

OSMANOVIĆ ALMIR



MAŠINSKI
FAKULTET
TUZLA

DUŠAN J. VITAS i MILAN D. TRBOJEVIĆ

MAŠINSKI ELEMENTI III

ČETVRTO IZDANJE

Naučna knjiga

BEOGRAD, 1978

P R E D G O V O R

Knjiga MAŠINSKI ELEMENTI III sadrži frikционе točkove, zupčanike, kaišnike i lančanike i sa knjigama MAŠINSKI ELEMENTI I i II čini jednu celinu.

Kao osnov za pisanje knjige poslužio je udžbenik profesora D. J. Vitasa iz ove oblasti.

Pri obradi proračuna zupčanika težilo se da ovaj proračun bude što razumljivije i što prostije, a uz to dovoljno tačan, i da odgovora savremenim koncepcijama.

Ovom prilikom želim da izrazim svoju zahvalnost kolegama Momčilu Jan-koviću, asistentu Mašinskog fakulteta u Beogradu, na trudu oko provere numeričkih primera i Nebojši Vitasu, inženjeru preduzeća TERMOELEKTRO iz Beograda, na savesno izvršenoj tehničkoj obradi crteža.

Beograd, Jun 1970. god.

Milan D. Trbojević

P R E D G O V O R I I I I Z D A N J U

U trećem izdanju izvršene su ispravke još nekih grešaka u tekstu. Redigovani su izvesni podaci o materijalu i dodato je novo poglavlje u kome se objašnjava proračun zupčanika prema standardu DIN 3990/70, koji je u saglasnosti sa predlo-
gom ISO/R 701.

Program za računar u Odeljku 5.5 izradio je mr Vladimir Trbojević, asistent Mašinskog fakulteta u Beogradu.

Beograd, april 1975. god.

Milan D. Trbojević

Za izdavača *Dragoslav Joković*, urednik *Gordana Nikolić*,
tehn. urednik *Mihailo Jozić*, korektori *Teodora Baić* i *Milena Jovanović*
Tiraž: 5.000 primeraka

Štampa: Beogradski izdavačko-grafički zavod, Bulevar vojvode Mišića 17, Beograd

PREDGOVOR IV IZDANJU

U vezi sa standardom ISO 31/1975, koji dobija zakonsku snagu u našoj zemlji 31. 12. 1980. godine, primenjene su u ovom izdanju koherentne jedinice mera. Radi lakšeg praćenja teksta dat je odnos jedinica upotrebljenih u prethodnom i u ovom novom izdanju i to:

za silu (F)	1 kN = 10 ³ N,
za površinu (S)	1 cm ² = 10 ⁻⁴ m ² ,
za napon (σ, τ)	1 kN/cm ² = 10 ⁷ Pa = 10 MPa,
za moment (M)	1 kN cm = 10 Nm = 10 J (džul),
za snagu (P)	1 kW = 10 ³ W,
za gustinu (ρ)	1 kg/dm ³ = 10 ³ kg/m ³ , i
za dinamičku viskoznost (η)	1 P (poaz) = 0,1 Pa.s.

Prema tome je npr. zatezna čvrstoća čelika Č.0545 približno $\sigma_M = 50 \cdot 10^7$ Pa = 500 MPa (1 MPa = 10⁶ Pa), a modul elastičnosti čelika $E = 2 \cdot 10^{11}$ Pa = 200 GPa (1 GPa = 10⁹ Pa); gustina kožnog kaiša, njena srednja vrednost, iznosi $\rho = 10^3$ kg/m³ = 1 Mg/m³ (megagram po kubnom metru). Uprkos navike da se moment sile izražava kao proizvod sile (N) i kraka (m), pravilno je, s obzirom da ovaj proizvod ima svoje zasebno ime (1 Nm = 1 J), da se za moment upotrebljava jedinica džul (J), pa je snaga $P = M \omega$ [J.rad.s⁻¹] = $M \omega$ [W] itd.

Beograd, januara 1978. g.

Dr Milan D. Trbojević

SADRŽAJ

	Strana
I FRIKSIONI TOČKOVI	
1.1 Opšti pojmovi	11
1.2 Konstruktivni oblici	15
1.2.1. Cilindrični točkovi	15
1.2.2. Konični točkovi	17
1.3 Proračun	19
1.3.1. Opterećenje vratila	22
1.4 Varijatori	23
2 ZUPČANICI	
2.1 Osnovni pojmovi	26
2.1.1 Postanak, zadatak i podela	26
2.1.2 Opšta obeležja	28
2.1.3 Jednostruki i višestruki prenosi	34
2.1.4 Glavno pravilo zupčanja	37
2.1.5 Dodirnica	39
2.1.6 Korisna dužina profila	41
2.1.7 Razmisljivost zupčanika	42
2.1.8 Stepen iskorišćenja	43
2.1.9 Oblici profila zubaca	45
2.2 Zupčanici za paralelna vratila	47
2.2.1 Zupčanici sa pravim zupcima	47
2.2.1.1 Evolventno zupčanje	47
2.2.1.2 Evolventna funkcija	50
2.2.1.3 Osnovni zupčani profil	51
2.2.1.4 Izrada i obrada	51
2.2.1.5 Sile i opterećenje vratila	57
2.2.1.6 Osobine evolventnog zupčanja	61
2.2.1.7 Stepen sprežanja	63
2.2.1.8 Bočni zazor i međuosno rastojanje zupčanika	65
2.2.1.9 Granični broj zubaca	67
2.2.1.10 Korektura zubaca (Pomeranje profila osnovne zupčane letve)	70
2.2.1.11 Vrste korigovanih zupčanika	73
2.2.1.12 Korektura zubaca primenom evolventne funkcije	81

	Strana
2.2.1.13 Uticaj ugla dodirnice	83
2.2.1.14 Unutrašnje zupčanje	84
2.2.2 Zupčanici sa helikoidnim zupcima	86
2.2.2.1 Opšti pogled	86
2.2.2.2 Stvarni i fiktivni zupčanik	89
2.2.2.3 Izrada i obrada	91
2.2.2.4 Sile i opterećenje vratila	91
2.2.2.5 Stepen sprezanja	92
2.2.2.6 Granični broj zubaca	93
2.2.2.7 Korektura zupčanika sa helikoidnim zupcima	94
2.2.2.8 Korektura zupčanika sa helikoidnim zupcima primenom evolventne funkcije	97
2.2.2.9 Pregled osobina zupčanika sa helikoidnim zupcima	99
2.3 Proračun	99
2.3.1 Izbor prenosnog odnosa, i broja zubaca	99
2.3.2 Izbor materijala	101
2.3.3 Statički proračun zupčanika sa pravim zupcima	103
2.3.4 Proračun izdržljivosti zubaca na gnječenje	111
2.3.5 Statički proračun zupčanika sa helikoidnim zupcima	117
2.3.6 Proračun izdržljivosti helikoidnih zubaca na gnječenje	119
2.4 Konstruktivni oblici	121
2.5 Podmazivanje zupčanika	130
2.6 Zupčanici za vratila koja se seku	131
2.6.1 Konični zupčanici sa pravim zupcima	131
2.6.1.1 Osnovni pojmovi	131
2.6.1.2 Osnovni konični zupčanik (Osnovna zupčasta ploča)	135
2.6.1.3 Izrada	136
2.6.1.4 Geometrijske mere	137
2.6.1.5 Sile i opterećenje vratila	139
2.6.1.6 Granični broj zubaca i korektura	141
2.6.2 Konični zupčanici sa kosim i krivim zupcima	144
2.6.2.1 Osnovni pojmovi	144
2.6.2.2 Sile i opterećenje vratila	145
2.6.2.3 Granični broj zubaca	149
2.6.3 Proračun i konstrukcija	149
2.6.3.1 Statički proračun koničnih zupčanika	149
2.6.3.2 Proračun izdržljivosti zubaca	151
2.6.3.3 Proveravanje zagrejanosti	154
2.6.3.4 Konstruktivni oblici	154
2.7 Zupčanici za mimoilazna vratila	157
2.7.1 Opšti pogled	157
2.7.2 Hipoidni zupčanici	158
2.7.3 Cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila	160
2.7.4 Sile i opterećenje vratila	165
2.7.5 Stepen iskorišćenja	167
2.7.6 Proračun	169

	Strana
2.8 Pužni prenosnik	171
2.8.1 Opšti pogled	171
2.8.2 Izrada	175
2.8.3 Sile i opterećenje vratila	175
2.8.4 Stepen iskorišćenja	177
2.8.5 Statički proračun	179
2.8.6 Proveravanje zagrejanosti	187
2.8.7 Konstruktivni oblici	189
3 KAIŠNI PRENOSNICI	
3.1 Plosnati kaiš	192
3.1.1 Opšti pogled	192
3.1.2 Osobine kaiša	196
3.1.3 Naprezanje kaiša i opterećenje vratila	199
3.1.4 Stepen iskorišćenja	203
3.1.5 Proračun	204
3.1.6 Kaišnici	209
3.2 Trapezni kaiš	211
3.2.1 Opšti pogled	211
3.2.2 Kaiš i kaišnici	213
3.2.3 Proračun	217
3.2.4 Posebna izvođenja	220
4 LANČANI PRENOSNICI	
4.1 Opšti pogled	222
4.2 Lanci i lančanici	225
4.3 Opterećenje lanca	226
4.4 Proračun	229
4.5 Podmazivanje	233
5 PRORAČUN ZUPČANIK A PREMA STANDARDU DIN 3990/70	
5.1 Uvodna razmatranja	234
5.2 Statički proračun cilindričnih zupčanika	235
5.3 Proračun izdržljivosti zubaca na gnječenje	240
5.4 Preporuke za korišćenje proračuna prema DIN 3990/70	242
5.5 Dijagram toka za proračun na osnovu napona savijanja u korenu zubaca prema standardu DIN 3990/70 i odgovarajući program za računar	246
Literatura	251

Veličina	Tehnički sistem mera »osnovne jedinice« za Dužinu Silu Vreme m kp s	SI sistem mera »osnovne jedinice« za Dužinu Masu Vreme m kg s	Medusobni odnosi sistema	
			Tehnički /SI	SI/tehnički
Sila	kp (osnovna jedinica)	N (izvedena jedinica) 1 N=1 kg m/s ²	1 kp=9,81 N	1 N=0,102 kp
Masa	kp s ² /m (izvedena jedinica)	kg (osnovna jedinica)	1 kp s ² /m=9,81 kg	1 kg=0,102 kp s ² /m ⁴
Gustina	kp s ² /m ⁴	kg/m ³	1 kg s ² /m ⁴ =9,81 kp/m ³	1 kg/m ³ =0,102 kp s ² /m ⁴
Pritisak, napon	at (kp/cm ²) 1 at=1 kp/cm ² 1 kp/mm ² =10 ² at	Pa 1 Pa=1 N/m ² 1 bar=10 ⁵ Pa	1 at=9,81 · 10 ⁴ Pa 1 at=0,981 bar	1 Pa=1,02 · 10 ⁻⁵ at 1 bar=1,02 at
Rad, energija, moment sile	kp m 1 kp m=3,7 · 10 ⁻⁶ ksh 1 ksh=0,27 · 10 ⁶ kp m	J 1 J=1 N m=W s	1 kp m=9,81 J=2,7 · 10 ⁻⁶ kWh	1 J=0,102 kp m=3,777 · 10 ⁻⁷ ksh
Količina toplote	kcal 1 kcal=427 kpm	J 1 J=1 N m=W s	1 kcal=4186,8 J	1 J=0,2399 · 10 ⁻³ kcal
Snaga	kp m/s (ks) 1 ks=75 kp m/s	W 1 W=1 N m/s=1 J/s	1 kp m/s=9,81 W	1 W=0,102 kp m/s
Dinamička viskoznost	kp s/m ²	Pa s 1 Pa s=1 N s/m ²	1 kp s/m ² =9,81 Pa s	1 Pa s=0,102 kp s/m ²
Toplotna provodljivost	kcal/(m h stepen)	W/(m K)	1 kcal/(m h stepen)=1,163 W/(m K)	1 W/(m K)=0,86 kcal/(m h stepen)

Prefiksi i oznake decimalnih unmožaka

T (Tera) = 10 ¹²	d (Deci) = 10 ⁻¹
G (Giga) = 10 ⁹	c (Centi) = 10 ⁻²
M (Mega) = 10 ⁶	m (Mili) = 10 ⁻³
k (Kilo) = 10 ³	μ (Mikro) = 10 ⁻⁶
h (Hekto) = 10 ²	n (Nano) = 10 ⁻⁹
da (Deka) = 10 ¹	p (Piko) = 10 ⁻¹²

FRIKSIONI TOČKOVI

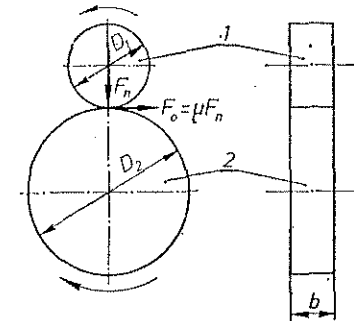
1.1. OPŠTI POJMOVI

Dva točka glatkog obima (sl. 1.1), pritisnuta jedan uz drugi dovoljnom silom, prenosiće obrtni moment sa vratila na vratilo zahvaljujući otporu protiv klizanja na dodirnoj površini. To su frikcionni točkovi. Točak koji predaje obrtni moment zove se predajnim, a točak koji ga prima prijemnim točkom.

Smer obrtanja frikcionnih točkova je suprotan (sl. 1.1).

Obimne brzine frikcionnih točkova na mestu dodira moraju biti jednake da ne bi bilo klizanja. Uprkos tome obimne brzine točkova razlikuju se nešto malo zbog puzanja; postoji razlika između obimne brzine na mestu dodira i obimne brzine točkova. Obimna brzina prijemnog točka manja je, srazmerno opterećenju, od obimne brzine predajnog točka.

Puzanje je pojava koja se javlja kod svih frikcionnih prenosnika. Ona se javlja kao posledica deformacija površinskih slojeva frikcionnih točkova. Radi lakšeg razumevanja pojave puzanja može se pretpostaviti da je prijemni točak ukočen i da ne može da se obrće. Pri progresivnom porastu obimne sile na predajnom točku javljaju se u njegovim površinskim slojevima naponi istezanja i pritiska, a u površinskim slojevima prijemnog točka naponi pritiska i istezanja (sl. 1.2). Usled ovih napona i odgovarajućih deformacija, kao njihove posledice, predajni točak zakreće se, proporcionalno obimnoj sili, i to sve dotle dok usled preopterećenja ne dođe do klizanja. Ovakvo relativno kretanje točkova, koje se javlja kao posledica naponskog stanja u materijalu točkova u oblasti neposrednog dodira, uvek postoji i pri normalnom radu, jer naponi u površinskom sloju jednog i drugog točka stalno menjaju predznak — s jedne strane dodirne linije oni su za predajni točak istežujući, a sa druge



Sl. 1.1. Shema cilindričnih frikcionnih točkova: (1) predajni i (2) prijemni točak

pritiskujući, i obrnuto kod prijemnog točka — tako da je brzina na obimu predajnog točka uvek veća od brzine na obimu prijemnog točka

$$v_1 > v_2.$$

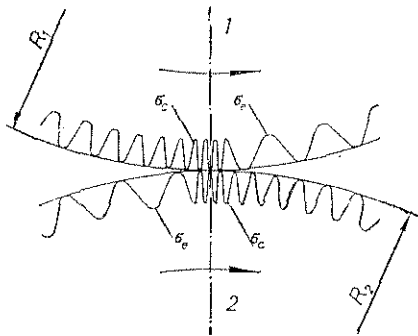
Dodir frikcionih točkova ostvaruje se teorijski duž linije. Ova linija zove se dodirnom linijom. Brzina v koja odgovara dodirnoj liniji i koja je za slučaj da nema klizanja jednaka za oba točka, odgovara srednjoj brzini; ona je manja od brzine v_1 , a veća od brzine v_2 :

$$v_1 > v > v_2.$$

Razlika brzina $v_1 - v_2$ je brzina puzanja v_c . Odnos v_c/v_1 zove se koeficijent puzanja ξ_c .

Količnik $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$ zove se prenosnim odnosom. Prenosni odnos je broj

koji pokazuje koliko se puta obrne predajno vratilo za jedan obrt prijemnog vratila. Ukoliko je ovaj broj veći od 1, prenos je redukcioni, a ako je manji od 1, prenos je multiplikacioni. U prvom slučaju prijemno vratilo obrće se sporije od predajnog, a u drugom brže od predajnog vratila.



Sl. 1.2. Deformacije površinskih slojeva frikcionih točkova pod opterećenjem (1 — predajni, 2 — prijemni točak, σ_c — napon pritiska, σ_e — napon istezanja)

Prenosni odnos može se izraziti i zavisno od prečnika frikcionih točkova. Prenosni odnos i jednak je u tom slučaju

$$i = \frac{D_2}{(1 - \xi_c) D_1},$$

jer je

$$v_1 = \frac{\pi D_1 n_1}{60} \quad \text{i} \quad v_2 = \frac{\pi D_2 n_2}{60}.$$

a kako je

$$v_1 - v_2 = v_c = \xi_c v_1$$

to je

$$v_2 = v_1 (1 - \xi_c),$$

odnosno

$$D_1 n_1 = \frac{D_2 n_2}{1 - \xi_c},$$

odakle se dobija

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{(1 - \xi_c) D_1}.$$

Prenosni odnos i kreće se najviše do 5, samo izuzetno i do 6. Koeficijent puzanja iznosi 0,02 do 0,05, tako da je $1 - \xi_c = 0,95 \div 0,98$.

Puzanje je utoliko jače ukoliko je opterećenje jače. Prema tome prenosni odnos frikcionih točkova zavisi od opterećenja i nije konstantan. Intenzitet puzanja zavisi i od materijala točkova, od njihovog modula elastičnosti, i od stanja površinskog sloja. U praksi se obično smatra da je prenosni odnos konstantan sve dotle dok ne dođe do klizanja. Pri svakom eventualnom preopterećenju javlja se klizanje. Tako npr. pri polasku s mesta lokomotivski točkovi klize po vlažnim šinama uvek kada je sila otpora voza veća od sile trenja, odnosno sile otpora protiv klizanja između točkova i šina.

Da ne bi došlo do klizanja, obimna sila F_0 ne sme biti veća od otpora protiv klizanja na dodirnoj površini frikcionih točkova

$$F_0 \leq \mu F_n,$$

gde je μ koeficijent otpora protiv klizanja, a F_n sila kojom su točkovi pritisnuti jedan uz drugi. Iz ovoga obrasca može se proračunati pritisak F_n koji obezbeđuje prenošenje periferne sile F_0 :

$$F_n \geq F_0 / \mu.$$

Sila pritiska F_n ostvaruje se najčešće dejstvom pritisnute opruge.

Sila F_n savija vratila pa je bolje kada je manja, dakle, kada je μ veće. Koeficijent otpora protiv klizanja μ zavisi uglavnom od vrste upotrebljenog materijala za točkove i od stanja njihovih površina. Podaci o koeficijentu μ dati su u tabeli 1.1.

Date vrednosti za μ mogu se smatrati verodostojnim kada su dodirne površine potpuno čiste i suve — pri običnoj spoljnoj temperaturi. Vлага može znatno smanjiti koeficijent otpora; isto tako i najmanja količina ulja ili masti. I drugi činioci utiču na koeficijent otpora (jedinični pritisak, brzina itd.); ovi su uticaji, zasada, malo poznati.

Frikcioni točkovi od livenog gvožđa dugog su veka; na njih relativno malo utiču vlaga i prljavština — s obzirom na klizanje. Radi ublažavanja opasnosti od klizanja i radi rasterećivanja vratila, često se jedan točak od sivog liva snabdeva oblogom od kože, presovane hartije, drveta i sl.; ovaj se pojas lako zamenjuje kada se istroši. Drvo, koža i hartija lako se ugljenišu u radu.

Tablica 1.1

Koeficijent otpora protiv klizanja, jedinična obimna sila F_{n1} i dopušteni površinski pritisak p_a

Materijal točka		Koeficijent otpora protiv klizanja	Sila F_{n1} [kN/cm]	Dopušteni specifični površinski pritisak p_a [MPa]
Predajnog	Prijemnog			
Kaljani čelik	Kaljani čelik	0,05 ÷ 0,10	—	(1,8 ÷ 2,5) HRC
Sivi liv	Sivi liv	0,15	1 ÷ 1,5	(0,15 ÷ 0,18) HB
Sivi liv	Fiber	0,15 ÷ 0,20	0,25 ÷ 0,4	—
Sivi liv	Tekstolit	0,20 ÷ 0,25	0,20 ÷ 0,25	80 ÷ 100
Sivi liv	Koža	0,20 ÷ 0,30	0,30 ÷ 0,35	—
Sivi liv	Hartija	0,25 ÷ 0,45	0,30 ÷ 0,60	—
Sivi liv	Drvo	0,40 ÷ 0,50	0,05 ÷ 0,10	—
Sivi liv	Guma	0,50 ÷ 0,75	0,025 ÷ 0,05	—

Napomene uz tablicu 1.1:

- 1) Podaci za p važe za suve površine.
- 2) Sila F_{n1} je deo normalne sile koji otpada na jedinicu dužine dodirne linije i izražava se u kN/cm; 1 kN/cm = 10⁵ N/m.
- 3) HB označava tvrdoću po Brinelu, a HRC po Rokvelu.

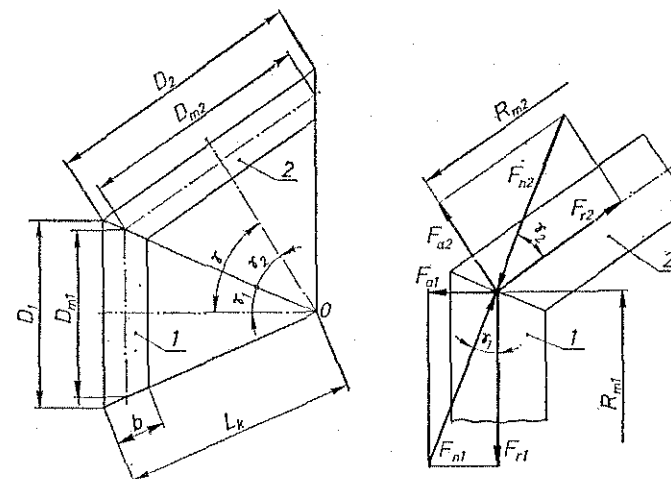
Frikcioni točkovi najprostije su sredstvo za prenošenje obrtanja. Rad im je tih — bez zujanja svojstvenog zupčanicima. Uglavnom se upotrebljavaju za prenošenje manjih snaga do 200 kW, izuzetno i više. Iznenađni udari ili preopterećenja u radu mašina amortizuju se klizanjem frikcionih točkova. Pomoću frikcionih točkova može se ostvariti brzo uključivanje i isključivanje mehanizma, mogu se menjati brzina i smer obrtanja vratila. U novije vreme frikcioni točkovi nailaze na sve širu primenu u gradnji menjača sa kontinualnom promenom brzine.

Frikcioni točkovi imaju i nedostataka. Prenos im nije tačan. Računski prenosni odnos ne odgovara stvarnom prenosnom odnosu zbog puzanja i klizanja kojima je rad ovakvih točkova uvek manje ili više praćen. Kao posledica ovih pojava javlja se često neravnomerno habanje frikcionih elemenata, kao i oštećenja usled klizanja. Frikcioni točkovi znatno opterećuju vratila i ležišta.

Stepenom iskorišćenja frikcionih prenosnika zove se količnik snage na prijemnom vratilu i snage na predajnom vratilu (izlazne i ulazne snage)

$$\eta = \frac{M_{02} \omega_2}{M_{01} \omega_1}$$

gde su M_{01} i M_{02} obrtni momenti, a ω_1 i ω_2 ugaone brzine predajnog i prijemnog vratila. Gubitak snage, koji uglavnom potiče od puzanja i klizanja frikcionih točkova i trenja u ležištima vratila, osetan je. Najčešće je $\eta = 0,75 \div 0,95$, tj. u frikcionim prenosnicima gubi se obično od 5 do 25% uložene snage.



Sl. 1.3 — Shema koničnih frikcionih točkova

Osnovni konstruktivni oblici frikcionih točkova zavise od toga u kakvom su međusobnom položaju vratila prenosnika. Kada su vratila paralelna točkovi su cilindrični (sl. 1.1). Kada se vratila seku, točkovi su konični (zarubljeni konusi — sl. 1.3).

1.2. KONSTRUKTIVNI OBLICI

1.2.1 CILINDRIČNI TOČKOVI

Cilindrični točkovi mogu biti glatki i ožlebljeni.

Radi pravilne podele opterećenja potrebno je da ose točkova budu tačno paralelne, a obodi točkova pravilno obrađeni. Ne valja praviti suviše široke točkove, pošto se tada teško postiže pravilno naleganje; prema iskustvu uzima se širina točkova $b < D_1$, gde je D_1 prečnik manjeg točka (sl. 1.1).

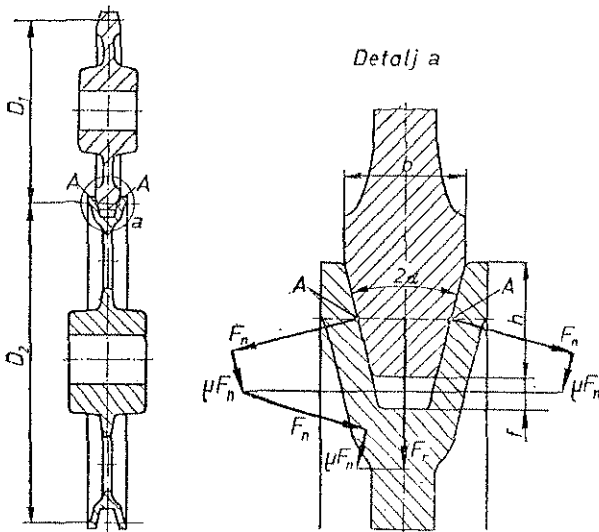
Primenom ožlebljenih točkova rasterećuju se vratila. Žlebovi imaju trapezni presek sa uglom među stranama žleba $2\alpha=28\div 32^\circ$ (sl. 1.4). Zavisnost između pritiska F_r i periferne sile F_0 za frikzione ožlebljene točkove data je izrazom

$$F_r = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\mu} F_0$$

gde je α ugao nagiba strana žleba, a μ koeficijent otpora protiv klizanja. Kada bi se za glatke i ožlebljene točkove upotrebio jednak frikcionni materijal, potreban bi bio manji pritisak za ožlebljene nego za glatke točkove; to je značajna odlika ožlebljenih točkova. To se vidi iz ovog pregleda datog za tri veličine koeficijenta otpora protiv klizanja. U sva tri slučaja ugao strane žleba je $\alpha=15^\circ$.

μ	Glatki točak	Ožlebljeni točak
0,1	$F_r=10 F_0$	$F_r=3,55 F_0$
0,2	$F_r=5 F_0$	$F_r=2,26 F_0$
0,3	$F_r=3,33 F_0$	$F_r=1,83 F_0$

Dakle, ukoliko je koeficijent otpora μ veći, utoliko je manja korist od ožlebljenih točkova; stoga se ožlebljeni točkovi obično i prave od livenog gvožđa. U prvom primeru gornjeg pregleda ($\mu=0,1$) potreban pritisak na ožlebljene točkove

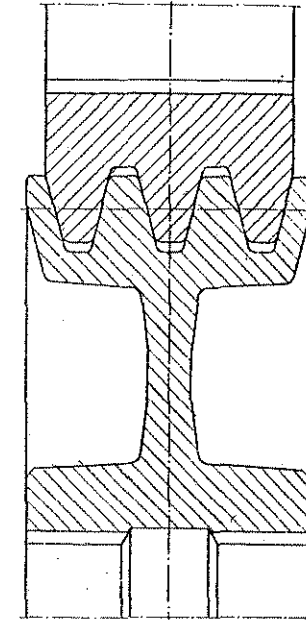


Sl. 1.4 — Ožlebljeni frikcionni točkovi

je oko triput manji od potrebnog pritiska za glatke točkove; to je korisno i za ležišta i za vratila i za rukovanje. Ugao žleba 2α ne treba da je manji od 28° ni veći od 32° ; uobičajeno je $2\alpha=30^\circ$.

Na ožlebljenim frikcionim točkovima neće biti klizanja jedino u tačkama $A A$ u kojima se dodiruju krugovi prečnika D_1 i D_2 . Ukoliko su tačke na stranama žlebova više udaljene od tačaka $A A$, utoliko će klizanje biti jače na tim mestima, pa prema tome, i jače trošenje materijala. Da bi se ovaj nedostatak ublažio, treba da je aktivna radijalna dubina žleba što manja; ona je obično $h=5\div 10$ mm, a najviše 12 mm. Često se h daje zavisno od D_1 : tada je $h=\psi D_1$, gde se odnos $\psi=h/D_1$ kreće od 0,04 do 0,06. Između temenih i podnožnih krugova točkova ostavlja se zazor $f=5\div 6$ mm radi mogućnosti približavanja točkova kada se frikzione površine istroše. Debljina korena uzima se $b=h$ (sl. 1.4). Broj žlebova je $z=3\div 5$, izuzetno $z=6$. Sa većim brojem žlebova teško je postići podjednako naleganje na svima stranama.

Primer ožlebljenog frikcionog prenosioca sa tri žleba pruža sl. 1.5. Ožlebljeni frikcionni prenosioci podesni su za kratkotrajan i povremen rad, npr. na dizalicama, frikcionim presama i sl. koje rade sa čestim i dugotrajnim prekidima.



Sl. 1.5 — Ožlebljeni frikcionni točkovi sa tri žleba

1.2.2 KONIČNI TOČKOVI

Za vratila čije se ose seku potrebno je da frikcionni točkovi budu konični (sl. 1.3). Vrhovi konusa moraju se nalaziti u zajedničkoj tački O da ne bi bilo klizanja po dodirnoj površini.

Pritisak potreban za prenošenje sile F_0 iznosi

$$F_n = F_0 / \mu.$$

Zbog pritiska F_n biće vratila aksijalno opterećena silama F_{a1} i F_{a2} (sl. 1.3).

$$F_{a1} = F_n \sin \gamma_1 = \frac{F_0}{\mu} \sin \gamma_1,$$

$$F_{a2} = F_n \sin \gamma_2 = \frac{F_0}{\mu} \sin \gamma_2.$$

Aksijalne sile F_{a1} i F_{a2} utoliko su manje ukoliko su manji uglovi γ_1 i γ_2 . Stoga, da bi se sa manje napora pritisnuo točak uz točak za vreme rada, uzima se manji točak aksijalno pomerljiv jer manji točak ima manji ugao konusa.

Radijalne komponente sile pritiska F_n su

$$F_{r1} = F_n \cos \gamma_1 = \frac{F_0}{\mu} \cos \gamma_1,$$

i

$$F_{r2} = F_n \cos \gamma_2 = \frac{F_0}{\mu} \cos \gamma_2.$$

Iz sl. 1.3 izlazi jednakost

$$\frac{R_{m1}}{\sin \gamma_1} = \frac{R_{m2}}{\sin \gamma_2}$$

pa se tako prenosni odnos koničnih frikcionih točkova može izraziti u ovih pet vidova

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{m2}}{R_{m1}} = \frac{D_{m2}}{D_{m1}} = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1}.$$

Kada je propisan prenosni odnos i poznat ugao $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ pod kojim se vratila seku, može se lako doći do obrasca za određivanje pojedinačnih uglova γ_1 i γ_2 koničnih frikcionih točkova:

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} = \frac{\sin (\gamma - \gamma_1)}{\sin \gamma_1} = \frac{\sin \gamma \cos \gamma_1 - \cos \gamma \sin \gamma_1}{\sin \gamma_1} = \\ &= \sin \gamma \cotg \gamma_1 - \cos \gamma, \end{aligned}$$

a odatle

$$\cotg \gamma_1 = \frac{i + \cos \gamma}{\sin \gamma}.$$

odnosno

$$\tg \gamma_1 = \frac{\sin \gamma}{i + \cos \gamma}.$$

Analogno dobijaju se i ove relacije

$$\cotg \gamma_2 = \frac{\frac{1}{i} + \cos \gamma}{\sin \gamma}$$

ili

$$\tg \gamma_2 = \frac{\sin \gamma}{\frac{1}{i} + \cos \gamma}.$$

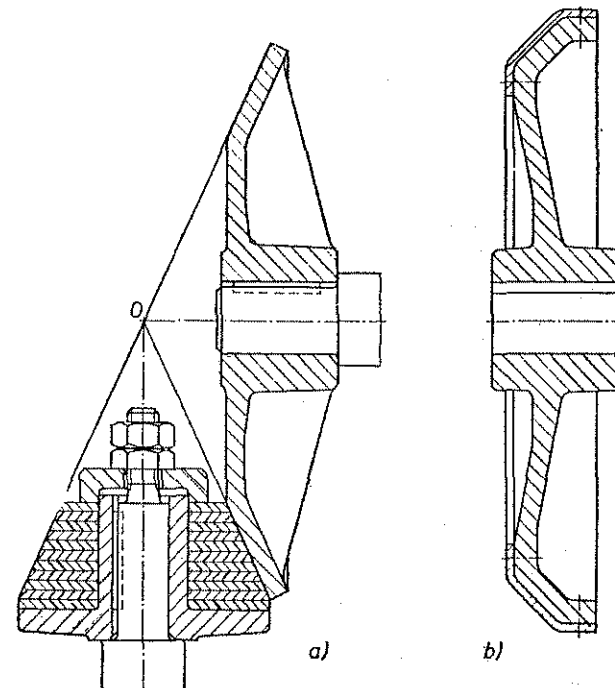
Najčešće se vratila seku pod uglom $\gamma = 90^\circ$ i tada je

$$\tg \gamma_1 = 1/i$$

i

$$\tg \gamma_2 = i.$$

Na sl. 1.6 a prikazan je konični frikcioni točak izrađen sa nizom prstenova od presovane hartije, a na sl. 1.6 b točak obložen kožom.



Sl. 1.6 — Konični frikcioni točkovi: a) točak sa prstenovima od presovane hartije, b) točak obložen kožom

1.3. PRORAČUN

Obrtni moment koji potiče od snage P [W] pri ugaonoj brzini ω [rad.s⁻¹] računa se po obrascu

$$M_0 = P/\omega \text{ [N m].}$$

Periferna sila

$F_0 = 2 M_0/D$ [N], gde je D [m] prečnik frikcionog točka.

Iskustvom je utvrđeno koliku normalnu silu mogu prenositi frikcionni točkovi po 1 cm širine. To je jedinična normalna sila F_{n1} [kN/cm] čije su vrednosti date u tab. 1.1.

Na osnovu dopuštene jedinične sile određuje se širina točka (sl. 1.1) po obrascu

$$b = \frac{F_0}{F_{n1}} \text{ [m]}$$

gde je ν stepen sigurnosti protiv klizanja, koji za obične prenosnike iznosi 1,25 ÷ 1,5, a za varijatore 1 do 2,5.

Ako se dobije širina točka veća od prečnika manjeg točka (v. 1.2), treba povećati prečnik točka ili usvojiti pogodniji frikcionni materijal, ili, prema prilikama izabrati ožlebljene točkove.

Prečnik manjeg frikcionog točka bira se po nahodanju ili po potrebi a prečnik većeg točka zavisi od željenog prenosnog odnosa. Pri izboru prečnika treba voditi računa o tome da periferna brzina $\nu = \pi D n/60$ bude umerena — oko 2 do 4 m/s; ona ne bi trebalo nikako da prelazi 6 do 7 m/s.

Za livene ožlebljene točkove računa se najviše sa perifernom silom od 0,2 kN po jednom žlebu.

