4 = 58, \quad m = 5 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 20^\circ, \quad \eta_{3-4} = 0,97.$$

Za dati prenosnik potrebna snaga se dovodi preko ulazne spojnice S_1 spojene sa vratilom elektromotora čija učestanost obrtanja iznosi 715 min^{-1} , a izlazna spojnica S_2 predaje radnoj mašini snagu 80 kW , dok se istovremeno na izlaznoj spojnici S_3 savlađuje otpor druge radne mašine 1500 Nm . Obe radne mašine rade ravnomerno.

1. Odrediti potrebnu snagu elektromotora, učestanost obrtanja spojnice S_2 i S_3 , obrtni moment na spojnici S_2 kao i snagu gubitaka u prenosniku.
2. Odrediti stepen sprežanja zupčastog para 1 – 2.
3. Nacrtati šemu opterećenja vratila I i dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila. Odrediti intenzitete svih aktivnih sila na zupčanicima 2 i 3.
4. Odrediti interval variranja stepena sigurnosti protiv loma zubaca i stepena sigurnosti protiv površinskog razaranja bokova zubaca zupčastog para 1-2 ako faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

Kvalitet tolerancija zubaca 7, materijal zupčanika 1 je Č 4732, a zupčanika 2 Č 4131. Zupčanici su postavljeni na sredini raspona vratila između solonca.

REŠENJE:

1. Dati prenosnik ima jednu ulaznu spojnicu S_1 kojom se vratilu I dovodi potrebna snaga u punom iznosu do mesta zupčanika 2 gde se deli na dva dela: jedan deo ide sa vratila I na veliki zupčanik 2 koji svom spregnutom malom zupčaniku 2 (par 2 – 1 je multiplikator) predaje snagu u vidu multiplicirane učestanosti obrtanja $n_1 = n_{S2}$ odnosno ugaone brzine $\omega_1 = \omega_{S2}$, a smanjenog obrtnog momenta $M_{o1} = M_{oS2}$ koji se dalje vratilom II prenose na spojnicu S_2 , i jedan deo koji se i dalje od mesta zupčanika 2 (ne ide na zupčanik 2' – već se kroz njega „provlači“) prenosi vratilom I do malog koničnog zupčanika 3, koji pogoni svoj veliki zupčanik 4 (par 3 – 4 je reduktor) predajući mu snagu u vidu smanjene učestanosti obrtanja $n_4 = n_{S3}$, odnosno ugaone brzine $\omega_4 = \omega_{S3}$ i povećanog obrtnog momenta $M_{o4} = M_{oS3}$ koji se dalje vratilom III prenosi na spojnicu S_3 .

Na osnovu ovoga radni prenosni odnosi parova 1-2 i 3-4 će biti:

$$i_{1-2} = \frac{z_{gobj}}{z_{pogon}} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{19}{52} = 0,365385 = \frac{1}{i_{1-2}}, \quad \Rightarrow \quad i_{1-2} = 2,73684$$

$$i_{3-4} = i_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{58}{23} = 2,5217$$

Učestanost spojnice S_1 , S_2 i S_3 biće

$$n_{S1} = 715 \text{ min}^{-1} = 11,917 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{S2} = \frac{n_{S1}}{i_{1-2}} = \frac{715}{0,36538} = 1956,8 \text{ min}^{-1} = 32,614 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{S3} = \frac{n_{S1}}{i_{3-4}} = \frac{715}{2,5217} = 283,53 \text{ min}^{-1} = 4,726 \text{ s}^{-1}$$

Ugaone brzine spojnice S_1 , S_2 i S_3 biće

$$\omega_{S1} = 2\pi \cdot n_{S1} = 2\pi \cdot 11,917 = 74,875 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{S2} = 2\pi \cdot n_{S2} = 2\pi \cdot 32,614 = 204,92 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{S3} = 2\pi \cdot n_{S3} = 2\pi \cdot 4,726 = 29,69 \text{ s}^{-1}$$

Obrtni moment na izlaznoj spojnici S₂ je

$$M_{oS2} = \frac{P_{S2}}{\omega_{S2}} = \frac{80000}{204,92} = 390,397 \text{ Nm}$$

Snaga na izlaznoj spojnici S₃

$$P_{S3} = M_{oS3} \cdot \omega_{S3} = 1500 \cdot 26,69 = 40035 \text{ W} = 40,035 \text{ kW}$$

Potrebna snaga elektromotora za istovremeni rad radnih mašina spojenih spojnicama S₂ i S₃ je

$$P_{EM} = P_{S1} = \frac{P_{S2}}{\eta_{1-2}} + \frac{P_{S3}}{\eta_{3-4}} = \frac{80}{0,98} + \frac{40,035}{0,97} = 122,906 \text{ kW}$$

Snaga gubitaka u prenosniku

$$P_{gub} = P_{ul} - P_{izl} = P_{S1} - P_{S2} - P_{S3} = 122,906 - 80 - 40,035 = 2,871 \text{ kW}$$

2. Potrebne veličine za određivanje stepena sprežanja zupčastog para 1-2 – ugao nagiba bočne linije zupca osnovne yupčaste letve određen je zadatim osnim rastojanjem a_{1-2} kao

$$\beta_{o1-2} = \arccos \frac{m_{n1-2}(z_1 + z_2)}{2a_{1-2}} = \arccos \frac{6(19 + 52)}{2 \cdot 220} = \arccos 0,96818 = 14,49^\circ$$

Modul osnovne zupčaste letve

$$m_{1-2} = \frac{m_{n1-2}}{\cos \beta_{o1-2}} = \frac{6}{0,96818} = 6,1972 \text{ mm}$$

Ugao nagiba profila osnovne zupčaste letve

$$\alpha_{o1-2} = \arccos \frac{\text{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{o1-2}} = \arccos \frac{\text{tg} 20^\circ}{0,96818} = 20,60^\circ$$

jednak je u ovom slučaju, zbog $x_1 = x_2 = 0$, uglu dodirnice α_{1-2} . Prečnici podeonih krugova jednaki su prečnicima kinematskih krugova

$$d_{o1} = d_1 = mz_1 = 6,1972 \cdot 19 = 117,747 \text{ mm}$$

$$d_{o2} = d_2 = mz_2 = 6,1972 \cdot 52 = 322,254 \text{ mm} \quad \text{ili}$$

$$d_{o1} = d_1 = \frac{2a_{1-2}}{i_{1-2} + 1} = \frac{2 \cdot 220}{2,73684 + 1} = 117,747 \text{ mm}$$

$$d_{o2} = d_2 = i_{1-2} \cdot d_1 = 2,73684 \cdot 117,747 = 322,254 \text{ mm}$$

Prečnici osnovnih krugova

$$d_{b1} = d_{o1} \cos \alpha_{o1-2} = 117,747 \cdot \cos 20,60^\circ = 110,2182 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_{o2} \cos \alpha_{o1-2} = 322,254 \cdot \cos 20,60^\circ = 301,6489 \text{ mm}$$

Prečnici podnožnih krugova

$$d_{f1} = d_{o1} - 2,4m = 117,747 - 2,4 \cdot 6 = 103,347 \Rightarrow 103,3 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_{o2} - 2,4m = 322,254 - 2,4 \cdot 6 = 307,854 \Rightarrow 307,9 \text{ mm}$$

Prečnici temenih krugova

$$d_{k1} = 2a_{1-2} - d_{f2} - 2c_1m_n = 2 \cdot 220 - 307,9 - 2 \cdot 0,2 \cdot 6 = 129,7 \text{ mm}$$

$$d_{k2} = 2a_{1-2} - d_{f1} - 2c_2m_n = 2 \cdot 220 - 103,3 - 2 \cdot 0,2 \cdot 6 = 334,3 \text{ mm}$$

Dužina aktivnog dela dodirnice

$$\begin{aligned} \ell_{1-2} &= \sqrt{r_{k1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{k2}^2 - r_{b2}^2} - a_{1-2} \sin \alpha_{1-2} = \\ &= \sqrt{64,85^2 - 55,11^2} + \sqrt{167,15^2 - 150,82^2} - 220 \cdot \sin 20,60^\circ = 28,84 \text{ mm} \end{aligned}$$

Dodirni luk bočnih linija na podeonom krugu

$$g_{g1-2} = b \cdot \text{tg} \beta_{o1-2} = 70 \cdot \text{tg} 14,49^\circ = 18,09 \text{ mm}$$

Podeoni korak

$$t_{o1-2} = m_{1-2} \cdot \pi = 6,1972 \cdot \pi = 19,470 \text{ mm}$$

Osnovni korak profila

$$t_{b1-2} = t_{o1-2} \cdot \cos \alpha_{o1-2} = 19,470 \cdot \cos 20,60^\circ = 18,22 \text{ mm}$$

Stepen sprežanja profila

$$\varepsilon_{p1-2} = \frac{\ell_{1-2}}{t_{b1-2}} = \frac{28,84}{18,22} = 1,583$$

Stepen sprežanja bočnih linija

$$\varepsilon_{q1-2} = \frac{g_{q1-2}}{t_{o1-2}} = \frac{18,09}{19,470} = 0,930$$

Stepen sprežanja bokova

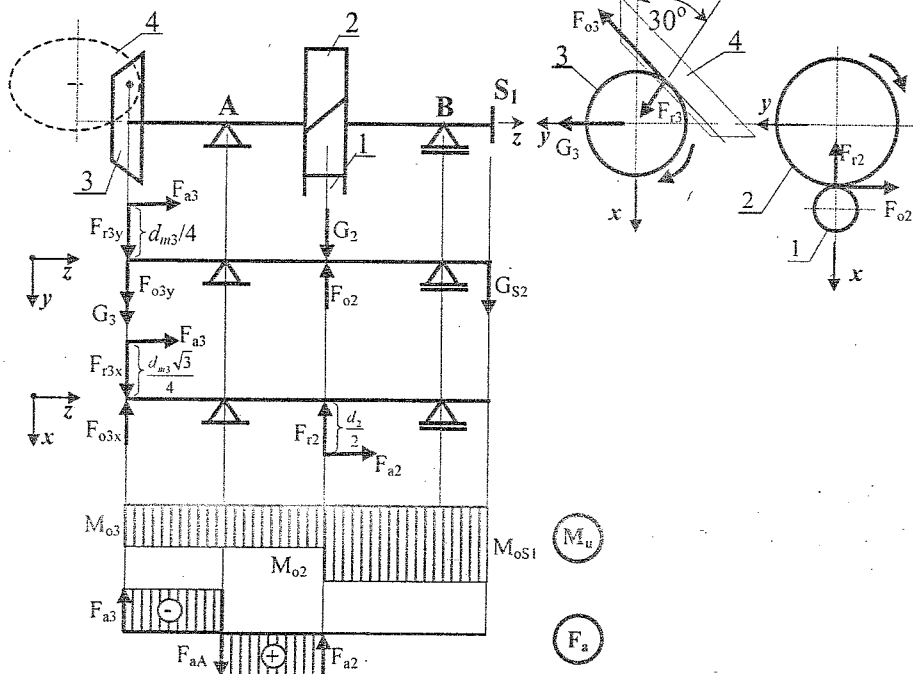
$$\varepsilon_{1-2} = \varepsilon_{p1-2} + \varepsilon_{q1-2} = 1,583 + 0,930 = 2,513$$

Prečnik spoljašnjeg kinematskog kruga zupčanika 3

$$d_{e3} = m \cdot z_3 = 5 \cdot 23 = 115 \text{ mm}$$

Ugao kinematskog konusa zupčanika 3

$$\text{tg} \delta_3 = \frac{1}{i_{3-4}} = \frac{z_3}{z_4} = \frac{23}{58} = 0,39655 \quad \text{odnosno} \quad \delta_3 = 21,631^\circ$$



Prečnik srednjeg kinematskog kruga zupčanika 3

$$d_{m3} = d_{e3} - b \sin \delta_3 = 115 - 40 \cdot \sin 21,631^\circ = 100,25 \text{ mm}$$

Obrtni momenti na zupačnicima 2 i 3

$$M_{o2} = \frac{M_{oS2}}{i_{1-2}} \eta_{1-2} = \frac{390,369}{0,365385} \cdot 0,98 = 1090,26 \text{ Nm}$$

$$M_{o3} = \frac{M_{oS3}}{i_{3-4}} \eta_{3-4} = \frac{1500}{2,5217} \cdot 0,97 = 613,22 \text{ Nm}$$

Obimne sile

$$F_{o2} = \frac{M_{o2}}{d_2/2} = \frac{1090,26}{0,322254/2} = 6766,5 \text{ N}$$

$$F_{o3} = \frac{M_{o3}}{d_{m3}/2} = \frac{613,22}{0,10025/2} = 12234 \text{ N}$$

Radijalne sile

$$F_{r2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1-2} = 6766,5 \cdot \operatorname{tg} 20,60^\circ = 2543 \text{ N}$$

$$F_{r3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{3-4} \cdot \cos \delta_3 = 12234 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 21,631^\circ = 4139 \text{ N}$$

Aksijalne sile

$$F_{a2} = F_{o2} \cdot \operatorname{tg} \beta_{1-2} = 6766,5 \cdot \operatorname{tg} 14,49^\circ = 1749 \text{ N}$$

$$F_{a3} = F_{o3} \cdot \operatorname{tg} \beta_{3-4} \cdot \sin \delta_3 = 12234 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 21,631^\circ = 1641 \text{ N}$$

Komponente obimne i radijalne sile u x i y pravcu

$$F_{o3x} = F_{o3} \cos 120^\circ = 12234 \cdot \cos 120^\circ = -6117 \text{ N}$$

$$F_{o3y} = F_{o3} \cos(-30^\circ) = 12234 \cdot \cos 30^\circ = 10595 \text{ N}$$

$$F_{r3x} = F_{r3} \cos 30^\circ = 4139 \cdot \cos 30^\circ = 3584 \text{ N}$$

$$F_{r3y} = F_{r3} \sin 30^\circ = 4139 \cdot \sin 30^\circ = 2070 \text{ N}$$

4. Faktor neravnomernosti raspodele opterećenja za ravnomeran rad pogonske i radne mašine je $K_A = 1$.

Za obimnu brzinu

$$v = \frac{d_2}{2} \omega_2 = \frac{d_2}{2} \omega_{S1} = \frac{0,322254}{2} \cdot 14,875 = 12,06 \text{ m/s}$$

Parametar λ prema T. 4.2 (ME III, S.V.) je

$$\lambda = \frac{v}{m/s} \cdot \frac{z_1}{100} = 12,06 \cdot \frac{19}{100} = 2,29$$

Prema istoj tablici za kvalitet tolerancija zubaca 7, maksimalna vrednost ovog parametra iznosi $\lambda_{\max} = 10$ tj. $\lambda < \lambda_{\max}$ pa je rad zupčastog para stabilan, i za $0 < \varepsilon_{q1-2} = 0,930 < 1$ faktor dinamičkog opterećenja je

$$K_V = K_{V\alpha} - \varepsilon_q (K_{V\alpha} - K_{V\beta}) = 1,206 - 0,93 (1,206 - 1,112) = 1,119$$

gde je

$$K_{V\alpha} = 1 + 0,09\lambda = 1 + 0,09 \cdot 2,29 = 1,206$$

$$K_{V\beta} = 1 + 0,049\lambda = 1 + 0,049 \cdot 2,29 = 1,112$$

Faktor raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira za zupčanike postavljene na sredini raspona svojih vratila između oslonaca prema T. 4.4 (ME III, S.V.)

$$K_\beta = 1,17 + 0,18\phi^2 + 0,47b/h_0 = 1,17 + 0,18 \cdot 0,594^2 + 0,47 \cdot 70/1000 = 1,266$$

gde je

$$\varphi = b / d_{o1} = 70 / 117,747 = 0,594 \quad \text{i} \quad b_0 = 1000 \text{ mm}$$

Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca prema uslovu tačke 4. zadatka ima sve moguće vrednosti između ekstremnih koje se odnose na slučajeve ravnomerne i izrazito neravnomerne raspodele. Prema T. 4.5 (ME III, S.V.) ove vrednosti iznose:

- za interval dodira u blizini temena zupca (merodavne za proračun maksimalnog napona u podnožju zupca) i za $2 < \varepsilon_{1-2} = 2,512 < 3$ i ravnomernu raspodelu za dodir u tački na vrhu zupca (tačka A) $K_{ar} = 0,33$, a za dodir u tački smene trostruke sprege dvostrukom (tačka B) $K_{ar} = 0,5$, a za izrazito neravnomernu raspodelu za sve tačke dodira od A do B $K_{ain} = 1$.

- za interval dodira oko sredine visine zupca (merodavne za proračun redukovanog dodirnog pritiska na bokovima zubaca) za slučaj $\varepsilon_{1-2} > 2$ i $\varepsilon_{p1-2} > \varepsilon_{q1-2}$ i za ravnomernu raspodelu

$$K_{ar} = \frac{\varepsilon_q}{[\varepsilon_{p1-2} - 2(1 - \varepsilon_{q1-2})]} = \frac{0,93}{[1,58 - 2(1 - 0,93)]} = 0,646$$

i za izrazito neravnomernu raspodelu $K_{ain} = 1$.

Za određivanje stepena sigurnosti protiv loma zubaca zupčanika 1 i 2 potrebne veličine biće:

- za ekvivalentne brojeve zubaca

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta_{o1-2}} = \frac{19}{\cos^3 14,49^\circ} = 20,935$$

$$z_{n2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta_{o1-2}} = \frac{52}{\cos^3 14,49^\circ} = 57,295 \quad \text{ili} \quad z_{n2} = z_{n1} \cdot i_{1-2}$$

i $x_1 = x_2 = 0$ faktori oblika zubaca (T. 4.6, ME III, S.V.) i faktora korekcije napona (T. 4.7, ME III, S.V.) iznose $Y_{F1} = 2,854$, $Y_{F2} = 2,324$, $Y_{S1} = 1,6094$ i $Y_{S2} = 1,830$.

Faktor kraka sile za $2 < \varepsilon_{1-2} = 2,512 < 3$ i za dodir zubaca u tački smene trostruke sprege dvostrukom (tačka B) iznosi:

$$Y_e = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{pn}} = 0,25 + \frac{0,75}{1,67} = 0,699$$

gde je ekvivalentan stepen sprežanja profila

$$\varepsilon_{pn} = \frac{\varepsilon_p}{\cos^2 \beta_b} = \frac{1,58}{\cos^2 13,6^\circ} = 1,67$$

za $\beta_b = \arctg \beta_0 \cdot \cos \alpha_0 = \arctg 14,49^\circ \cdot \cos 20,60^\circ = 13,6^\circ$

Za dodir zubaca u tački na temenu zupca (tačka A) $Y_e = 1$.