Pritisak točka o točak, merodavan za proračun vratila, računa se po obrascu

$$F_{n \min} = F_0/\nu.$$

Za točkove od kaljenog čelika, znači za kaljen čelik po kaljenom čeliku, proračun se vrši s obzirom na gnječenje, na osnovu Hercovog pritiska. Ovaj način proračuna može se primeniti i kada su točkovi od drugog materijala. Tablične vrednosti dopuštenog specifičnog površinskog pritiska date su za ovu vrstu proračuna u tab. 1.1.

Maksimalni pritisak na mestu dodira dvaju cilindara zavisi, prema Hercu (Hertz), od dimenzija cilindara, njihovih prečnika i dužine, od normalne sile i od modula elastičnosti materijala cilindara. Ovaj pritisak dat je izrazom

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{0,35 E F_n}{b \rho}}$$

gde je: p_{\max} [Pa] — Hercov pritisak,

E [Pa] — srednji modul elastičnosti materijala u sprezi $E = 2 E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$,

F_n [N] — normalna sila,

b [m] — dužina dodirne linije, i

ρ [m] — srednji računski poluprečnik krivine:
 $\rho = 2 R_1 R_2 / (R_2 + R_1)$, gde su R_1 i R_2 pofuprečnici cilindara.
Znak minus odnosi se na dodir konkavne sa konveksnom površinom.

Ako se izvrše odgovarajuće zamene i to:

$$a) F_n = \frac{\nu F_0}{\mu} = \frac{2 \nu P}{\mu \omega_1 D_1},$$

$$b) \rho = \frac{2 R_1 R_2}{R_2 \pm R_1} = \frac{D_1 D_2}{D_2 \pm D_1} = \frac{D_1 i}{i \pm 1},$$

$$v) b = \psi D_1,$$

gde je ψ faktor dužine, koji se kreće od 0,2 do 0,8, dobija se

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{0,35 \cdot 2 \nu E P (i+1)}{\mu \psi D_1^3 i \omega_1}}, \quad D_1 = \sqrt[3]{\frac{0,7 \nu E P (i+1)}{\rho_d^2 \mu \psi i \omega_1}} \text{ [m]}$$

odnosno

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{0,35 E P (i+1) \sin 2 \alpha}{\rho_d^2 \mu \psi i \omega_1 z}} \text{ [m]},$$

U gornjem obrascu je snaga P u W, a p_d je dopušteni specifični površinski pritisak, u Pa.

Pri proračunavanju ožlebljenih frikcionih točkova treba uzeti u obzir da je:

$$\nu F_0 = \mu F_n z,$$

odnosno

$$F_n = \frac{\nu F_0}{\mu z},$$

da je $\rho = \frac{D_1 i}{(i+1) \sin \alpha}$, i da je dodirna linija na koju dejstvuje opterećenje

$F_n : b = h/\cos \alpha = \psi D_1/\cos \alpha$, gde je $\psi = h/D_1$ faktor dužine, koji se kod ožlebljenih točkova kreće od 0,04 do 0,06. Kad se ove zamene izvrše dobija se obrazac za proračunavanje prečnika u ovom obliku

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{0,35 E P (i+1) \sin \alpha}{\rho_d^2 \mu \psi i \omega_1 z}} \text{ [m]},$$

odnosno kada se za $\sin 2 \alpha = \sin 30^\circ = 0,5$ izvrši zamena, dobija se

$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{0,175 E P (i+1)}{\rho_d^2 \mu \psi i \omega_1 z}} \text{ [m]}.$$

Pri proračunavanju koničnih frikcionih točkova treba izvršiti ove zamene:

$$a) \quad \rho_1 = R_{m1} / \cos \gamma_1 \quad i \quad \rho_2 = R_{m2} / \cos \gamma_2$$

odakle se dobija

$$\rho = \frac{D_{m1} i}{\cos \gamma_2 + i \sin \gamma_1}$$

i za slučaj kada se ose frikcionih točkova seku pod uglom od 90° , tj. kada je $\gamma_2 = 90^\circ - \gamma_1$

$$\rho = \frac{D_{m1} i}{\sin \gamma_1 (i + 1)}, \quad i$$

b) mesto b stavi $b = \psi D_{m1}$, tada je za najčešći slučaj za $\gamma_1 + \gamma_2 = 90^\circ$

$$D_{m1} = \sqrt[3]{\frac{0,7 v EP (i + 1) \sin \gamma_1}{\rho_d^2 \mu \psi i \omega_1}} \quad [\text{m}].$$

Primer 1.1: Odrediti snagu koju može da prenosi cilindrični frikcion par točkova od sivog liva ($HB=1800$ MPa), prečnika $D_1=100$ mm, $D_2=500$ mm, širine $b=50$ mm, pri broju obrta $n_1=950$ min⁻¹, uz stepen sigurnosti $v=1,5$.

a) Na osnovu jedinične normalne sile $F_{n1}=1,25 \cdot 10^5$ N/m (srednja vrednost iz tab. 1.1) dobija se

$$F_0 = \frac{\mu F_n}{v} = \frac{\mu F_{n1} b}{v} = \frac{0,15 \cdot 1,25 \cdot 10^5 \cdot 0,05}{1,5} = 625 \text{ N}.$$

Obimna brzina $v = \pi D_1 n_1 / 60 = \pi \cdot 0,1 \cdot 950 / 60 = 4,97$ m/s, pa je snaga

$$P = F_0 v = 625 \cdot 4,97 = 3100 \text{ W}.$$

b) Na osnovu dopuštenog specifičnog površinskog pritiska, koji za liveno gvožđe (sivi liv) tvrdoće $HB=1800$ MPa iznosi $p_d=0,15 \cdot 1800 = 270$ MPa, dobija se

$$P = \frac{D_1^3 \rho_d^2 \mu \psi i \omega_1}{0,7 v E (i + 1)} = \frac{0,1^3 (270 \cdot 10^6)^2 \cdot 0,15 \cdot 0,5 \cdot 5 \cdot 99,4}{0,7 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 10^{11} \cdot (5 + 1)} = 4310 \text{ W}.$$

Ovde je $\omega_1 = 2 v / D_1 = 2 \cdot 4,97 / 0,1 = 99,4$ rad · s⁻¹.

1.3.1 OPTEREĆENJE VRATILA

Opterećenje vratila proračunava se slično kao kod zupčanika (v. Mašinski elementi II, čl. 1.2.5).

Kod glatkih cilindričnih frikcionih točkova na vratilo dejstvuju sile F_0 i $F_R = F_n = F_0 / \mu$. Rezultujuća sila je vektorski zbir ovih sila

$$F = \sqrt{F_0^2 + F_n^2} = F_0 \sqrt{1 + 1/\mu^2}.$$

Kod ožlebljenih cilindričnih frikcionih točkova sila $F_r = F_n \sin \alpha + \mu F_n \cos \alpha = (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \cdot F_0 / \mu$, tako da je rezultujuća sila pritiska na vratilo

$$F = F_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\mu} \right)^2}.$$

Kod koničnih frikcionih točkova vratilo je opterećeno obimnom silom, radialnom silom, aksijalnom silom i spregom. Radijalna sila $F_{r1} = F_n \cos \gamma_1$ i $F_{r2} = F_n \cos \gamma_2$. Svaka od ovih sila vektorski sabrana sa obimnom silom daje rezultujuće radialno opterećenje

$$F_{R1} = \sqrt{F_0^2 + F_n^2 \cos^2 \gamma_1} = F_0 \sqrt{1 + \cos^2 \gamma_1 / \mu^2}$$

odnosno

$$F_{R2} = \sqrt{F_0^2 + F_n^2 \cos^2 \gamma_2} = F_0 \sqrt{1 + \cos^2 \gamma_2 / \mu^2}.$$

Aksijalne sile su

$$F_{a1} = F_n \sin \gamma_1 = \frac{F_0}{\mu} \sin \gamma_1,$$

odnosno

$$F_{a2} = F_n \sin \gamma_2 = \frac{F_0}{\mu} \sin \gamma_2.$$

Spregovi su dati izrazima

$$M_1 = F_{a1} D_{m1} / 2$$

i

$$M_2 = F_{a2} D_{m2} / 2.$$

1.4. VARIJATORI

Frikcioni prenosnici mogu da rade i sa promenljivim prenosnim odnosom i koji se menja kontinualno. Ovakvi prenosnici smešteni u zasebne kućice zovu se varijatorima.

Princip rada frikcionih prenosnika sa promenljivim prenosnim odnosom biće objašnjen na ova dva primera.

Kod prvog, čija je shema data na sl. 1.7 a, u sprezi su jedan tanjirasti frikcion točak (1) i jedan obični cilindrični točak (2). Ukoliko je cilindrični točak, kao prijemni, bliže osi tanjirastog točka utoliko je njegova brzina manja i obrnuto. Prilikom pomeranja cilindričnog točka od njegovog krajnjeg levog položaja udesno njegova brzina opada od nekog maksimuma do nule — u srednjem položaju — pri daljem pomeranju cilindričnog točka udesno, on počinje da se obrće u smeru suprotnom od prethodnog, brzina mu raste i postiže maksimum u krajnjem desnom položaju.

Čisto kotrljanje moglo bi se postići samo u slučaju da je dodir ovih točkova u jednoj tački. Radi toga je cilindrični točak ispučen po obimu da bi mu

dodirna površina bila što manja tj. da se približi idealnom slučaju dodira u jednoj tački.

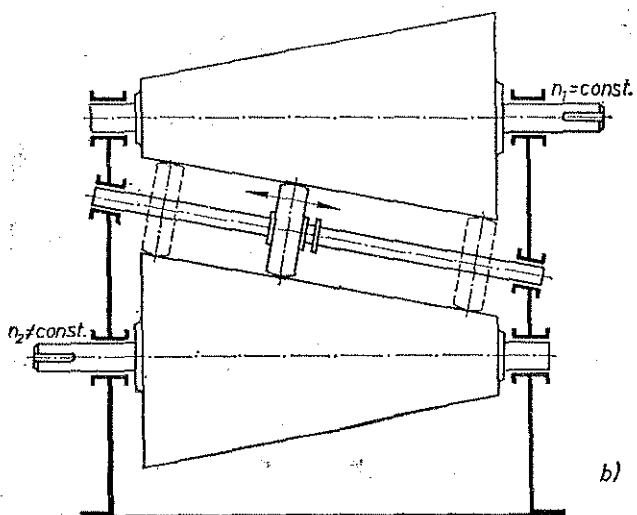
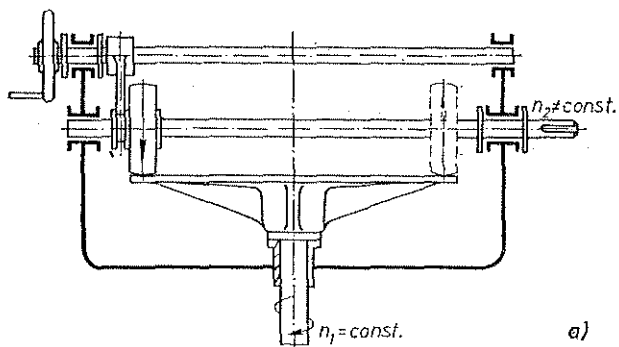
Prenosni odnos zavisi od veličine poluprečnika R_x (sl. 1.7.a) i dat je ovim izrazom

$$i = R_2/R_x \neq \text{const.}$$

Ovde je R_x poluprečnik predajnog točka, a R_2 poluprečnik prijemnog točka. Ugaona brzina, odn. broj obrta prijemnog točka ω_2 , odn. n_2 iznose

$$\omega_2 = \omega_1 R_x/R_2 = C R_x [\text{s}^{-1}]$$

$$n_2 = n_1 R_x/R_2 = C_1 R_x [\text{min}^{-1}].$$



Sl. 1.7 — Shema varijatora: a) sprega tanjirastog točka sa cilindričnim, i b) sprega dva konična točka posredstvom uzdužno pokretljivog cilindričnog točka

Ovde je konstanta $C = \omega_1/R_2$ i konstanta $C_1 = n_1/R_2$; n_1 je broj obrta predajnog tanjirastog točka, a n_2 broj obrta prijemnog cilindričnog točka.

U drugom primeru, koji je shematski prikazan na sl. 1.7.b, prenosnik se sastoji od dva duža konična točka (1) i (2) posredno vezana uzdužno pokretljivim cilindričnim točkom (3). Pomeranjem točka (3) uzduž njegove ose menja se prenosni odnos prenosnika od nekog maksimuma do minimuma kontinualno. Prenosnik radi pri tom jedanput kao reduktor, a drugi put kao multiplikator. Kad je uži kraj predajnog točka u sprezi sa širim krajem prijemnog točka prenos je reduktivan, a kada sa sprežu širi kraj predajnog točka sa užim krajem prijemnog točka prenos je multiplikativan (v. 1.1).

Varijatori nailaze na sve širu primenu u industriji. Postoji niz zanimljivih rešenja sa raznim oblicima frikcionih točkova koji mogu biti direktno spregnuti ili sa nekim posrednim elementom, npr. kaišem, lancem i sl. Ovakvi mehanizmi rade obično podmazani.

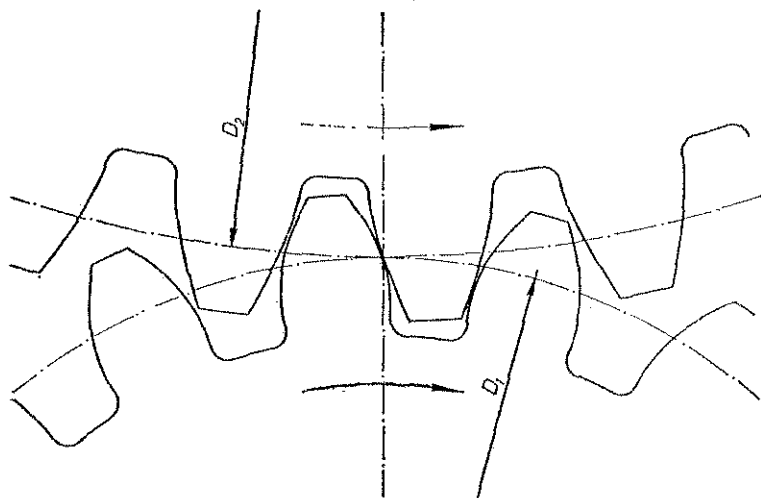
2. ZUPČANICI

2.1. OSNOVNI POJMOVI

2.1.1 POSTANAK, ZADATAK I PODELA

Klizanje glatkih frikcionih točkova može se sprečiti kada se po njihovom obimu nameste zupci (sl. 2.1). Tako od glatkih točkova postaju zupčanici. Dodirni krugovi iščezavaju i pojavljuju se dva nova kruga; jedan od ovih krugova oivičava zupce spolja i zove se temenim, a drugi ih ograničava u njihovom podnožju i zove se podnožnim krugom. Iako su dodirni krugovi stvarno nestali, ipak oni i dalje služe kao osnova za određivanje prenosnog odnosa i za računanje, merenje i izradu zupčanika. Stvarno, to nisu dodirni krugovi, već dodirni cilindri — dugi kao i zupci.

Zupčanici, zahvaljujući zupcima, prenose obrtanje sa vratila na vratilo prirudno, bez klizanja ili puzanja. Oni se u tom pogledu ponašaju kao glatki frikcion

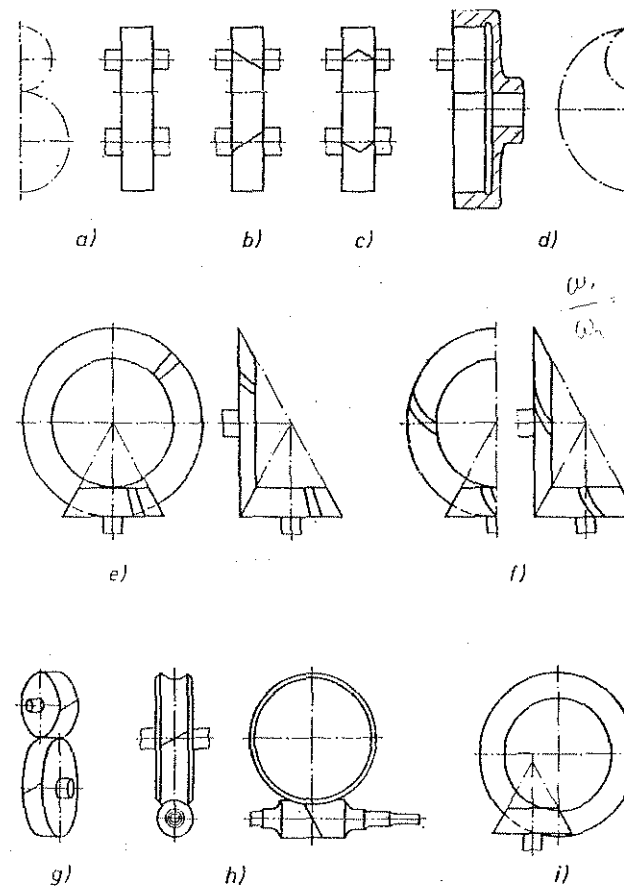


Sl. 2.1 — Zupci spregnutih zupčanika

točkovi koji se obrću bez klizanja i bez puzanja. Zamišljeni dodirni krugovi zupčanika kotrljaju se jedan po drugom bez klizanja ili puzanja.

Dva zupčanika koji rade u zajednici zovu se spregnuti zupčanici. Obimne brzine dodirnih krugova spregnutih zupčanika, su jednakke. Dva spregnuta zupčanika obrću se u suprotnom smeru (sl. 2.1).

Da bi se zupčanici mogli međusobno sprežati, potrebno je da im oblici zubaca budu izrađeni po izvesnim pravilima, tj. da budu međusobno prilagođeni. Da bi

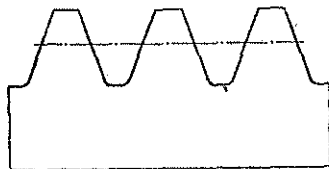


Sl. 2.2 — Vrste zupčanika: cilindrični zupčanici za paralelna vratila (a — sa pravim zupcima, b — sa helikoidnim zupcima, c — sa strelastim zupcima i d — spoljnim i unutrašnjim zupcima); zupčanici za vratila koja se seku (e — konični zupčanik sa pravim zupcima i f — sa lučnim zupcima); zupčanici za vratila koja se mimoilaze (g — cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima, h — pužni prenosnik i i — konični zupčanici sa hipoidnim zupcima)

zupčanicu mogli prenositi željeni obrtni moment, zupci treba da budu dovoljno otporni i izdržljivi. To su dva glavna zadatka proučavanja zupčanika.

Konstrukcioni oblici zupčanika zavise od uloge i namene njihove; u prvom redu oni zavise od položaja vratila. Kada su vratila paralelna, zupčanicu su cilindrični (sl. 2.2 a-d). Kada se vratila seku, zupčanicu su konični (sl. 2.2 e-f). Kada se vratila mimoilaze (ukrščaju) mogu se upotrebiti cilindrični zupčanicu sa zavojnim (helikoidnim) zupcima (sl. 2.2 g); za vratila ukrštena pod pravim uglom vrlo se često upotrebljavaju pužni prenosnici (sl. 2.2 h).

Opšti oblik zupca obeležen je profilom njegovog boka i uzdužnom bočnom linijom. Profil boka zupca je evolventa, gotovo bez izuzetka. Bočna linija može biti: bilo prava — paralelna osi zupčanika (sl. 2.2 a), bilo kriva ili nagnuta ka osi zupčanika (sl. 2.2 b) bilo strelasta (sl. 2.2 c), bilo zavojna u obliku kružnog luka, evolvente ili spirale.



Sl. 2.3 — Zupčasta poluga (zupčanica)

Većinom su zupčanicu spolja ozupčani (sl. 2.2 a-c i e-i). Zupčanicu mogu imati zupce i sa unutrašnje strane venca (sl. 2.2 d); ovakvi zupčanicu sa unutrašnjim zupcima obrću se u istom smeru sa spregnutim zupčanicu sa spoljašnjim zupcima.

Središte zupčanika može se nalaziti i u beskonačnosti; tada od zupčanika postaje zupčasta poluga ili zupčanica (sl. 2.3).

U mašinstvu se zupčanicu upotrebljavaju često. Oni služe za prenošenje obrtnog momenta sa vratila na vratilo. Pogodni su za sve brzine obrtanja, mogu da prenose vrlo male i vrlo velike snage, a sposobni su da rade i u najtežim uslovima.

2.1.2 OPŠTA OBELEŽJA

Oznake i nazivi za osnovne mere na zupčanicu izneseni su na sl. 2.4.

Temeni krug D_s i podnožni krug D_t ograničavaju zupce sa spoljne strane i u podnožju. Deoni krug, često identičan sa dodirnim krugom, je krug koji deli zupce na njihov temeni deo, visine h_s , i podnožni, visine h_t . Prema tome je

$$D = D_s - 2 h_s = D_t + 2 h_t.$$

Visina zupca $h = h_s + h_t$.

Deljenjem obima deonog kruga $D \pi$ brojem zubaca z dobija se korak zupca e

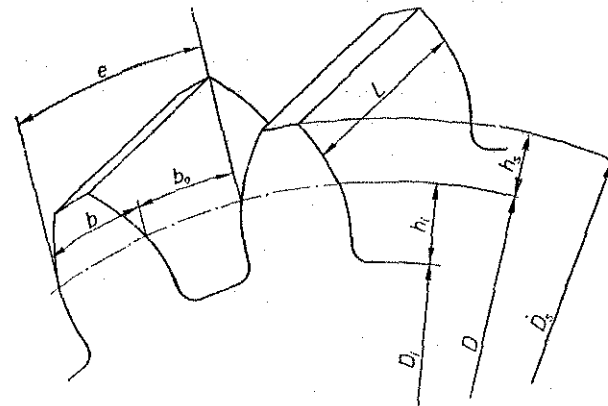
$$e = D \pi / z.$$

Korak je lučno rastojanje susednih jednoimenih bokova zubaca, mereno po deonom krugu.

Modul zupčanika m zove se odnos D/z ,

$$m = D/z.$$

Modul je osnovna karakteristika zupčanika; on je polazni podatak za računanje, konstruisanje, izradu i merenje zupčanika.



Sl. 2.4 — Oznake osnovnih mera zupčanika

Iz jednakosti $z e = D \pi = z m \pi$ sledi drugi izraz za korak

$$e = m \pi.$$

Vrednosti za modul su standardizovane i date u tabeli 2.1. Spregnuti zupčanicu moraju imati jednak korak, dakle i jednak modul.

Tablica 2.1

Standardni moduli

Mere u mm

Prema JUS M.C1.015

I	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6
II	2,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	
III						3,25			6,5
I	8	10	12	16	20	25	32	40	50
II	7	9	11	14	18	22	28	36	45
III									

Napomena uz tablicu 2.1:

Sa I, II i III označeni su stepeni prioriteta.

Korak zupca e ravan je zbiru debljine zupca b i širine međuzublja b_0

$$e = b + b_0;$$

b i b_0 mere se takođe po luku deonog kruga.

Veličina zupca obeležena je ovim glavnim merama: debljinom b , visinom h i dužinom L . Debljina zupca b , merena po deonom krugu, može biti najviše ravna polovini koraka kada je obrada zubaca potpuno tačna, tj. $b = e/2$, pošto međuzublje mora biti dovoljno prostrano da u nj uđe zubac spregnutog zupčanika; stoga je $b < e/2$ zbog netačne izrade neispravnog sklapanja i zagrevanja u radu. Koliko će biti b , zavisi i od načina izrade zubaca. Razlika između širine međuzublja i debljine zupca je kružni bočni zazor f

$$f = b_0 - b$$

Visina zupca $h = h_s + h_t$ iznosi, izražena zavisno od modula, $h_s = m$, i $h_t = (1,1 \div 1,3)m$. Ukoliko su zupci bolje obrađeni, utoliko se h_t uzima manje. Najčešće je $h_t = 1,2m$ pa je tada visina zupca $h = 2,2m$. Razlika podnožne dubine međuzublja i temene visine zupca je temeni zazor f

$$f_h = h_t - h_s$$

i on se nalazi između $0,1m$ i $0,3m$; najčešće je $f_h = 0,2m$. Temena visina može biti i manja od modula: $h_s < m$; ovu smanjenu temenu visinu zupca imaju tzv. korigovani zupčanici (v. 2. 2. 1. 10). Na osnovu iznesenih podataka najčešće je prečnik temenog kruga zupčanika

$$D_s = D + 2m,$$

a prečnik podnožnog kruga

$$D_i = D - 2,4m.$$

Dužina zupca L uzima se takođe kao veličina zavisna od modula

$$L = \psi m$$

gde je ψ faktor dužine zupca; $\psi = 6 \div 100$ i više u zavisnosti od tačnosti izrade i sklapanja, rasporeda ležišta, od uslova rada i dr. (v. čl. 2. 2. 3. 3).

Modul zupčanika može se odrediti iz osnovnog obrasca za zupčanike

$$m = D/z$$

kada su poznati prečnik deonog kruga D i broj zubaca z . Na gotovom zupčaniku lako je izbrojati zupce, ali je teško izmeriti prečnik nevidljivog deonog kruga; stoga se, praktično, postupa ovako: izmeri se prečnik temenog kruga D_s i podeli brojem

zubaca z uvećanim za dva, pa je ovako dobijen količnik ravan modulu. Evo dokaza:

$$D = mz,$$

$$D_s = D + 2h_s = mz + 2m = m(z + 2)$$

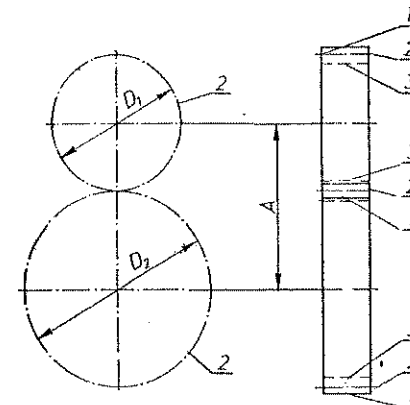
$$m = \frac{D_s}{z + 2}.$$

Ovaj obrazac važi samo za normalne zupčanike za koje je $h_s = m$, a to je najčešće; obrazac ne važi za korigovane zupčanike ni za zupčanike sa neobičajenom visinom zubaca za koje je $h_s \neq m$.

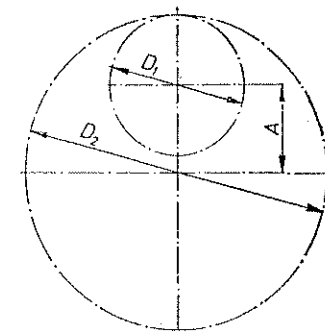
Oсно rastojanje zupčanika — a to je razmak između njihovih središta — iznosi (sl. 2.5),

$$A = \frac{D_2 \pm D_1}{2},$$

gde su D_2 i D_1 prečnici deonih krugova, odnosno prečnici dodirnih krugova ukoliko montaža nije potpuno tačna ili ako se radi o korigovanim zupcima spregnutim



Sl. 2.5 — Shema zupčanika
(1 — temeni, 2 — deoni, 3 — podnožni krugovi, A — međusobno rastojanje)



Sl. 2.6 — Sprega sa unutrašnjim zupčanjem

tih, zupčanika; znak minus odnosi se na spregu zupčanika sa spoljnim i unutrašnjim zupčanjem (sl. 2.6).

Zamenom obrasca za prenosni odnos $i = D_2/D_1$ (vl. čl. 1.1) dobija se takođe

$$A = \frac{(i \pm 1) D_1}{2} = \frac{(i \pm 1) D_2}{2i};$$

gde znak minus važi za spregu zupčanika sa spoljašnjim i unutrašnjim zupčanjem.

Iz ovih jednačina mogu se proračunati prečnici deonih krugova kada su poznati međuosno rastojanje i prenosni odnos dvaju zupčanika

$$D_1 = \frac{2A}{i \pm 1} \quad i \quad D_2 = \frac{2iA}{i \pm 1};$$

u ovim obrascima je D_1 prečnik deonog kruga predajnog zupčanika, a D_2 prečnik deonog kruga prijemnog zupčanika.

Međuosno rastojanje može se računati i po obrascu

$$A = \frac{m(z_2 \pm z_1)}{2}$$

gde su z_1 i z_2 brojevi zubaca, a m modul.

U zemljama u kojima se mere računaju po colovnom sistemu mera služe kao osnova za proračunavanje zupčanika ove veličine: *Diametral Pitch* i *Circular Pitch* (dijametralni korak i kružni korak). Dajemetral pič DP je recipročna vrednost modula za prečnik izražen u colovima, tj.

$$DP = z/D = \frac{z}{m \cdot 25,4} = \frac{25,4}{m}$$

gde je: $DP [1'']$ — dajemetral pič,

z — broj zubaca,

$D ['']$ — prečnik deonog kruga u colovima, i

$m [mm]$ — modul zupčanika.

Serkjular pič CP je dužina jednog koraka u colovima, merena po deonom krugu; dakle

$$CP = e''/25,4 = m \pi / 25,4 = m/8,09,$$

gde je: $CP ['']$ — serkjular pič u colovima,

$e ['']$ — korak zupca, i

$m [mm]$ — modul zupčanika.

Podaci o pretvaranju vrednosti DP i CP u podatke m i e nalaze se u tablicama 2.2 i 2.3.

Iz proizvoda $DP \cdot CP = \pi$ može se odrediti DP kada je poznato CP , i obrnuto. Modul m u mm može se odrediti, kada su poznati DP i CP , iz jednačine

$$m = \frac{25,4}{DP} = 8,09 CP.$$

Tablica 2.2

Dajemetral pič DP sa odgovarajućim vrednostima m i e

$DP [1'']$	1	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₂	1 ³ / ₄	2	2 ¹ / ₄	2 ¹ / ₂	2 ³ / ₄	3
m mm	25,4	20,32	16,93	14,51	12,7	11,29	10,16	9,32	8,47
e mm	79,8	63,84	53,19	45,48	39,9	35,47	31,96	29	26,61
$DP [1'']$	3 ¹ / ₂	4	5	6	7	8	9	10	11
m mm	7,26	6,35	5,08	4,23	3,63	3,17	2,82	2,54	2,31
e mm	22,81	19,95	15,96	13,29	11,4	9,96	8,86	7,98	7,26
$DP [1'']$	12	14	16	18	20	22	24	26	28
m mm	2,12	1,81	1,59	1,41	1,27	1,15	1,06	0,98	0,91
e mm	6,66	5,69	5	4,43	3,99	3,61	3,33	3,08	2,86

Tablica 2.3

Serkjular pič CP sa odgovarajućim vrednostima m i e

$CP ['']$	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16
m mm	0,505	1,01	1,51	2,02	2,52	3,03	3,53
e mm	1,586	3,17	4,74	6,35	7,92	9,52	11,09
$CP ['']$	1/2	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16	7/8
m mm	4,04	4,54	5,05	5,56	6,06	6,57	7,08
e mm	12,69	14,26	15,87	17,47	19,04	20,63	22,24
$CP ['']$	15/16	1	1 ¹ / ₁₆	1 ¹ / ₈	1 ³ / ₁₆	1 ¹ / ₄	1 ⁵ / ₁₆
m mm	7,58	8,09	8,59	9,10	9,60	10,11	10,62
e mm	23,81	25,42	26,99	28,59	30,16	31,76	33,36
$CP ['']$	1 ³ / ₈	17/16	1 ¹ / ₂	1 ⁵ / ₈	1 ³ / ₄	1 ⁷ / ₈	2
m mm	11,12	11,62	12,13	13,14	14,15	15,17	16,18
e mm	34,93	36,49	38,11	41,28	44,45	47,66	50,83

Primer 2.1: Koliki je modul zupčanika sa 65 zubaca ako mu je prečnik temenog kruga $D_s = 536$ mm.

Modul zupčanika je

$$m = \frac{D_s}{z+2} = \frac{536}{65+2} = 8 \text{ mm.}$$

Prečnik deonog kruga ovog zupčanika je

$$D = m z = 8 \cdot 65 = 520 \text{ mm}$$

Primer 2.2: Koliki su dajemetral pič DP , serkjular pič CP i modul zupčanika sa 30 zubaca, prečnika deonog kruga $D = 6''$?

$$DP = z/D = 30/6 = 5/1'',$$

$$CP = \pi/DP = 3,14159/5 = 0,628''$$

$$m = 25,4/DP = 25,4/5 = 5,08 \text{ mm.}$$

Opšte definicije o zupčanicima date su u standardu JUS M.C1.011.

2.1.3 JEDNOSTRUKI I VIŠESTRUKI PRENOSI

Dva spregnuta zupčanika čine jednostruki prenosnik (sl. 2.7) pomoću koga se ostvaruje prost prenos sa prenosnim odnosom

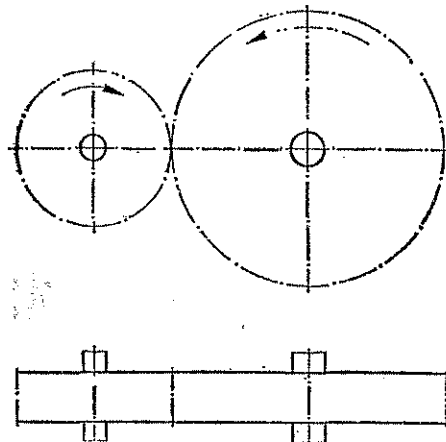
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{R_2}{R_1},$$

gde su: ω [s⁻¹] — ugaone brzine,

n [min⁻¹] — brojevi obrta,

D [cm] — prečnici deonih krugova, i

R [cm] — poluprečnici deonih krugova.



Sl. 2.7 — Jednostruki zupčani prenosnik

Prenosni odnos zove se slabim kada je ravan jedinici ili je blizak jedinici, a jakim kada se znatno razlikuje od jedinice. Može se smatrati da su prenosni odnosi $i < 4$ ili $i > 1/4$ slabi (npr. $i=1$, $i=3$, ili $i=1/3$), a prenosni odnosi $i > 4$ ili $i < 0,25$ jaki (npr. $i=6$, $i=1/5=0,2$ ili $i=1/10=0,1$). Kada je prenosni odnos jak, velika je razlika u prečnicima i brojevima zubaca spregnutih zupčanika, a gabaritne mere prenosnika su znatne. Stoga treba izbegavati jake prenosne odnose. Sa jednostepenim prenosnim odnosom retko se savlađuje prenosni odnos jači od $i=6$ za zupčanike sa pravim zupcima, odnosno $i=10$ za zupčanike sa helikoidnim zupcima.

Indeksi 1 odnose se na predajni zupčanik, a indeksi 2 na prijemni zupčanik.

Prečnik deonog kruga D jednak je proizvodu $m z$. S obzirom da je za spregnute zupčanike modul jednak, prenosni odnos i može se izraziti i kao odnos brojeva zubaca z_2/z_1 . Prema tome je

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Oдавде se zaključuje da su minutni brojevi obrta zupčanika obrnuto srazmerni brojevima zubaca. Iz obrasca za prenosni odnos izlazi jednačina $n_1 z_1 = n_2 z_2$ koja kazuje da je proizvod broja zubaca i minutnog broja obrta nepromenljiv za spregnuti par zupčanika.

Kada je potrebno da se postigne jak prenosni odnos treba upotrebiti višestruki prenosnik. Višestruki prenosnik sastoji se od dva ili više jednostrukih prenosnika koji zajedno daju ukupan željeni prenosni odnos.