Faktor nagiba zubaca za $0 < \beta_{o1-2} = 14,49^\circ < 30^\circ$ biće

$$Y_\beta = 1 - \frac{\varepsilon_{q1-2} \beta_{o1-2}}{120^\circ} = 1 - \frac{0,93 \cdot 14,49^\circ}{120^\circ} = 0,888$$

Maksimalni merodavni normalni naponi u podnožju zupca zupčanika 1 i 2 biće određeni, pored ostalog, maksimalnim proizvodom $(K_{ar} Y_e)$ i to za ravnomernu (r) i za izrazito neravnomernu (in) raspodelu:

- za tačku A na temenu zupca

$$K_{ar} \cdot Y_e = 0,33 \cdot 1 = 0,333; \quad K_{ain} \cdot Y_e = 1 \cdot 1 = 1$$

Za tačku B smene trostruke sprege zubaca dvostrukom spregom

$$K_{ar} \cdot Y_e = 0,5 \cdot 0,699 = 0,3495; \quad K_{ain} \cdot Y_e = 1 \cdot 0,699 = 0,699$$

Maksimalne vrednosti ovog proizvoda iznose: za ravnomernu raspodelu $(K_{ar} Y_e)_{\max} = 0,3495$ i odnosi se na tačku B dodira zubaca, a za izrazito neravnomernu raspodelu $(K_{ain} Y_e)_{\max} = 1$ i odnosi se na tačku A dodira zubaca.

Na osnovu toga, maksimalni merodavni normalni naponi u podnožju zubaca zupčanika 1 i 2 biće:

- za ravnomernu raspodelu

$$\begin{aligned} \sigma_{1r \max} &= K_A K_V K_\beta \frac{F_o}{b m_n} Y_{F1} Y_{S1} Y_\beta (K_{ar} Y_e)_{\max} = \\ &= 1 \cdot 1,119 \cdot \frac{676,65}{7 \cdot 0,6} \cdot 2,854 \cdot 1,6094 \cdot 0,888 \cdot 0,3495 = 3256 \text{ daN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2r \max} &= K_A K_V K_\beta \frac{F_o}{b m_n} Y_{F2} Y_{S2} Y_\beta (K_{ar} Y_e)_{\max} = \sigma_{1r \max} \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}} \frac{Y_{S2}}{Y_{S1}} = \\ &= 325,6 \cdot \frac{2,324}{2,854} \cdot \frac{1,830}{1,6094} = 301,5 \text{ daN/cm}^2 \end{aligned}$$

- za izrazito neravnomernu raspodelu vrednosti se dobijaju stavljajući u donje izraze vrednost $(K_{ain} Y_e)_{\max} = 1$ umesto vrednosti $(K_{ar} Y_e)_{\max} = 0,3495$ ili jednostavnije, preko odnosa koji se dobija slično

$$\sigma_{1in \max} = \sigma_{1r \max} \frac{(K_{ain} Y_e)_{\max}}{(K_{ar} Y_e)_{\max}} = 325,6 \cdot \frac{1}{0,3495} = 931,6 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{2in \max} = \sigma_{2r \max} \frac{(K_{ain} Y_e)_{\max}}{(K_{ar} Y_e)_{\max}} = 301,5 \cdot \frac{1}{0,3495} = 862,6 \text{ daN/cm}^2$$

Prema tome, raspon stepena sigurnosti protiv loma zubaca zupčanika 1 i 2 pri variranju vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca od ravnomerne do izrazito neravnomerne raspodele određen je vrednostima

$$S_{1r} = \frac{\sigma_{DF1}}{\sigma_{1r\max}} = \frac{5500}{325,6} = 16,89; \quad S_{1m} = \frac{\sigma_{DF1}}{\sigma_{1m\max}} = \frac{5500}{931,6} = 5,9$$

$$S_{2r} = \frac{\sigma_{DF2}}{\sigma_{2r\max}} = \frac{5300}{301,5} = 16,89; \quad S_{2m} = \frac{\sigma_{DF2}}{\sigma_{2m\max}} = \frac{5300}{862,6} = 6,14$$

gde su prema T. 410, str. 193 (ME III, S.V.) trajne dinamičke čvrstoće podnožja zubaca za zupčanik 1 od Č 4732 $\sigma_{DF1} = 55 \text{ daN/mm}^2$ i za zupčanik 2 od Č 4131 $\sigma_{DF2} = 53 \text{ daN/mm}^2$. Za određivanje stepena sigurnosti bokova zubaca zupčanika 1 i 2 protiv površinskog razaranja potrebne veličine biće:

➤ faktor oblika bokova spregnutih zubaca

$$Z_H^2 = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 20,6^\circ}{\cos^2 \alpha_0 \cdot \tan \alpha} = \frac{20 \cdot 10^6}{\cos^2 20,6^\circ \cdot \tan 20,6^\circ} = 5,902$$

➤ faktor ugla nagiba zubaca

$$Z_H = \cos \beta_0 = \cos 14,49^\circ = 0,968$$

➤ faktor dužine trenutne linije dodira

$$Z_\epsilon = 1 \quad \text{za} \quad \epsilon_p > \epsilon_q$$

Na osnovu ovoga, redukovani dodirni pritisak zupčastog para 1-2 za slučaj da je za interval dodira oko sredine visine zubaca raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca ravnomerna ($K_{cr} = 0,646$) biće

$$k_{1r} = k_{2r} = k_r = K_A K_V K_{cr} K_\beta \frac{F_{o1}}{b \cdot d_{o1}} \cdot \frac{i_{1-2} + 1}{i_{1-2}} Z_H^2 Z_\epsilon^2 Z_\beta^2 =$$

$$= 1 \cdot 1,119 \cdot 0,646 \cdot 1,267 \cdot \frac{676,65}{7 \cdot 11,7747} \cdot 5,902 \cdot 1 \cdot 0,968 = 58,65 \text{ daN/cm}^2$$

a za slučaj da je ova raspodela izrazito neravnomerna ($K_{ain} = 1$)

$$k_{1m} = k_{2m} = k_m = k_r \frac{K_{ain}}{K_{cr}} = 58,65 \cdot \frac{1}{0,646} = 90,79 \text{ daN/cm}^2$$

Trajne dinamičke čvrstoće bokova zubaca prema T. 410, str. 193 (ME III, S.V.) iznose: za zupčanik 1 od Č 4732, $\sigma_{DH1} = 71 \text{ daN/mm}^2$ i za zupčanik 2 od Č 4131, $\sigma_{DH1} = 71 \text{ daN/mm}^2$, pa su odgovarajuće redukovane trajne

$$k_{D1} = \frac{\sigma_{DH1}^2}{Z_E^2} = \frac{7100^3}{360 \cdot 10^3} = 140 \text{ daN/cm}^2,$$

$$k_{D2} = \frac{\sigma_{DH2}^2}{Z_E^2} = \frac{6900^3}{360 \cdot 10^3} = 132,25 \text{ daN/cm}^2$$

gde je prema T. 4.8, str. 185 (ME III, S.V.) koeficijent elastičnosti materijala spregnutih zupčanika od čelika

$$Z_E^2 = 360 \cdot 10^3 \text{ daN/cm}^2$$

Prema tome, traženi interval stepena sigurnosti bokova zubaca 1-2 protiv površinskog razaranja biće određen gornjim granicama za ravnomernu raspodelu

$$S_{1r} = \frac{k_{D1}}{k_r} = \frac{140}{58,65} = 2,39; \quad S_{2r} = \frac{k_{D2}}{k_r} = \frac{132,25}{58,65} = 2,25$$

i donjim granicama za izrazito neravnomernu raspodelu

$$S_{1m} = \frac{k_{D1}}{k_m} = \frac{140}{90,79} = 1,54; \quad S_{2m} = \frac{k_{D2}}{k_{2m}} = \frac{132,25}{90,79} = 1,46$$

tj.

$$S_1 = (S_{1m} \div S_{1r}) = (1,54 \div 2,39) \quad \text{i} \quad S_2 = (S_{2m} \div S_{2r}) = (1,46 \div 2,25).$$

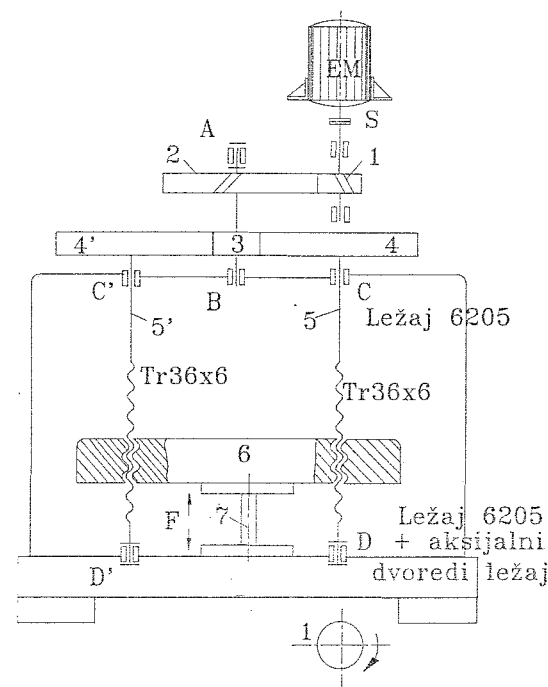
ZADATAK 18.

Uređaj na slici služi za ostvarivanje sile zatezanja na delu 7. Sastoji se od elektromotora EM, frikционе spojnice S, zupčanih parova 1-2 (sa kosim zupcima), 3-4, odnosno 3-4' (sa pravim zupcima), navojnih vretena 5 i 5' sa navrtakama u delu 6. Navojna vretena se oslanjaju na kotrljajne ležaje kao što je naznačeno na slici.

1. Odrediti ukupnu aksijalnu silu koja se može ostvariti pri punom iskorišćenju snage elektromotora. Izračunati brzinu kretanja pri slobodnom kretanju dela 6. Podaci su dati uz crtež uređaja. Da li se i kojim konstruktivnim izmenama uređaj može primeniti za ostvarivanje sile pritiska? Objasniti skicom.
2. Izračunati intenzitete svih sila na navojnom vretenu 5, nacrtati shemu opterećenja i odrediti potreban prečnik navojnog vretena na mestu zupčanika 4, ako je veza ostvorena klinom. Vreteno je izrađeno od Č 0545.
3. Odrediti potrebnu dinamičku nosivost aksijalnog ležaja u osloncu D vretena za $t \geq 3000$ sati rada. Usvojiti da se cela aksijalna sila prenosi tokom polovine radnog veka a preostalo vreme samo polovina ovog opterećenja. Ležaj je sa kuglicama.
4. Nacrtati shemu opterećenja vratila AB, dijagrame aksijalnih sila i momenata uvijanja.
5. Proveriti stepen sigurnosti protiv statičkog loma zubaca zupčanika 3. Zupčanik je izrađen od SL 200. Usvojiti da je kritični napon zupčanika jednak kritičnom naponu zupčanika epruvete, raspodela opterećenja duž dodirne linije zubaca ravnomerna, celokupno opterećenje deluje na temenoj ivici zupca, a pri punom opterećenju ostvaruje se udar tako da je proizvod uticaja $K_A \cdot K_V = 1,7$.

Podaci:

$P_{EM} = 0,75 \text{ kW}$, $n_{EM} = 680 \text{ min}^{-1}$, $z_1 = 21$, $z_2 = 74$, $z_3 = 23$, $z_4 = z_4' = 97$,
 $m_n = 3 \text{ mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $x_3 = x_4 = 0$, $b_{3,4} = 50 \text{ mm}$,
 $\eta_{1,2} = \eta_{3,4} = \eta_{3,4'} = 0,98$. Navojni par: Tr 36x6, $\mu = 0,14$



Rešenje:

Obrtni moment na vratilu elektromotora, zupčanika 1 i zupčanika 2 (M_1 i M_2), pri punom iskorišćenju snage i ugaonoj brzini vratila elektromotora:

$$\omega_{EM} = \frac{\pi n_{EM}}{30} = \frac{\pi \cdot 680}{30} = 71,17 \text{ s}^{-1} \quad i_{3,4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{97}{23} = 4,217$$

$$M_1 = \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}} = \frac{0,75 \cdot 10^3}{71,17} = 10,53 \text{ Nm} \quad i_{1,2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{74}{21} = 3,523$$

$$M_2 = M_1 i_{1,2} \eta_{1,2} = 10,53 \cdot 3,523 \cdot 0,98 = 36,36 \text{ Nm}$$

Ukupan moment M_2 se sa vratila AB dovodi na zupčanik 3, potom ravnomerno raspodeljuje na zupčanike 4 i 4' odnosno navojna vretena 5 i 5'. Aksijalna sila dobija se sabiranjem aksijalnih sila na navrtkama dela 6 i određuje na osnovu obrtnog momenta na navojnom vretenu 5 odnosno 5':

$$M_5 = M_5' = M_4 = M_4' = \frac{1}{2} M_3 i_{3,4} \eta_{3,4} = \frac{1}{2} \cdot 36,36 \cdot 4,217 \cdot 0,98 = 75,15 \text{ Nm}$$

Mere navoja u mm (T. 10, ME II, 194. str., S.V.):

	d	d_2	P	L	$\varphi, ^\circ$	$\rho_n, ^\circ$
Tr 36x6	36	33	6	6	3,31	8,245

Jednostruki navoj $L = P$ $\rho_n = \arctg \frac{\mu}{\cos \frac{30^\circ}{2}} = \arctg \frac{0,14}{\cos 15^\circ} = 8,245^\circ$

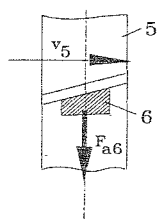
$$F_a = \frac{M_5}{\frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho_n)} = \frac{75,15 \cdot 10^3}{\frac{33,2}{2} \operatorname{tg}(3,31 + 8,245)} = 22,3 \cdot 10^3 \text{ N},$$

a ukupna sila $F_{a6} = F = 2 \cdot F_a = 2 \cdot 22,3 = 44,6 \text{ kN}$.

Pri slobodnom kretanju dela 6, učestanost obrtanja vretena 5 i 5' biće:

$$n_5 = \frac{n_{EM}}{i_{1-2} i_{3-4}} = \frac{680}{\frac{74}{21} \cdot \frac{97}{23}} = 45,756 \text{ min}^{-1} = 0,762 \text{ s}^{-1},$$

a brzina $v_6 = n_5 L = 0,762 \cdot 6 = 4,57 \text{ mm/s}$; $L = 6 \text{ mm}$, hod navoja.



Na delu 6, pri zadanom smeru rotacije vratila elektromotora i zupčanika 1, odnosno vretena 5, ostvaruje se sila zatezanja dela 7. Da bi se na delu 7 ostvarila sila pritiska dovoljno je samo promeniti smer rotacije vratila elektromotora. Nije neophodna promena ležaja jer aksijalni ležaj u osloncu D prima opterećenje u oba smera.

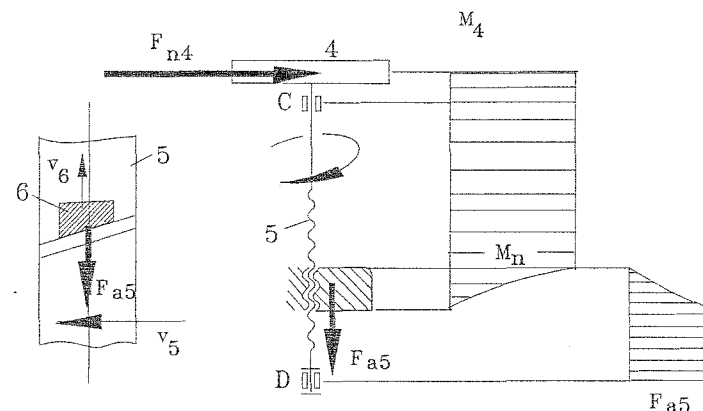
2. Ukupna normalna sila na zupcima zupčanika 4

$$F_{n4} = \frac{M_4}{r_{b4}} = \frac{75,15}{0,1367} = 550 \text{ N}.$$

Poluprečnik osnovne kružnice zupčanika 4 sa pravim zupcima:

$$r_{b4} = r_4 \cos 20^\circ = \frac{1}{2} m_n z_4 \cdot \cos 20^\circ = \frac{1}{2} 3 \cdot 97 \cdot \cos 20^\circ = 136,7252 \text{ mm}.$$

Opterećenje vretena 5 prikazano je skicom. Intenziteti momenta M_4 i aksijalne sile određeni su u 1. zadatku.



Prečnik vretena na mestu zupčanika 4 određuje se na osnovu momenta uvijanja vretena M_4 i dozvoljenog napona za zadati poprečni presek podglavka na mestu 4.

$$\sigma_{doz} = \frac{M_4}{W_{o4}} = \frac{16 \cdot M_4}{\pi d_{v4}^3} \Rightarrow \sim d_{v4} \geq \sqrt[3]{\frac{5M_4}{\tau_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 75,15 \cdot 10^3}{56,9}} \geq 18,8 \text{ mm}.$$

Dozvoljeni napon pri uvijanju iznosi:

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{D(0)}}{K_D S} = \frac{205}{1,8 \cdot 2} = 56,9 \text{ N/mm}^2, \quad \tau_{D(0)} = 170 \cdot 240 = 205 \text{ N/mm}^2,$$

$K_D = 1,8 \dots 2$ - faktor dinamičke izdržljivosti za žljeb za klin i stepen sigurnosti protiv loma usled zamora vratila $S = 2$.

3. Ležaj D radi jednu polovinu radnog veka sa punim opterećenjem F_{a5} a ostali deo vremena samo sa polovinom opterećenja.

Ekvivalentno opterećenje ležaja biće:

$$F_{Dm} = \sqrt[3]{\frac{F_{a5}^\alpha n_{\Sigma 1} + 0,5 F_{a5}^\alpha n_{\Sigma 2}}{n_\Sigma}} = \sqrt[3]{\frac{F_{a5}^\alpha 0,5 n_\Sigma + (0,5 F_{a5})^\alpha 0,5 n_\Sigma}{n_\Sigma}} = 0,825 \cdot F_{a5} = 0,825 \cdot 22,3 = 18,39 \text{ kN}.$$

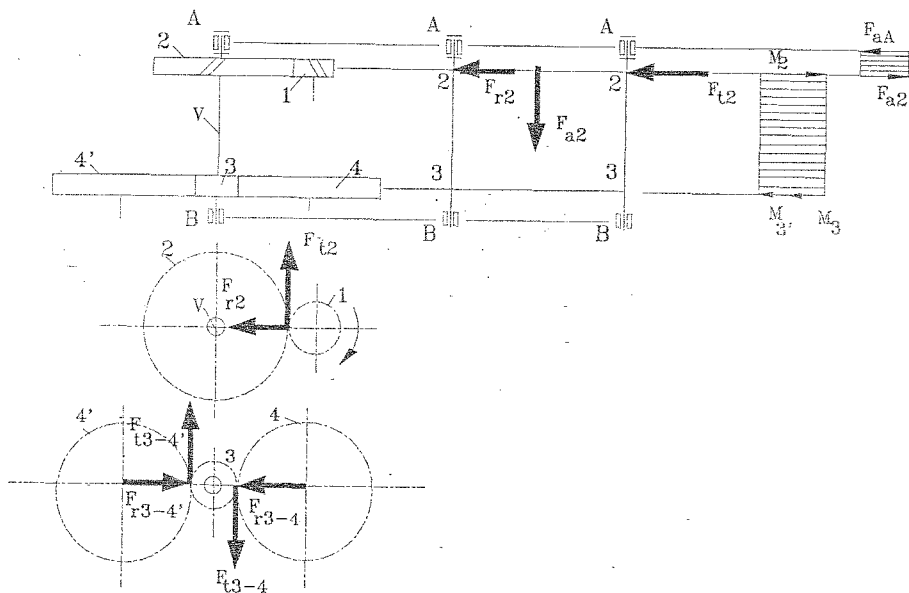
Broj ciklusa promena opterećenja $n_{\Sigma 1} = 0,5 n_\Sigma$, $n_{\Sigma 2} = 0,5 n_\Sigma$

Učestanost obrtanja unutrašnjeg prstena ležaja jednaka je učestanosti obrtanja vretena 5, $n_5 = 45,756 \text{ min}^{-1}$.