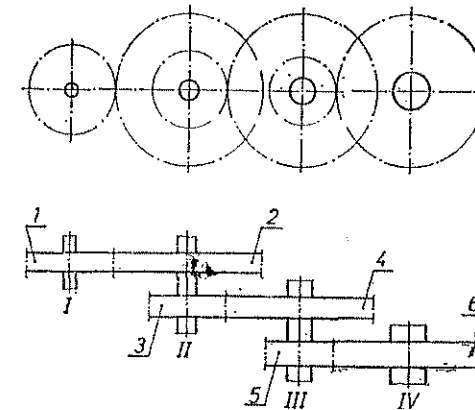
Schema trostrukog zupčastog prenosnika data je na sl. 2.8; pojedinačni prenosni odnosi su

$$i_1 = \frac{n_I}{n_{II}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad i_2 = \frac{n_{II}}{n_{III}} = \frac{z_4}{z_3}, \quad i_3 = \frac{n_{III}}{n_{IV}} = \frac{z_6}{z_5},$$

gde su: n_I, n_{II}, n_{III} i n_{IV} — minutni brojevi obrta vratila I, II, III i IV,

z_1, z_3 i z_5 — brojevi zubaca pojedinih predajnih zupčanika, i

z_2, z_4 i z_6 — brojevi zubaca odgovarajućih prijemnih zupčanika.



Sl. 2.8 — Trostruki zupčani prenosnik

Ukupni prenosni odnos višestrukog prenosnika je količnik broja obrta prvog predajnog vratila i istovremenog broja obrta poslednjeg prijemnog vratila; za prenosnik na sl. 2.8 je ukupni prenosni odnos $i = n_I/n_{IV}$.

Množenjem pojedinačnih prenosnih odnosa dobija se

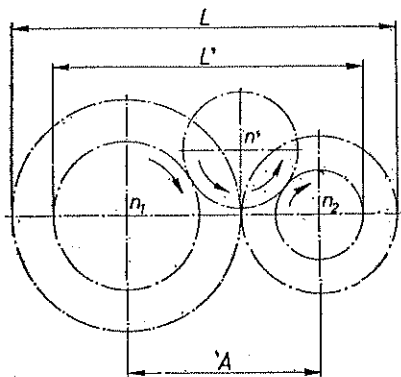
$$i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 = \frac{n_I \cdot n_{II} \cdot n_{III}}{n_{II} \cdot n_{III} \cdot n_{IV}} = \frac{z_2 z_4 z_6}{z_1 z_3 z_5}$$

odakle izlazi

$$i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 = \frac{n_I}{n_{IV}} = i = \frac{z_2 z_4 z_6}{z_1 z_3 z_5}$$

Iz ovog obrasca sledi pravilo: ukupni prenosni odnos višestrukog zupčastog prenosnika jednak je proizvodu pojedinačnih jednostrukih prenosnih odnosa;

ukupni prenosni odnos može se proračunati kada se proizvod brojeva zubaca prijemnih zupčanika podeli proizvodom brojeva zubaca predajnih zupčanika.



Sl. 2.9 — Prenosnik sa jednim umetnutim zupčanikom (L i L' su gabaritne mere)

Rezultat obrasca za ukupni prenosni odnos neće se promeniti kada bilo predajni bilo prijemni zupčanici izmene svoja mesta, pod uslovom da im je modul jednak, jer proizvod ostaje nepromenjen. Npr. ako se u tom slučaju zupčanik 1 stavi na mesto zupčanika 5, a zupčanik 5 na mesto zupčanika 1, tako da su sad spregnuti zupčanici 5 i 2 i zupčanici 1 i 6. prenosni odnos se neće promeniti.

Na sl. 2.9 prikazana je shema prenosnika sa umetnutim, dvostruko spregnutim zupčanikom koji ima z' zubaca, a minuti mu je broj obrta n' . Ovaj zupčanik

je u sprezi sa zupčanikom 1 prijemni, a u sprezi sa zupčanikom 2 predajni. Pojedinačni prenosni odnosi prenosnika ovakvog tipa su

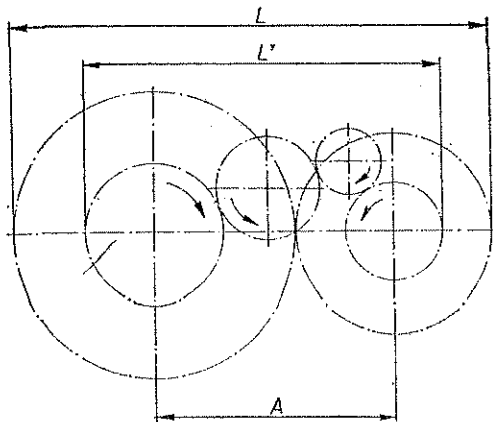
$$i_1 = \frac{n_1}{n'} = \frac{z'}{z_1} \quad \text{i} \quad i_2 = \frac{n'}{n_2} = \frac{z_2}{z'}$$

Množenjem pojedinačnih prenosnih odnosa dolazi se do ukupnog prenosnog odnosa ovakvog prenosnika

$$i = i_1 \cdot i_2 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Oдавде se zaključuje da umetnuti zupčanik ne utiče na prenosni odnos, pa je svedjedno koliko zubaca ovaj zupčanik ima.

Kod prenosnika sa jednim umetnutim zupčanikom predajni i prijemni zupčanik imaju jednak smer obrtanja. Umetnu li se dva zupčanika u spregu (sl. 2.10), smerovi obrtnja predajnog i prijemnog zupčanika biće suprotni. I u ovom slučaju, kada su u sprezi dva umetnuta zupča-



Sl. 2.10 — Prenosnik sa dva umetnuta zupčanika (L i L' su gabaritne mere)

nika brojevi zubaca ovih zupčanika ne utiču na prenosni odnos prenosnika kao celine; prenosni odnos zavisi samo od veličine zupčanika odn. brojeva zubaca z_1 i z_2 i iznosi $i = z_2/z_1$.

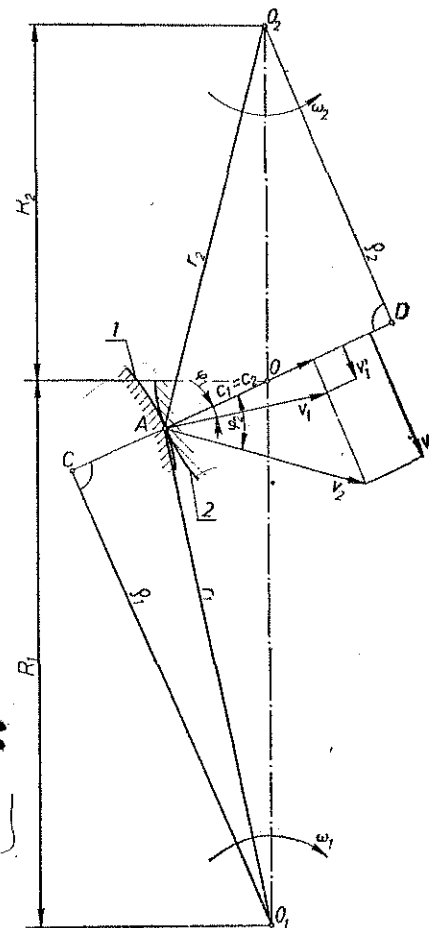
Prenosnik sa umetnutim zupčanicima primenjuje se kada se želi da se utiče na smer obrtanja prijemnog vratila ili kada je potrebno da se veliko međuosno rastojanje između predajnog i prijemnog vratila savlada zupčanicima manjeg prečnika — da gabaritne mere prenosnika budu manje. Na sl. 2.9 i 2.10 istaknuto je isprekidanim linijama koliki bi bili predajni i prijemni zupčanik kada ne bi bilo umetnutih zupčanika za određeno, zadano, međuosno rastojanje.

2.1.4 GLAVNO PRAVILO ZUPČANJA

Zupčanici, gotovo bez izuzetka, treba da ispunjavaju uslov da prenosni odnos bude konstantan $i = \omega_1/\omega_2 = \text{const}$.

Na sl. 2.11 prikazana su dva profila spregnutih zubaca. Zubac 1 pripada predajnom zupčaniku koji se obrće oko središta O_1 , a zubac 2 prijemnom zupčaniku koji se obrće oko središta O_2 . Bokovi spregnutih zubaca moraju se stalno dodirivati. Profili bokova moraju biti izrađeni po izvesnim pravilima. Glavno pravilo zupčanja, koje definiše međusobnu zavisnost oblika spregnutih profila, glasi: **normala u trenutnoj tački dodiravanja spregnutih profila mora prolaziti kroz dodirnu tačku dodirnih krugova.** Ova tačka zove se centralnom tačkom zupčastog sistema ili kinematskim polom.

Evo dokaza o tačnosti glavnog pravila zupčanja: Trenutna brzina neke tačke dodira A kao pripadnice zupčanika 1 je $v_1 = r_1 \omega_1$, a trenutna brzina tačke A kao pripadnice zupčanika 2 je $v_2 = r_2 \omega_2$. Komponente ovih brzina u pravcu zajedničke normale COD na bokove zubaca $c_1 = v_1 \cos \varphi_1$ i $c_2 = v_2 \cos \varphi_2$ moraju biti jednake, tj. $c_1 = c_2$. Kada bi bilo $c_1 > c_2$, zubac zupčanika 1, prodro bi u zubac zupčanika 2, što je nemoguće s obzirom na upo-



Sl. 2.11 — Brzina u trenutnoj tački dodira

trebljeni materijal i ulogu zubaca. Kad bi bilo $c_1 < c_2$, zaostajao bi predajni zupčanik 1 za prijemnim zupčanikom 2, što je takođe nemoguće, pošto zupčanik 2 prima obrtanje od zupčanika 1. Iz svega ovoga izlazi da mora biti $c_1 = c_2$.

Brzine c_1 i c_2 mogu se izraziti kao proizvodi odgovarajućih ugaonih brzina i odgovarajućih potega ρ_1 i ρ_2 na nosač brzina c_1 i c_2 :

$$c_1 = \omega_1 \rho_1,$$

odnosno

$$c_2 = \omega_2 \rho_2,$$

odakle sledi da je

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Iz sličnosti trouglova O_1CO i O_2DO izlazi da je

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

što znači da nosač brzina c_1 i c_2 , koji je ujedno i normala u trenutnoj tački dodira na bokove spregnutih profila, deli centralnu liniju koja spaja središta zupčanika O_1 i O_2 na dva dela čiji je odnos jednak prenosnom odnosu $i = R_2/R_1$, ili drukčije izraženo: Zajednička normala u trenutnoj tački dodira dvaju spregnutih profila prolazi kroz centralnu tačku zupčastog sistema ili kinematski pol.

U ovim razmatranjima, kao i u svim daljim razmatranjima vezanim za kinematiku zupčanika sa pravim zupcima, svaka tačka dodira predstavlja projekciju dodirne linije na ravan crtanje. Znači da je stvaran dodir uvek duž dodirne linije a ne u tački.

Komponente brzina v_1 i v_2 u pravcu zajedničke tangente na bokove spregnutih zubaca

$$v'_1 = v_1 \sin \varphi_1$$

i

$$v'_2 = v_2 \sin \varphi_2,$$

nisu ni ne moraju biti jednake. To znači da bokovi spregnutih zubaca klizaju jedan po drugom. Brzina klizanja v_k ravna je razlici tangencijalnih komponenta brzina v'_1 i v'_2

$$v_k = v'_1 - v'_2.$$

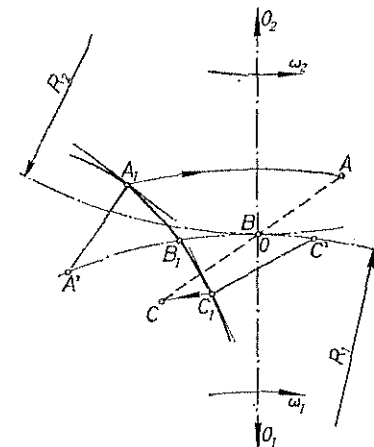
Jedino u trenutku kada se bokovi zubaca dodiruju u centralnoj tački — nema klizanja, pa je tada $v_k = 0$.

Odnos $\xi_1 = (v'_1 - v'_2)/v'_1$ je specifično klizanje neke tačke profila 1, a $\xi_2 = (v'_2 - v'_1)/v'_2$ je specifično klizanje neke tačke profila 2. Specifična klizanja zavise od oblika profila zubaca i manja su za zupčanike sa većim brojevima zubaca. Povoljno je da specifično klizanje bude što manje.

2.1.5 DODIRNICA

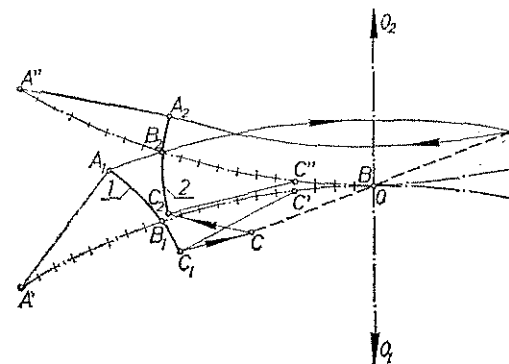
Pomoću glavnog pravila zupčanja može se za jedan određeni profil boka zupca jednog zupčanika, pri određenim prečnicima dodirnih krugova, konstruisati odgovarajući profil drugog spregnutog zupca. Ovdje je iznesen Releov (Reuleaux) postupak za konstruisanje spregnutog profila pomoću dodirnice.

Pretpostavka je da je oblik profila zupca predajnog zupčanika $A_1B_1C_1$ (sl. 2.12) propisan pri datim poluprečnicima dodirnih krugova R_1 i R_2 . Normala na profil u tački A_1 seče dodirni krug zupčanika 1 u tački A' . Kada se zupčanik 1 obrne oko središta O_1 u smeru strelice toliko da tačka A' dođe u tačku O , dospeće u istom trenutku tačka A_1 u položaj A . U položaju A treba da bude ostvaren dodir tačke A_1 zupčanika 1 sa nekom tačkom A_2 spregnutog profila zupčanika 2 — u duhu glavnog pravila zupčanja, pošto u tom položaju normala profila prolazi kroz centralnu tačku O . Tačka A nalazi se, dakle u preseku kružnog luka poluprečnika $A'O_1 = OA$ sa središtem u centralnoj tački O i kružnog luka poluprečnika O_1A_1 sa središtem u O_1 . Na isti način određuje se i tačka C , dok tačka B ostaje na svom mestu u centralnoj tački O . Linija koja spaja tačke A, B i C zove se dodirnicom.



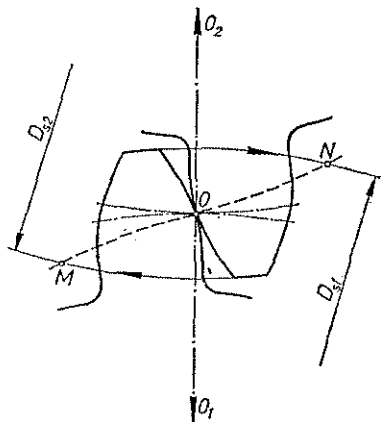
Sl. 2.12 — Konstrukcija dodirnice

Dodirnica je geometrijsko mesto svih uzastopnih tačaka dodira dvaju spregnutih profila u toku jednog dodirnog perioda. Pomoću dodirnice može se za jedan zadani profil zupca jednog zupčanika lako konstruisati nepoznati spregnuti profil zupca drugog zupčanika. Deljenjem dodirnih krugova, počevši od tačke O , na veći broj manjih jednakih podeljaka (sl. 2.13) udesiće se da dužina luka OA' na dodir-



Sl. 2.13 — Konstrukcija spregnutog profila pomoću dodirnice

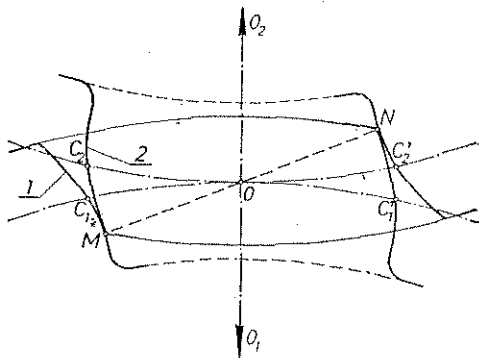
nom krugu 1 bude jednaka dužini luka OA'' na dodirnom krugu zupčanika 2; isto tako treba da bude $OC' = OC''$. Ovo je razumljivo kada se ima u vidu da se zamišljeni dodirni krugovi spregnutih zupčanika kotrljaju jedan po drugome — bez klizanja. U preseku kružnog luka poluprečnika O_2A iz središta O_2 i kružnog luka poluprečnika A_1A' sa središtem u A'' nalazi se tačka A_2 profila spregnutog zupca zupčanika 2, pošto treba da bude $A'A_1 = A''A_2$ kao dužina zajedničke normale i pošto će se tačka A' sresti sa tačkom A'' kada zajednička normala prolazi kroz tačku O . Sve tačke A', B' i C' zupca zupčanika 1, u toku ovog dodirnog perioda, srešće se u centralnoj tački O sa odgovarajućim tačkama A'', B'' i C'' . Tako se redom mogu odrediti i ostale tačke između tačaka A_2 i C_2 .



Sl. 2.14 — Aktivna dužina dodirnice

Značajan je samo onaj deo dodirnice koji se nalazi između temenih krugova spregnutih zupčanika, jer izvan temenih krugova ne postoje zupci pa nema ni dodira. Taj deo dodirnice zove se aktivnom dužinom dodirnice; aktivna dužina dodirnice proteže se između temenih krugova — na sl. 2.14 između tačaka M i N .

Dužina dodirnog perioda spregnutih zupčanika može se meriti i po dodirnom krugu (sl. 2.15). Zupac predajnog zupčanika 1 sastaje se, prvi put u toku dodirnog perioda, sa spregnutim zupcem prijemnog zupčanika — u tački M , pokreće ga i, najzad, odvaja se od njega u tački N . Za isto vreme, tačka C_1 na dodirnom krugu, dospeva u položaj C'_1 . Na isti način, u toku istog dodirnog perioda, dolazi tačka C_2 dodirnog kruga zupčanika 2 u položaj C'_2 . Obe ove tačke moraju se tom prilikom sastati u centralnoj tački O i proći kroz nju.



Sl. 2.15 — Dužina dodirnog luka ($C_1OC'_1 = C_2OC'_2 = l_0$)

Između spregnutih dodirnih krugova nema klizanja; oni se kotrljaju jedan po drugome. Stoga mora biti luk $C_1O = C_2O$, a luk $OC'_1 = OC'_2$. Odatle je $C_1O + OC'_1 = C_2O + OC'_2 = l$. Luk l zove se dodirnim lukom.

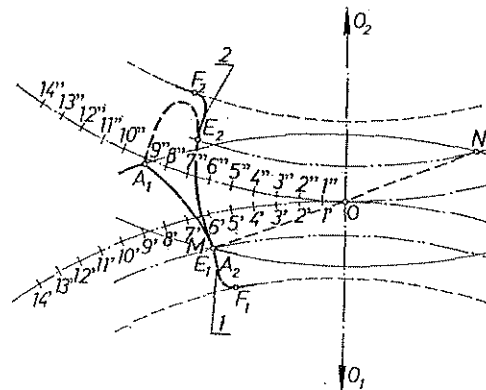
Dužina dodirnog luka l , koja se meri po dodirnom krugu, mora biti veća od koraka e da bi »naredni par zubaca« došao u spregu pre nego što prethodni par izađe iz sprege. Prema tome, uvek mora biti $l > e$.

Količnik $\epsilon = l/e$ zove se stepenom sprezanja. To je broj koji pokazuje koliki je procentualni udeo prethodnog para zubaca u sprezi u trenutku kada posmatrani par ulazi u spregu. Uvek mora biti $\epsilon > 1$. Kada bi bilo $\epsilon < 1$ odn. $l < e$, tj. kada bi dodirni luk bio kraći od koraka, zupci bi ulazili u spregu sa udarima, a posledice bi bile: trošenje zubaca i neravnomernost u radu zupčanika.

Najmanji dopušteni stepen sprezanja je $\epsilon_{min} = 1,25$, on se obično kreće od $1,4 \div 1,8$.

2.1.6 KORISNA DUŽINA PROFILA

Korisna dužina profila je onaj deo profila zupca koji prilikom sprezanja dolazi u dodir sa spregnutim zupcem. Korisna dužina profila zupca na zupčaniku 1 je E_1A_1 (sl. 2.16). U tački E_1 počinje dodirivanje sa spregnutim zupcem, a prestaje u tački A_1 kada ona dođe u položaj N . Ostatak profila E_1F_1 nije uopšte iskorišćen tj. on ne učestvuje u procesu sprezanja.



Sl. 2.16 — Konstruisanje relativne putanje temene tačke A_1

Na zupcu spregnutog zupčanika 2 korisna dužina profila je A_2E_2 ; neiskorišćeni deo je E_2F_2 . Dodirivanje sa zupcem zupčanika 1 počinje u tački A_2 kada je ona u položaju M , a prestaje u tački E_2 kada je ona u položaju N .

Na predajnom zupčaniku, prema tome, dodirni period počinje u jednoj tački podnožnog profila zupca (tačka E_1) a prestaje u presečnoj tački profila sa temenom linijom (tačka A_1). Na prijemnom zupčaniku je obrnuto: dodirni period počinje u presečnoj tački profila sa temenom linijom (tačka A_2), a prestaje u jednoj tački podnožnog dela profila (tačka E_2).

Osnovno pravilo zupčanja mora biti zadovoljeno samo za korisnu dužinu profila, dok preostali deo podnožnog dela profila, koji je kratak, može imati proizvoljan oblik i redovno se sliva u podnožni krug sa zaobljenjem, radi smanjivanja koncentracije napona. Ipak jedno ograničenje postoji pri izboru oblika zaobljenja — ovog neiskorišćenog ostatka profila u podnožju zupca, a to je da mu oblik bude takav da se vrh spregnutog profila može nesmetano kretati u međuzublju, ne zadirući u podnožje. Stoga je korisno konstruisati oblik relativne putanje vrha jednog i drugog profila, pa prema njoj izraditi oblik neiskorišćenog dela spregnutog profila u podnožju.

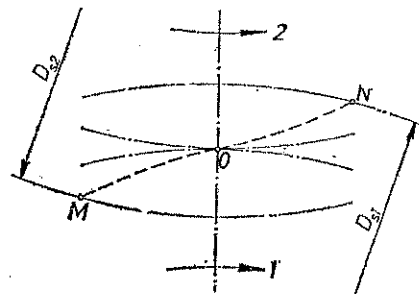
Da bi se konstruisala relativna putanja vrha profila, treba da se zamisli da je jedan zupčanik nepokretan (npr. prijemni), a da se drugi (npr. predajni) kotrlja oko prvoga tako da rastojanje $O_1 O_2$ ostane nepromenjeno. Radi toga crta se profil zupca, za čiji se vrh traži relativna putanja vrha, najbolje u položaju početka dodirnog perioda (sl. 2.16). Dodirni krugovi podele se, počevši od tačke O , na niz jednakih podeljaka $01', 1'2', 2'3' \dots$ i $01'', 1''2'', 2''3'' \dots$, pa se šestarom iz tačke $1''$ kao središta povlači kružni luk $1'A_1$, zatim iz tačke $2''$ kružni luk poluprečnika $2'A_1$, iz tačke $3''$ kružni luk poluprečnika $3'A_1$ i tako redom dalje. Ovi kružni luci obavijaju krivu liniju koja predstavlja relativnu putanju vrha zupca zupčanika 1. — Za konstruisanje relativne putanje vrha spregnutog zupca postupak je istovetan.

Neiskorišćeni deo profila zupca na podnožju sa zaobljenjem mora biti izvan krive linije relativne putanje vrha.

2.1.7 RAZMENLJIVOST ZUPČANIKA

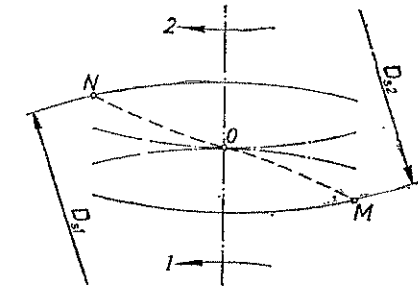
Dodirnica, kao geometrijsko mesto uzastopnih položaja dodira spregnutih profila, značajna je linija za zupčanike. Njen oblik zavisi od jednog izabranog profila, a njen položaj od smera obrtanja. Kada je zubac simetričnog, pravilnog oblika, dodirnica ima određen položaj pri određenom smeru obrtanja predajnog zupčanika (sl. 2.17); pri suprotnom smeru obrtanja predajnog zupčanika biće dodirnica u simetrično preslikanom položaju (sl. 2.18).

Dodirnica igra važnu ulogu pri konstruisanju tzv. međusobno razmenljivih zupčanika. Razmenljivim zupčanicima zove se niz zup-



Sl. 2.17 — Položaj dodirnice za desni smer kretanje zupčanika 1

čanika jednakog modula a različitog prečnika odnosno broja zubaca, kada se svi zupčanici iz toga niza mogu međusobno pravilno sprezati. Za izabrani profil zupca i određeni prečnik dodirnog kruga postoji jedna dodirnica. Spregnuti profil drugog zupčanika, konstruisan pomoću dodirnice, zavisi tada samo od prečnika dodirnog kruga spregnutog zupčanika. Prema tome, za jedan prečnik dodirnog kruga i za određenu dodirnicu postoji samo jedan pravilan profil zupca za spregnuti zupčanik, i za određeni prečnik; za svaki drugi spregnuti zupčanik biće spregnuti profil drukčiji. Kada se postavi zahtev da se niz zupčanika međusobno spreže, potrebno je da njihove dodirnice budu kongruentne linije, simetrične prema centralnoj tački zupčanog sistema. Razmenljivi zupčanici moraju imati

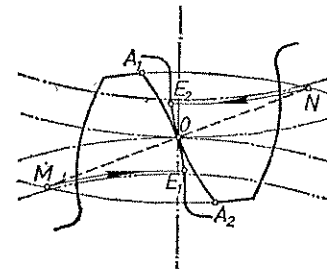


Sl. 2.18 — Položaj dodirnice za levi smer kretanja zupčanika 1

- 1) jednak modul,
- 2) jednake osnovne mere zubaca,
- 3) istovetne i simetrične dodirnice u odnosu na centralnu tačku i
- 4) simetričan oblik zubaca.

2.1.8 STEPEN ISKORIŠĆENJA

U radu zupčanika redovno ima klizanja zubaca koji se zbog toga zagrevaju i troše. Put klizanja može se odrediti pomoću dodirnice.



Sl. 2.19 — Aktivna dužina profila predajnog zupca A_1E_1 i prijemnog zupca A_2E_2 (put klizanja $s_{k1} = A_2O - E_1O$ i $s_{k2} = A_1O - E_2O$)

U prvom delu dodirnog perioda, od tačke M do tačke O , spreže se podnožni deo profila predajnog zupca sa temenim delom profila prijemnog zupca (sl. 2.19). Aktivna dužina podnožnog dela zupca predajnog zupčanika kraća je od temene dužine profila zupca prijemnog zupčanika. Razlika ovih dužina je put klizanja S_{k1} . U drugom delu dodirnog perioda, od tačke O do tačke N , u sprezi su temeni deo profila predajnog zupčanika i podnožni deo profila zupca prijemnog zupčanika. I ovde postoji razlika u dužinama.

Ova razlika je put klizanja S_{k2} . Celokupni put klizanja $S_k = S_{k1} + S_{k2}$.

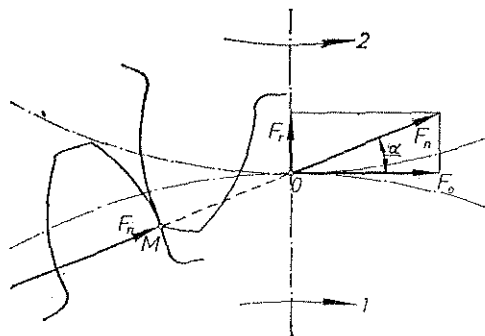
Posledica klizanja je trenje. Rad sile trenja je proizvod sile pritiska na zubac, koeficijenta trenja i puta klizanja. Pritisak na zubac dejstvuje u smeru dodirnice (sl. 2.20). Jedna njegova komponenta je obimna sila F_0 , a druga radijalna sila F_r . Pritisak na zubac izražen zavisno od obimne sile jednak je

$$F_n = F_0 / \cos \alpha,$$

a radijalna sila

$$F_r = F_0 \operatorname{tg} \alpha.$$

Radijalna komponenta F_r teži da razmakne zupčanike.



Sl. 2.20 — Razlaganje sila na zupcu

Rad sile trenja iznosi

$$W_r = F_n \mu (s_{k1} + s_{k2}).$$

Rad obimne sile izvršen za vreme dodirnog perioda je

$$W = F_0 l$$

gde je l dužina dodirnog luka.

Stepen iskorišćenja zubaca u radu ravan je količniku korisnog i uloženog rada. Koristan rad je $W = F_0 l$, a uložen $W + W_r = F_0 l + F_n \mu s_k$. Prema tome je

$$\eta = \frac{W}{W + W_r} = \frac{F_0 l}{F_0 l + F_n \mu s_k}$$

ili, kad se zameni $F_n = F_0 / \cos \alpha$

$$\eta = \frac{l \cos \alpha}{l \cos \alpha + \mu s_k}$$

Stepen iskorišćenja zubaca η utoliko je veći ukoliko je l veće i ukoliko su α , μ i s_k manji. U opštem slučaju, ugao α menja se u toku dodirnog perioda; bolje je kada se menja u što užim granicama. Put klizanja s_k zavisí od oblika profila, dakle i od oblika i položaja dodirnice, i od broja zubaca i treba ga izborom podesnog profila svesti, po mogućnosti, na najmanju meru. Koeficijent trenja μ zavisí od materijala, obrade radnih površina zubaca, pritiska, brzine klizanja i od stanja površina klizanja. Može se uzeti da je $\mu = 0,15 \div 0,2$ za neobrađene površine, a $\mu = 0,04 \div 0,1$ za obrađene površine zubaca; manje vrednosti vrede za podmazane zupce.

Merenja su dala ove stepene iskorišćenja za jednostepene zupčane prenosnike, zajedno sa otporima trenja u ležištima

$$\eta = 0,95 \div 0,99 \text{ za obrađene zupce, i}$$

$$\eta = 0,92 \div 0,94 \text{ za neobrađene zupce;}$$

veće vrednosti važe za podmazane zupce. Kada se zupci jako istroše, stepen iskorišćenja može pasti i na 0,85.

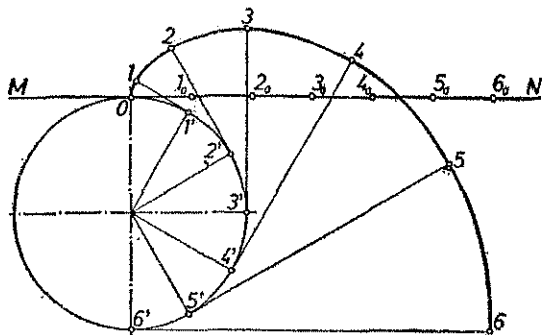
2.1.9 OBLICI PROFILA ZUBACA

Za profile zubaca mogu se upotrebiti sve one krive linije koje zadovoljavaju glavno pravilo zupčanja. Od mnogih linija najpogodnije su rulete — ciklične krive linije: evolventa kruga, cikloida i, u naročitom slučaju, prava linija. Danas se, gotovo bez izuzetka, prave evolventni zupci — naročito zbog toga što se lako mogu izrađivati. Zupci cikloidnog profila povoljniji su u kinematskom i dinamičkom pogledu, ali su nepodesniji za izradu; velika im je mana što su vrlo osetljivi na tačnost međuosnog rastojanja i loše rade u slučaju kada ono nije potpuno tačno. Evolventni zupci praktično su neosetljivi na tačnost međuosnog rastojanja. Evolventni zupci potpuno su istisnuli cikloidne zupce, koji se još ponekad primenjuju u finoj mehanici.

Evolventa postaje kotrljanjem prave (izvodnice ili generatriše) po krugu; svaka tačka na generatriši opisuje evolventu. Krug po kome se generatriša kotrlja, bez klizanja, zove se osnovnim ili konstrukcionim krugom (evolutom za datu evolventu — sl. 2.21). Deljenjem osnovnog kruga i generatriše na niz jednakih podejljaka $01', 1'2', 2'3' \dots$ i $01_0, 1_02_0, 2_03_0 \dots$, gde je $01' = 01_0, 1'2' = 1_02_0 \dots$, i nanošenjem dužine lukova $01_0, 02_0, 03_0 \dots$ iz tačaka $1', 2', 3' \dots$ dobijaju se tačke evolvente $1, 2, 3 \dots$ na generatriši — u preseku kružnog luka 01_0 i generatriše kada ona tangira osnovni krug u tački $1'$, luka 02_0 i generatriše kada ona tangira osnovni krug u tački $2'$ itd. Pošto je uslov kotrljanje bez klizanja, mora biti $01' = 01_0, 1'2' = 1_02_0, 2'3' = 2_03_0 \dots$ itd.

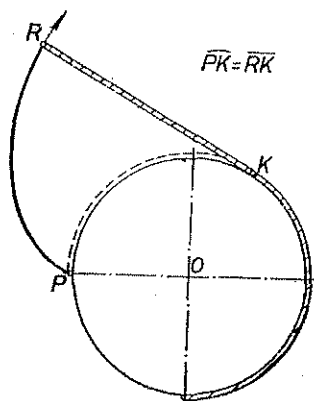
Evolventa se može shvatiti i kao kriva koja nastaje kada se konac namotan na osnovni krug odmotava zategnut (sl. 2.22). Svaka tačka na tako zamišljenom koncu optava evolventu. Svaka normala na zategnuti konac tangenta je evolvente

u tački preseka sa zategnutim koncem. Ekvidistantne tačke na koncu koji se odmotava sa osnovnog kruga opisuju familiju ekvidistantnih evolventi (sl. 2.23).

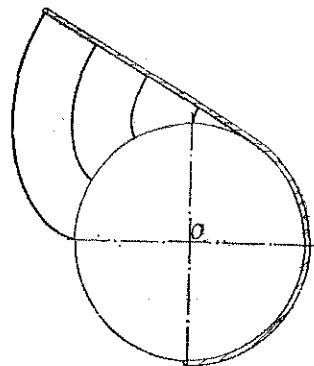


Sl. 2.21 — Postanak evolvente

Na načelu postanka evolvente odmotavanjem zategnutog kanapa ili konca zasniva se postupak najtačnije radioničke izrade evolventnog profila zubaca relativnim kotrljanjem alata i predmeta po čijem obimu treba da se izrade zupci. Relativne položaje alata za izradu zubaca prema zupcu pokazuju tangente evolvente na pomenutim slikama.

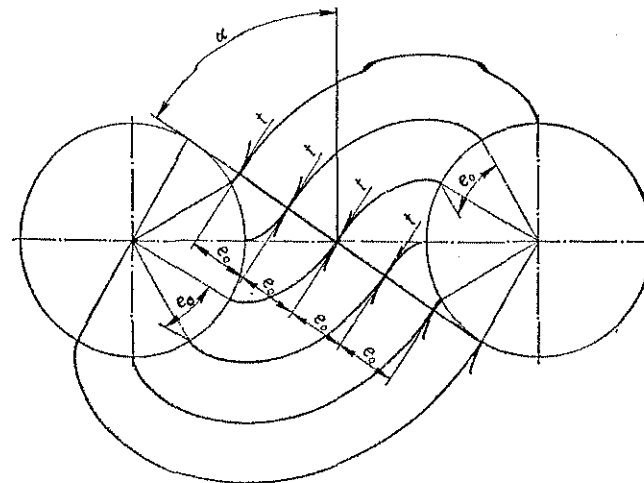


Sl. 2.22 — Postanak evolvente odmotavanjem zategnutog kanapa



Sl. 2.23 — Postanak familije evolventata odmotavanjem zategnutog kanapa

nalaze se na zajedničkoj tangenti na oba osnovna kruga, koja, prema tome, predstavlja dodirnicu. Svaka normala na dodirnicu u svakoj tački dodira spregnutih evolventata tangenta je za svaki par spregnutih evolventata.