Potrebna dinamička moć nošenja ležaja D biće:

$$C \geq \sqrt[3]{F_{Dm}^a \frac{N}{10^6}} = \sqrt[3]{F_{Dm}^a \frac{60 \cdot n_5 \cdot t}{10^6}} = \sqrt[3]{18,39^3 \frac{60 \cdot 54,756 \cdot 3000}{10^6}} \geq 37,15 \text{ kN.}$$

4. Na mestu zupčanika 3 uravnotežavaju se poprečne sile jer su intenziteti momenata M_3 i M_3' jednaki. Aksijalno opterećenje prima ležaj A.



5. Radni napon u podnožju zubaca zupčanika 3:

$$\sigma_{F3} = Y_{Fa3} Y_{Sa3} Y_\epsilon \frac{F_{t3}}{b_3 m_n} K_A K_V K_{Fa} K_{F\beta}$$

gde su faktor oblika zupca $Y_{Fa3} = 2,79$ za $z_3 = 23$ i $x_3 = 0$ i faktor koncentracije napona za statičko opterećenje $Y_{Sa3} = 1$. Zadatom je dat proizvod faktora spoljnih i unutrašnjih dinamičkih sila: $K_A K_V = 1,7$, faktor raspodele opterećenja duž dodirne linije $K_{F\beta} = 1$, a proizvod $Y_\epsilon K_{Fa} = 1$.

$$\sigma_{F3} = 2,79 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{530,4}{50 \cdot 3} \cdot 1,7 \cdot 1 = 16,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_3}{r_3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{36,6}{0,0345} = 530,4 \text{ N.}$$

$$r_3 = \frac{m_n \cdot z_3}{2} = \frac{3 \cdot 23}{2} = 34,5 \text{ mm.}$$

Kritični napon jednak je statičkoj čvrstoći podnožja zupčanika modela:

$$[\sigma_F]_{M3} = \sigma_{FS} = 200 \text{ N/mm}^2.$$

Stepen sigurnosti protiv statičkog loma zubaca zupčanika 3:

$$S_{F3} = \frac{[\sigma_F]_{M3}}{\sigma_{F3}} = \frac{200}{16,77} = 12.$$

Za dato opterećenje i uslove rada nema opasnosti od loma zubaca zupčanika 3.

ZADATAK 19.

Na skici je šematski prikazan uređaj za potiskivanje većih tereta. Obrtanjem pužnog točka 4 u oba smera vreteno se aksijalno kreće, potiskuje teret silom F i vraća u početni položaj. Navrtka 5 upresovana je u otvor pužnog točka. Vođice 7 sprečavaju obrtanje navojnog vretena.

1. Odrediti potrebnu snagu i učestanost obrtanja vratila elektromotora ako je najveće opterećenje $F = 60 \text{ kN}$ a brzina potiskivanja tereta $v = 0,5 \text{ m/min}$.
2. Izračunati opterećenje i prikazati dijagrame raspodele opterećenja navojnog vretena 6. Odrediti intenzitete radnih napona u preseku $x-x$ navojnog vretena.
3. Odrediti smer rotacije, intenzitete svih sila, prikazati shemu opterećenja vratila II i dijagrame momenata uvijanja u trenutku potiskivanja tereta.
4. Odrediti vek ležaja C 51316 koji prima ukupno aksijalno opterećenje. Usvojiti da je opterećenje promenljivo tako da je tokom polovine radnog veka jednako F_C , tokom 40 % radnog veka $0,6 F_C$ i tokom 10% radnog veka $1,2 F_C$.
5. Odrediti potreban prečnik vratila II na sredini podglavka kod remenice 2. Vratilo je izrađeno od Č 0545, usvojiti $K_D = 2$. Opterećenje pri povratnom hodu zanemariti.

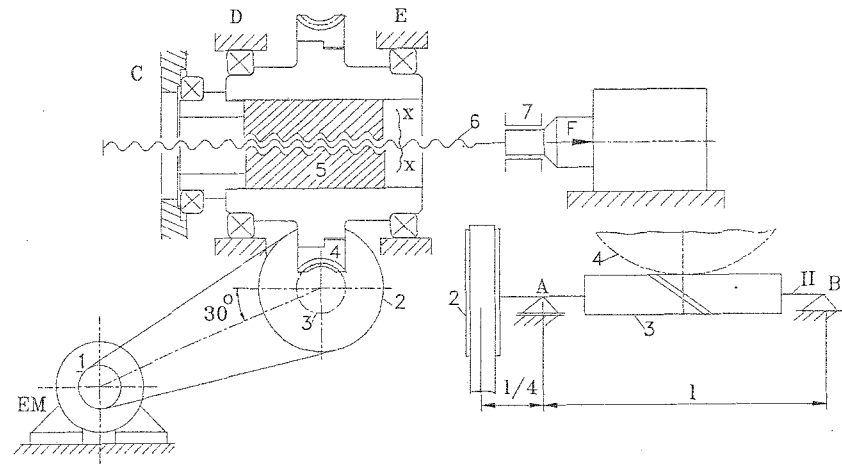
Podaci: navojni par Tr 40x7 dvostruki, $\mu = 0,15$;

pužni par: $z_3 = 2$, $z_4 = 30$, $q = 10$, $m = 6 \text{ mm}$;

kaišni par: $d_1 = 132 \text{ mm}$, $d_2 = 355 \text{ mm}$, $a = 600 \text{ mm}$, $\eta = 0,97$,

klizanje zanemariti; usvojiti pri proračunu da je $\frac{S_\mu e^{\mu' a_1} + 1}{2 e^{\mu' a_1} - 1} = 1,8$,

širina kaiša 50 mm , debljina 3 mm , gustina 1200 kg/m^3 .



Rešenje:

1. Učestanost obrtanja navrtke i pužnog zupčanika za dvojni (dvostruki) trapezni navoj koraka $P = 7 \text{ mm}$ i datu brzinu aksijalnog kretanja $v = 0,5 \text{ m/min}$ iznosi:

$$n_5 = n_4 = \frac{v}{2P} = \frac{0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 7} = 35,71 \text{ min}^{-1},$$

$$n_2 = n_3 = n_4 i_{3-4} = 35,71 \cdot 15 = 535,65 \text{ min}^{-1}.$$

Radni prenosni odnosi pužnog i kaišnog para su:

$$i_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{30}{2} = 15, \quad i_{1-2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{355}{132} = 2,689.$$

Učestanost obrtanja vratila elektromotora:

$$n_{EM} = n_2 i_{1-2} = 535,65 \cdot 2,689 = 1440,5 \text{ min}^{-1}.$$

Snaga potrebna za savladavanje otpora F : $P_6 = F \cdot v = 60 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,5}{60} = 500 \text{ W}$.

Stepeni iskorišćenja navojnog i pužnog para su:

$$\eta_{5-6} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi + \rho_v)} = \frac{\operatorname{tg} 6,98}{\operatorname{tg}(6,98 + 8,824)} = 0,432.$$

Gde su mere navoja u mm (T. 10., ME II, 194. str., S.V.)