Sl. 2.24 — Familije ekvidistantnih spregnutih evolventata sa svojim osnovnim krugovima i dodirnicom (dodirnica je tangenta na oba osnovna kruga)

Dodirne tačke svakog para evolventata pomeraju se prilikom spreznja baš kao da se zategnuti konac, koji tangira oba osnovna kruga, odmotava sa jednog i namotava na drugi osnovni krug. Ovakvo pomeranje tačaka dodira odgovara kretanju desnih predajnih profila i udesno. Pri obrnutom smeru obrtanja konac koji se odmotava sa predajnog i namotava na prijemni osnovni krug ima simetričan položaj.

2.2. ZUPČANICI ZA PARALELNA VRATILA

2.2.1 ZUPČANICI SA PRAVIM ZUPCIMA

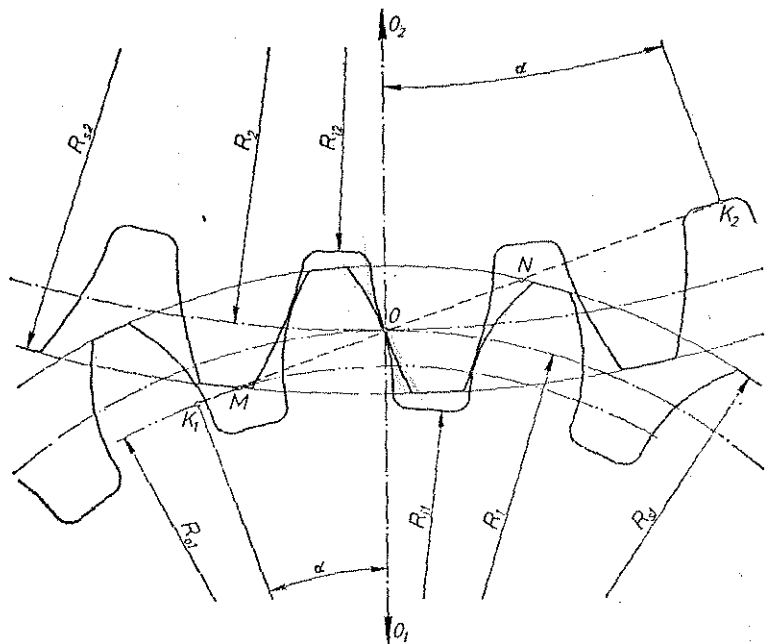
2.2.1.1. Evolventno zupčanje

Dodirnica evolventnih zubaca je prava linija koja prolazi kroz centralnu tačku O zupčanog sistema (sl. 2.25). Ona je prema tangenti na oba dodirna kruga u centralnoj tački O nagnuta pod uglom α koji se zove ugao dodirnice. Za evolventni profil usvojen je ugao dodirnice $\alpha=20^\circ$. Kad bi dodirnica tangirala oba dodirna

kruga u centralnoj tački O , ona bi, kao generatrisa evolvente, ocrtavala samo teme delove evolventnih profila zubaca.

Pre nego što se pristupi konstruisanju profila zubaca, treba da budu utvrđene, izborom ili računom, ove veličine: ugao dodirnice α , prečnici deonih krugova D_1 i D_2 i modul m . Konstruisanje zubaca ide tada ovim redom:

Najpre se nacrtaju krugovi prečnika D_1 i D_2 (sl. 2.25) i povuče dodirnica kroz centralnu tačku O pod uglom α prema zajedničkoj tangenti u tački O . Dužine nor-



Sl. 2.25 — Konstruisanje evolventnih zubaca

mala na dodirnicu iz središta deonih krugova O_1 i O_2 su poluprečnici osnovnih krugova R_{01} i R_{02} .

$$R_{01} = R_1 \cos \alpha \text{ i } R_{02} = R_2 \cos \alpha.$$

Pošto se nacrtaju krugovi: osnovni poluprečnika R_{01} i R_{02} , temeni, poluprečnika R_{s1} i R_{s2} i podnožni R_{i1} i R_{i2} pristupa se konstruisanju evolventnih profila zubaca. Uz osnovni krug jednog zupčanika prisloni se savitljivi lenjir tako da se potpuno poklapa sa nekim njegovim delom. Uz lenjir drži se delimično namotan kanap, jedan njegov kraj treba da je vezan uz lenjir, a drugi se odmotava sa učvršćenom pisaljkom koja opisuje evolventu. Da bi se nacrtali zupci, potrebno je deoni

krug podeliti na onoliko jednakih delova koliko zupčanik ima zubaca. Prečnik deonog kruga jednak je $D = m z$, a korak $e = m\pi$. Ovi podeljci, jednaki koraku nanose se, najbolje, od centralne tačke O na obe strane (po nekoliko). Posle toga deli se svaki korak e na debljinu zupca b i širinu međuzublja b_0 pa se konstruisani evolventni profil prenosi tako da prođe kroz tačku O i kroz ostale tačke udaljene za po jedan korak. Za prenošenje konstruisane evolvente najcelishodnije je upotrebiti šablon od providne hartije, na koji se prenese evolventa, pa se ovaj šablon obrće oko središta O_1 i pomera za po jedan korak. Kada je, na opisani način, završeno prenošenje jednog profila boka, obrne se šablon od providne hartije na drugu stranu pa opet prenosi profil, ali sada kroz tačke podeljaka udaljene od prethodnih za debljinu zupca b . Tako se dobijaju suprotni bokovi zubaca. Zupci su omeđeni temenim i podnožnim krugovima. Prelaz sa evolventnog bočnog profila na podnožni krug mora biti zaobljen, najčešće sa poluprečnikom $\rho = 0,25 m$.

Evolventni profil zupca postoji samo izvan osnovnog kruga. Stoga se, kada je prečnik osnovnog kruga veći od poluprečnika podnožnog kruga (kao na sl. 2.25) preostali deo profila obično iscrtava radijalno ka središtu zupčanika — sa obavezanim zaobljenjem na podnožju.

Po istovetnom postupku konstruiše se i profil zupca zupčanika 2, s tim što se prilikom crtanja evolvente zategnuti kanap odmotava sa lenjira prislonjenog uz osnovni krug drugog zupčanika.

Opisani postupak konstruisanja profila zubaca upotrebljava se radi grafičkog ispitivanja kinematskih odnosa spregnutih profila, a ređe radi izrade alata i šablona za fabrikaciju zupčanika. Osnovni je zadatak konstruktora bilo da konstruiše alat za izradu zubaca, bilo da propiše vrstu i veličinu normalnog alata za izradu zubaca kojim izvesna fabrika raspolaže, a osim toga treba imati u vidu i vrstu mašine alatke za izradu zupčanika.

Oblik evolvente zavisi od prečnika osnovnog kruga. Osnovnom krugu većeg poluprečnika odgovara blaže zakrivljena evolventa i obrnuto.

Osnovni i podnožni krug imaju jednake prečnike kada je broj zubaca

$$z = \frac{2,4}{1 - \cos \alpha}$$

što izlazi iz ovoga

$$R_1 = R - 1,2 m = R \cos \alpha$$

i kad se izvrši zamena $R = m z / 2$ dobija se

$$z - 2,4 = z \cos \alpha,$$

Za $\cos \alpha = \cos 20^\circ \approx 0,94$, dobija se da je $z = 39,8 \approx 40$. Kada je $z > 40$, podnožni krug ima veći prečnik od osnovnog kruga pa je ceo bok zupca evolventan, izuzimajući prelazno zaobljenje.

Za broj zubaca $z < 40$ podnožni deo boka, od osnovnog kruga naniže ima radijalan tok koji se uliva u prelazno zaobljenje.

2.2.1.2 Evolventna funkcija

Evolventa se može konstruisati i primenom evolventne funkcije. Polarne koordinate tačaka evolvente su $\rho = R_0 / \cos \alpha$ i $\varphi = \text{tg } \alpha - \alpha$, gde je R_0 poluprečnik osnovnog kruga, a $\alpha + \varphi$ centralni ugao u radianima, koji pomnožen poluprečnikom R_0 daje dužinu luka GT na osnovnom krugu (sl. 2.26). Kada se zamišljeni konac odmotava, polazeći od tačke G , tako da tangira osivni krug u tački T , njegova dužina

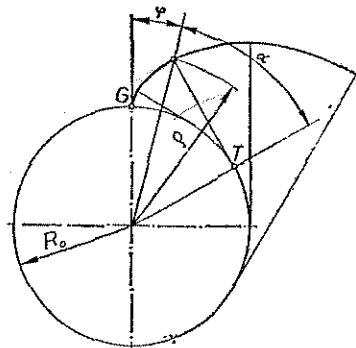
$$R_0 (\alpha + \varphi) = R_0 \text{tg } \alpha,$$

odakle je

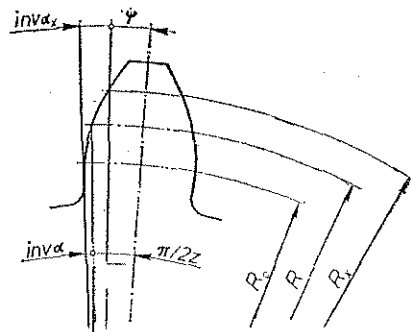
$$\varphi = \text{tg } \alpha - \alpha.$$

Ugao φ zove se evolventnom funkcijom ugla α i obeležava se oznakom $\text{inv } \alpha$ (involut alfa). Vrednosti evolventne funkcije, zavisno od ugla α date su u tablici 2.4.

Primenom evolventne funkcije može se konstruisati evolventa — tačka po tačku, mogu se poračunati debljine zupca na proizvoljno izabranim krugovima, njenom primenom rešavaju se i problemi tzv. korekture evolventnih zupčanika.



Sl. 2.26 — Polarne koordinate evolvente: φ i ρ



Sl. 2.27 — Proračunavanje debljine zupca na prečniku R_x : $b_x = 2 R_x \psi - 2 R_x (\pi/2z + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_x)$

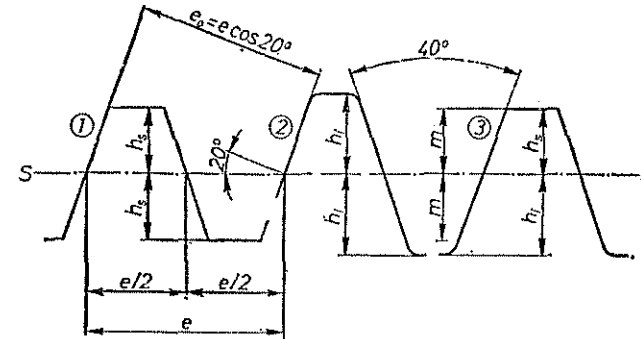
Debljina zupca na proizvoljno izabranom prečniku D_x dobija se na ovaj način: Polazi se od poznate debljine zupca b na deonom krugu $b = m \pi/2 = R \pi/z$ (za $b = b_0$). Polovina debljine zupca je $b/2 = R \pi/2z$. Ugao koji odgovara toj polovini je $\pi/(2z)$, dok je ugao ψ koji odgovara polovini debljine zupca $b_x/2$ na traženom prečniku: $\psi = \pi/(2z) + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_x$ (sl. 2.27), pa je, prema tome, tražena debljina zupca

$$b_x = 2 R_x \left(\frac{\pi}{2z} - (\text{inv } \alpha_x - \text{inv } \alpha) \right).$$

2.2.1.3 Osnovni zupčani profili

Evolventa prelazi u pravu liniju kada se središte osnovnog kruga nalazi u beskonačnosti; ova prava upravna je na dodirnicu. Zupac sa pravolinijskim profilom može se lako i tačno izraditi stoga je ovakav profil usvojen kao osnovni (standardni) zupčani profil i za izradu i za proučavanje oblika zupaca.

Osnovni profil, tzv. standardni, profil alata u obliku zupčane poluge i profil zupca zupčane poluge, prikazani su na sl. 2.28 razlikuju se po visini. Visina osnovnog profila je $h_0 = 2 h_s$, visina profila alata je $h_a = 2 h_s$, a visina zupca zupčane poluge $h = h_s + h_t$. Ovde je h_s temena visina profila, a h_t podnožna visina. Osnovni



Sl. 2.28 .. Osnovni zupčani profil visine $h_0 = 2 h_s$, profil alata visine $h_a = 2 h_t$ i profil zupčaste poluge visine $h = h_t = \lambda_s$

profil nema nikakvih zaobljenja, profil alata ima odgovarajuća zaobljenja na prelazima bočnih linija u temenu i podnožnu konturu, dok kod profila zupca zupčane poluge prelazna zaobljenja postoje samo na prelazu bokova zupaca u podnožje.

Na osnovnom zupčanom profilu nema bočnog zazora, tj. debljina zupca i širina međuzublja jednaki su $b = b_0 = e/2$. Linija simetrije SS zove se srednjom linijom osnovnog zupčanog profila.

Pravolinijski bok osnovnog profila nagnut je prema upravnoj na srednju liniju pod uglom $\alpha = 20^\circ$; prema tome, ugao strana osnovnog zupčanog profila je $2\alpha = 40^\circ$.

Prema standardu JUS M.C1.016 profil alata nazvan je standardnim profilom.

2.2.1.4 Izrada i obrada

Željeni profil zupaca može se dobiti livenjem, presovanjem, i mehaničkim odvajanjem materijala iz punog venca točka rezanjem (rendisanje, glodanje).

Zupci dobijeni livenjem nemaju tačan profil — sa jedne strane zbog netačnosti modela odnosno šablona za kalupljenje, a sa druge strane zbog nejednačnog

Tablica 2.4

Evolventna funkcija $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$

Min.	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°
0	0,0061498	0,007493	0,009025	0,010760	0,012715	0,014904	0,017345	0,020054
1	707	517	052	791	750	943	388	101
2	917	541	079	822	784	982	431	149
3	0,0062127	565	107	853	819	0,015020	474	197
4	337	589	134	884	804	059	517	244
5	548	613	161	915	888	098	560	292
6	760	637	189	946	923	137	603	340
7	972	661	216	977	958	176	647	388
8	0,0063184	686	244	0,011008	993	215	690	436
9	397	710	272	039	0,013028	254	734	484
10	611	735	299	071	063	293	777	583
11	0,0063825	0,007759	0,009327	0,011102	0,013098	0,015333	0,017821	0,020581
12	0,0064039	784	355	133	134	372	865	629
13	254	808	383	165	169	411	908	678
14	470	833	411	196	204	451	952	726
15	686	857	439	228	240	490	996	775
16	902	882	467	260	275	530	0,018040	824
17	0,0065119	907	495	291	311	570	084	873
18	337	932	523	323	346	609	129	921
19	555	957	552	305	382	649	173	970
20	773	982	580	387	418	689	217	0,021019
21	0,0065992	0,008007	0,009608	0,011419	0,013454	0,015729	0,018262	0,021069
22	0,0066211	032	637	451	490	679	306	118
23	431	057	665	483	526	809	351	167
24	652	082	694	515	562	850	395	217
25	873	107	722	547	598	890	440	266
26	0,0067094	133	751	580	634	980	485	316
27	316	158	780	612	670	971	530	365
28	539	183	808	644	707	0,016011	575	415
29	762	209	837	677	743	052	620	465
30	985	234	866	709	779	092	665	514
31	0,0068209	0,008260	0,009895	0,011742	0,013816	0,016133	0,018710	0,021564
32	434	285	924	775	852	174	755	614
33	659	311	953	807	889	215	800	665
34	884	337	982	840	926	255	846	715
35	0,0069110	362	0,010012	873	963	296	891	765
36	337	388	041	906	999	337	937	815
37	564	414	070	939	0,014036	379	983	866
38	791	440	099	972	078	420	0,019028	816
39	0,0070019	466	128	0,012005	110	461	074	967
40	248	492	158	038	148	502	120	0,022018

Tablica 2.4 (nastavak)

Min.	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°
41	0,0070477	0,008518	0,010188	0,012071	0,014185	0,016544	0,019166	0,022068
42	706	544	217	105	222	585	212	119
43	936	571	247	138	259	627	258	170
44	0,0071167	597	277	172	297	669	304	221
45	498	628	307	205	334	710	350	272
46	630	650	336	239	372	752	397	324
47	862	676	366	272	409	794	443	375
48	0,0072095	702	396	306	447	836	490	426
49	328	729	426	340	485	878	536	476
50	561	756	456	373	523	920	583	529
51	0,0072796	0,008782	0,010486	0,012407	0,014560	0,016962	0,019630	0,022581
52	0,0073030	809	517	441	598	0,017004	676	633
53	266	836	547	475	636	047	723	684
54	501	863	577	509	674	089	770	736
55	738	889	608	543	713	132	817	788
56	975	916	638	578	751	174	864	840
57	0,0074212	943	669	612	769	217	912	892
58	450	970	699	646	827	259	959	944
59	688	988	730	681	866	303	0,020007	997
60	0,0074927	0,009025	0,010760	0,012715	0,014904	0,017345	0,020054	0,023049
Min.	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°
0	0,023049	0,026350	0,029975	0,033947	0,038287	0,043071	0,048164	0,053751
1	102	407	0,030039	0,034016	362	100	283	849
2	154	465	102	089	438	182	343	946
3	207	523	166	155	514	264	432	0,054043
4	259	581	229	225	590	347	522	140
5	312	639	293	294	666	430	612	238
6	365	697	357	364	742	513	702	336
7	418	756	420	434	818	596	792	433
8	471	814	484	504	894	679	883	531
9	524	872	549	574	971	762	973	629
10	577	931	613	644	0,039047	845	0,049064	728
11	0,023631	0,026989	0,030677	0,034714	0,039124	0,042929	0,049154	0,054826
12	684	0,027048	741	785	201	0,044012	245	924
13	738	107	806	855	278	096	336	0,055023
14	791	166	870	926	355	180	427	122
15	845	225	935	997	432	264	518	221
16	899	284	0,031000	0,035067	509	348	609	320
17	952	343	065	138	586	432	701	419
18	0,024006	402	130	209	664	516	792	518
19	060	462	195	280	741	601	884	617
20	114	521	260	352	819	685	976	717

Tablica 2.4 (nastavak)

Min.	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°
21	0,024169	0,027581	0,031325	0,035423	0,039897	0,044770	0,050068	0,055817
22	223	640	390	494	974	855	160	916
23	277	700	456	566	0,040052	939	252	0,056016
24	332	760	521	637	131	0,045024	344	116
25	386	820	587	709	209	110	437	217
26	441	880	653	781	287	195	529	317
27	495	940	718	853	366	280	622	417
28	550	0,028000	784	925	444	366	715	518
29	605	060	850	997	523	451	808	619
30	660	121	917	0,036069	602	537	901	720
31	0,024715	0,028181	0,031983	0,036142	0,040680	0,045623	0,050994	0,056821
32	770	242	0,032049	214	759	709	0,051087	922
33	825	302	116	287	839	795	181	0,057023
34	881	363	182	359	918	881	274	124
35	936	424	249	432	997	967	368	226
36	992	485	315	505	0,041076	0,046054	462	328
37	0,025047	546	382	578	156	140	556	429
38	103	607	449	651	236	227	650	531
39	159	668	516	724	316	313	744	633
40	214	729	583	798	395	400	838	736
41	0,025270	0,028791	0,032651	0,036871	0,041475	0,046497	0,051933	0,057838
42	326	852	718	945	556	575	0,052027	940
43	382	914	785	0,037018	636	662	122	0,058043
44	439	976	853	092	716	749	217	146
45	495	0,029037	920	166	797	837	312	249
46	551	099	988	240	877	924	407	352
47	608	161	0,033056	314	958	0,047012	502	455
48	664	223	124	388	0,042039	100	597	558
49	721	285	192	462	120	188	693	662
50	777	348	260	537	201	276	788	765
51	0,025834	0,029410	0,033328	0,037611	0,042282	0,047364	0,052884	0,058869
52	891	472	397	686	363	452	980	973
53	948	535	465	761	444	541	0,053076	0,059077
54	0,026005	598	534	835	626	630	172	181
55	062	660	602	910	607	718	268	285
56	120	723	671	985	689	807	365	390
57	177	786	740	0,038060	771	896	461	494
58	235	849	869	136	853	985	558	599
59	292	912	878	211	935	0,048074	655	704
60	0,026350	0,029975	0,033947	0,038287	0,043017	0,048164	0,053751	0,059809

skupljanja rastopljenog metala pri hlađenju. Stoga se liveni zupčanci sa neobrađenim zupcima upotrebljavaju samo za grube mašine, mašine sa malim brzinama obrtanja ($v < 3$ m/s). Zupčanci malih dimenzija mogu se izrađivati i ubrizgavanjem liva u metalne kalupe; ovakav postupak isplaćuje se samo pri masovnoj proizvodnji.

Zupčanci od tankih limova mogu se dobijati i prosecanjem. Ovakvi zupčanci primenjuju se u finoj mehanici.

Mnogo tačniji oblici dobijaju se izradom na mašinama alatkama rezanjem pomoću podesnog alata. Izrada profila zubaca treba da bude utoliko tačnija ukoliko su obimna brzina i opterećenje veći i opšti uslovi rada budućeg zupčanika nepovoljniji.

Najstariji način izrade zubaca rezanjem je glodanje punog venca zupčanika na glodalici. Glodalo sa tačnim profilom međuzublja obrće se i pomera translatorsno dok potpuno ne izglode međuzublje između dva zupca. Posle toga glodalo se vraća u polazni položaj, zupčanik obrne tačno za jedan korak i rad sa glodalom se ponavlja, glodalo se ponovo vraća, zupčanik obrće za jedan korak i to sve dotle dok se i poslednje međuzublje ne izradi.

Radi ovakve izrade zubaca trebalo bi raspolagati čitavim nizom glodala: za svaki modul i za svaki broj zubaca zasebnim glodalom. Da bi se ova nezgoda donekle ublažena standardizacijom modula, još više ublažila, prave se za svaki standardni modul nizovi sa ograničenim brojem glodala; obično je to 8 ili 15 glodala u jednom nizu za svaki modul. Svako glodalo iz ovakvog niza daje tačan profil samo za određeni broj zubaca, označen u tablici 2.5, ali se može upotrebiti i za veće brojeve zubaca kojih nema u tablici; razumljivo je da će tada profil zubaca biti utoliko nepravilniji ukoliko se stvarni broj zubaca jače razlikuje od nominalnog broja zubaca po tablici. Posledica će biti neravnomerenost u radu zupčanika i pojačano klizanje zubaca. Iz ovih razloga ovakav postupak izrade nije pogodan za zupčanike koji treba da rade sa većim brzinama obrtanja i koji treba da nose jača opterećenja. Po ovom postupku mogu se izrađivati spoljašnji i unutrašnji zupci, ali se ne mogu izrađivati nizovi međusobno razmenljivih zupčanika.

Tablica 2.5

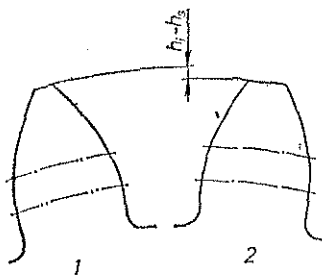
Profilisana glodala za zupčanike

Glodalo br. Za broj zubaca z	1	2	3	4	5	6	7	8
	12	14	17	21	26	35	55	135
Glodalo br. Za broj zubaca z	1 ¹ / ₂	2 ¹ / ₂	3 ¹ / ₂	4 ¹ / ₂	5 ¹ / ₂	6 ¹ / ₂	7 ¹ / ₂	
	13	15	19	23	30	42	80	

Načelo danas najčešće primenjenog postupka izrade profila zubaca rezanjem na principu relativnog kotrljanja alata i budućeg zupčanika objašnjeno je već čl. 2.19. Dodirne tačke tangenata u pojedinim položajima pokazuju uzastopne položaje sečiva alata za izradu zubaca. Ovi uzastopni položaji moraju biti vrlo bliski, jedan do drugoga, da bi dobijeni zupci imali što pravilniji profil.

Alat za izradu zubaca ovim postupkom je zupčanik bilo sa konačnim poluprečnikom (kružni zupčasti alat po Felouzu (*Fellows*)), bilo sa beskonačnim prečnikom (zupčasti alat u obliku zupčaste poluge prema Magu (*Maag*)).

Alat za izradu zubaca po Felouzovom postupku ima oblik zupčanika sa evolventnim profilom zubaca visine $h_a=2h_f$ (sl. 2.29). Ovakav kružni zupčasti nož kreće se stalno u vertikalnom pravcu gore dole i jednovremeno se postepeno obrće rendišući međuzublja iz punog venca budućeg zupčanika koji se takođe postepeno obrće kao da je zupčanik već izrađen i spregnut sa alatom. Odnos broja obrta alata i zupčanika odgovara prenosnom odnosu, tj. on zavisi od broja zubaca koliko treba da ih ima zupčanik i broja zuba koliko ih ima alat; tako se jednim kružnim alatom mogu izrađivati zupčanici sa različitim brojevima zubaca — pri jednakom modulu. Pomoću Felouzovog alata mogu se izrađivati i spoljašnji i unutrašnji zupci; ovo je gotovo redovan postupak za izradu unutrašnjih zubaca.



Sl. 2.29 — Zub Felouzovog alata (1) i zubac zupčanika (2)

Alat za izradu zubaca po Magovom postupku ima oblik zupčaste poluge koja odgovara osnovnom profilu s tom razlikom što je visina zuba alata $h_a=2h_f$, kao što je već izneseno. Ovakav pravi zupčasti nož kreće se stalno u vertikalnom pravcu naizmenično gore dole. Prilikom spuštanja nož rendiše međuzublja zupčanika (radni hod alata), a prilikom podizanja zupčanik se automatski malo odmiče od noža (prazni hod alata). Pre novog radnog hoda zupčanik se, takođe automatski, malo obrne i translatorno pomeri tako da ova dva kretanja budu jednaka kotrljanju dodirnog kruga zupčanika po srednjoj liniji alata. Pošto je alat ograničene dužine — obično ima 7 do 10 zuba — treba zupčanik pomeriti u početni položaj uvek tada kada zupčanik dođe u krajnji položaj alata. Prav zupčasti alat ima pravolinijski profil zuba pa se zbog toga ovakav alat može tačno izraditi; zbog toga su zupci izrađeni po ovom postupku tačniji nego što se može postići drugim postupcima izrade. Danas se ovaj postupak izrade zubaca primenjuje uveliko. Pomoću Magovog alata mogu se izrađivati samo zupčanici sa spoljašnjim zupcima.

Postupak rendisanja pomoću alata u obliku zupčaste poluge istovetan je sa postupkom glodanja zupčanika pomoću pužnog glodala. Ako se zamisli da se uzdužni presek zupčaste poluge obavija oko cilindra u vidu zavojnice, trapeznog preseka, pa ovakva zavojnica ispreseca sa nekoliko uzdužnih žlebova i svaki ovakav zub obradi u obliku sečiva, dobija se zavojno glodalo. Umesto da rendiše naizmeničnim kretanjem gore dole kao Magov alat, ovo glodalo obrtanjem glode venac zupčanika. Ovo je postupak izrade po Pfauteru (*Pfauter*). Prilikom izrade

obrću se glodalo i budući zupčanik i to zupčanik za jedan korak dok se glodalo obrne jedared. Pužno glodalo kreće se, osim toga, i paralelno osi zupčanika, toliko koliko je potrebno da se cela dužina zubaca izradi. Osa pužnog glodala mora biti nagnuta za ugao nagiba njegove zavojne linije prema osi zupčanika da bi zavojci glodala išli uporedo sa osom zupčanika. Pomoću pužnog glodala mogu se izrađivati samo zupčanici sa spoljašnjim zupcima.

Opšta je karakteristika postupaka izrade zubaca na principu relativnog kotrljanja: jednim istim alatom, za jedan modul, mogu se izrađivati zupčanici sa proizvoljnim brojem zubaca.

Da bi se uklonile netačnosti profila zubaca (profil zubaca izrađen Magovim alatom sastoji se od niza vrlo malih ravnih površina poligonalnog oblika) i omogućio tih rad zupčanika, radne površine zubaca, posle izrade rendisanjem ili glodanjem, izlažu se često naknadnoj obradi ljuštenjem, brušenjem ili glačanjem. Brušenjem kaljenih zubaca uklanjaju se posledice deformacija nastalih prilikom kaljenja.

Zupci zupčanika za menjačke kutije redovno se naknadno obrađuju. Radi olakšanog procesa uključivanja ivice zubaca se zakošavaju ili zaobljavaju. Operacija zaobljavanja ili zakošavanja vrši se na naročitim glodalnicama.

Da bi se zupčanici osposobili za jača opterećenja i udare obrađuju im se zupci termički (cementovanje i kaljenje, induktivno kaljenje, nitrovanje i dr.), pa se onda bruse odn. glačaju.

2.2.1.5 Sile i opterećenje vratila

Dodirnica evolventnog para zubaca je prava linija; prema tome, ugao dodirnice α je nepromenljiv. Zbog toga je i pritisak na zubac F_n nepromenljiv dok god je nepromenljiva periferna sila F_0 , jer sila F_n deluje u pravcu dodirnice (sl. 2.31);

$$F_n = F_0 / \cos \alpha = \text{const.}$$

I radijalna komponenta sile F_n je nepromenljiva pod istim uslovima

$$F_r = F_n \sin \alpha = F_0 \tan \alpha = \text{const.}$$

Ako je zupčanik 1 predajni, on deluje na prijemni zupčanik 2 silom F_n . Prijemni zupčanik 2 deluje na predajni zupčanik 1 silom — F_n , jednakoj sili F_n po veličini, ali suprotnog smera. Pri standardnom uglu dodirnice $\alpha=20^\circ$ postoje ovi odnosi: $F_0 = F_n \cos \alpha = 0,94 F_n$; $F_r = F_n \sin \alpha = 0,34 F_n$; ili $F_n = 1,06 F_0$, odnosno $F_r = 0,36 F_0$.

Obično se polazi od periferne sile F_0 . Periferna sila F_0 izračunava se bilo na osnovu obrtnog momenta M_0 [Nm]

$$F_0 = \frac{2 M_0}{D} \text{ [N]},$$

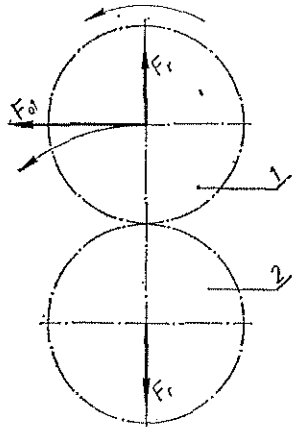
bilo na osnovu snage P [W] i ugaone brzine ω [rad.s⁻¹]

$$F_0 = \frac{2P}{\omega D} \text{ [N]}$$

u obrascima je D [m] prečnik dodirnog kruga zupčanika.

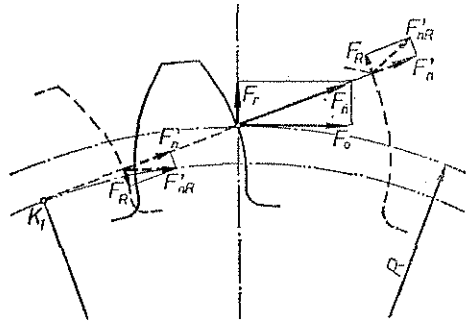
Pri računanju opterećenja i otpora oslonaca vratila na kojem je zupčanik potrebno je najpre odrediti perifernu silu F_0 pa pomoću nje normalnu silu F_n . Silom F_n pritiskuje zubac predajnog zupčanika zubac prijemnog zupčanika. Kad bi prijemni zupčanik bio ukočen, a predajni zupčanik učvršćen na savitljivom vratilu predajni zupčanik bi težio, pod dejstvom sile na vratilo F_n , da obilazi oko prijemnog zupčanika u smeru strelice (sl. 2.30). Na osnovu ovog razmatranja određuje se smer sile koja opterećuje predajno vratilo. Smer sile na vratilo prijemnog zupčanika je suprotan smeru sile na vratilo predajnog zupčanika. U računima se obično operiše sa komponentama sile F_n : perifernom silom F_0 i radijalnom silom F_r . Način proračunavanja vratila objašnjen je u knjizi Mašinski elementi II.

Zubac u radu nije stvarno opterećen silom F_n već silom F'_{nR} zbog otpora klizanja $F_R = \mu F'_n$. Otpor klizanja zavisi od koeficijenta otpora protiv klizanja μ , koji



Sl. 2.30 — Određivanje smera dejstva opterećenja predajnog vratila

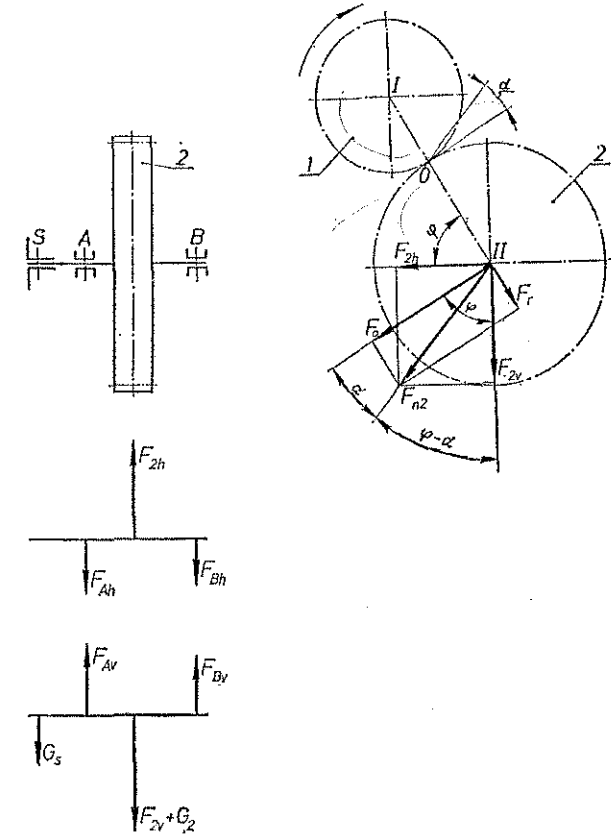
zavisi od niza faktora: opterećenja, vrste materijala, obrade, brzine klizanja itd. Normalna sila na zubac F'_n i otpor F_R , vektorski sabrani, daju stvarno opterećenje zupca F'_{nR} koje je veće od sile F'_n , ali je razlika $F'_{nR} - F'_n$ zanemarljiva (sl. 2.31). Sila F_n je deo normalne sile $F_0/\cos \alpha$ koji otpada na jedan par zubaca za vreme dok je prethodni par u sprezi.



Sl. 2.31 — Sila na zupcu a) u tački O : F_n sa komponentama F_0 i F_r , b) u početnoj i završnoj tački sprezanja: F'_n — deo opterećenja pri ulazu i izlazu posmatranog para zubaca u sprezi, F_R — sila trenja, F'_{nR} — rezultujuća sila na zupcu u pomenutim fazama sprezanja

Otpor klizanja F_R upravan je na dodirnicu; smer mu se menja pri prelasku zupca iz prvog dela dodirnog perioda u drugi. Otpor klizanja je uzrok što stvarno opterećenje varira u toku dodirnog perioda i što nije jednako na predajnom i prijemnom zupčaniku.

Primer 2.3: Posmatrano vratilo, na kome se nalaze zupčanik 2 i spojnica S, pokreće se zupčanikom 1. Poznate su ove veličine: normalna sila F_n , težina G_2 zupčanika 2 i težina spojnice G_S (težina vratila je zanemarena). Potrebno je nacrtati shemu opterećenja vratila u horizontalnoj i vertikalnoj ravni za slučaj da je smer obrtanja predajnog zupčanika 1 jednak smeru obrtanja skazaljke na satu a centralna linija zupčanika ima nagib φ prema horizontali.



Sl. 2.32 — Shema opterećenja vratila II iz primera 2.3 za slučaj obrtanja zupčanika 1 u smeru skazaljke na satu

Na sl. 2.32, desno, data je profilna projekcija zupčanika i prikazana sila F_{n2} , razložena na horizontalnu i vertikalnu komponentu F_{2h} i F_{2v} ; φ je ugao centralne linije ka horizontali, a α ugao dodirnice.

Horizontalne sile koje deluju na vratilo su

u tački S O

u tački 2 $F_{2h} = F_{n2} \sin(\varphi - \alpha)$

Vertikalne sile koje deluju na vratilo su

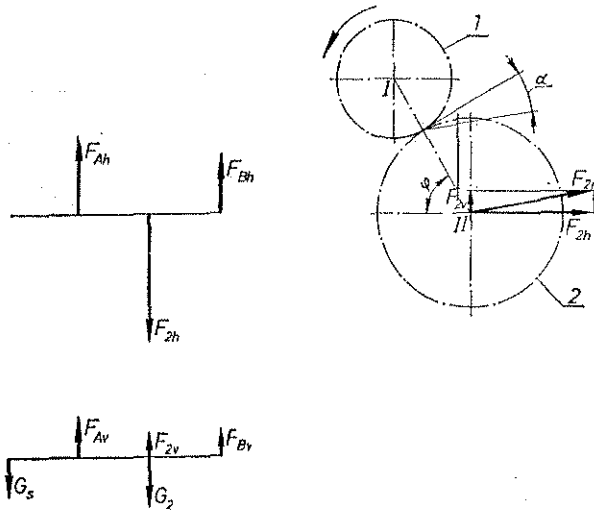
u tački S G_S

u tački 2 $F_{2v} = F_{n2} \cos(\varphi - \alpha) + G_2$

Shema opterećenja vratila u horizontalnoj i vertikalnoj ravni — sa otporima oslonaca — prikazane su na sl. 2.32, levo dole.

Primer 2.4: Za prenosni mehanizam kao u primeru 2.3 treba nacrtati shemu opterećenja za slučaj kada predajni zupčanik ima smer obrtanja suprotan skazaljki na satu (sl. 2.33).

S obzirom na suprotan smer obrtanja dodirnica je nagnuta na suprotnu stranu u odnosu na prethodni primer. Komponentne sile F_{n2} prikazane su na sl. 2.33, desno, a shema opterećenja vratila data je na istoj shemi, levo.



Sl. 2.33 — Shema opterećenja vratila II iz primera 2.4, za slučaj obrtanja zupčanika 1 u smeru suprotnom skazaljki na satu

Horizontalne su sile koje deluju na vratilo

u tački S O

u tački 2 $F_2 = F_{n2} \sin(\alpha + \varphi)$

Vertikalne su sile koje deluju na vratilo

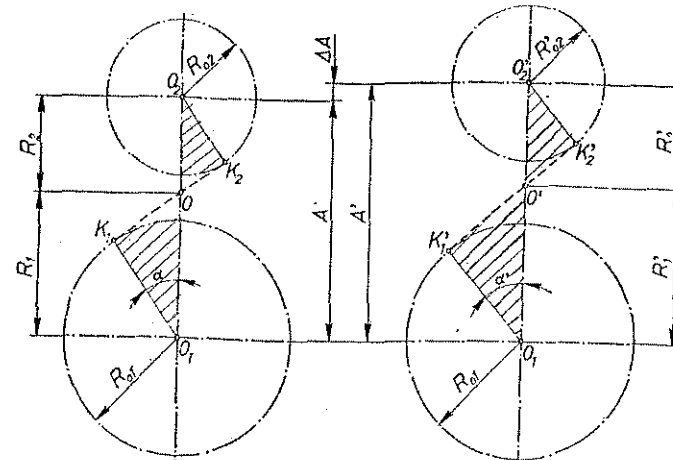
u tački S G_S

u tački 2 $F_2 = -F_{n2} \cos(\alpha + \varphi) + G_S$

2.2.1.6 Osobine evolventnog zupčanja

Već su ranije istaknute osobine evolventnih zubaca: prava dodirnica i prost alat za izradu zubaca. Osim toga, zupčanici sa evolventnim profilom zubaca odlikuju se i ovim značajnim osobinama: izvesnom neosetljivošću na netačnost međuosnog rastojanja i međusobnom razmenljivošću.

Ako se posle sklapanja zupčanika središte zupčanika 2 nađe u tački O'_2 umesto u tački O_2 (sl. 2.34), preći će centralna tačka iz O u O' , tj. u tačku preseka nove zajedničke tangente osnovnih krugova i centralne linije $O_1 O'_2$. Tada će se stvoriti novi dodirni krugovi sa poluprečnicima $R'_1 = O' O_1$ i $R'_2 = O' O'_2$. Deoni krugovi se ne menjaju, njihovi su poluprečnici i dalje R_1 i R_2 ; oni menjaju samo svoj relativni položaj. U ovakvom stanju dodirni krugovi više ne igraju i ulogu deonih krugova. I ugao dodirnice α menja se i postaje α' . Evolvente se, prirodno, ne me-



Sl. 2.34 — Uticaj promene međuosnog rastojanja na zupčanu spregu

njaju, pošto se ne menjaju ni osnovni krugovi, ali se dobija nova dodirnica $K'_1 O' K'_2$. Stvarno međuosno rastojanje povećava se za $\Delta A = O_2 O'_2$ i iznosi $A' = R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2 + \Delta A = A + \Delta A$ jer je tačno teorijsko međuosno rastojanje $A = R_1 + R_2$. Kada bi se zupčanici približili za ΔA , bilo bi stvarno međuosno rastojanje $A' = A - \Delta A$. Prema tome je opšti izraz za stvarno međuosno rastojanje $A' = A \pm \Delta A$.

Iz sličnosti šrafiranih trouglova sledi da je

$$a) \frac{R_1}{R_{01}} = \frac{R_2}{R_{02}}$$

$$b) \frac{R'_1}{R_{01}} = \frac{R'_2}{R_{02}}$$

odnosno

$$\frac{R_{02}}{R_{01}} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2'}{R_1'} = i.$$

To pokazuje da za bilo koje međuosno rastojanje zajednička tangenta na osnovne krugove preseca centralnu liniju na dva dela čiji je odnos uvek jednak prenosnom odnosu.

Prečnici novih dodirnih krugova $R_{01}/\cos \alpha'$ i $R_{02}/\cos \alpha'$ mogu se izraziti zavisno od odnosa $\Delta A/A$. Novo međuosno rastojanje $A' = R_{01}/\cos \alpha' + R_{02}/\cos \alpha' = R_1 \cos \alpha / \cos \alpha' + R_2 \cos \alpha / \cos \alpha' = R_1 + R_2 \pm \Delta A$, odakle je

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = 1 \pm \frac{\Delta A}{R_1 + R_2} = 1 \pm \frac{\Delta A}{A}.$$

Iz jednakosti $R_1 \cos \alpha = R_1' \cos \alpha'$ i $R_2 \cos \alpha = R_2' \cos \alpha'$ izlazi da je

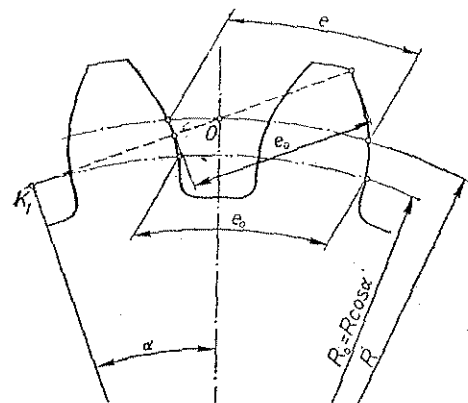
$$R_1' = R_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right) R_1$$

$$R_2' = R_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right) R_2.$$

Udaljavanjem zupčanika smanjuje se aktivna dužina dodirnice l_0 , a takođe i stepen sprezanja ϵ . Zato odstupanje od tačnog međuosnog rastojanja A ne sme prekoračiti izvesne granice.

Kada je odstupanje od tačnog međuosnog rastojanja A neznatno, ono ne utiče na pravilnost rada zupčanika sa evolventnim zupcima, pod uslovom da se radi o novim zupčanicima čiji profil nije deformisan zbog pohabanosti. Ovo je osobina samo evolventnih zupčanika. Promena međuosnog rastojanja utiče takođe na opterećenje zubaca F_n .

Zbog toga što se prenosni odnos i može izraziti nezavisnim, nepromenljivim veličinama R_{01} i R_{02} , ne mora se računati sa korakom



Sl. 2.35 — Korak na deonom i osnovnom krugu

e merenim po deonom krugu, već sa korakom e_0 merenim po nepromenljivom osnovnom krugu. Između e i e_0 postoji ova veza (sl. 2.35):

$$e : e_0 = R : R_0 = 1 / \cos \alpha,$$

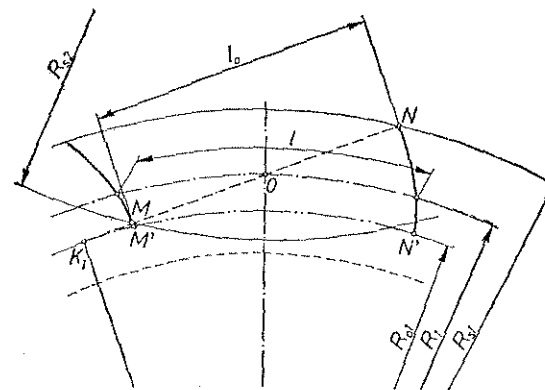
odakle je

$$e_0 = e \cos \alpha.$$

Zupčanici sa evolventnim zupcima mogu se izrađivati kao članovi niza razmenljivih zupčanika. Mogućnost je zasnovana na činjenici da je dodirnica prava linija pa zato simetrična za tačku O . Da bi se evolventni zupčanici mogli stvarno iskoristićavati kao razmenjivi zupčanici, potrebno je da budu ispunjeni i ostali uslovi iz čl. 2.1.7.

2.2.1.7. Stepen sprezanja

Stepen sprezanja definisan je ovim opštim izrazom: $\epsilon = l/e$ (čl. 2.1.5). Za zupčanike sa evolventnim profilom zubaca može se ovaj izraz preinačiti i praktičnije izraziti.



Sl. 2.36 — Odnos dodirnog luka l prema aktivnoj dužini dodirnice MN ($MN = l_0 = l \cos \alpha$)

Dodirni luk l odnosi se prema odgovarajućem luku $l_0 = M'N'$, na osnovnom krugu, kao poluprečnik R prema poluprečniku R_0 (sl. 2.36). Luk $M'N'$ jednak je duži MN jer prilikom odmotavanja zamišljenog kanapa ovaj luk prelazi u duž. Prema tome je dodirni luk l moguće izraziti pomoću duži MN

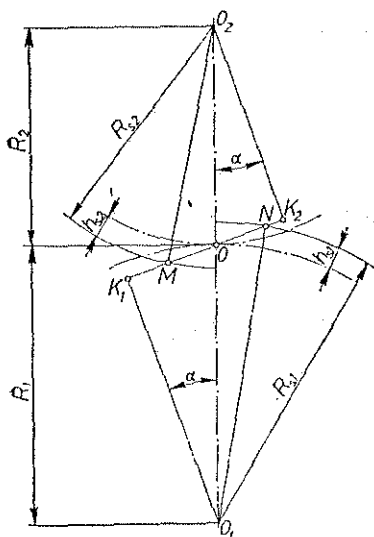
$$l = MN \cdot R / R_0 = MN / \cos \alpha.$$

Iz gornjeg razmatranja sledi da se svaki luk na deonom krugu može izraziti pomoću odgovarajuće duži na dodirnici njenim deljenjem kosinusom ugla dodirnice α . I obrnuto, množenjem bilo koga luka deonog kruga kosinusom ugla α dobija se odgovarajuća duž na dodirnici, odnosno odgovarajući luk na osnovnom krugu. Tako je proizvod koraka i kosinusa ugla α , $e_0 = e \cos \alpha$, korak na dodirnici ili korak na osnovnom krugu (v. čl. 2.2.1.6).

Uzimajući ovo u obzir, stepen spreznja može se napisati u obliku

$$\varepsilon = \frac{l}{e} = \frac{MN}{e \cos \alpha} = \frac{MN}{e \cos \alpha} = \frac{l_0}{e_0} \quad \begin{array}{l} \text{aktivna dužina dodirnice} \\ \text{korak na dodirnici} \end{array}$$

Zahvaljujući tako definisanom stepenu spreznja može se stepen spreznja lako računski odrediti. Pri tačnom teorijskom međuosnom rastojanju aktivna dužina dodirnice iznosi (sl. 2.37).



Sl. 2.37 — Prilog analitičkom određivanju aktivne dužine dodirnice

$$\begin{aligned} l_0 &= MNO = MO + ON = MK_2 - \\ &- OK_2 + NK_1 - OK_1 = NK_1 + \\ &+ MK_2 - (OK_1 + OK_2). \end{aligned}$$

Duž NK_1 je kateta trougla O_1NM_1 , a MK_2 kateta trougla O_2MK_2 , pa je prema tome

$$\begin{aligned} l_0 &= \sqrt{(R_1 + h_{s1})^2 - R_{01}^2} + \\ &+ \sqrt{(R_2 + h_{s2})^2 - R_{02}^2} - \\ &(R_1 \sin \alpha + R_2 \sin \alpha). \end{aligned}$$

Obično se temena visina zubaca izražava zavisno od modula, tj. $h_{s1} = k_1 m$ i $h_{s2} = k_2 m$, pošto se, u opštem slučaju, temene visine zubaca mogu razlikovati. Zamenom $R_1 = m z_1 / 2$, $R_2 = m z_2 / 2$, $R_{01} = R_1 \cos \alpha = m z_1 \cos \alpha / 2$, i $R_{02} = R_2 \cos \alpha = m z_2 \cos \alpha / 2$ dobija se, kada su z_1 i z_2 brojevi zubaca spregnutih zupčanika,

$$\begin{aligned} l_0 &= \sqrt{\left(\frac{mz_1}{2} + k_1 m\right)^2 - \left(\frac{mz_1}{2} \cos \alpha\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{mz_2}{2} + k_2 m\right)^2 - \left(\frac{mz_2}{2} \cos \alpha\right)^2} - \\ &- \left(\frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2}\right) \sin \alpha = \frac{m}{2} \left[\sqrt{(z_1 + 2k_1)^2 - z_1^2 \cos^2 \alpha} + \right. \\ &\left. + \sqrt{(z_2 + 2k_2)^2 - z_2^2 \cos^2 \alpha} - (z_1 + z_2) \sin \alpha \right], \end{aligned}$$

a to je obrazac za neposredno izračunavanje aktivne dužine dodirnice kada su poznati modul m , brojevi zubaca z_1 i z_2 , ugao dodirnice α i faktori temenih visina k_1 i k_2 . Na osnovu ovoga obrasca dolazi se do opšteg obrasca za proračunavanje

stepena spreznja:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{l_0}{e \cos \alpha} = \frac{l_0}{m \pi \cos \alpha} = \\ &= \frac{1}{2 \pi \cos \alpha} \left[\sqrt{(z_1 + 2k_1)^2 - z_1^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{(z_2 + 2k_2)^2 - z_2^2 \cos^2 \alpha} - \right. \\ &\left. - (z_1 + z_2) \sin \alpha \right]. \end{aligned}$$

Primer 2.5: Spregnuti zupčanici imaju brojeve zubaca $z_1 = 20$ i $z_2 = 30$ pri standardnom uglu dodirnice $\alpha = 20^\circ$ i temenoj visini $h_s = m$.

Za ove zupčanike je stepen spreznja

$$\varepsilon = \frac{1}{2 \pi \cdot 0,94} \left[\sqrt{(20 + 2)^2 - 20^2 \cdot 0,94^2} + \sqrt{(30 + 2)^2 - 30^2 \cdot 0,94^2} - (20 + 30) \cdot 0,34 \right] = 1,605.$$

Primer 2.6: Stepen spreznja biće maksimalan kada su $z_1 = z_2 = \infty$

Koliki je stepen spreznja u tom slučaju?

$l_0 = 2 \frac{m}{\sin \alpha}$ a korak $e_0 = m \pi \cos \alpha$, pa je

$$\varepsilon = \frac{l_0}{e_0} = \frac{2m}{m \pi \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{\pi \sin 2\alpha} = \frac{4}{\pi \sin 40^\circ} = 1,98.$$

2.2.1.8 Bočni zazor i međuosno rastojanje zupčanika

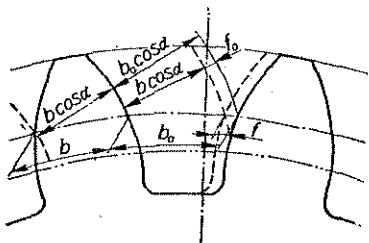
Tačno izrađeni i sklopljeni zupčanici ne bi trebalo da imaju bočnog zazora između zubaca. Debljina zupca b bila bi tada jednaka širini međuzublja b_0 na deonom krugu: $b = b_0 = e/2$. Zbog grešaka i netačnosti u izradi (greške u obliku profila, u koraku i debljini zubaca), u sklapanju (greške u međuosnom rastojanju, u ekscentričnosti) i u radu (deformacije od mehaničkih i toplinskih naprezanja, vibracije, debljina sloja maziva) uzima se $b < b_0$ pa je kružni bočni zazor $f = b_0 - b$ (sl. 2.38). Radi razmenljivosti zupčanika ovaj se bočni zazor deli podjednako na oba spregnuta zupčanika pa na svaki zubac ide po jedna polovina: $f/2$; tada je za svaki zupčanik

$$\text{debljina zupca} \quad b = \frac{e-f}{2}, \quad \text{i}$$

$$\text{širina međuzubula} \quad b_0 = \frac{e+f}{2}.$$

Ovakva razlika u debljini zupca i širini međuzublja postiže se malim približavanjem alata prilikom izrade zubaca. Tada je rastojanje srednje linije alata od središta zupčanika jednako $A-c$, gde je c iznos za koji je alat približen zupčaniku.

Bočni zazor može se izraziti kao kružni bočni zazor f meren po obimu dodirnog kruga ili kao linearni bočni zazor f_0 , meren duž dodirnice. Veza između ova dva oblika bočnog zazora data je ovim izrazom



$$f_0 = f \cos \alpha.$$

Zavisnost između primicanja profila alata c i linearnog bočnog zazora data je izrazom (v. sl. 2.38).

$$f_0/2 = 2c \sin \alpha,$$

odnosno

$$f_0 = 4c \sin \alpha,$$

odakle je

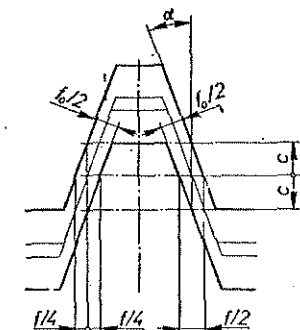
$$c = f_0 / (4 \sin \alpha).$$

Često se usvaja kao srednja vrednost linearnog bočnog zazora

$$f_{0mm} = 0,035m + 0,1 \text{ mm},$$

gde je m modul.

Preporučljivi bočni zazor zavisi od modula i kvaliteta izrade dati su u tablici 2.6.



Sl. 2.38 — Kružni i linearni bočni zazor i zavisnost bočnog zazora od primicanja alata c (dole)

Tablica 2.6

Preporučljivi bočni zazor f_0 [mm]

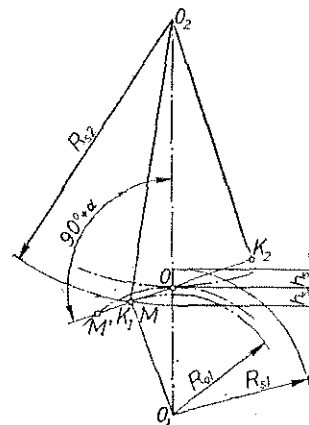
Modul m [mm]	1	2	3	4	5	6	8	10	20
$f_0 \text{ max}$	0,20	0,24	0,27	0,32	0,35	0,42	0,48	0,60	0,72
$f_0 \text{ min}$	0,08	0,10	0,15	0,16	0,15	0,24	0,30	0,36	0,43

Bočni zazor može se ostvariti i kod zupčanika kod kojih su debljina zupca i širina međuzublja međusobno jednake: $b = b_0 = e/2$. Ovo se postiže povećanjem međuosnog rastojanja A . Ako je propisani linearni bočni zazor f_0 , stvarno, povećano međuosno rastojanje A_f biće

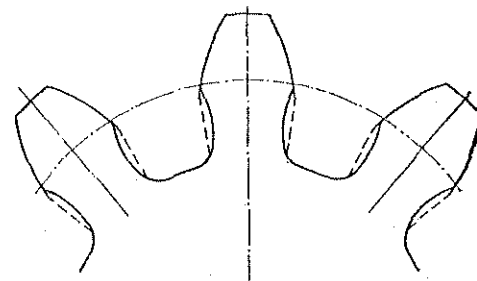
$$A_f = A + \Delta A = A + \frac{f_0}{2 \sin \alpha}.$$

2.2.1.9 Granični broj zubaca

U sprezanju dvaju zupčanika temeni krug većeg zupčanika može doći u položaj da preseče dodirnicu u tački K_1 koja bi se tada poklopila sa tačkom M , ili može je preseći čak i dalje od tačke K_1 , npr. u tački M' (sl. 2.39). Tačka K_1 pripada manjem zupčaniku; ona je, kao što je poznato, presečna tačka dodirnice i normale na dodirnicu iz središta O_1 manjeg zupčanika. Manji zupčanik 1 zove se graničnim zupčanikom za veći zupčanik 2 kada se tačke M i K_1 poklapaju, jer on obeležava gornju granicu prečnika temenog kruga većeg zupčanika sa kojim se još može postići pravilan rad spregnutih zupčanika.



Sl. 2.39 — Granični slučaj kada se presečna tačka M temenog kruga većeg zupčanika i dodirnice poklapa sa tačkom K_1



Sl. 2.40 — Podsečeni zupci

Kada bi poluprečnik temenog kruga većeg zupčanika bio ravan O_2M' , presečna tačka M' pala bi izvan upotrebljivog dela dodirnice K_1K_2 , i veći zupčanik, posmatran kao alat za izradu manjeg zupčanika, izdubao bi podnožja zubaca manjeg zupčanika; zupci manjeg zupčanika bili bi tada podsečeni, npr. kao na sl. 2.40. To je lako dokazati konstruisanjem relativne putanje vrha zupca većeg zupčanika (čl. 2.1.6). Posledice podsecanja zubaca su: slabljenje podnožja zupca, tj. smanjivanje njegove otpornosti, i skraćivanje korisne dužine evolventnog profila odn. stepena sprezanja. Kada bi manji zupčanik bio izrađen nezavisno od većeg zupčanika profilisanim glodalom ili kružnim zupčastim alatom sa manjim brojem zuba, ova dva zupčanika ne bi se mogla spregnuti, jer bi se zupci velikog zupčanika zaglavili u međuzublju malog zupčanika usled oskudno izdubljenog međuzublja ovog zupčanika (pojava interference).

Zavisnost brojeva zubaca zupčanika izrađenih kružnim zupčastim nožem ili profilisanim glodalom može se odrediti na osnovu sl. 2.39. Iz trougla MOO_2 , na

osnovu kosinusne teoreme dobija se:

$$MO_2^2 = MO^2 + OO_2^2 - 2 MO \cdot OO_2 \cdot \cos(90 + \alpha),$$

odnosno

$$(R_2 + h_s)^2 = (R_1 \sin \alpha)^2 + R_2^2 + 2 R_1 R_2 \sin^2 \alpha,$$

što posle zamene daje

$$\left(\frac{m z_2}{2} + k m\right)^2 = \left(\frac{m z_1 \sin \alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{m z_2}{2}\right)^2 + 2 \frac{m z_1}{2} \frac{m z_2}{2} \sin^2 \alpha.$$

Eliminisanjem modula m ostaje

$$4 k z_2 - 2 z_1 z_2 \sin^2 \alpha - z_1^2 \sin^2 \alpha + 4 k^2 = 0,$$

odakle se dobija

$$z_2 = \frac{z_1^2 \sin^2 \alpha - 4 k^2}{4 k - 2 z_1 \sin^2 \alpha}.$$

Za standardne zupce je $h_s = m$, tj. $k = 1$, pa obrazac dobija ovaj oblik

$$z_2 = \frac{z_1^2 \sin^2 \alpha - 4}{4 - 2 z_1 \sin^2 \alpha}.$$

Prema ovom obrascu može se za svaki broj zubaca z_1 manjeg zupčanika proračunati broj zubaca z_2 , većeg zupčanika na granici zaglavljivanja. Za ugao dodirnice $\alpha = 20^\circ$ dati su odgovarajući brojevi zubaca u ovom pregledu

$$z_1 = 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17$$

$$z_2 = 16 \quad 26 \quad 45 \quad 101 \quad 1490$$

gde su z_2 najbliži manji celi brojevi po prednjem obrascu. Manji zupčanik 1 može biti pravilno spregnut sa većim zupčanikom 2 kada je broj zubaca većeg zupčanika ravan z_2 ili manji od z_2 prema prednjem pregledu; u protivnom bi došlo do zaglavljivanja. Npr. kada bi manji zupčanik imao 15 zubaca, a veći 48 zubaca, nastupilo bi zaglavljivanje. Kada bi broj z_2 predstavljao broj zuba kružnog zupčastog noža, a z_1 broj zubaca zupčanika koji treba da bude izrađen, trebalo bi za izvestan broj zubaca z_1 (npr. 14) upotrebiti alat sa odgovarajućim brojem zuba z_2 (za navedeni primer 26) ili sa manjim brojem zuba ($z_2 \leq 26$ za ovaj primer), da bi se izbeglo podsecanje zubaca pri izradi.

Teorijska donja granica za broj zubaca z_2 nastaje kada i zupčanik 2 dođe do granice podsecanja, tj. kada se poklope i tačke K_2 i N . Oba zupčanika postaju graničnim zupčanicima kada je $K_1 OK_2 = MON$, tj. kada se poklope tačke K_1 i M i tačke K_2 i N . Tada je $z_2 = z_1$ pa gornja jednačina dobija ovaj oblik

$$3 z_1^2 \sin^2 \alpha - 4 z_1 - 4 = 0,$$

odakle je

$$z_1 = z_2 = \frac{2 + 2 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}}{3 \sin^2 \alpha};$$

za $\alpha = 20^\circ$ je $z_1 = z_2 = 12,3$ zubaca. Prema tome, oba su zupčanika na granici podsecanja kada imaju jednak broj zubaca po izvedenom obrascu; za $\alpha = 20^\circ$ oba su zupčanika granični zupčanici kada imaju približno 12 zubaca.

Danas se zupčanici vrlo često izrađuju pravim zupčastim alatom — bilo u vidu zupčaste poluge, bilo u vidu pužnog glodala. Za ovakav alat je $z_2 = \infty$; analitički to odgovara slučaju kada je u izrazu za granični broj zubaca imenitelj jednak nuli

$$4 k - 2 z_1 \sin^2 \alpha = 0,$$

odakle je

$$z_1 = \frac{2 k}{\sin^2 \alpha}.$$

Ovaj granični broj zubaca z_{go} je najmanji broj zubaca koji se alatom u vidu poluge može izraditi a da zupci ne budu podseceni; on iznosi

$$\text{za } \alpha = 20^\circ \quad z_{go} \approx 17,$$

$$\text{za } \alpha = 15^\circ \quad z_{go} \approx 30.$$

U primeni se dopušta da zupci budu neznatno podseceni — toliko da to praktično ne utiče na stepen sprezanja ni na otpornost zubaca. U ovom smislu praktično dopušteni granični broj zubaca iznosi

$$\text{za } \alpha = 20^\circ \quad z_g = 14,$$

$$\text{za } \alpha = 15^\circ \quad z_g = 25.$$

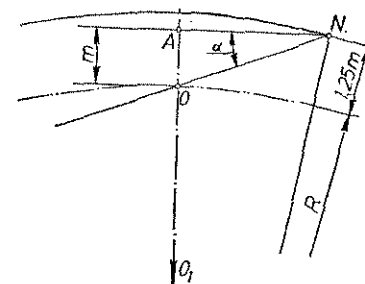
Da bi se zupčanici izrađeni kružnim zupčastim alatom mogli sprežati sa zupčanicima izrađenim pravim zupčastim alatom, potrebno je da temeni krug kružnog zupčastog alata seče dodirnicu bar u tački N , dakle u presečnoj tački temene linije osnovnog profila i dodirnice (sl. 2.41). Radi toga se temena visina kružnog zupčastog alata uzima $h_s = 1,25 m$. Iz sl. 2.41 izlazi

$$O_1 N^2 = O_1 A^2 + AN^2,$$

$$(R + 1,25 m)^2 = (R + m)^2 + (m \cot \alpha)^2,$$

što posle zamene $R = m z / 2$, daje

$$z_N = 4 (\cot^2 \alpha - 0,5625).$$



Sl. 2.41 — Povećanje temene visine kružnog zupčastog alata

Za $\alpha=20^\circ$ iznosi $z_N=27,94$. To znači da zupčanici izradeni kružnim zupčastim alatom sa 28 ili više zuba, temene visine $1,25 m$ mogu biti spreznani sa zupčanicima standardne temene visine izrađenim pravim zupčastim alatom.

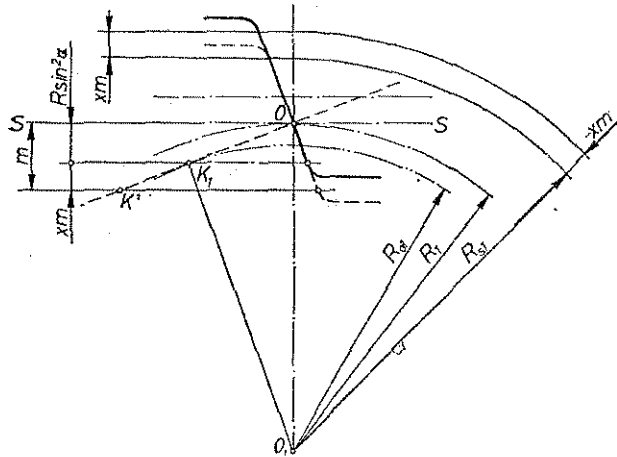
Opasnost od podsecanja odn. zaglavljivanja može se otkloniti na nekoliko načina, npr:

- povećanjem dodirnog ugla α ,
 - smanjivanjem temene visine zubaca većeg zupčanika,
 - menjanjem oblika profila temenog dela zubaca većeg zupčanika,
 - menjanjem oblika profila podnožnog dela zubaca manjeg zupčanika,
 - jednovremenim menjanjem temene visine i dubine podnožja jednog ili oba zupčanika — tzv. »korekturom zubaca«.
- Poslednji način — korektura zubaca — danas se najviše primenjuje.

2.2.1.10 Korektura zubaca (pomeranje profila osnovne zupčaste letve)

Težnja da zupčani prenosnici budu što manji i da zapremaju što manje prostora često iziskuje da se prave zupčanici sa brojem zubaca manjim od graničnog broja $z_{g0}=17$, odnosno $z_g=14$. Tada se, pri izradi, mora primeniti postupak korigovanja zubaca da bi se izbeglo podsecanje i obezbedio dovoljan stepen spreznanja.

Na sl. 2.42 prikazana je shema osnovnog zupčastog profila sa obeleženom srednjom linijom SS. Temena linija profila seče dodirnicu u tački K' , koja leži izvan



Sl. 2.42 — Položaj ravnog zupčastog alata (osnovnog profila) u slučaju izrade zupčanika sa malim brojem zubaca (crticama izvučeni alat podseca zupce; puno izvučeni alat — temena linija njegovog osnovnog profila — prolazi kroz tačku K_1 i stoga ne podseca zupce)

tačke K_1 , što znači da se ovde radi o zupčaniku sa brojem zubaca $z < z_{g0}$. Kada bi se u ovom slučaju pristupilo izradi zupčanika sa ravnim zupčastim alatom, nastupilo bi podsecanje zubaca. Ako se, međutim, poluprečnik temenog kruga zupčanika poveća za određeni iznos tako da temena linija osnovnog profila usled toga seče sada dodirnicu u tački K_1 , podsecanje će biti otklonjeno. Zbog povećanja temenog kruga zupčanika alat za izradu zupčanika mora biti pomeren, odmaknut od zupčanika, za pomenući određeni iznos da bi temena linija prolazila kroz tačku K_1 . Ovo pomeranje alata može biti i veće, može biti i proizvoljno odabrano, uz izvesno ograničenje. Pomeranjem alata menja se oblik zubaca. Bok im ostaje evolventan, ali im se menja debljina. Proporcionalno pomeranju alata povećava se debljina zubaca u korenu, a teme im se sužava, zupci postaju šiljatiji.

Minimalno odmicanje alata, odnosno povećanje poluprečnika temenog kruga zupčanika sa brojem zubaca $z < z_{g0}$ može se izračunati na osnovu sl. 2.42 kada se izjednače

$$m = R \sin^2 \alpha + m x,$$

gde je sa x označen faktor pomeranja profila;

$$m = \frac{m z}{2} \sin^2 \alpha + m x,$$

odnosno

$$x = 1 - \frac{z}{2 \sin^2 \alpha} = 1 - \frac{z}{z_{g0}} = \frac{z_{g0} - z}{z_{g0}},$$

koji iznosi, za $\alpha=20^\circ$

$$x_0 = \frac{17 - z}{17},$$

i za $\alpha=15^\circ$

$$x_0 = \frac{30 - z}{30},$$

a kada se dopusti izvesno malo podsecanje uzima se

$$x = \frac{14 - z}{17}$$

za $\alpha=20^\circ$, i

$$x = \frac{25 - z}{30}$$

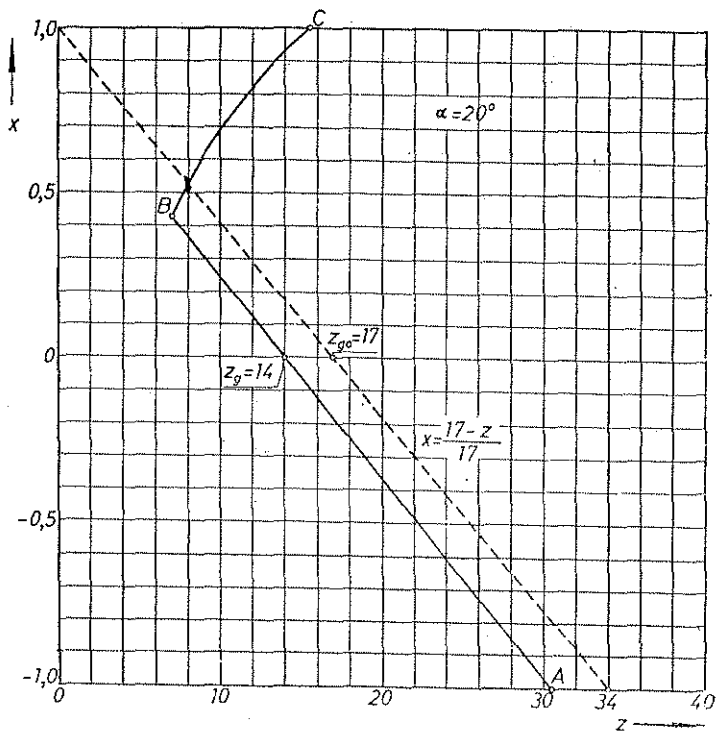
za $\alpha=15^\circ$.

Faktor pomeranja profila može biti i negativan. On je pozitivan kada se srednja linija osnovnog profila odmiče od deonog kruga zupčanika, a negativan kada se srednja linija osnovnog profila primiče ka zupčaniku. Granica pozitivnog pomeranja određena je pojavom šiljka na temenu zubaca. Minimalni broj zubaca

zupčanika kod koga će se pojaviti šiljasti zupci pri povećanju poluprečnika temenog kruga za iznos $m x = m(14-z)/17$ iznosi za

$$\alpha = 20^\circ : z_{\min} = 7, \quad \text{i za} \quad \alpha = 15^\circ : z_{\min} = 8.$$

Linija ABC na sl. 2.43 je granična linija za veličinu faktora pomeranja profila x s obzirom na podsecanje (linija AB) i s obzirom na pojavu šiljaka (linija BC).