Tr 40 x 7	d	d_2	d_1	A_f	p	φ°	ρ_v°
	40	355	132	920	7	6,98	8,824

a redukovani ugao trenja

$$\rho_v = \arctg \mu_v = \arctg \frac{\mu}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \arctg \frac{0,15}{\cos 15^\circ} = 8,824^\circ$$

Brzina klizanja spregnutih bokova zubaca pužnog para:

$$v_{kl} = \frac{d_{m3} \pi \cdot n_3}{\cos \gamma_m} = \frac{0,06 \cdot \pi \cdot 535,65 / 60}{\cos 11,3^\circ} = 1,716 \text{ m/s}$$

a koeficijent trenja $\mu_p = 0,035$ (za $v_{kl} = 1,716$ m/s, kaljen i brušen puž)

$$\eta_{3-4} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_m}{\operatorname{tg}(\gamma_m + \rho)} = \frac{\operatorname{tg} 11,3}{\operatorname{tg}(11,3 + 2)} = 0,845; \quad \rho = \arctg \mu_p = \arctg 0,035 = 2^\circ$$

ugao trenja pužnog para $\rho = 2^\circ$ a ugao srednje zavojnice je:

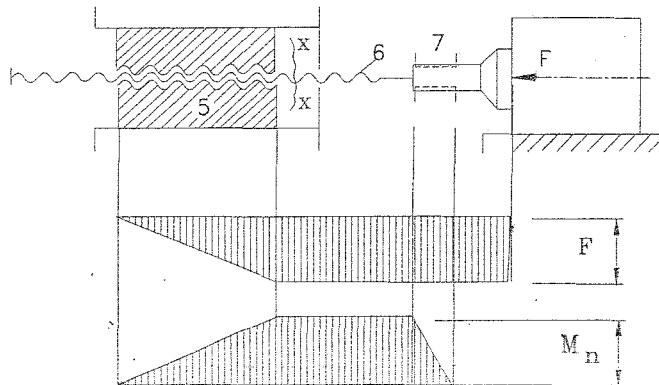
$$\gamma_m = \arctg \frac{z_1}{q} = \arctg \frac{2}{10} = 11,3^\circ$$

Potrebna snaga motora:

$$P_M = \frac{P_6}{\eta_{5-6} \eta_{3-4} \eta_{1-2}} = \frac{500}{0,432 \cdot 0,845 \cdot 0,97} = 1412 \text{ W} = 1,412 \text{ kW}$$

2. Opterećenje navojnog vretena u preseku x-x:

$$F = 60 \text{ kN}, \quad M_n = F \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \rho_v) = 60 \cdot 10^3 \cdot \frac{36,5}{2} \operatorname{tg}(6,98^\circ + 8,824^\circ) = 310 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = T_4$$



Radni naponi u preseku x-x:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{60 \cdot 10^3}{830} = 72,2 \text{ N/mm}^2, \quad \tau = \frac{M_n}{W_p} = \frac{310 \cdot 10^3}{6740} = 46 \text{ N/mm}^2$$

za Tr 40x7: površina poprečnog preseka je $A_I = 830 \text{ mm}^2$, a prečnik jezgra navoja je $d_I = 32,5 \text{ mm}$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = \frac{\pi \cdot 32,5^3}{16} = 6740 \text{ mm}^3$$

3. Moment uvijanja vratila

$$M_3 = \frac{M_4}{i_{3-4} \eta_{3-4}} = \frac{310}{15 \cdot 0,845} = 24,45 \text{ Nm; moment } M_4 = M_n = 310 \text{ Nm}$$

Intenziteti opterećenja vratila usled sprega pužnog i kaišnog para su:

$$\text{za } r_{m3} = \frac{mq}{2} = \frac{6 \cdot 10}{2} = 30 \text{ mm}, \quad \text{i } r_{o4} = \frac{mz_4}{2} = \frac{6 \cdot 30}{2} = 90 \text{ mm},$$

$$\text{obimna sila } F_{t3} = \frac{M_3}{r_{o3}} = \frac{24,45}{0,03} = 815 \text{ N},$$

$$\text{aksijalna sila } F_{a3} = F_{t4} = \frac{M_4}{r_{o4}} = \frac{310}{0,09} = 3444 \text{ N},$$

$$\text{radijalna sila } F_{r3} = F_{t4} = F_{t4} \operatorname{tg} \alpha_n = 3444 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 1253,5 \text{ N}$$

Potrebna sila pritezanja kaiša:

$$F_p = \frac{S_\mu K_A F_o}{2\varphi} + qv^2 = 1,8 \cdot 1 \cdot 137,25 + 0,18 \cdot 9,95^2 = 265 \text{ N};$$

$$\text{gde je } \varphi = \frac{e^{\mu \alpha_n} - 1}{e^{\mu \alpha_n} + 1}, \quad \text{pa je prema datim podacima } \frac{S_\mu}{2\varphi} = 1,8.$$

Opterećenja vratila od kaišnog para:

$$F_{R2} = 2F_p \cos \beta = 2 \cdot 265 \cdot \cos 10,7^\circ = 521 \text{ N}$$

Obimna sila i brzina kaiša:

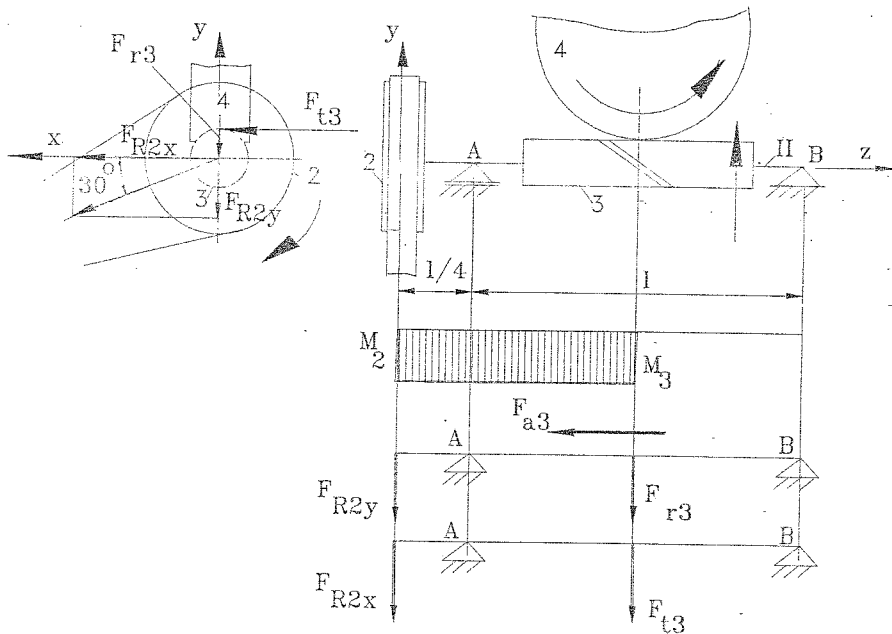
$$F_t = \frac{2M_3}{d_2} = \frac{2 \cdot 24,45}{0,355} = 137,25 \text{ N}, \quad v = r_1 \omega_1 = \frac{0,132}{2} \cdot 150,77 = 9,95 \text{ m/s},$$

Ugaona brzina, ugao β i specifična masa jedinice dužine kaiša q su:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_M}{30} = \frac{\pi \cdot 1440,5}{30} = 150,77 \text{ s}^{-1}.$$

$$\sin \beta = \frac{d_2 - d_1}{2a} = \frac{355 - 132}{2 \cdot 600} = 0,1858 \Rightarrow \beta = 10,7^\circ$$

$$q = A\rho = bh\rho = 0,05 \cdot 0,003 \cdot 1200 = 0,18 \text{ kg/m}.$$



4. Za ležaj koji prenosi opterećenje $F_{C1} = 1,2 F_C$ tokom 10% radnog veka, $F_{C2} = F_C$ tokom polovine radnog veka i $F_{C3} = 0,6 F_C$ tokom 40% radnog veka ekvivalentno opterećenje ležaja biće:

$$F_{Cm} = \sqrt{\frac{F_{C1}^\alpha n_{\Sigma 1} + F_{C2}^\alpha n_{\Sigma 2} + F_{C3}^\alpha n_{\Sigma 3}}{n_{\Sigma 1} + n_{\Sigma 2} + n_{\Sigma 3}}} = F_C \sqrt[3]{1,2^3 \cdot 0,1 + 1^3 \cdot 0,5 + 0,6^3 \cdot 0,4} = 0,912 F_C$$

Broj ciklusa promena opterećenja

$$n_{\Sigma 1} = 0,1 \cdot 10^6 = 10^5, \quad n_{\Sigma 2} = 0,5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^5, \quad n_{\Sigma 3} = 0,4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^5$$

Pri potiskivanju tereta aksijalna sila pužnog zupčanika F_{a4} suprotna je smeru dejstva sile F pa je ukupno opterećenje F_C , odnosno ekvivalentno F_{Cm} :

$$F_C = F - F_{a4} = 60 - 0,815 = 59,185 \text{ kN}; \quad F_{a4} = F_{t3} = 815 \text{ N},$$

$$F_{Cm} = 53,98 \text{ kN}.$$

Ležaj 51316 ima dinamičku moć nošenja $C = 120 \text{ kN}$.

Stvarni vek ležaja biće

$$T = \left(\frac{k_f C}{F_{Cm}} \right)^\alpha \frac{N_0}{60 n_4} = \left(\frac{1 \cdot 120}{53,98} \right)^3 \frac{10^6}{60 \cdot 35,71} = 5127 \text{ sati rada}.$$

5. Potreban prečnik vratila izrađenog od Č 0545 na mestu kaišnika 2 biće:

$$d_{v2} \geq \sqrt[3]{\frac{5M_2}{\tau_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 24,5 \cdot 10^3}{51,25}} \geq 13,37 \text{ mm}.$$

Dozvoljeni napon pri uvijanju vratila:

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{D(0)}}{K_D S} = \frac{205}{2 \cdot 2} = 51,25 \text{ N/mm}^2, \quad \tau_{D(0)} = 170 \cdot 240 = 205 \text{ N/mm}^2,$$

$K_D = 2$ - faktor dinamičke izdržljivosti i stepen sigurnosti protiv loma usled zamora vratila $S = 2$.

Pošto je vratilo II izrađeno zajedno sa pužem a zbog blažih prelaza i ugradnje standardnih ležaja na rukavcima, trebalo bi deo vratila za vezu sa kaišnikom izraditi sa prečnikom $d_{v2} \geq 20 \text{ mm}$.

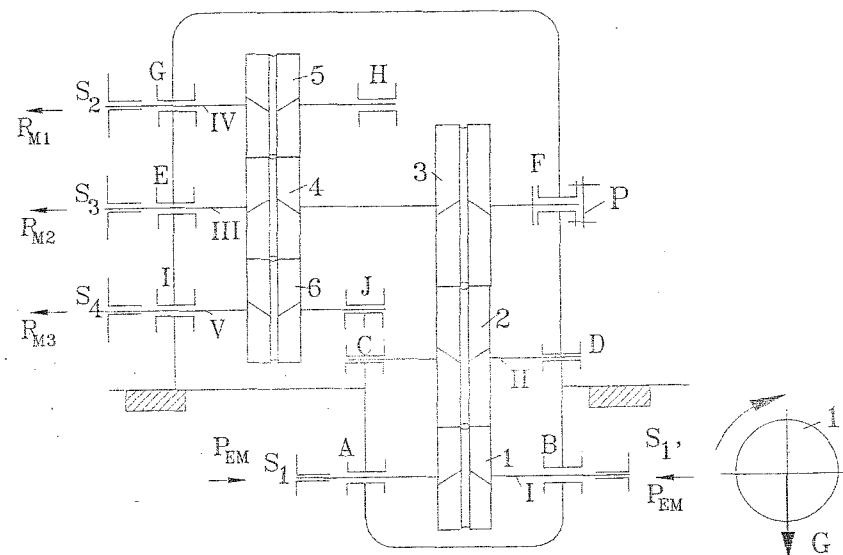
ZADATAK 20.

Prenosnik na slici prima pogon od dva elektromotora EM jednakih snaga $P_{EM} = 60 \text{ kW}$, pri $n_{EM} = 970 \text{ min}^{-1}$ i savladuje otpore na izlaznim vratilima III, IV i V istog intenziteta. Sva vratila leže u vertikalnoj ravni (ravni crteža) a svi zupčanici su sa strelastim zupcima.

1. Odrediti snage i obrtne momente na izlaznim vratilima pri punom iskorišćenju snaga motora ako su gubici snage usled trenja za svaki zupčani par 2%. Otpori na radnim mašinama RM_1 , RM_2 i RM_3 su jednaki.
2. Nacrtati shemu opterećenja vratila III u dve međusobno upravne ravni i dijagrame momenata uvijanja i aksijalnih sila.
3. Odrediti potreban prečnik vratila IV na sredini rukavca ležaja G, tako da prenosi dato opterećenje sa stepenom sigurnosti 2. Potrebne uticaje na dinamičku izdržljivost vratila usvojiti. Vratilo je izrađeno zajedno sa zupčanikom 5 od Č 4732 i obrće se u jednom smeru.
4. a) Nacrtati dijagram promene napona u podnožju zubaca zupčanika 2, 4 i 5 u toku jednog obrtaja. Odrediti vrednosti kritičnih napona u podnožju zubaca ovih zupčanika ako su izrađeni od Č 4732 i ako je izdržljivost jednaka izdržljivosti zupčanika modela.
b) Odrediti vrednosti dozvoljenih napona u podnožju zubaca zupčanika 4 i 5 tako da stepen sigurnosti protiv loma zubaca usled zamora bude 2. Zupčanici treba trajno da prenose dato opterećenje.
5. Poklopac P ležaja F vezan je za kućicu sa 4 (četiri) zavrtnja od čelika 5.6. Usled neravnomerene raspodele opterećenja na polovine strelastog zupčanika 3 (veće je opterećenje na levom delu) javlja se aksijalna sila intenziteta 0,25 od ukupne obimne sile toga zupčanika. Računati sa ravnomernom raspodelom ostalih spregnutih parova.
Izračunati radnu silu svakog zavrtnja. Za silu prethodnog pritezanja $F_p = 3 F_r$ odrediti mere zavrtnja tako da napon usled aksijalnog naprezanja zavrtnja na kraju procesa pritezanja bude upola manji od granice tečenja za dati materijal zavrtnja.
6. Odrediti vek ležaja D NU2208 ako je raspodela opterećenja na polovine strelastih zupčanika ravnomerna a zupčanik 2 je postavljen simetrično između oslonaca.

Ostali podaci: $z_1 = 25$, $z_2 = 37$, $z_3 = 41$, $z_4 = z_5 = z_6$, $m_{n1-2} = 5 \text{ mm}$,
 $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta_0 = 30^\circ$, $m_{n4-5} = 5 \text{ mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta_0 = 30^\circ$

Svi zupčanici su izrađeni bez pomeranja profila alata.



Rešenje:

1. Radni prenosni odnosi, ugaona brzina vratila elektromotora i ugaone brzine izlaznih vratila III, IV i V za date podatke i jednake brojeve zubaca zupčanika 4, 5, i 6 su:

$$i'_{1-3} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = \frac{z_3}{z_1} = \frac{41}{25} = 1,64, \quad \omega_{EM} = \frac{\pi \cdot n_{EM}}{30} = \frac{\pi \cdot 970}{30} = 101,578 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_{III} = \omega_{IV} = \omega_V = \frac{\omega_{EM}}{i'_{1-3}} = \frac{101,578}{1,64} = 61,937 \text{ s}^{-1}.$$

- Obrtni momenti na vratilima pogonskih elektromotora i na zupčaniku 3 su:

$$M_{EM} = \frac{P_{EM}}{\omega_{EM}} = \frac{60 \cdot 10^3}{101,57} = 590,68 \text{ Nm}.$$

$$M_3 = 2M_{EM} i'_{1-3} \eta^2 = 2 \cdot 590,68 \cdot 1,64 \cdot 0,98^2 = 1860,7 \text{ Nm}.$$

Za jednake brojeve zupčnika 4, 5 i 6 radni prenosni odnosi su:

$$i_{4-5} = i_{4-6} = i' = 1.$$

Na spojnicama izlaznih vratila savlađuju se jednaki otpori:

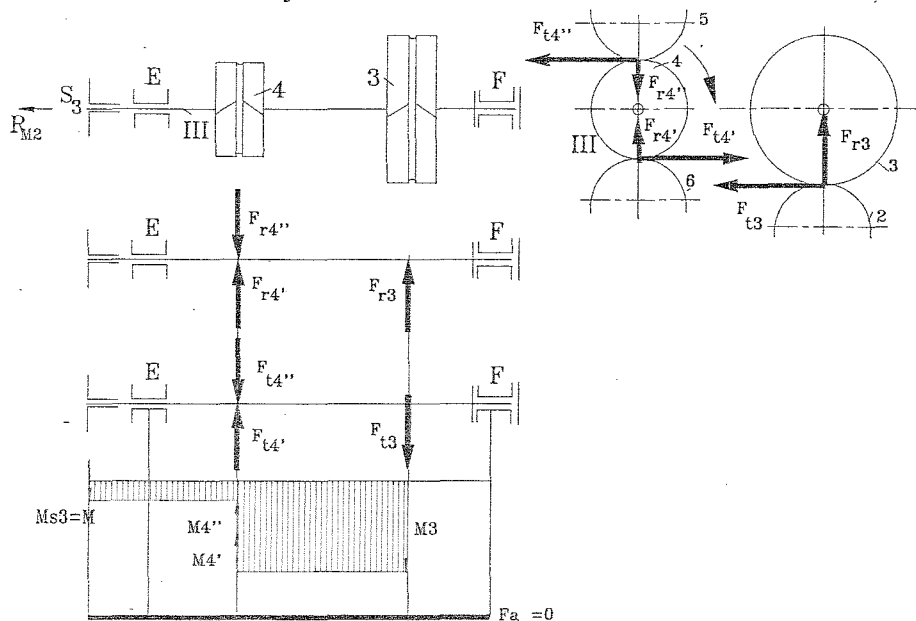
$$M_{S2} = M_{S3} = M_{S4} = M$$

$$M_{S3} = M + \frac{M_{S2}}{i_{4-5}\eta} + \frac{M_{S4}}{i_{4-6}\eta} = M + \frac{2M}{i\eta} = 1860,7 \text{ Nm}; \Rightarrow M = 611,9 \text{ Nm}.$$

Snage na izlaznim spojnicama su jednake:

$$P_{S2} = P_{S3} = P_{S4} = P = M \cdot \omega_{III} = 611,9 \cdot 61,937 = 37,9 \cdot 10^3 \text{ W} \\ = 37,9 \text{ kW}.$$

2. Aksijalne sile na strelastim zupcima se uravnotežavaju, ukoliko je ravnomerna raspodela opterećenja na polovine zupčanika, pa je na vratilu III $\sum Fa = 0$. Opterećenje u dve međusobno upravne ravni prikazano je shematski na sledećoj slici.

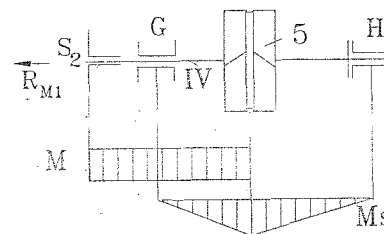


Obimna i radijalna opterećenja u spregama zupčanika 4,5 i 4,6 su istog intenziteta;

3. Vratilo IV izloženo je savijanju i uvijanju. Na mestu oslonca G samo uvijanju momentom $M = 611,9 \text{ Nm}$. Za date podatke i materijal vratila Č 4732 $\tau_{D(0)} = 340 \dots 550 = 445 \text{ N/mm}^2$.