Sl. 2.43 — Granična linija za praktično dopušteno podsecanje (AB) i za oblast pojave šiljaka (BC)

Kada se faktor pomeranja profila x , zavisno od broja zubaca, nalazi desno od linije ABC , neće se pojaviti ni podsecanje ni šiljati zupci.

S obzirom na uslove podsecanja i pojavu šiljaka mogu se zupčanici, u zavisnosti od broja zubaca, svrstati u ove četiri grupe:

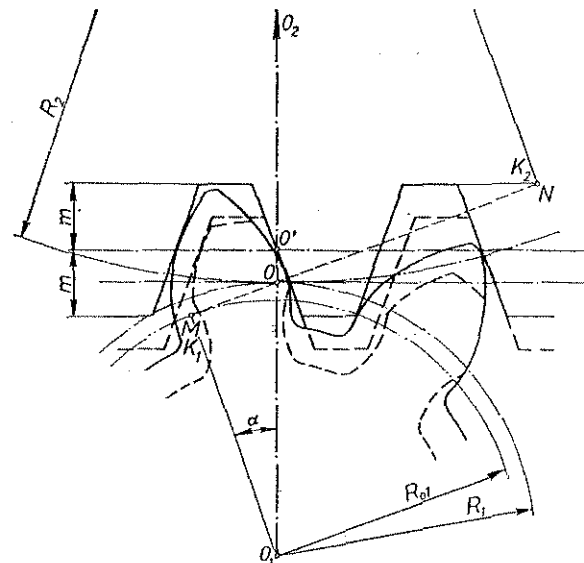
Naziv grupe	Broj zubaca za $\alpha = 20^\circ$	
	bez podsecanja	sa praktično dopuštenim podsecanjem
1. Normalni zupčanici	$z > 17$	$z > 14$
2. Granični zupčanici	$z_{g0} = 17$	$z_g = 14$
3. Korigovani zupčanici	$z < 17$	$z < 14$
4. Minimalni zupčanici	$z_{\min} = 7$	$z_{\min} = 7$

2.2.1.11 Vrste korigovanih zupčanika

Uglavnom postoje tri vrste korigovanih zupčanika. Korigovani zupčanici I vrste. U I vrstu ulaze zupčanici koji ispunjavaju ove uslove

$$z_1 < z_g \quad z_2 > z_g \\ z_1 + z_2 \geq 2 z_g$$

Kada bi bilo $z_1 + z_2 < 2 z_g$, gornja temena linija osnovnog profila na sl. 2.44 preseca bi dodirnicu izvan tačke K_2 , pa bi zupci većeg zupčanika bili podsećeni.



Sl. 2.44 — Položaj osnovnog zupčanog profila za slučaj poklapanja tačaka K_1 i M i tačaka K_2 i N (Granični slučaj za korekturu I vrste)

Do ovoga se dolazi posmatranjem graničnog slučaja za oba zupčanika (sl. 2.44)

$$2m = R_1 \sin^2 \alpha + R_2 \sin^2 \alpha = m \frac{z_1 + z_2}{2} \sin^2 \alpha$$

odakle je

$$z_1 + z_2 = \frac{4}{\sin^2 \alpha} = 2z_{g0},$$

jer je $2/\sin^2 \alpha = z_{g0}$.

Faktor korekture za oba zupčanika je jednak ali suprotnog znaka. Osnovni zupčasti profil, odnosno pravi zupčasti alat, odmiče se od središta manjeg zupčanika, a primiče središtu većeg zupčanika, za istu veličinu $c_1 = x_1 m = -c_2 = -x_2 m$.

Ovim se pomeranjem neće promeniti ni položaj centralne tačke O , ni prečnici računskih deonih krugova D_1 i D_2 , ni korak zubaca e . Srednja linija SS osnovnog zupčanog profila neće prolaziti kroz centralnu tačku O ; ona će se seći u tački O' sa centralnom linijom zupčastog sistema. Zubac na manjem zupčaniku biće deblji, a na većem zupčaniku tanji tj. $b_1 > e/2$ i $b_2 < e/2$; za međuzublja je obrnuto; $b_{01} < e/2$ i $b_{02} > e/2$. Prečnici temenog i podnožnog kruga povećaće se na manjem zupčaniku, a smanjiti na većem zupčaniku:

$$D_s = m(z + 2 \pm 2x)$$

$$D_i = m(z - 2,4 \pm 2x);$$

gde se gornji znak odnosi na manji zupčanik.

Međuosno rastojanje zupčanika ne menja se i ostaje jednako teorijskoj vrednosti A ; ono se može povećati na A_f , kada se zahteva izvestan bočni zazor (čl. 2.2.1.8.)

Zbog promena u prečnicima korigovani zupčanici ne mogu pripadati nizu razmenljivih zupčanika, pošto ne ispunjavaju sve uslove razmenljivosti (čl. 2.1.7 i 2.2.1.6).

Primer 2.7: Potrebno je odrediti glavne mere zupčanika kada je

$$z_1 = 12, \quad z_2 = 30, \quad m = 10 \text{ mm i } \alpha = 20^\circ.$$

Zbir brojeva zubaca

$$z_1 + z_2 = 12 + 30 = 42 > 2z_g = 28,$$

što pokazuje da se može primeniti korektura I vrste.

Faktor korekture iznosi

$$x = \frac{14 - z_1}{17} = \frac{14 - 12}{17} = 0,1176;$$

usvojeno je $x = 0,12$. Ovom faktoru korekture odgovara povećanje poluprečnika temenog kruga manjeg zupčanika za

$$c_{1 \text{ min}} = +x m = +0,12 \cdot 10 = +1,2 \text{ mm},$$

odnosno smanjenje poluprečnika temenog kruga većeg zupčanika za $c_{2 \text{ min}} = -x m = -0,12 \cdot 10 = -1,2$ mm.

Glavne su mere manjeg zupčanika:

$$D_1 = m z_1 = 10 \cdot 12 = 120 \text{ mm}$$

$$D_{s1} = m(z_1 + 2 + 2x) = 10(12 + 2 + 2 \cdot 0,12) = 142,4 \text{ mm}$$

$$D_{i1} = m(z_1 - 2,4 + 2x) = 10(12 - 2,4 + 2 \cdot 0,12) = 98,4 \text{ mm}.$$

Glavne su mere većeg zupčanika:

$$D_2 = m z_2 = 10 \cdot 30 = 300 \text{ mm}$$

$$D_{s2} = m(z_2 + 2 - 2x) = 10(30 + 2 - 2 \cdot 0,12) = 317,6 \text{ mm}$$

$$D_{i2} = m(z_2 - 2,4 - 2x) = 10(30 - 2,4 - 2 \cdot 0,12) = 273,6 \text{ mm}.$$

Međuosno rastojanje iznosi

$$A = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{10(12 + 30)}{2} = 210 \text{ mm}$$

Za slučaj da je propisan linearni bočni zazor

$$f_0 = 0,035 m + 0,1 + 0,035 \cdot 10 + 0,1 = 0,45 \text{ mm},$$

međuosno rastojanje sa bočnim zazorom biće

$$A_f = A + \frac{f_0}{2 \sin \alpha} = 210 + \frac{0,45}{2 \cdot 0,343} = 210,66 \text{ mm}.$$

Korigovani zupčanici II vrste. U II vrstu ulaze zupčanici kod kojih se faktori korekture razlikuju po veličini. Osim toga mora biti korigovano i međuosno rastojanje zupčanika.

Korekturom II vrste može se izbeći podsecanje zubaca bilo da oba zupčanika imaju broj zubaca manji od graničnog broja, bilo da samo jedan zupčanik ima broj zubaca manji od graničnog, ali kada je zbir zubaca na oba zupčanika manji od dvostrukog graničnog broja zubaca pa se zbog toga ne može primeniti korektura I vrste.

Glavna su obeležja korigovanih zupčanika koji pripadaju II vrsti:

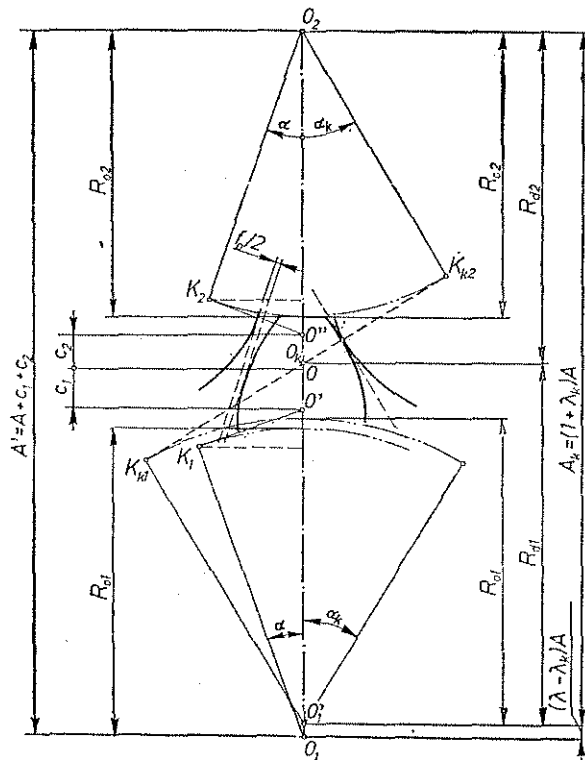
(1) Menjaju se temena visina i dubina podnožja zubaca i međuosno rastojanje zupčanika (sl. 2.44 i 2.45).

(2) Računski deoni krugovi ostaju nepromenjeni.

(3) Dodirni krugovi nisu identični sa deonim krugovima; zbog promene međuosnog rastojanja rađaju se novi dodirni krugovi (sl. 2.46).

(4) Na zupčanicima sa pozitivnom korekturom (zupčanici sa povećanim prečnikom temenog kruga) povećavaju se: debljina zupca b i temena visina h , a smanjuje se: dubina podnožja h_i i širina međuzublja b_0 . Na zupčanicima sa negativnom korekturom je obrnuto.

(5) Ugao dodirnice α pripada osnovnom profilu. U sprezi prilikom rada zupčanika, pojavljuje se novi ugao dodirnice α_d . Ugao α_d je osnovica za određivanje sila koje deluju na zupčanike; On pripada novoj dodirnici koja opet tangira oba osnovna kruga; ona deli međuosno rastojanje na dva dela, poluprečnike R_{d1} i R_{d2} novih dodirnih krugova čiji je odnos jednak prenosnom odnosu: $R_{d2}/R_{d1}=i$.



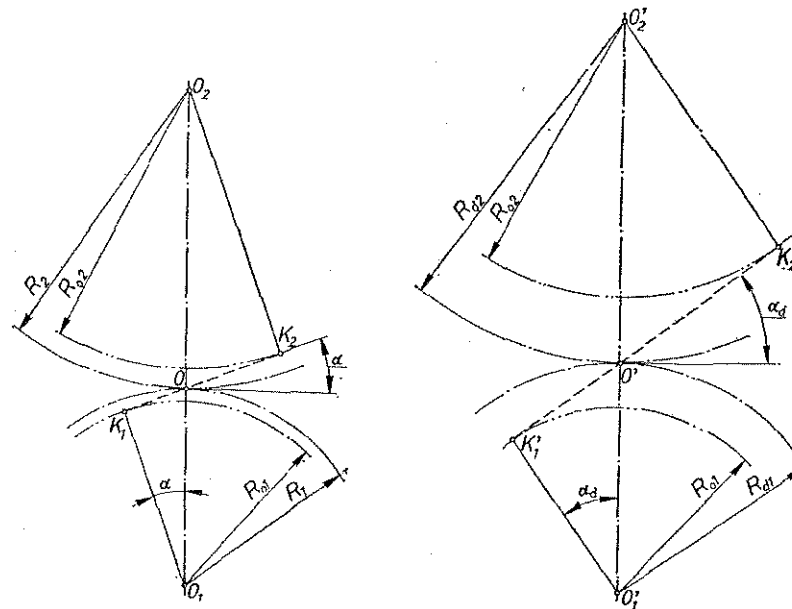
Sl. 2.45 — Odnos međuosnih rastojanja A' i A_k (O' i O'' su odgovarajuće centralne tačke pri izradi, O_k je centralna tačka pri međuosnom rastojanju A_k , R_{d1} i R_{d2} su poluprečnici odgovarajućih dodirnih krugova, K_{k1} i K_{k2} su dodirne tačke dodirnice i osnovnih krugova prečnika R_{p1} i R_{p2} i α_k ugao dodirnice pri međuosnom rastojanju A_k)

Kada zupčanici ne bi bili korigovani, nominalno međuosno rastojanje bilo bi $A=(z_1+z_2) \cdot m/2$. Zbog korigovanja, tj. zbog promene njihovih temenih krugova i pomeranja osnovnog profila trebalo bi da međuosno rastojanje bude $A' =$

$=A+c_1+c_2=A+(x_1+x_2)m=A+\lambda A=(1+\lambda)A$, odakle se dobija obrazac za računanje faktora λ

$$\lambda = \frac{m(x_1+x_2)}{A} = \frac{2(x_1+x_2)}{z_1+z_2}$$

Zbog povećanja međuosnog rastojanja pojavljuje se zazor među zupcima. Da bi se odstranio bočni zazor, tj. omogućila sprega zupčanika bez bočnog zazora, treba zupčanike približiti, tj. smanjiti međuosno rastojanje A' na A_k , gde je A_k



Sl. 2.46 — Uglovi dodirnice α i α_d i odgovarajući poluprečnici dodirnih krugova R_{d1} i R_{d2} odn. R_{a1} i R_{a2}

»korigovano međuosno rastojanje bez bočnog zazora« koje se računa prema standardu DIN 870 na ovaj način (v. sl. 2.45)

$$A_k = (1 + \lambda_k) A.$$

Između λ i λ_k postoji ova veza

$$\frac{\lambda}{\lambda_k} \approx \sqrt{1 + 13 \lambda} \quad \text{odnosno} \quad \frac{\lambda}{\lambda_k} \approx \sqrt{1 + 7 \lambda_k} \quad \text{za} \quad \lambda = 20^\circ$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_k} \approx \sqrt{1 + 26 \lambda} \quad \text{odnosno} \quad \frac{\lambda}{\lambda_k} \approx \sqrt{1 + 13 \lambda_k} \quad \text{za} \quad \alpha = 15^\circ$$

Kada su oba zupčanika korigovana, mogu se podaci za λ i λ_k uzimati iz tablice 2.7, prema DIN 867, za ugao dodirnice $\alpha=20^\circ$. Tačniji proračun korigovanog međuosnog rastojanja vrši se primenom evolventne funkcije (v. 2.2.1.2).

Tablica 2.8

Pomoćni faktori za korigovanje zupčanika

z_1+z_2	27	26	25	24	23	22	21
x_1+x_2	1/17	2/17	3/17	4/17	5/17	6/17	7/17
λ_k	0,0043	0,0087	0,0135	0,0183	0,0236	0,0292	0,0354
λ	0,0044	0,0090	0,0141	0,0196	0,0256	0,0321	0,0392
k	0,0008	0,0035	0,0082	0,0145	0,0225	0,0324	0,0438
z_1+z_2	20	19	18	17	16	15	14
x_1+x_2	8/17	9/17	10/17	11/17	12/17	13/17	14/17
λ_k	0,0412	0,0482	0,0556	0,0634	0,0723	0,0819	0,0927
λ	0,0470	0,0557	0,0653	0,0761	0,0882	0,1020	0,1177
k	0,0572	0,0720	0,0890	0,1076	0,1282	0,1507	0,1763

Napomena uz tablicu 2.7:

Podaci važe za ugao dodirnice $\alpha=20^\circ$ za slučaj kada su oba zupčanika korigovana

Smanjivanjem međuosnog rastojanja A' na korigovano međuosno rastojanje A_k iščezava bočni zazor f , ali se smanjuje temeni zazor f . Kada se želi da se održi uobičajeni temeni zazor $f_h=0,2$ m, treba skratiti temenu visinu zubaca na oba zupčanika za $\Delta f_h=k$ m. Pošto je

$$k m = A' - A_k = (1 + \lambda) A - (1 + \lambda_k) A = (\lambda - \lambda_k) A = (\lambda - \lambda_k) m (z_1 + z_2) / 2$$

dobija se

$$k = \frac{z_1 + z_2}{2} (\lambda - \lambda_k).$$

Kada su oba zupčanika korigovana, može se faktor k uzimati iz tablice 2.7 koja važi za ugao $\alpha=20^\circ$.

Opšti obrasci za prečnike temenih i podnožnih krugova zupčanika korigovanih po II vrsti korekture glase

$$D = m (z + 2 + 2x - 2k), \text{ i}$$

$$D_i = m (z - 2,4 \pm 2x).$$

Kada jedan od zupčanika nije korigovan, biće za nj $x=0$. Kada je zbir brojeva zubaca relativno velik, $z_1+z_2>20$, pri $\alpha=20^\circ$, faktor k je relativno malen i zanemarljiv, pa se, bez praktične greške, može uzeti da je $k=0$.

Međuosno rastojanje treba povećati na A_{kf} kada se za korigovane zupčanike predviđa izvestan bočni zazor f . Radi određivanja međuosnog rastojanja A_{kf} polazi se od teorijskog međuosnog rastojanja A'_f povećanog radi postizanja bočnog zazora f

$$A_f = A + \lambda A + \frac{f}{2 \sin \alpha} = A + \lambda_f A$$

odakle se dobija obrazac za proračunavanje faktora λ_f

$$\lambda_f = \lambda + \frac{f}{2 A \sin \alpha} = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} + \frac{2f}{2m \sin \alpha (z_1 + z_2)},$$

$$\lambda_f = \frac{2}{z_1 + z_2} \left(x_1 + x_2 + \frac{f}{2m \sin \alpha} \right)$$

i, najzad, obrazac za proračunavanje korigovanog međuosnog rastojanja sa bočnim zazorom

$$A_{kf} = (1 + \lambda_{kf}) A$$

gde je, za $\alpha=20^\circ$

$$\lambda_{kf} = \frac{\lambda_f}{\sqrt{1 + 13 \lambda_f}}$$

i za $\alpha=15^\circ$

$$\lambda_{kf} = \frac{\lambda_f}{\sqrt{1 + 26 \lambda_f}}.$$

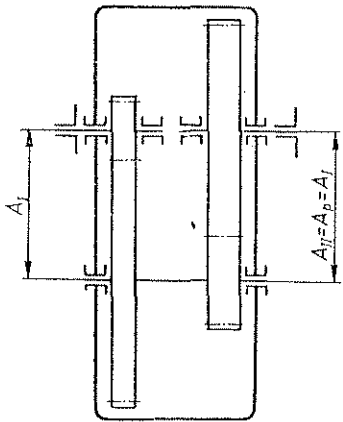
Korektura II vrste može se svesti na tri podvrste, u zavisnosti od broja zubaca.

1. podvrsta: $z_1 < z_g, z_2 > z_g, z_1 + z_2 < 2z_g$; manji zupčanik biva korigovan, veći ostaje bez korekture.
2. podvrsta: $z_1 < z_g, z_2 > z_g, z_1 + z_2 < 2z_g$; manji i veći zupčanik su korigovani. Faktor korekture većeg zupčanika je negativan. Ovakav način korigovanja zupčanika kvalitetno zaostaje za načinom navedenim u 1. podvrsti i treba ga izbegavati.
3. podvrsta: $z_1 < z_g, z_2 < z_g$. Faktor korekture pozitivan je za oba zupčanika, ali po veličini ne mora biti jednak, što zavisi od broja zubaca. Kada je zbir brojeva zubaca manji od 20, treba smanjivati temene visine zubaca radi postizanja odgovarajućeg temenog zazora.

Korigovani zupčanici III vrste. U III vrstu pripadaju zupčanici korigovani radi postizanja propisanog ili željenog međuosnog rastojanja A_p koje se razlikuje od nominalnog međuosnog rastojanja A . Ova korektura može obuhvatiti zupčanike

sa proizvoljnim brojem zubaca, dakle ne samo zupčanike za brojem zubaca manjim od graničnog broja.

Ovaj način korekture primenjuje se npr. kod dvostepenih koaksijalnih reduktora prema shemi na sl. 2.47. Za prvi par zupčanika međuosno rastojanje A_1 , a za drugi, u opštem slučaju $A_{II} \neq A_1$, iz razloga što se zupci zupčanika prvog i drugog para razlikuju. U ovom slučaju se propisuje da A_{II} bude jednako A_1



Sl. 2.47 — Propisano međuosno rastojanje $A_p = A_1$

$$A_{II} = A_1 = A_p.$$

Propisano međuosno rastojanje ne sme se znatno razlikovati od nominalnog međuosnog rastojanja A ili A_k .

Propisano međuosno rastojanje A_p je jedna vrsta korigovanog međuosnog rastojanja pa se, opet, prilikom rešavanja ovog pitanja, polazi od izraza

$$A_p = (1 + \lambda_k) A,$$

odakle je

$$\lambda_k = \frac{A_p}{A} - 1.$$

Pošto je $\lambda = \lambda_k \sqrt{1 + 7 \lambda_k}$ za $\alpha = 20^\circ$, odnosno $\lambda = \lambda_k \sqrt{1 + 13 \lambda_k}$ za $\alpha = 15^\circ$, može se odrediti zbir faktora korekture za oba zupčanika

$$x_1 + x_2 = \frac{\lambda(z_1 + z_2)}{2}$$

koji se proizvoljno deli na oba zupčanika — najbolje otprilike u obrnutoj razmeri brojeva zubaca.

Kada se želi da pri propisanom međuosnom rastojanju A_{pf} bude ostvarena sprega zupčanika sa bočnim zazorom f , rešavanje, slično ranijem, vrši se ovim redom:

$$\lambda_{kf} = \frac{A_{pf}}{A} - 1$$

$$\lambda_f = \lambda_{kf} \sqrt{1 + 7 \lambda_{kf}} \quad \text{za } \alpha = 20^\circ, \quad \text{odnosno}$$

$$\lambda_f = \lambda_{kf} \sqrt{1 + 13 \lambda_{kf}} \quad \text{za } \alpha = 15^\circ, \quad \text{i}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{\lambda_f(z_1 + z_2)}{2} \frac{f}{2m \sin \alpha}.$$

2.2.1.12 Korektura zubaca primenom evolventne funkcije

Korak na dodirnom krugu može se u opštem slučaju izraziti pomoću koraka na dodirnici e_0

$$e_d = \frac{e_0}{\cos \alpha_d}$$

gde je α_d ugao dodirnice u radu. Ugao α_d različit je od ugla dodirnice pri izradi, $\alpha_d \neq \alpha$. Korak na dodirnim krugovima $e_d = b_{d1} + b_{d2}$ gde su b_{d1} i b_{d2} debljine zubaca na dodirnim krugovima. Ove debljine zubaca izražene pomoću evolventne funkcije iznose

$$b_{d1} = 2 R_{d1} \left[\frac{1}{z_1} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) - (\operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha) \right], \quad \text{i}$$

$$b_{d2} = 2 R_{d2} \left[\frac{1}{z_2} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) - (\operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha) \right].$$

Prvi član u zagradi odgovara debljini zupca na deonom krugu za slučaj kada je osnovni profil odmaknut za $c = m x$. Ova debljina veća je od računске za $2 x m \operatorname{tg} \alpha$. Ugao koji odgovara polovini ove debljine je u opštem slučaju ψ

$$\psi = \frac{m \left(\frac{\pi}{2} + 2 x \operatorname{tg} \alpha \right)}{2 R} = \frac{1}{z} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x \operatorname{tg} \alpha \right).$$

Obim dodirnog kruga $2 \pi R_{d1} = z_1 e_d$ i $2 \pi R_{d2} = z_2 e_d$, odnosno

$$2 R_{d1} = \frac{e_d}{\pi} z_1 \quad \text{i} \quad 2 R_{d2} = \frac{e_d}{\pi} z_2.$$

Prema tome je

$$e_d = b_{d1} + b_{d2} = \frac{e_d}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + 2 x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha) \right] + \frac{e_d}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + 2 x_2 \operatorname{tg} \alpha - z_2 (\operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha) \right], \quad \text{odnosno}$$

$$0 = 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha - (z_1 + z_2) (\operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha),$$

odakle je

$$2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{inv} \alpha_d - \operatorname{inv} \alpha.$$

Ovo je osnovni obrazac za rešavanje problema korekcije zupčanika primenom evolventne funkcije.

Za slučaj da su faktori korekture x_1 i x_2 zadani (dobijeni računom ili izabrani) prvo se proračunava $\text{inv } \alpha_d$.

$$\text{inv } \alpha_d = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \text{tg } \alpha + \text{inv } \alpha$$

zatim se nalazi ugao α_d i međuosno rastojanje A_k iz relacije

$$A_k = \frac{R_{01} + R_{02}}{\cos \alpha_d} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_d}$$

Ako je zadano međuosno rastojanje A , prvo se proračunava ugao α_d :

$$\cos \alpha_d = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 A_p} \cos \alpha = \frac{A}{A_p} \cos \alpha,$$

zatim se nalazi $\text{inv } \alpha_d$ i proračunavaju faktori korekture $x_1 + x_2$:

$$x_1 + x_2 = \frac{\text{inv } \alpha_d - \text{inv } \alpha}{2 \text{tg } \alpha} (z_1 + z_2),$$

koji se dele na x_1 i x_2 na već objašnjen način.

Primer 2.8: potrebno je odrediti korigovano međuosno rastojanje zupčastog para sa $z_1=10$, $z_2=16$, $m=10$ i uglom dodirnice pri izradi $\alpha=20^\circ$ primenjujući metod korekture prema DIN 867 i primenom evolventne funkcije.

(a) prema DIN 867:

$$x_1 = \frac{14 - z_1}{17} = \frac{14 - 10}{17} = 0,235 \quad x_2 = 0$$

$$\lambda = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} = \frac{2(0,235 + 0)}{10 + 16} = 0,0181$$

$$\lambda_k = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + 13}} = \frac{0,0181}{\sqrt{1 + 13 \cdot 0,0181}} = 0,0172;$$

$$A = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{10(10 + 16)}{2} = 130 \text{ mm},$$

$$A_k = (1 + \lambda_k) A = (1 + 0,0172) \cdot 130 = 132,236 \text{ mm}.$$

(b) primenom evolventne funkcije:

$$\text{inv } \alpha_d = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \text{tg } \alpha + \text{inv } \alpha = 2 \frac{0,235 + 0}{10 + 16} \text{tg } 20^\circ + \text{inv } 20^\circ = 0,364 + 0,014904 = 0,021484.$$

$$\alpha_d = 22^\circ 29' 23''.$$

$$A_k = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_d} = \frac{10(10 + 16)}{2} \frac{0,9397}{0,9240} = 132,21 \text{ mm}.$$

Prema prvom metodu dobijeno je međuosno rastojanje $A_k=132,236$ mm, a prema drugom je $A_k=132,21$ mm, što čini razliku $\Delta A_k=0,026$ mm. Kako je drugi metod teorijski potpuno tačan, znači da se primenom prvog metoda, usled nešto povećanog međuosnog rastojanja u odnosu na teorijsko, javlja bočni zazor f :

$$f = 2 \sin \alpha_d \Delta A_k = 2 \cdot 0,3825 \cdot 0,026 = 0,0199 \text{ mm}.$$

Primer 2.9: Zupčanicu sa $z_1=20$, $z_2=28$, $m=8$ mm i uglom dodirnice pri izradi $\alpha=20^\circ$ treba da budu tako spregnuti da im međuosno rastojanje, bez bočnog zazora, bude $A_p=200$ mm. Pri rešavanju zadatka primeniti oba metoda.

(a) prema DIN 867:

$$A = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{8(20 + 28)}{2} = 192 \text{ mm}.$$

$$\lambda_k = \frac{A_p}{A} - 1 = \frac{200}{192} - 1 = 0,04167,$$

$$\lambda = \lambda_k \sqrt{1 + 7 \lambda_k} = 0,04167 \sqrt{1 + 7 \cdot 0,04167} = 0,0473,$$

$$x_1 + x_2 = \frac{\lambda(z_1 + z_2)}{2} = \frac{0,0473 \cdot (20 + 28)}{2} = 1,136.$$

(b) primenom evolventne funkcije:

$$\cos \alpha_d = \frac{A}{A_p} \cos \alpha = \frac{192}{200} \cos 20^\circ = 0,9397 = 0,9021,$$

$$\alpha_d = 25^\circ 33' 51'';$$

$$x_1 + x_2 = \frac{\text{inv } \alpha_d - \text{inv } \alpha}{2 \text{tg } \alpha} (z_1 + z_2) =$$

$$= \frac{0,032172 - 0,014904}{2 \cdot 0,364} (20 + 28) = 1,138$$

Kao što se vidi rezultat je gotovo identičan.

2.2.1.13 Uticaj ugla dodirnice

Pozitivno pomeranje osnovnog profila, čija je posledica povećanje prečnika temenih krugova zupčanika, dovodi do povećanja ugla dodirnice α_d . Ugao dodirnice α_d je ugao koji zaklapaju tangente osnovnih i dodirnih krugova spregnutih zupčanika povučene kroz centralnu tačku zupčastog sistema. Ovaj ugao razlikuje se u opštem slučaju od ugla dodirnice pri izradi. Ugao dodirnice pri izradi ravnim zupčastim alatom jednak je nagibu bočnih oštrica alata i iznosi prema standardnim propisima $\alpha=20^\circ$ (JUS M. C.1.016). Ugao dodirnice pri izradi zupčastim alatom u

obliku zupčanika odgovara, međutim, međusobnom položaju alata i sirovog zupčanika, tj. njihovom međusobnom rastojanju i dat je ovim izrazom

$$\alpha_d = \arccos \left(\frac{m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{2A'} \right) = \arccos \left(\frac{A}{A'} \cos \alpha \right),$$

gde je A' međuosno rastojanje pri izradi. Ovo je opšti izraz za proračunavanje ugla dodirnice pri radu. Izuzetno, kada je međuosno rastojanje $A = m(z_1 + z_2)/2$, biće $\alpha_d = \alpha = 20^\circ$. Danas se često propisuju faktori odmicanja osnovnog profila i za zupčanike kod kojih korektura s obzirom na podsecanje nije potrebna i to u cilju dobijanja jačih zubaca sa povoljnijim relativnim brzinama klizanja. Tada je $A' = A_k$ ili $A' = A_p$.

Povećanjem ugla dodirnice nastaju ove promene:

- (1) Zubac biva jače opterećen — normalna sila na zubac veća je pa su i vratilo i ležišta jače opterećeni;
- (2) Step en sprežanja se umanjuje;
- (3) Zubac postaje šiljatiji;
- (4) Step en iskorišćenja zubaca se umanjuje;
- (5) Relativna brzina klizanja se umanjuje;
- (6) Naponi od savijanja u korenu zubaca su pri jednakom opterećenju manji zbog pojačanog korena zupca; i
- (7) Izdržljivost zubaca na gnječenje se povećava.

2.2.1.14 Unutrašnje zupčanje

Sprega sa unutrašnjim zupčanjem sastoji se od manjeg zupčanika 1 sa uobičajenim rasporedom zubaca po spoljnoj strani venca i od većeg zupčanika 2 sa zupcima raspoređenim po unutrašnjosti venca (sl. 2.48). Sprega sa unutrašnjim zupčanjem primenjuje se u tzv. planetnim prenosnicima i tada kada to skućeni uslovi smeštaja zahtevaju.

Opšte su osobine sprege sa unutrašnjim zupčanjem u poređenju sa spoljašnjim zupčanjem: veći step en sprežanja, jednak smer obrtanja spregnutih zupčanika, mirniji rad, manja zapremina prenosnika, središta zupčanika na jednoj strani centralne linije posmatrajući od središta O zupčastog sistema, bolja prilagodjenost spregnutih profila zubaca, teža izrada, veća opasnost zaglavljivanja, potreba za izvesnom razlikom u broju zubaca većeg i manjeg zupčanika.

Evolventni profil zubaca većeg zupčanika dobija se kotrljanjem generatrise po osnovnom krugu poluprečnika O_2K_2 — sa razlikom što je ovde konkavna strana evolvente iskorišćena za rad. Manji zupčanik dobija se na ranije opisani način.

Pri temenoj visini $h_s = k m$ i dubini podnožja $h_f = 1,2 m$ glavne mere iznose:

(a) za manji zupčanik

$$D_1 = m z_1$$

$$D_{s1} = m(z_1 + 2k)$$

$$D_{t1} = m(z_1 - 2,4)$$

b) za veći zupčanik

$$D_2 = m z_2$$

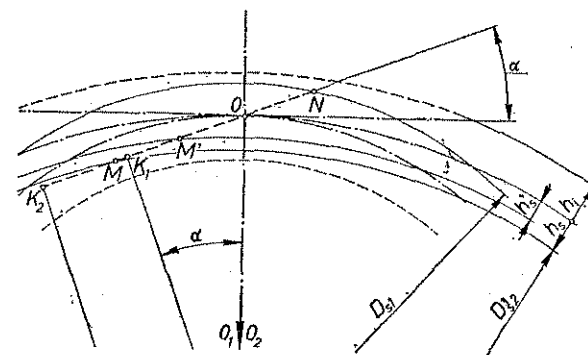
$$D_{s2} = m(z_2 - 2k)$$

$$D_{t2} = m(z_2 + 2,4)$$

i međuosno rastojanje

$$A = m(z_2 - z_1)/2.$$

U sprezi sa unutrašnjim zupčanjem aktivna dužina dodirnice MN proteže se između presečnih tačaka dodirnice i temenih krugova (sl. 2.48). Praktično upotrebljivi deo dodirnice nalazi se desno od tačke K_1 ; stoga se tačka M dodirnice mora nalaziti desno od tačke K_1 .



Sl. 2.48 — Sprega sa unutrašnjim zupčanjem

Da bi zupci većeg zupčanika imali evolventni profil sve do temena, ne sme prečnik temenog kruga većeg zupčanika biti manji od prečnika osnovnog kruga: $D_{s2} \geq D_{02}$. Prečnik temenog kruga većeg zupčanika zavisi sem toga i od dužine evolventnog dela podnožja manjeg zupčanika. Ukoliko je broj zubaca manjeg zupčanika manji, utoliko je evolventni deo njegovog podnožja kraći pa će s tim u vezi i temena visina zubaca većeg zupčanika biti manja. Faktor temene visine zubaca većeg zupčanika zavisi, prema tome, od broja zubaca manjeg i većeg zupčanika. Razlika brojeva zubaca većeg i manjeg zupčanika, $z_2 - z_1$, treba da je najmanje

10 do 15 i to za slučaj radijalnog sklapanja treba da je najmanje 15, i za slučaj aksijalnog sklapanja najmanje 10. Za slučaj aksijalnog sklapanja, ako je razlika $z_2 - z_1 = 10$, Visman (*Wissmann*) daje podatke o faktoru temene visine zubaca većeg zupčanika (v. tab. 2.8).

Tablica 2.8.

Faktor temene visine većeg zupčanika

z_2	20...22	23...26	27...31	32...39	40...51	52...74	75...130	>130
k	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95

Korektura zubaca može se primeniti i u slučaju sprege sa unutrašnjim zupčanjem. Osnovni obrazac ima tada ovaj oblik

$$\text{inv } \alpha_d = 2 \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} \text{tg } \alpha + \text{inv } \alpha.$$

Korigovano međuosno rastojanje je

$$A_k = A \cos \alpha / \cos \alpha_d.$$

gde je $A = m(z_2 - z_1)/2$.

2.2.2 ZUPČANICI SA HELIKOIDNIM ZUPCIMA

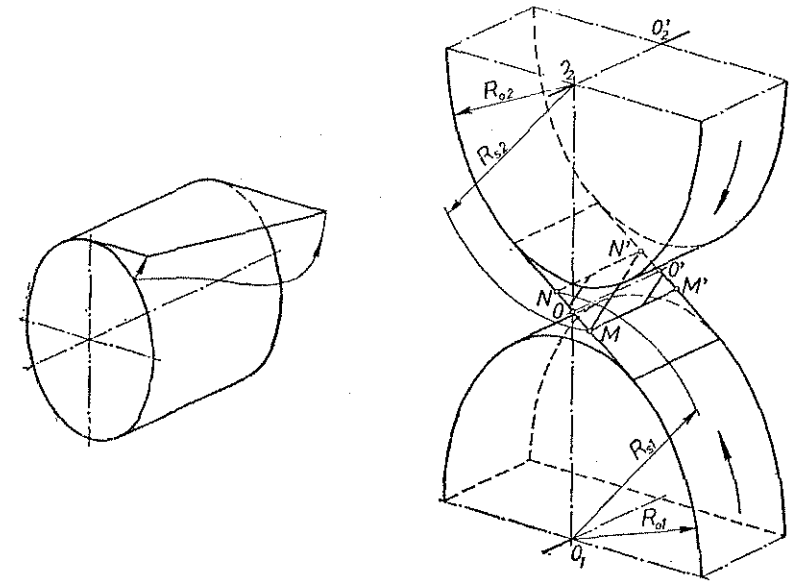
2.2.2.1 Opšti pogled

Bokovi evolventnih zupčanika sa helikoidnim zupcima postaju odmotavanjem zamišljene koso zasečene hartije sa osnovnog cilindra (sl. 2.49). Zamisle li se dva osnovna cilindra vezana zategnutom namotanom hartijom koja se odmotava sa jednog i namotava na drugi cilindar, tada će niz pravih koso povučениh paralelnih linija, razmaknutih za korak na dodirnici, predstavljati dodirne linije spregnutih helikoidnih zubaca. Zamišljena hartija predstavlja dodirnu ravan. Njen aktivni deo omeđen je preseccima sa jednim i drugim temenim cilindrom. Sve dodirne linije unutar aktivnog dela dodirne ravni jednovremeno su u sprezi. Sprega svakog para helikoidnih zubaca počinje u jednoj tački. Napredovanjem sprege, dodir se proširuje na sve dužu duž da bi se na kraju sprege ponovo sveo na jednu tačku.

Prava dodirna linija znači da se na svakom helikoidnom zupcu, usled njegovog postanka — odmotavanje koso zasečene hartije kod koje koso zasečen kraj ocrtava evolventnu helikoidnu površinu — može povući bezbroj pravih linija. Sve ove linije su dodirne linije. Dodir počinje kada krajnja temena tačka predajnog zupca dotakne odgovarajuću tačku podnožnog dela prijemnog zupca. U tom

trenutku, kod zupčanika dovoljne dužine, sprega se odvija duž nekoliko dodirnih linija, tako da je ulazak u spregu svakog novog para skoro neosetan, što ima za posledicu miran rad ovih zupčanika.

Ugao nagiba dodirnih linija prema osi zupčanika kreće se između 10 i 30°. Ovaj ugao, merodavan za proračun, daje se u odnosu na deoni cilindar, a predstavlja nagib helikoide na tom cilindru.



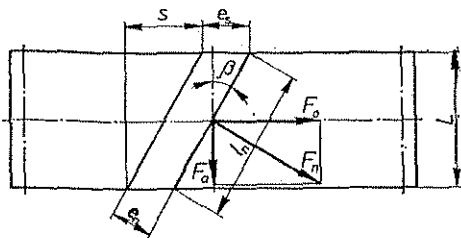
Sl. 2.49 — Postanak boka evolventnog helikoidnog zupca (levo) i dodirna ravan sa dodirnim linijama zubaca helikoidnih zupčanika

Na zupčanicima sa helikoidnim zupcima treba razlikovati bočni korak e_s , od koraka u ravni normalnoj na zupce, tzv. normalnog koraka e_n

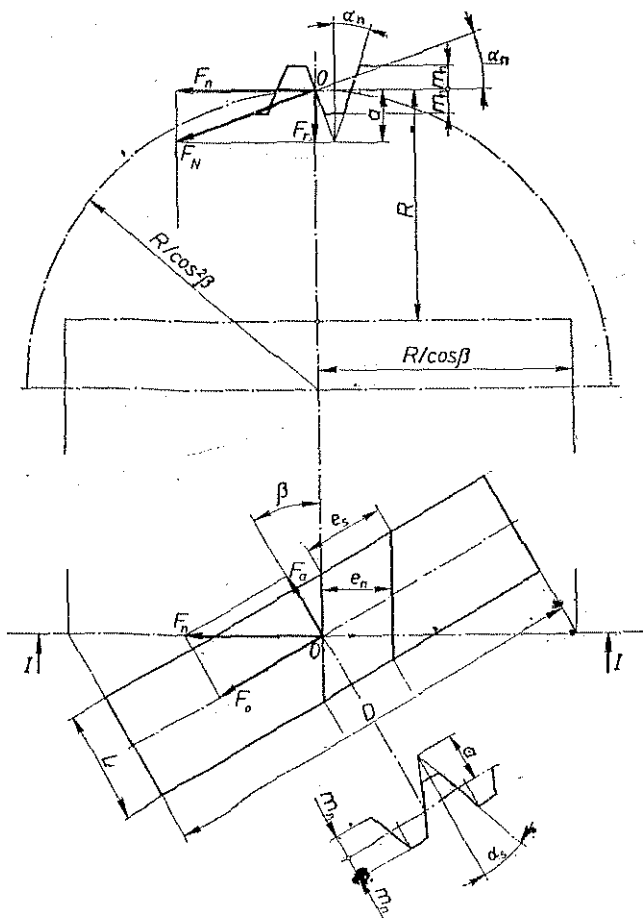
$$e_n = e_s \cos \beta.$$

Dodirni period para spregnutih helikoidnih zubaca duži je nego u zupčanika sa pravim zupcima jednake dimenzije pošto dodir počinje kada nailazni deo boka predajnog zupca dođe u dodir sa svojim prijemnim parom i prestaje kada suprotna strana boka završi sprežanje. Dodirni luk povećan je, prema tome, za dužinu projekcije zupca na dodirni cilindar, tako da je stepen sprežanja

$$\epsilon_s = \frac{l_{os} + s}{e_s} = \frac{l_s}{e_s \cos \alpha_s} + \frac{L \text{tg } \beta}{e_s} = \epsilon + \epsilon_\beta,$$



Sl. 2.50 — Osnovni parametri helikoidnog zupčanika: e_n — normalni korak, e_s — bočni korak, s — bočni raspon, β — ugao nagiba helikoide na deonom cilindru



Sl. 2.51 — Stvarni i fiktivni zupčanik (F_N — normalna sila na zubac, F_n — projekcija normalne sile F_N u tangencijalnoj ravni, F_r — radijalna sila, F_0 — obimna sila i F_a — aksijalna sila)

gde je: e_s — bočni korak,
 l_{os} — dužina dodirnog luka,
 l_s — aktivna dužina dodirnice,
 α_s — ugao dodirnice u bočnoj ravni,
 L — bočna dužina zupca (=aksijalna dužina zupca),
 s — bočni raspon helikoidnog zupca (=projekcija dužine zupca na projekciju deonog cilindra).

Bočni raspon $s=L \operatorname{tg} \beta$ (sl. 2.50).

Obrazac za stepen sprezanja zupčanika sa helikoidnim zupcima sastoji se od dva člana: ϵ i ϵ_β ; prvi član ϵ je poznati stepen sprezanja za prave zupce a ϵ_β je dopunski stepen sprezanja za helikoidne zupce, koji je utoliko veći ukoliko je veći bočni raspon s . Zbog toga može biti $\epsilon_\beta > 2$ što se vrlo povoljno odražava na sprezanje ovakvih zupčanika.

U radu zupčanika sa helikoidnim zupcima javlja se aksijalna sila $F_a = F_0 \operatorname{tg} \beta$ (sl. 2.51), gde je F_0 periferna sila. Zbog aksijalne sile mora se predvideti aksijalno ležište ili, ukoliko je ona umerena, radijalno ležište sposobno za primanje aksijalnih opterećenja. Aksijalna sila je veća kada je veći ugao β ; zato se ne preporučuje $\beta > 20^\circ$. Radi poništavanja aksijalne sile može se upotrebiti zupčanik sa dva reda suprotno nagnutih zubaca, tzv. strelastih zubaca. Kod strelastih zubaca aksijalne sile se poništavaju u samom zupčaniku što omogućuje primenu većih uglova nagiba zavojnice zupca.

Helikoidni zupci spregnutih zupčanika imaju suprotan nagib; jedne su zavojnice desnog, druge levog nagiba.

2.2.2.2 Stvarni i fiktivni zupčanik

Presek ravni $I-I$ (sl. 2.51), upravne na zubac u tački O , sa stvarnim deonim cilindrom prečnika D je elipsa koja se na mestu sprezanja podudara sa fiktivnim zupčanikom sa pravim zupcima. Sva ranije izvedena pravila o zupčanju vrede i za zupčanik sa helikoidnim zupcima kada se primene na ovaj fiktivni zupčanik. Stvarno je evolventni profil zupca u normalnoj ravni tačan samo u temenu elipse (u tački O), a na ostalim mestima utoliko netačniji, ukoliko su posmatrana mesta više udaljena od temena O . Za izradu zupca nema to praktičnog značaja.

Poluprečnik deonog kruga fiktivnog zupčanika jednak je poluprečniku krivine elipse u tački O normalnog preseka; poluprečnik krivine elipse R_n je količnik kvadrata velike poluose $R/\cos \beta$ i male poluose R

$$R_n = \frac{R^2/\cos^2 \beta}{R} = \frac{R}{\cos^2 \beta} \quad \text{odn.} \quad D_n = \frac{D}{\cos^2 \beta};$$

prečnik D_n pripada deonom krugu fiktivnog zupčanika sa pravim zupcima; krug prečnika D_n je osnova za proučavanje sprege zupčanika sa helikoidnim zupcima.

Veza između bočnog modula m_s i normalnog modula m_n data je izrazom

$$m_n = e_n / \pi = \frac{e_s \cos \beta}{\pi} = m_s \cos \beta.$$

Normalni modul m_n treba da odgovara standardnom modulu prema tablici 2.1 da bi se zupčanici sa helikoidnim zupcima mogli izrađivati istim alatom kao i zupčanici sa pravim zupcima. Zbog toga je uobičajeno da ugao dodirnice u normalnoj ravni bude i za zupčanike sa helikoidnim zupcima $\alpha_n = 20^\circ$. Osnovni zupčani profil koji odgovara normalnom preseku (sl. 2.51) služi kao polazni profil i za zupčanike sa helikoidnim zupcima. U preseku sa strane dobija se »bočni osnovni profil«; on se razlikuje od normalnog osnovnog profila u uglu dodirnice, koraku, debljini zupca i debljini međuzublja. Bočni ugao dodirnice α_s zavisi od uglova α_n i β što se vidi iz odnosa (v. sl. 2.51).

$$\cos \beta = \frac{e_n}{e_s} = \frac{4 a \operatorname{tg} \alpha_n}{4 a \operatorname{tg} \alpha_s} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{tg} \alpha_s};$$

odakle se dobija

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta.$$

Pomoću osnovnog obrasca za fiktivni zupčanik $D_n = m_n z_n$, gde je z_n broj zubaca fiktivnog zupčanika, dolazi se do veze između stvarnog i fiktivnog broja zubaca

$$D / \cos^2 \beta = m_s z_n \cos \beta \quad D / m_s = z_n \cos^3 \beta$$

$$z = z_n \cos^3 \beta.$$

Stvarni broj zubaca z mora biti ceo broj, dok fiktivni broj zubaca z_n može biti bilo koji broj. Stvarni broj zubaca manji je od fiktivnog.

Glavne su stvarne mere zupčanika sa helikoidnim zupcima kada se kao osnova uzme normalni modul, koji je merodavan za izradu i proračun, i za slučaj da je faktor korekture jednak nuli:

prečnik deonog kruga

$$D = m_s z = m_n z_n / \cos \beta$$

prečnik temenog kruga

$$D_s = D + 2 m_n$$

prečnik podnožnog kruga

$$D_i = D - 2,4 m_n$$

prečnik osnovnog kruga

$$D_0 = D \cos \alpha_s$$

međuosno rastojanje

$$A = (D_2 \pm D_1) / 2$$

gde se znak minus odnosi na unutrašnje zupčanje.

2.2.2.3 Izrada i obrada

Zupčanici sa helikoidnim zupcima izrađuju se najčešće obradom rezanjem primenom istih postupaka kao i za izradu zupčanika sa pravim zupcima. Osnovica za izbor alata je normalni modul m_n , a za prenosni odnos pri izradi osnovica je fiktivni broj zubaca Z_n . Za obradu bokova helikoidnih zubaca ljuštenjem, brušenjem i glačanjem primenjuju se isti postupci kao i za prave zupce.

2.2.2.4 Sile i opterećenje vratila

Sila F_N (sl. 2.51) koja deluje na zubac leži u pravcu dodirnice u normalnom preseku; ona se može razložiti na dve komponente: radijalnu F_r i normalnu F_n . U ravni koja tangira deoni cilindar može se normalna komponenta F_n opet razložiti na dve komponente: aksijalnu F_a i tangencijalnu (periferu, obimnu) F_o . Vezu između pojedinih komponentata pružaju ovi obrasci

$$F_n = F_o / \cos \beta$$

$$F_N = F_n / \cos \alpha_n = \frac{F_o}{\cos \alpha_n \cos \beta}$$

$$F_r = F_N \sin \alpha_n = F_o \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$$

$$F_a = F_n \sin \beta = F_o \operatorname{tg} \beta.$$

Prilikom određivanja opterećanja vratila treba izdvojiti ove tri sile: radijalnu F_r , perifernu F_o i aksijalnu F_a .

Radijalna sila F_r savija vratila nastojeći da ih razmakne u radijalnom pravcu. Periferna sila F_o savija i uvija vratila, a aksijalna sila F_a sem što savija vratila nastoji da ih pomera u aksijalnom pravcu. Smer sile F_o i F_a određuje se na način objašnjen u Mašinskim elementima II, čl. 1.2.5.

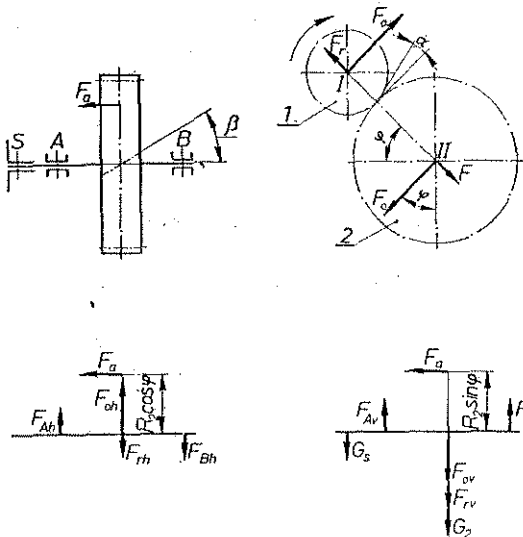
Periferna sila određuje se na osnovu obrtnog momenta M_0 [N m] ili na osnovu snage P [W] i ugaone brzine ω [rad.s⁻¹]

$$F_o = M_0 / R = 2 M_0 / D = \frac{2 P}{\omega D} \text{ [N]}$$

gde je $D = 2 R$ [m] prečnik stvarnog dodirnog kruga zupčanika.

Sile F_r i F_a proračunavaju se po ranije datim obrascima na osnovu sile F_o .

Primer 2.10: Vratilo II (sl. 2.52) prima snagu pomoću zupčastog para 1—2 sa helikoidnim zupcima i predaje je spojnicom S dalje. Zadati su sila F_0 , težina G_s spojnice S, i težina G_2 zupčanika 2; dati su zatim uglovi: dodirnice α_n , nagib zubaca β i položaja centralne linije zupčanika ka horizontali, kao i prečnik D_2 zupčanika 2.



Sl. 2.52 — Shema opterećenja vratila II (vratilo I je predajno vratilo)

Treba nacrtati shemu opterećenja vratila II u horizontalnoj i vertikalnoj ravni za dati smer obrtanja. Sve tri sile od sprege zupčanika razložene su na horizontalne i vertikalne komponente. Tada dejstvuju:

U horizontalnoj ravni

u tački S: $F_{sh}=0$

u tački 2: $F_{2h}=F_r \cos \varphi - F_0 \sin \varphi$ i spreg $F_a R_2 \cos \varphi$

U vertikalnoj ravni

u tački S: $F_{sv}=G_s$

u tački 2: $F_{2v}=G_2 + F_r \sin \varphi + F_0 \cos \varphi$ i spreg $F_a R_2 \sin \varphi$.

U tački 2 dejstvuje još i sila F_a značajna za proračun nosivosti ležišta i za proračun onog dela vratila koji je izložen istezanju ili pritiskivanju, prema tome sa koje strane zupčanika je ležište osposobljeno za prijem aksijalne sile.

2.2.2.5 Stepen sprezanja

U obrascu za stepen sprezanja zupčanika sa helikoidnim zupcima (čl. 2.2.2.1) pojavljuje se aktivna dužina dodirnice l_s u bočnoj ravni. U duhu izlaganja izne-

senih u čl. 2.2.1.7 biće za helikoidne zupce

$$l_s = \sqrt{\left(\frac{m_s z_1}{2} + k_1 m_s \cos \beta\right)^2 - \left(\frac{m_s z_1}{2} \cos \alpha_s\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{m_s z_2}{2} + k_2 m_s \cos \beta\right)^2 - \left(\frac{m_s z_2}{2} \cos \alpha_s\right)^2} - \left(\frac{m_s z_1}{2} + \frac{m_s z_2}{2}\right) \sin \alpha_s,$$

$\epsilon_B = \frac{4 \cdot \sin^2 \beta}{\gamma}$

odakle se dobija, pri $k_1 = k_2 = 1$

$$l_s = \frac{m_s}{2} \left[\sqrt{(z_1 + 2 \cos \beta)^2 - (z_1 \cos \alpha_s)^2} + \sqrt{(z_2 + 2 \cos \beta)^2 - (z_2 \cos \alpha_s)^2} - (z_1 + z_2) \sin \alpha_s \right].$$

Pošto je bočni stepen sprezanja $\epsilon = l / (e_s \cos \alpha_s)$, biće krajnji obrazac za

$$\epsilon = \frac{1}{2 \pi \cos \alpha_s} \left[\sqrt{(z_1 + 2 \cos \beta)^2 - z_1^2 \cos^2 \alpha_s} + \sqrt{(z_2 + 2 \cos \beta)^2 - z_2^2 \cos^2 \alpha_s} - (z_1 + z_2) \sin \alpha_s \right],$$

a ukupni stepen sprezanja: $\epsilon_s = \epsilon + \epsilon_B$.

Stepen sprezanja zupčanika sa helikoidnim zupcima može imati znatne vrednosti zbog dodatka ϵ_B , što je vrlo povoljno za rad. Dodatak ϵ_B utoliko je veći ukoliko je zubac duži, a ugao β veći.

2.2.2.6 Granični broj zubaca

Granični broj zubaca, za slučaj izrade pravim zupčastim alatom, slično se može odrediti kao i za prave zupce (čl. 2.2.1.9) pa je prema tome

$$4 k \cos \beta - 2 z_{go} \sin^2 \alpha_s = 0,$$

odakle je

$$z_{go} = \frac{2 k \cos \beta}{\sin^2 \alpha_s}$$

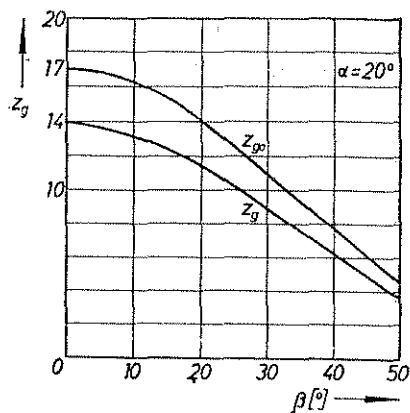
što za $k=1$ daje

$$z_{go} = \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_s}$$

Ovaj se izraz obično zamenjuje približnim, ali praktično dovoljno tačnim izrazom

$$z_{go} = z_{ngo} \cos^3 \beta$$

svodenjem na granični fiktivni broj zubaca z_{ng} . (v. 2.2.2.2). Kada se dopušta minimalno podsecanje, stvarni granični broj zubaca iznosi



Sl. 2.53 — Zavisnost graničnog broja helikoidnih zubaca z_g od ugla nagiba zubaca β

$$z_g = z_{ng} \cos^3 \beta.$$

Ovde je z_{ng} praktično dopušteni granični broj zubaca fiktivnog zupčanika; $z_{ng}=14$ za $\alpha_n=20^\circ$.

Granični broj helikoidnih zubaca zavisi od ugla β . Povećanjem ugla β smanjuje se granični broj zubaca, tj. opasnost od podsecanja helikoidnih zubaca nastaje pri manjem broju zubaca nego što je slučaj sa pravim zupcima. Zavisnost praktičnog graničnog broja helikoidnih zubaca od ugla β data je na sl. 2.53; npr. pri $\beta=20^\circ$ je $z_g=12$ (prvi veći ceo broj) za $\alpha_n=20^\circ$.

2.2.2.7 Korektura zupčanika sa helikoidnim zupcima

Načela korigovanja zupčanika, iznesena u čl. 2.2.1.10 i 11, ostaju na snazi i za zupčanike sa helikoidnim zupcima, uz uslov da se primene na fiktivni zupčanik. Kada zupčanik ima broj zubaca z manji od graničnog broja z_g , može se povećanjem ili smanjivanjem temenog kruga zupčanika izbeći podsecanje. Pri tom se, kao što je poznato, osnovni profil odmice ili primiće zupčaniku. Faktor pomeranja osnovnog profila iznosi:

$$x_n = \frac{14 - z_n}{17} = \frac{14 - \frac{z}{\cos^3 \beta}}{17}$$

za ugao dodirnice $\alpha_n=20^\circ$.

Ovde je z stvarni broj zubaca ($z < z_g$), a z_n je broj zubaca fiktivnog zupčanika računat prema stvarnom broju zubaca z ($z_n < z_{gn}$).

I za zupčanike sa helikoidnim zupcima postoji minimalni dopušteni broj zubaca radi izbegavanja pojave šiljka na vrhu zupca. Minimalni broj zubaca zavisi od ugla β i iznosi

$$z_{min} = z_{n\ min} \cos^3 \beta$$

gde je $z_{n\ min}$ minimalni broj zubaca fiktivnog zupčanika sa pravim zupcima; $z_{n\ min}=7$ za $\alpha_n=20^\circ$. Zavisnost stvarnog minimalnog broja zubaca zupčanika sa helikoidnim zupcima zavisi od ugla β data je na sl. 2.54.

Korigovani zupčanici I vrste. Uslovi za primenu korekture I vrste istovetni su kao i za zupčanike sa pravim zupcima. Glavne mere korigovanih zupčanika sa helikoidnim zupcima su;

prečnik deonog kruga

$$D = m_n z / \cos \beta,$$

prečnik temenog kruga

$$D_s = m_n (z / \cos \beta + 2 \pm 2 x),$$

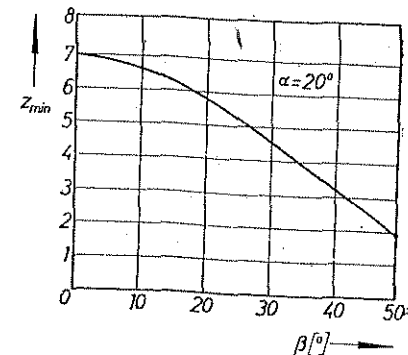
prečnik podnožnog kruga

$$D_t = m_n (z / \cos \beta - 2,4 \pm 2 x);$$

gde gornji znak ispred $2x$ važi za manji zupčanik.

Teorijsko međuosno rastojanje zupčanika

$$A = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}$$



Sl. 2.54 — Zavisnost minimalnog broja zubaca helikoidnih zubaca od ugla nagiba zubaca β

može biti povećano na A_f kada se želi da se u sprezi postigne izvestan bočni zazor f

$$A_f = A + f / (2 \sin \alpha_s).$$

Korektura I vrste primenljiva je i na zupčanike sa unutrašnjim zupčanjem; tada je faktor korekture jednak za oba zupčanika i po veličini i po znaku.

Primer 2.11: Odrediti glavne mere zupčanika sa helikoidnim zupcima kada je $z_1=9$, $z_2=20$, $m_n=10$ mm, $\alpha_n=20^\circ$ i $\beta=15^\circ$.

Granični broj zubaca za $\beta=15^\circ$ i $\alpha_n=20^\circ$ je $z_g=13$ (sl. 2.53) pa navedeni zupčanici mogu biti korigovani po I vrsti, pošto je $z_1=9 < 13$, $z_2=20 > 13$, a njihov zbir $z_1+z_2=29 > 26 (=2z_g)$.

$$\text{Faktor korekture iznosi } x_n = \frac{14 - z_1 / \cos^3 \beta}{17} = \frac{14 - 9 / 0,966^3}{17} = 0,235 \text{ pa je odmicanje}$$

osnovnog profila od manjeg zupčanika $c_1 = +x_n m_n = +0,235 \cdot 10 = 2,35$ mm, a primicanje osnovnog profila većem zupčaniku $c_2 = -x_n m_n = -0,235 \cdot 10 = -2,35$ mm.

Glavne su mere manjeg zupčanika

$$D_1 = m_n z_1 / \cos \beta = 10 \cdot 9 / 0,966 = 93,17 \text{ mm}$$

$$D_{s1} = D_1 + m_n (2 + 2 x_n) = 93,2 + 10 (2 + 2 \cdot 0,235) = 117,87 \text{ mm}$$

$$D_{t1} = D_1 - m_n (2,4 - 2 x_n) = 93,2 - 10 (2,4 - 2 \cdot 0,235) = 73,87 \text{ mm}$$

Glavne su mere većeg zupčanika

$$D_2 = m_n z_2 / \cos \beta = 10 \cdot 20 / 0,966 = 207,04 \text{ mm}$$

$$D_{s2} = D_2 + m_n (2 - 2 x_n) = 207,04 + 10 (2 - 2 \cdot 0,235) = 222,34 \text{ mm}$$

$$D_{t2} = D_2 - m_n (2,4 + 2 x_n) = 207,04 - 10 (2,4 + 2 \cdot 0,235) = 178,34 \text{ mm.}$$

Međuosno rastojanje zupčanika, bez bočnog zazora, iznosi

$$A = m_n / \cos \beta \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{10(9+20)}{2 \cdot 0,966} = 150,1035 \text{ mm.}$$

Korigovani zupčanici II vrste. Uslovi korekture istovetni su kao i za zupčanike sa pravim zupcima koji pripadaju II vrsti. Glavne mere zupčanika sa helikoidnim zupcima, korigovanih po II vrsti su:

prečnik računskog deonog kruga $D = m_n z / \cos \beta$

prečnik temenog kruga $D_s = m_n (z / \cos \beta + 2 \pm 2 x_n - 2 k)$

prečnik podnožnog kruga $D_i = m_n (z / \cos \beta - 2,4 \pm 2 x_n)$.

Korigovano međuosno rastojanje proračunava se po obrascu

$$A_k = (1 + \lambda_{kn}) A = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} (1 + \lambda_{kn}),$$

gde je $A = m_n (z_1 + z_2) / (2 \cos \beta)$, a λ_{kn} faktor koji se proračunava pomoću obrasca (za $\alpha_n = 20^\circ$)

$$\lambda / \lambda_{kn} = \sqrt[3]{1 + 13 \lambda_n},$$

gde je $\lambda_n = 2 (x_1 + x_2) \cos \beta / (z_1 + z_2)$.

Uobičajeni temeni zazor $f_h = 0,2 m_n$, može se postići skraćivanjem temene visine zubaca za $k m_n$, gde je faktor k

$$k = \frac{(\lambda_n - \lambda_{kn}) (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}.$$

Primer 2.12: Potrebno je odrediti glavne mere zupčanika sa helikoidnim zupcima kada je $z_1 = 9$, $z_2 = 12$, $m_n = 10$ mm, $\alpha_n = 20^\circ$ i $\beta = 15^\circ$.

Granični broj zubaca za $\alpha_n = 20^\circ$ i $\beta = 15^\circ$ je $z_g = 13$, pa su uslovi za korigovanje po II vrsti ispunjeni pošto je $z_1 < z_g$ i $z_2 < z_g$.

Faktori korekture iznose

$$x_{n1} = \frac{14 - z_1 / \cos^3 \beta}{17} = \frac{14 - 9 / 0,966^3}{17} = 0,236 \text{ i}$$

$$x_{n2} = \frac{14 - z_2 / \cos^3 \beta}{17} = \frac{14 - 12 / 0,966^3}{17} = 0,04.$$

Glavne su mere manjeg zupčanika

$$D_1 = m_n z_1 / \cos \beta = 10 \cdot 9 / 0,966 = 93,17 \text{ mm}$$

$$D_{s1} = m_n (z_1 / \cos \beta + 2 + 2 x_{n1}) = 10 (9 / 0,966 + 2 + 2 \cdot 0,236) = 117,87 \text{ mm}$$

$$D_{i1} = m_n (z_1 / \cos \beta - 2,4 + 2 x_{n1}) = 10 (9 / 0,966 - 2,4 + 2 \cdot 0,236) = 73,87 \text{ mm}$$

Glavne su mere većeg zupčanika

$$D_2 = m_n z_2 / \cos \beta = 10 \cdot 12 / 0,966 = 124,22 \text{ mm}$$

$$D_{s2} = D_2 + m_n (2 + 2 x_{n2}) = 124,22 + 10 (2 + 2 \cdot 0,04) = 145 \text{ mm}$$

$$D_{i2} = D_2 - m_n (2,4 - 2 x_{n2}) = 124,22 - 10 (2,4 - 2 \cdot 0,04) = 101 \text{ mm}$$

Za određivanje međuosnog rastojanja bez bočnog zazora potrebne su ove veličine

$$\lambda_n = \frac{2 (x_{n1} + x_{n2}) \cos \beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 (0,263 + 0,04) \cdot 0,966}{9 + 12} = 0,0254, \text{ i}$$

$$\lambda_{kn} = \frac{\lambda_n}{\sqrt[3]{1 + 13 \lambda_n}} = \frac{0,0254}{\sqrt[3]{1 + 13 \cdot 0,0254}} = 0,0237,$$

pa je, na osnovu toga, korigovano međuosno rastojanje bez bočnog zazora

$$A_k = \frac{m_n (z_1 + z_2) (1 + \lambda_{kn})}{2 \cos \beta} = \frac{10 (9 + 12) (1 + 0,0237)}{2 \cdot 0,966} = 111,26 \text{ mm.}$$

Korigovani zupčanici III vrste. Postupak korigovanja istovetan je postupku korigovanja zupčanika sa pravim zupcima. Prvo se iz obrasca

$$A_p = (1 + \lambda_{kn}) A$$

proračuna

$$\lambda_{kn} = \frac{A_p}{A} - 1,$$

i iz obrasca

$$\lambda_n / \lambda_{kn} = \sqrt[3]{1 + 7 \lambda_n}$$

nalazi λ_n . Tada je

$$x_{n1} + x_{n2} = \frac{\lambda_n (z_1 + z_2)}{2}.$$

Zbir $x_{n1} + x_{n2}$ deli se na x_{n1} i x_{n2} na način objašnjen u 2.2.1.11.

2.2.2.8 Korektura zupčanika sa helikoidnim zupcima primenom evolventne funkcije

Korigovanje zupčanika sa helikoidnim zupcima primenom evolventne funkcije vrši se na identičan način kao za zupčanike sa pravim zupcima.

Podi li se od debljine zupca na proizvoljno odabranom krugu prečnika $2 R_x$, dobija se

$$b_x = 2 R_x [1/z(\pi/2 + 2 x_n \operatorname{tg} \alpha_n) - (\operatorname{inv} \alpha_x - \operatorname{inv} \alpha_s)],$$

gde je $x_n = \frac{14 - z_n}{17}$, $\alpha_n = 20^\circ$ — ugao dodirnice u normalnom preseku, ugao

$\alpha_x = \arccos (R \cos \alpha_s / R_x)$, $R = m_n z / 2$, i α_s ugao dodirnice u bočnoj ravni,

$\alpha_s = \arctg(\operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta)$. Ugao β je ugao nagiba helikoide u odnosu na osu zupčanika, meren na deonom cilindru.

Iz obrasca za debljine zubaca na dodirnim krugovima korigovanih zupčanika dobija se analogno čl. 2.2.1.12

$$2 \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{inv} \alpha_{ds} - \operatorname{inv} \alpha_s$$

gdje je α_{ds} ugao dodirnice u bočnoj ravni za korigovano međuosno rastojanje A_k .

Oдавде je

$$\operatorname{inv} \alpha_{ds} = \frac{2(x_{n1} + x_{n2})}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha_s$$

$$A_k = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_{ds}}$$

U slučaju da je međuosno rastojanje zadato prvo se proračunava $\cos \alpha_{ds}$

$$\cos \alpha_{ds} = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 A_p \cos \beta} \cos \alpha_s$$

zatim $\operatorname{inv} \alpha_{ds}$ i zbir $x_{n1} + x_{n2}$

$$x_{n1} + x_{n2} = \frac{\operatorname{inv} \alpha_{ds} - \operatorname{inv} \alpha_s}{2 \operatorname{tg} \alpha_n} (z_1 + z_2)$$

Ovaj zbir deli se na ranije opisani način na x_{n1} i x_{n2} .

Primer 2.13: Za podatke iz primera 2.12 proračunati korigovano međuosno rastojanje A_k primenom evolventne funkcije.

U primeru 2.12 proračunati su $x_{n1} = 0,236$ i $x_{n2} = 0,04$. Ugao α_s dobija se iz $\operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta = 0,364/0,966 = 0,37681$, odakle je $\alpha_s = 20^\circ 38' 50''$ i $\operatorname{inv} \alpha_s = 0,016452$, pa je

$$\operatorname{inv} \alpha_{ds} = 2 \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha_s = 2 \frac{0,236 + 0,04}{9 + 12} 0,36397 + 0,016452 = 0,026019$$

što odgovara uglu $\alpha_{ds} = 23^\circ 54' 15''$.

Traženo međuosno rastojanje je

$$A_k = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_{ds}} = \frac{10(9 + 12)}{2 \cdot 0,96593} \frac{0,93577}{0,91425} = 111,261 \text{ mm,}$$

što je za 0,001 mm veće od vrednosti dobijene u primeru 2.12 primenom metoda prema din 867.

2.2.2.9 Pregled osobina zupčanika sa helikoidnim zupcima

Odluke su zupčanika sa helikoidnim zupcima u poređenju sa zupčanicima sa pravim zupcima:

- (1) veći stepen sprežanja,
- (2) manje dimenzije pri jednakom obrtnom momentu,
- (3) mirniji rad,
- (4) mogućnost savlađivanja jačih prenosnih odnosa ($i = 15 \div 20$ i više),
- (5) manji granični broj zubaca,
- (6) ravnomernija podela opterećenja, i
- (7) veće dopuštene periferne brzine (i preko 100 m/s).

Iznesene odlike dolaze utoliko više do izražaja ukoliko je ugao β veći.

Mane su zupčanika sa helikoidnim zupcima u poređenju sa zupčanicima sa pravim zupcima:

- (1) Pojava aksijalne sile, izuzimajući zupčanike sa strelastim zupcima, i
- (2) nemogućnost međusobnog sprežanja niza zupčanika (ne postoji razmenljivost).