Potreban prečnik vratila na mestu G tako da sa stepenom sigurnosti protiv loma usled zamora, $S = 2$ trajno prenosi dato opterećenje određuje se na osnovu momenta uvijanja i dozvoljenog napona i iznosi:

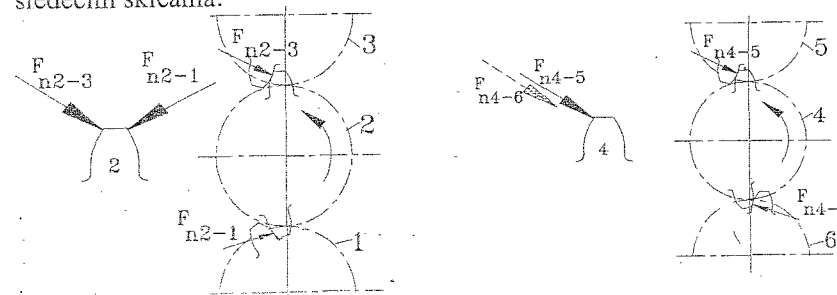
$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{D(0)}}{K_D S} = \frac{445}{2,5 \cdot 2} = 89 \text{ N/mm}^2. \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M}{\pi \cdot \tau_{doz}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 611,9 \cdot 10^3}{\pi \cdot 89}} = 32,5 \text{ mm}$$

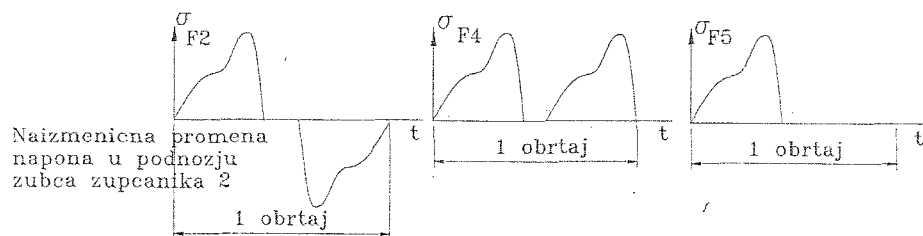


Na mestu G je kotrljajni ležaj pa prečnik vratila mora odgovarati standardnom provrtu ležaja, odnosno $d_G = 35 \text{ mm}$.

4. a) Zupčanik 2 je međuzupčanik, prima opterećenje od zupčanika 1 a predaje zupčanicu 3, pa su zupci zupčanika 2 u podnožju izloženi naizmenično promenljivom naponu savijanja.

Zupčanik 4 predaje opterećenje zupčanicima 5 i 6. Opterećenje deluje sa iste strane zupca ali dva puta za 1 obrtaj zupčanika 4. Zupčanik 5 izložen je jednosmerno promenljivom naponu savijanja koji ima samo jednu promenu za jedan obrtaj zupčanika 5. Promene opterećenja i napona prikazane su na sledećim skicama.





Za date promene radnih napona u podnožju zubaca zupčanika 2, 4 i 5 izrađenih od Č 4732 i uslove date zadatkom, kritični naponi su:

- za zupčanik 2: 0,7 od vrednosti kritičnog napona zupčanika modela;
- za zupčanike 5 i 6 jednaki vrednostima kritičnog napona zupčanika modela.

Brojne vrednosti su: $\sigma_{DF2} = 0,7 \cdot 550 = 385 \text{ N/mm}^2$,
 $\sigma_{DF4} = \sigma_{DF5} = 550 \text{ N/mm}^2$.

b) Dozvoljeni naponi na osnovu kojih se mogu odrediti mere zupčanika 4 i 5 su:

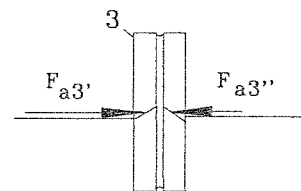
$$\sigma_{F4\text{ doz}} = \sigma_{F5\text{ doz}} = \frac{\sigma_{DF5}}{S_{F5}} = \frac{550}{2} = 275 \text{ N/mm}^2.$$

5. Aksijalnu silu, koja bi se pojavila pri neravnomernoj raspodeli opterećenja na polovine zupčanika treba da prihvati oslonac F i poklopac P. Ukupno aksijalno opterećenje preračunato i dato prema zadatku iznosi 0,25 od obimne sile na zupčaniku 3.

$$F_{13} = \frac{2M_3}{d_3} = \frac{2 \cdot 1860,7}{0,236} = 15768,6 \text{ N}; \text{ moment je određen u 1. zadatku;}$$

prečnik kinematske kružnice zupčanika 3:

$$d_3 = mz_3 = \frac{m_n}{\cos \beta_0} z_3 = \frac{5}{\cos 30^\circ} \cdot 41 = 236,713 \text{ mm}.$$



$$F_a = 0,25 F_{13} = 0,25 \cdot 15768,6 = 3942,16 \text{ N.}$$

a radno opterećenje svakog od četiri zavrtnja poklopca P: $F_r = \frac{F_a}{z} = \frac{3942,16}{4} = 985,5 \text{ N}.$

Potrebna sila pritezanja zavrtnja $F_p = 3 F_r = 3 \cdot 985,5 = 2956,5 \text{ N/mm}^2$.
 Za zavrtnj izrađen od čelika klase 5.6 $\sigma_T = 300 \text{ N/mm}^2$ pa napon

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_1} = 0,5 \sigma_T;$$

Potrebna površina preseka jezgra zavrtnja :

$$A_1 \geq \frac{F_p}{0,5 \sigma_T} = \frac{2956,5}{0,5 \cdot 300} = 19,71 \text{ mm}^2.$$

Prvi standardni zavrtnj iz tablice jeste zavrtnj M 8 (T. 3. ME II. 189. str., S.V.) čija je površina

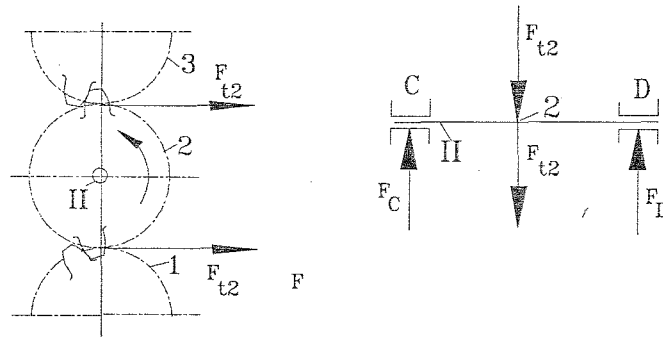
$$A_1 = 32,8 \text{ mm}^2.$$

Stvarni radni napon usled aksijalnog naprezanja na kraju procesa pritezanja za izabrani zavrtnj iznosi:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_1} = \frac{2956,5}{32,8} = 90,13 \text{ N/mm}^2.$$

6. Ležaj D: NU2208; dinamička moć nošenja ležaja C = 56,1 kN.

$$\text{Učestanost obrtanja } n_L = n_H = \frac{n_M}{i_{1-2}} = \frac{970}{\frac{37}{25}} = 655,4 \text{ min}^{-1}.$$



Analizom opterećenja dobija se otpor oslonca vratila D i opterećenje ležaja

$$F_D = F_{t2} = 16,088 \text{ kN.}$$

$$F_{t2} = \frac{M_2}{r_2} = \frac{1713,44}{0,106} = 16088 \text{ N, gde je}$$

$$M_2 = 2 \cdot M_{EM}^{i_{1-2}} \eta = 2 \cdot 590,68 \cdot \frac{37}{25} \cdot 0,98 = 1713,44 \text{ Nm.}$$

$$\text{Vek ležaja: } t = \left(\frac{C}{F_D} \right)^\alpha \frac{10^6}{60n_l} = \left(\frac{56,1}{16,088} \right)^{\frac{10}{3}} \frac{10^6}{60 \cdot 655,4} = 1635 \text{ sati rada.}$$

Vek ležaja nije dovoljan pa se preporučuje ugradnja ležaja veće nosivosti na primer NU2308 ili NU408.

LITERATURA

1. Veriga, S.: Mašinski elementi I, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
2. Veriga, S.: Mašinski elementi II, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
3. Veriga, S.: Mašinski elementi III, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
4. Krsmanović, V., Mitrović, R.: Klizni i kotrljajni ležaji, Građevinska knjiga, Beograd, 1990.
5. Plavšić, N., Sedmak, A.: Tablice mašinskih materijala, Mašinski fakultet, Beograd, 1991.
6. JUS Standardi

Autori su sastavili sledeće zadatke:

Prof. dr Nedeljko Plavšić	1, 3, 8, 9, 10, 11, 12;
Prof. dr Miodrag Janković	15, 16, 17;
Prof. dr Mileta Ristivojević	13, 14;
Prof. dr Radivoje Mitrović	2, 6, 7;
Prof. dr Božidar Rosić	4, 5;
Prof. dr Pauna Obradović	18, 19, 20.

CIP - Каталогizacija u publikaciji
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

CIP

621.81(075.8)(076)

MAŠINSKI elementi : zbirka rešenih
ispitnih zadataka / Nedeljko Plavšić,
Miodrag Janković, Mileta Ristivojević,
Radivoje Mitrović, Božidar Rosić, Pauna
Obradović. - 3. izd. - Beograd : Mašinski
fakultet, 2003 (Beograd : Zavod za
grafičku tehniku Tehnološko-metalurškog
fakulteta).- 165 str. : graf. prikazi ;
24 cm

Na vrhu nasl. str.: Univerzitet u Beogradu.
- 1. izd. 1996. pod stv. nasl.: Zbirka
ispitnih zadataka iz mašinskih elemenata. -
Tiraž 300. - Bibliografija: str. 165.

ISBN 86-7083-467-7

1. Plavšić, Nedeljko

a) Mašinski elementi - Zadaci

COBISS.SR-ID 106471948