Primena zupčanika sa helikoidnim zupcima naročito je pogodna i opravdana kada se radi o prenošenju velikih snaga, kada se radi o velikim perifernim brzinama, o jakim prenosnim odnosima, ili kada se mnogo polaže na ublažavanje bučnog rada zupčanika. Zupčanici sa helikoidnim zupcima nalaze se vrlo često u savremenim reduktorima (na drumskim vozilima, avionima, mašinama alatkama, turboagregatima i dr.).

2.3 PRORAČUN

2.3.1 IZBOR PRENOSNOG ODNOSA I BROJA ZUBACA

Prenosni odnos zavisi od zadatka koji zupčani prenosnik treba da obavi, a ostvaruje se podesnim izborom broja zubaca. Obično se usvaja broj zubaca manjeg zupčanika (z_1), koji je najčešće predajni. Manji zupčanik je ugroženiji od većeg jer su mu zupci po obliku slabiji i jer češće ulaze u spregu.

Na izbor prenosnog odnosa i broja zubaca mogu uticati mnogi činioci na prvom mestu namena zupčanog prenosnika, zatim osobine obrtnog momenta, raspoloživ prostor, težina, cena materijala i dr. S obzirom na namenu prenosni odnos može biti ili tačno propisan (sinhronizovana sprega) ili u većoj ili manjoj meri proizvoljan.

Kada se radi o mitnom pogonu tj. nepromenljivom obrtnom momentu, trošice se zupci spregnutih zupčanika podjednako pod uslovom da je materijal manjeg zupčanika srazmerno otporniji protiv trošenja od materijala većeg zupčanika. Kada je obrtni moment periodično promenljiv ili kada se javljaju periodični udari u radu mašine, troše se brže uvek isti zupci, i to oni zupci koji ulaze u spregu u trenucima najjačeg opterećenja ako je prenosni odnos ceo broj npr. 2, 3, 4 itd. Pravilnim izborom prenosnog odnosa može se ujednačiti trošenje zubaca bar jednog zupčanika (npr. prijemnog), a ublažiti trošenje zubaca drugog zupčanika (predajnog) izborom otpornijeg materijala. Ukoliko prenosni odnos nije tačno propisan zbog funkcije mašine, pravilan izbor prenosnog odnosa sastoji se u tome da izabrani brojevi zubaca ne budu međusobno deljivi; to se postiže npr. izborom prenosnog odnosa $i=z_2/z_1=60/41$, ili $i=21/20$ ili $i=45/23$, umesto $i=60/40$, odn. $i=20/20$, odn. $i=46/23$. Tada svi zupci bar jednog zupčanika naizmenice (periodično) ulaze u spregu pod najnepovoljnijim uslovima. Prenosni odnos izražen celim brojem (ili brojem deljivim brojem zubaca), treba naročito izbegavati kada se radi o velikim perifernim brzinama.

Za cilindrične zupčanike sa pravim i helikoidnim zupcima mogu se preporučiti ovi prenosni odnosi:

$i_{max}=10 \div 18$ za prenosnike koji se rukom pokreću i samo povremeno isporučavaju

$i_{max}=7 \div 8$ za sporedne prenosnike sa $v_{max} \leq 2$ m/s,

$i_{max}=5 \div 6$ za prenosnike sa $v=2 \div 12$ m/s, i

$i_{max} \leq 5$ za prenosnike sa $v > 12$ m/s.

Ukoliko su opterećenja jača ili radni uslovi teži, utoliko su povoljniji slabiji prenosni odnosi.

Kada je potreban prenosni odnos $i > 8$ (izuzetno 18), prelazi se na dvostepeni prenosnik pošto bi se sa jednostepenim prenosnikom dobila velika razlika u prečnicima zupčanika, i loši uslovi sprezanja. Prenosni odnos dvostepenog zupčanog prenosnika iznosi najviše do 60. Preko toga primenjuju se trostepeni prenosnici kod kojih je maksimalni prenosni odnos 300.

Oblasti perifernih brzina mogu se razgraničiti približno ovako:

vrlo male brzine $v \leq 0,8$ m/s,

male brzine $v = 0,8 \div 4$ m/s,

umerene brzine $v = 4 \div 12$ m/s,

velike brzine $v = 12 \div 60$ m/s, i

vrlo velike brzine $v > 60$ m/s.

Broj zubaca manjeg zupčanika ne uzima se, po pravilu manji od 14 do 18. Broj zubaca treba da bude veći kada je periferna brzina veća. Kada se radi o reduktorima ograničene zapremine, usvajaju se i manji brojevi zubaca — do $z_{min}=10$. Za slučaj velikih brzina i jakih opterećenja, kao kod turbinskih prenosnika, broj zubaca manjeg zupčanika $z_1 > 30$.

2.3.2 IZBOR MATERIJALA

Mnogi činioci utiču na izbor materijala za zupčanike; to su, na prvom mestu, brzina i opterećenje, pa željena težina, željeni vek, cena koštanja i dr.

U tablici 2.9 dat je pregled uobičajenih materijala za zupčanike sa orijentacionim podacima o pojedinim osobinama.

Za mala opterećenja i male brzine zupčanici mogu biti od livenog gvožđa sa neobrađenim zupcima. Ovakvi zupčanici pogodni su za rad u nečistoj okolini, zahvaljujući livenoj kori koja je otporna protiv habanja. Mesto livenog gvožđa može se za jača opterećenja upotrebiti čelični liv.

Redovan materijal za zupčanike je čelik. Za umerena i jaka opterećenja i umerene brzine prave se zupčanici obično od konstrukcionog čelika ili čelika za cementaciju. Za vrlo jaka opterećenja i velike i vrlo velike brzine može se upotrebiti legiran čelik, termički obrađen (oplemenjen, cementovan i kaljen, itd.).

Ukoliko je čelik kvalitetno bolji, utoliko je i skuplji (naročito termički obrađen čelik). Zbog toga se venac zupčanika, kad mu je prečnik velik ($D > 400$ mm), pravi od skupljeg čelika boljeg kvaliteta, a trup zupčanika od jeftinijeg materijala: sivog liva, čeličnog liva ili slabijeg čelika zavarivanjem.

Radi ublažavanja zvuka u radu može se jedan od spregnutih zupčanika izraditi od nemetalnog materijala. Pravilno je da veći zupčanik bude nemetalan, a manji metalan; ipak, ima i suprotnih rešenja. Nemetalni zupčanici nisu pogodni ni za jača opterećenja ni za veće periferne brzine.

Za nemetalne zupčanike u obzir dolaze najčešće razne vrste plastičnih masa. Pošto se razne vrste ovih materijala znatno razlikuju po osobinama i sastavu, treba se pri izboru koristiti originalnim fabričkim podacima o osobinama pomenutih materijala. Ovakvi zupčanici uglavnom se odlikuju postojanošću prema toploti, vlazi, ulju, masti, pa čak i kiselinama i sposobnošću prigušivanja udara; osim toga odlikuju se i malom težinom, pri većoj zapremini.

Tablica 2.9

Materijali za zupčanike

Redni broj	Materijal	Oznaka	Termička obrada	Karakteristike [MPa]					K
				σ_M	σ_F	HB	σ_{df}	σ_{dfo}	
1	Sivi liv	SL 18		180		1700	50	35	1,6
2		SL 22		220		2000	58	45	2,2
3		SL 26		260		2100	67	55	2,8
4	Čelični liv	ČL. 0500		520	250	1500	170	80	1,9
5		ČL. 0600		600	360	1750	195	90	2,5
6	Ugljenični čelik	Č. 0445	I	420 ÷ 500	230	1250	180	90	1,7
7		Č. 0545	I	500 ÷ 600	270	1500	210	100	2,5
8		Č. 0645	I	600 ÷ 700	300	1800	235	110	3,2
9		Č. 0745	I	700 ÷ 850	350	2100	270	120	4,3
10	Čelik za poboljšanje	Č. 1330	II	500 ÷ 650	360	1550	205	100	2,1
11		Č. 1530	II	600 ÷ 900	460	2060	255	140	3,4
12		Č. 1730	II	700 ÷ 1050	550	2430	285	165	4,8
13		Č. 4130	II	750 ÷ 900	650	2600	330	185	7,0
14		Č. 3230	II	800 ÷ 950	650	2300	340	190	7,0
15		Č. 4732	II	900 ÷ 1050	750	2750	350	195	8,0
16		Č. 5431	II	1000 ÷ 1300	900	3030	365	200	10,7
17	Čelici za cementaciju	Č. 1220	III	500 ÷ 650	300	6370	250	120	42,0
18		Č. 4320	III	800 ÷ 1100	600	6500	380	200	45,0
19		Č. 4321	III	850 ÷ 1100	600	6500	430	210	45,0
20		Č. 5420	III	1100 ÷ 1450	750	6500	400	220	45,0
21		Č. 5421	III	1200 ÷ 1450	800	6500	430	230	45,0
22	Čelici za poboljšanje	Č. 1531	IV	650 ÷ 900	480	5950	350	170	38,0
23		Č. 3230	IV	900 ÷ 1200	800	5600	380	200	34,0
24		Č. 4131	IV	900 ÷ 1200	800	5870	390	200	37,0
25	Čelici za poboljšanje	Č. 3230	V	1400 ÷ 1700		5500	390	200	37,0
26		Č. 4131	V	1500 ÷ 1900		5950	360	190	38,0

Napomene uz tablicu 2.9:

1) Značenje oznaka je: σ_M — jačina pri zatezanju (zatezna čvrstoća), σ_F — granica razvlačenja pri zatezanju, HB — Brinelov broj boka zupca, σ_{df} — dinamička izdržljivost zupca pri jednosmernom savijanju, σ_{dfo} — dopušteni napon pri savijanju, K — koeficijent izdržljivosti zupca na gnječenje.

2) Oznake za termičku obradu su: I — normalizovanje, II — poboljšanje, III — cementovanje i kaljenje, IV — kaljenje posle zagrevanja u plamenu ili indukcionog zagrevanja, V — kaljenje posle zagrevanja u kupatilu cijana.

3) Koeficijent izdržljivosti K zavisi od Brinelovog broja i viskoznosti upotrebljenog maziva. Dati podaci važe za mazivo viskoznosti $\eta=0,092 P_{a.s}$. Za ulja manje viskoznosti vrednosti za K se umanjuju i obrnuto, prema donjoj tablici u kojoj je dat koeficijent ξ_K kojim se množi koeficijent K radi dobijanja odgovarajuće vrednosti prema upotrebljenom mazivu.

Tablica 2.10

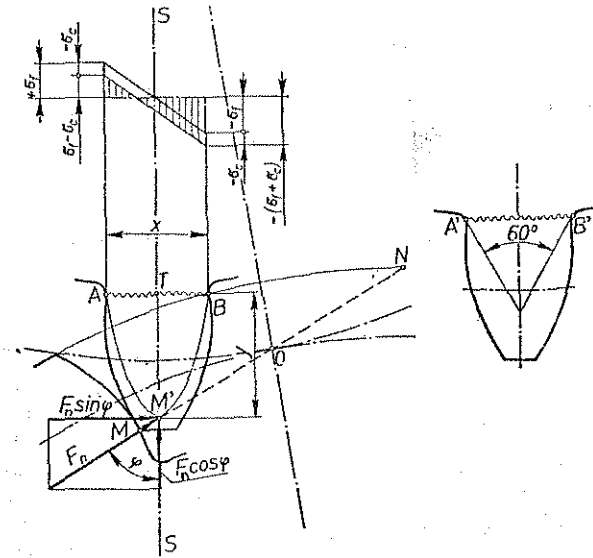
Podaci za koeficijent ξ_K

Viskoznost [Pa.s]	0,0058	0,0192	0,034	0,062	0,092	0,133	0,182	0,243	0,265
ξ_K	0,70	0,75	0,80	0,90	1,00	1,1	1,2	1,3	1,35

2.3.3 STATIČKI PRORAČUN ZUPČANIK SA PRAVIM ZUPCIMA

Kao osnova za statički proračun zubaca uzima se najnepovoljniji položaj u početku dodirnog perioda kada je vrh zupca opterećen. Zbog sigurnosti uzima se da celokupno opterećenje prima samo jedan zubac, što bi odgovaralo stepenu sprezanja $\epsilon=1$.

Zubac zupčanika može se smatrati ukleštenom gredom simetričnog oblika za osu simetrije SS. U preseku nosača sile F_n i geometrijske ose zupca SS razlaže se sila F_n na komponentu $F_n \cos \varphi$ u pravcu ose i na komponentu $F_n \sin \varphi$ upravnu na osu zupca (sl. 2.55). Sila $F_n \cos \varphi$ pritiskuje zubac, dok ga sila $F_n \sin \varphi$ savija. Kad bi se želelo da zubac bude statički pravilno iskorišćen, trebalo bi da ima paraboličan profil (parabola $AM'B$ sa temenom M'); tada bi napon od savijanja bio



Sl. 2.55 — Dijagram napona u podnožju zupca (gore) i način određivanja ugroženog preseka: pomoću upisane parabole (levo) i upisanog ugla od 60° (desno)

u svakom preseku jednak. Pošto zubac, iz kinematskih razloga, mora imati evolventan, a ne paraboličan profil, naponi su najveći u preseku AB gde parabola dodiruje stvarni profil. Često se, uprošćeno, mesto preseka AB usvaja blizak presek $A'B'$

određen dodirnim tačkama strana upisanog ugla od 60° (sl. 2.55, desno). Ovaj presek je »ugroženi presek« i on je merodavan za proračun.

Redukcijom sile $F_n \sin \varphi$ u težište T preseka AB dobija se spreg sa momentom $F_n \sin \varphi \cdot y$, koji izaziva napone od savijanja i transverzalna sila $F_n \sin \varphi$, koja izaziva napone smicanja. Naponi smicanja mogu se zanemariti pošto su njihovi minimumi na mestima maksimalnih napona savijanja, a njihovi maksimumi u oblasti neutralne ose, tj. tamo gde je napon savijanja jednak nuli.

Naponi zupca u preseku AB , pri dužini zupca L , iznose u vlaknima A :

$$\begin{aligned} \text{od pritiska} & \quad \sigma_c = -F_n \cos \varphi / (Lx) \\ \text{od savijanja} & \quad \sigma_f = +6 F_n y \sin \varphi / (Lx^2) \\ \text{u vlaknima } B: & \text{ od pritiska} \quad \sigma_c = -F_n \cos \varphi / (Lx), \text{ i} \\ & \text{ od savijanja} \quad \sigma_f = -6 F_n y \sin \varphi / (Lx^2). \end{aligned}$$

Pošto je

$$F_n \cos \varphi = F_0 \cos \varphi / \cos \alpha \text{ i } F_n \sin \varphi = F_0 \sin \varphi / \cos \alpha, \text{ a}$$

$$x = u_x e \text{ i } y = u_y e,$$

gde je F_0 perfirna sila, α ugao dodirnice, e korak, a u_x i u_y faktori razmere, izlazi da je najveći normalni napon od istežanja u vlaknima B

$$\sigma_{\max} = \frac{F_0}{eL} \left(\frac{6u_y \sin \varphi}{u_x^2 \cos \alpha} + \frac{\cos \varphi}{u_x \cos \alpha} \right) = \frac{F_0 \Phi}{eL}$$

Izraz u zagradi, obeležen sa Φ zove se faktor oblika zupca. Faktor oblika zupca zavisi od ugla dodirnice α , od ugla φ i od veličina x i y (odn. faktora u_x i u_y), dakle od broja zubaca odn. njihovog oblika (tab. 2.11 i 2.12).

Tablica 2.11

Faktor oblika Φ zaviso od broja zubaca i faktora korekture x

z^x	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	+0,1	+0,2	+0,3	+0,4	+0,5
10							13,62	11,54	10,27	9,47	0,01
12						14,92	12,06	10,58	9,61	9,04	8,76
15					14,28	12,24	10,83	9,89	9,17	9,73	8,48
20			15,23	13,28	11,81	10,58	9,80	9,17	8,67	8,35	8,17
25	15,38	13,96	12,70	11,65	10,71	10,01	9,36	8,86	8,45	8,17	8,01
30	12,98	12,16	11,43	10,83	10,17	9,58	9,07	8,63	8,29	8,04	7,91
35	12,02	11,44	10,83	10,32	9,80	9,33	8,86	8,48	8,17	7,98	7,82
40	11,56	11,02	10,48	9,98	9,55	9,11	8,70	8,35	8,07	7,92	7,76
50	10,90	10,43	9,96	9,52	9,14	8,80	8,45	8,17	7,95	7,79	7,67
60	10,49	10,05	9,64	9,27	8,89	8,54	8,29	8,07	7,85	7,73	7,60
80	9,86	9,48	9,17	8,83	8,48	8,26	8,07	7,88	7,73	7,60	7,51
100	9,48	9,14	8,86	8,54	8,29	8,07	7,95	7,79	7,63	7,54	7,58
150	8,82	8,67	8,45	8,23	8,01	7,85	7,73	7,64	7,51	7,44	7,41

Napomena uz tablicu 2.11

Tablica važi za ugao dodirnice $\alpha = 20^\circ$ i za temenu visinu zupca $h_r = m$.

Tablica 2.12

Faktor oblika Φ zaviso od broja zubaca zupčanika sa unutrašnjim zupčanjem

z	20	24	30	38	50	60	70	100	130	160	180	300	∞
Φ	5,34	5,66	5,97	6,28	6,60	6,76	6,91	7,22	7,38	7,48	7,51	7,54	7,85

Radi statičkog proračunavanja modula zupčanika polazi se od gore izvedenog izraza

$$\sigma_f = \frac{F_0 \Phi}{eL} \leq \sigma_{df}$$

Zbog pojave koncentracije napona koja se javlja na prelazu zupca u telo vena zupčanika treba birati skromnije vrednosti dopuštenih napona, tj. one vrednosti koje su date u tab. 2.9.

Ako se u gornjem obrascu izvrši zamena $e = m \pi$ i $L = m \psi$, dobija se

$$\sigma_f = \frac{F_0 \Phi}{\pi \psi m^2}$$

a odavde prvi obrazac za proračunavanje modula

$$m = \sqrt{\frac{F_0 \Phi}{\pi \psi \sigma_{df}}} \text{ [m]}$$

Na osnovu veze između periferne sile i obrtnog momenta

$$M_0 = \frac{F_0 D}{2} = \frac{F_0 m z}{2} \text{ [Nm]}$$

gde je D [m] prečnik deonog kruga, a z broj zubaca, dolazi se do drugog obrasca za proračunavanje modula

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \Phi M_0}{\pi \psi \sigma_{df} z}} \text{ [m]}$$

Najčešće je potrebno da se modul proračuna na osnovu poznate snage i minutnog broja obrta, pa se tada prvo proračuna ugaona brzina i potom obrtni moment.

$$M_0 = P / \omega \text{ [Nm]}$$

i ako se zatim izvrše odgovarajuće zamene, dobija se ovaj izraz za modul

$$m = \sqrt[3]{\frac{0,637 P \Phi}{\sigma_{df} \psi z \omega}} \text{ [m]}$$

Činjenica da je zubac u početku dodirnog perioda opterećen približno polovinom periferne sile opravdava uvođenje stepena spreznja u obrazac za izračunavanje modula. Za slučaj da je stepen spreznja $\varepsilon > 1,25$ dodaje se tada u imenitelj obrasca za modul faktor stepena spreznja u obliku $\xi_\varepsilon = \varepsilon / 1,25 = 0,8 \varepsilon$, tako da ovako dopunjen obrazac za modul glasi

$$m = \sqrt[3]{\frac{0,637 P \Phi}{\sigma_{df} \psi z \omega \xi_\varepsilon}} \text{ [m].}$$

Radi lakšeg proračunavanja stepena spreznja data je tabl 2.13. Vrednosti u tablici dobijene su na osnovu obrasca

$$\varepsilon = \frac{MN}{e \cos \alpha} = \frac{MO}{e \cos \alpha} + \frac{ON}{e \cos \alpha} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

gde su ε_1 i ε_2 parcijalni stepeni spreznja. Svakom broju zubaca standardnih evolventnih zupčanika sa uglom dodirnice $\alpha = 20^\circ$ odgovara određena vrednost parcijalnog stepena spreznja ε_1 , odnosno ε_2 . Tako se npr. za brojeve zubaca $z_1 = 25$ i $z_2 = 70$ nalaze u tab. 2.13 ove vrednosti: $\varepsilon_1 = 0,805$ i $\varepsilon_2 = 0,895$, tako da je

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0,805 + 0,895 = 1,7.$$

Značenje oznaka *MO* i *ON* objašnjeno je u čl. 2.2.1.7.

Tablica 2.13

Parcijalni stepeni spreznja $\varepsilon_1 = f(z_1)$ i $\varepsilon_2 = f(z_2)$

z	$\varepsilon_{1,2}$	z	$\varepsilon_{1,2}$	z	$\varepsilon_{1,2}$	z	$\varepsilon_{1,2}$	z	$\varepsilon_{1,2}$	z	$\varepsilon_{1,2}$
11	0,480	26	0,810	41	0,854	56	0,881	71	0,896	86	0,911
12	0,563	27	0,815	42	0,858	57	0,882	72	0,897	87	0,912
13	0,640	28	0,820	43	0,861	58	0,883	73	0,898	88	0,913
14	0,720	29	0,8225	44	0,863	59	0,884	74	0,899	89	0,914
15	0,735	30	0,825	45	0,865	60	0,885	75	0,900	90	0,915
16	0,745	31	0,8275	46	0,867	61	0,886	76	0,901	91	0,9155
17	0,755	32	0,830	47	0,869	62	0,887	77	0,902	92	0,916
18	0,765	33	0,8325	48	0,871	63	0,888	78	0,903	93	0,9165
19	0,770	34	0,835	49	0,873	64	0,889	79	0,904	94	0,917
20	0,780	35	0,8375	50	0,875	65	0,890	80	0,905	95	0,9175
21	0,785	36	0,840	51	0,876	66	0,891	81	0,906	96	0,918
22	0,790	37	0,8425	52	0,877	67	0,892	82	0,907	97	0,9185
23	0,795	38	0,845	53	0,878	68	0,893	83	0,908	98	0,919
24	0,800	39	0,8475	54	0,879	69	0,894	84	0,909	99	0,9195
25	0,805	40	0,850	55	0,880	70	0,895	85	0,910	100	0,920

Napomena uz tablicu 2.13:

Podaci u tablici važe za standardne zupčanike sa uglom dodirnice $\alpha = 20^\circ$.

U stručnoj literaturi može se naći niz raznih obrazaca za proračunavanje zupčanika na osnovu napona savijanja u korenu zubaca. Svi ovi obrasci polaze od tzv. Lujisovog (Lewis) obrasca na kome se zasniva i obrazac objašnjen u prednjem izlaganju. Razne dopune ovog obrasca, koje sve imaju za cilj dobijanje što tačnijih vrednosti modula, imaju smisla samo u slučaju kada su svi faktori čiji se uticaji žele da obuhvate poznati, što, međutim, obično nije slučaj. Uvođenje ovih faktora, prema tome, samo izuzetno doprinosi tačnosti proračunavanja, dok ga u većini slučajeva bez potrebe komplikuje.

Nominalna snaga P , koju zupčanici treba da prenose, nije uvek merodavna za proračun zupčanika. Kada su P i n promenljivi u radu mašine, proračun treba vršiti za najnepovoljniji odnos P/n . Osim toga, u izvesnim trenucima mogu periferne sile F_0 ili obrtni moment M_0 biti znatno veći nego što odgovara nominalnoj snazi i nominalnom broju obrta, npr. u početku rada, zatim zbog udara pri kočenju ili prilikom uključivanja izvesnih opterećenja i sl. Tada treba naprezanje zubaca proveravati prema sili φF_0 . Faktor neravnomernosti φ treba za svaki slučaj zasebno odrediti. Obično je $\varphi = 1,1 \div 1,2$ pri neravnomernom opterećenju, odnosno $1,25 \div 1,3$ i više pri neravnomernom opterećenju sa udarima (v. Mašinski elementi II čl. 2.1).

Dopušteni napon za savijanje određuje se po obrascu

$$\sigma_{df} = \xi_k \sigma_{df0}$$

gde je: ξ_k — faktor radnih uslova, i

σ_{df0} [Pa] — polazna vrednost dopuštenog napona za savijanje prema tab. 2.9.

Faktor radnih uslova ξ_k zavisi od periferne brzine v [m/s] tačnosti i finoće obrade, tačnosti sklapanja spregnutih zupčanika i opštih uslova rada (uticaj okoline, zagrevanje, vrsta opterećenja itd.) i može se, u domenu malih i umerenih brzina izraziti ovim obrascem

$$\xi_k = \frac{a_1 a_2}{a_1 + v}$$

Ovde je a_1 faktor tačnosti i finoće obrade, a_2 faktor tačnosti sklapanja i opštih radnih uslova i $v = \pi Dn/60$ [m/s] periferna brzina: D [m] je prečnik deonog kruga (\approx dodirnog kruga), a n [min⁻¹] broj obrta.

Za faktor a_1 mogu se preporučiti ove vrednosti:

$a_1 = 3 \div 4$ za neobrađene livene zupce; uobičajeno za brzine $v \leq 0,8$ m/s; klasa površinske hrapavosti 10 \div 12,

$a_1 = 4 \div 5$ za grubo obrađene zupce; uobičajeno za $v = 0,8 \div 4$ m/s; klasa površinske hrapavosti 8 \div 9,

$a_1 = 6 \div 7$ za tačno obrađene zupce; uobičajeno za $v = 4 \div 12$ m/s; klasa površinske hrapavosti 6 \div 7,

$a_1 = 8 \div 10$ za brušene ili brijanjem obrađene zupce i dobro spregnute zupčanike; uobičajeno za brzine do $v = 15$ m/s; klasa površinske hrapavosti 6 \div 7,

$a_1=15\div 18$ za fino brušene zupce, ili zupce obrađene brijanjem, uobičajeno za $v=15\div 20$ m/s; klasa površinske hrapavosti 4÷5.

Za brzine $v>20$ m/s, faktor radnih uslova određuje se po obrascu

$$\xi_k = \frac{a_1 a_2}{a_1 + \sqrt{v}}$$

ovde se može usvojiti $a_1=5\div 6$; za ove brzine zupci moraju biti vrlo tačno i fino obrađeni a smeštaj zupčanika besprekoran. Za a_1 uzimaju se utoliko veće vrednosti ukoliko su tačniji: izrada, obrada i sklapanje zupčanika.

Faktor tačnosti sklapanja i opštih radnih uslova a_2 , za oba obrasca, zavisi od smeštaja i pogonskih uslova. Za dobar smeštaj zupčanika sa simetrično raspoređenim ležištima i za miran rad $a_2=1$, dok pri asimetričnom rasporedu ležišta ili za slučaj da je zupčanik na prepustu vratila, a pogon neravnomeran, a_2 može biti i do 0,6, pa čak i do 0,45; ukoliko je vratilo kruće, a smeštaj bolji utoliko je faktor a_2 veći.

Periferna brzina v može se proračunati kada je prečnik deonog kruga (dodirnog kruga) usvojen ili propisan s obzirom na raspoloživi prostor. Kada prečnik deonog kruga nije unapred poznat, usvaja se brzina v bilo po približnoj oceni bilo poređenjem sa izvedenim zupčanicima koji rade pod sličnim uslovima; posle proračuna modula upoređuje se pretpostavljena brzina sa proračunatom pa koriguje i proračun ponavlja sve dok razlika postane zanemarljiva.

Zubac je u početku i na završetku dodirnog perioda opterećen približno polovinom periferne sile pošto su tada dva para zubaca u sprezi; u srednjem delu dodirnog perioda zubac je opterećen celom perifernom silom. Zubac nije opterećen kada je izvan sprege. Prema tome, zubac je izložen jednosmerno promenljivo naprezanju. Dopušteni naponi σ_{df0} u tab. 2.9 baš važe za jednosmerno promenljivo opterećenje i dobijeni su za stepen sigurnosti u odnosu na dinamičku izdržljivost zupca $v_D \approx 2$ (izuzimajući liveno gvožđe). Dopušteni napon σ_{df0} treba smanjiti za 20 do 25% kada su zupci izloženi naizmenično promenljivo naprezanju kao eventualno u slučaju dvostruko spregnutih zupčanika ili zupčanika sa promenljivim smerom obrtanja.

Faktor dužine zupca $\psi=L/m$ zavisi od predviđene izrade i obrade zubaca, od tačnosti sklapanja zupčanika i njihovog smeštaja (krutost vratila, ležišta, kućica). Faktor dužine može se birati na osnovu ovih preporuka.

$\psi=6\div 10$ za livene, neobrađene zupce (manje vrednosti za grublje, a veće za pažljivije izliveno zupce),

$\psi=10\div 15$ za zupce obrađene rezanjem, i za slučaj da su vratila zupčanika u ležištima na čeličnim konstrukcijama ili da je mali zupčanik na prepustu vratila,

$\psi=15\div 25$ za dobro obrađene zupce i zupčanike smeštene u zasebnim kućicama,

$\psi=25\div 45$ za vrlo dobro obrađene zupce, za zupčanike u zasebnim kućicama koje obezbeđuju tačan smeštaj i dobro podmazivanje, za $n_1 \leq 3000$ min⁻¹,

$\psi=45\div 100$ i više za odlično obrađene zupce, za zupčanike u zasebnim kućicama koje obezbeđuju tačan smeštaj i dobro podmazivanje zupčanika, za $n_1 \geq 3000$ min⁻¹.

Broj zubaca manjeg zupčanika z_1 bira se prema potrebi ili nahodjenju u duhu objašnjenja u čl. 2.3.1. Broj zubaca z_2 većeg zupčanika određen je prenosnim odnosom.

Faktor oblika zupca Φ uzima se iz tab. 2.11 u zavisnosti od broja zubaca i faktora korekture x .

Modul se proračunava za manji zupčanik za koji je faktor oblika zupca nepovoljniji. Materijal manjeg zupčanika obično je za oko 10÷15% jači od materijala većeg zupčanika zbog nepovoljnijeg oblika zubaca i češćeg ulaska u spregu. Za veći zupčanik, za koji se usvaja isti modul radi mogućnosti sprežavanja, obično se proverava napon od savijanja. U slučaju sprege sa unutrašnjim zupčanjem ova provera nije potrebna.

Računom dobijeni modul treba prilagoditi standardnim podacima datim u tab. 2.1, tj. usvojiti najbliži standardni modul. Korisno je proračun vršiti za nekoliko varijanata (za različite podatke za z , ψ , σ_{df} , ξ_k) pa usvojiti najpovoljniju za date uslove rada. Uticaj modula na veličinu zupca prikazan je na sl. 2.56.

U praksi je, ponegde, još odomaćen i stariji način proračunavanja zubaca po kojem je polazni obrazac

$$F_0 = c e L \text{ [N]}$$

gde je c [Pa] koeficijent opterećenja zubaca koji se bira zavisno od materijala, brzine, obrade i drugih faktora, e [m] korak, L [m] dužina zubaca, i F_0 [N] periferna sila. Ovaj koeficijent u izmenjenom obliku upotrebljava Niman (Niemann) u cilju proveravanja. Nimanov koeficijent kreće se za SL, ČL. i Č. 0745

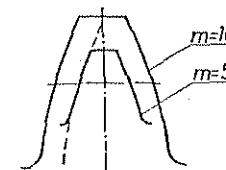
u granicama od (0,2÷1) MPa, a za bolje materijale, kao npr. Č. 4130 od (1÷6)MPa.

Poređenjem načina proračunavanja pomoću faktora oblika zupca vidi se da koeficijentu opterećenja odgovara odnos σ_{df}/Φ :

$$c = \sigma_{df} / \Phi.$$

Primer 2.14: Proračunati glavne mere zupčanika za ove radne uslove: $P=10$ kW, pogon ravnomeran, $n_1=250$ min⁻¹, $i=5$, $\alpha=20^\circ$, $x=0$; klasa površinske hrapavosti je 8÷9; materijal manjeg zupčanika je Č. 0545. Usvaja se $z_1=20$, $\psi=20$ (za dobro obrađene zupce), pretpostavlja se brzina $v=1$ m/s. Prema tome je faktor radnih uslova za $a_1=5$ i $a_2=1$ (ravnomeran pogon)

$$\xi_k = \frac{a_1 a_2}{a_1 + v} = \frac{5 \cdot 1}{5 + 1} = 0,834.$$



Sl. 2.56 — Uticaj modula na veličinu zupca

Dopušteni napon za Č. 0545 iznosi $\sigma_{d/01} = 100 \text{ MPa}$ (v. tab. 2.9). Prema tome je

$$\sigma_{df1} = \xi_k \sigma_{d/01} = 0,834 \cdot 100 \cdot 10^6 = 83,4 \text{ MPa}$$

Za broj zuba $z_1 = 20$ faktor oblika zupca je 10,58 (v. tab. 2.11). Broj zuba $z_2 = i z_1 = 5 \cdot 20 = 100$. Stepen sprezanja je $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = 0,78 + 0,92 = 1,7$, pa je faktor stepena sprezanja $\xi_\epsilon = 0,8$ $\epsilon = 0,8 \cdot 1,7 = 1,36$. Sa ovim vrednostima, i ugaonom brzinom $\omega_1 = n_1 \pi / 30 = 250 \pi / 30 = 26,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, dobija se

$$m = \sqrt[3]{\frac{0,637 P \Phi_1}{\sigma_{df} \psi z_1 \omega_1 \xi_\epsilon}} = \sqrt[3]{\frac{0,637 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 10,58}{83,4 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 26,2 \cdot 1,36}} = 0,0038 \text{ m}$$

pa je standardni modul $m = 4 \text{ mm}$.

Provera periferne brzine pokazuje da je $v = \pi D_1 n_1 / 60 = \pi m \cdot z_1 n_1 / 60 = \pi \cdot 0,004 \cdot 20 \cdot 250 / 60 = 1,05 \text{ m/s}$, što je vrlo blisko pretpostavljenoj vrednosti.

Za drugi zupčanik koji ima 100 zuba i ugaonu brzinu $\omega_2 = \omega_1 / i = 26,2 / 5 = 5,24 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ostaje modul isti pa je potrebno proveriti napon od savijanja

$$\sigma_{f2} = \frac{0,637 P \Phi_2}{m^3 \psi z_2 \omega_2 \xi_\epsilon} = \frac{0,637 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 8,07}{0,004^3 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 5,24 \cdot 1,36} = 56,4 \text{ MPa}$$

Ako se za drugi zupčanik usvoji ČL. 0545, za koji je $\sigma_{d/0} = 80 \text{ MPa}$, dobija se sa

$$\xi_k = \frac{a_1 a_2}{a_1 + v} = \frac{5 \cdot 1}{5 + 1,05} = 0,826$$

$$\sigma_{df2} = \xi_k \sigma_{d/0} = 0,826 \cdot 80 \cdot 10^6 = 66,1 \cdot 10^6 = 66,1 \text{ MPa}$$

što pokazuje da je za usvojeni materijal $\sigma_{f2} < \sigma_{df2}$.

Glavne geometrijske mere zupčanika su:

$m = 4 \text{ mm}$, $L = m \psi = 4 \cdot 20 = 80 \text{ mm}$, $D_1 = m z_1 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ mm}$, $D_2 = m z_2 = 4 \cdot 100 = 400 \text{ mm}$, $D_{s1} = D_1 + 2m = 80 + 2 \cdot 4 = 88 \text{ mm}$, $D_{s2} = D_2 + 2 \cdot 4 = 408 \text{ mm}$, i međuosno rastojanje

$$A_{mm} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{4(20 + 100)}{2} = 240 \text{ mm}$$

Da je bio propisan faktor korekture, npr. $x = +0,5$, rezultat bi bio

$$m = \sqrt[3]{\frac{0,637 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 8,17}{82,6 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 26,2 \cdot 1,36}} = 0,00353 \text{ m}$$

što odgovara standardnom modulu $m = 3,5 \text{ mm}$. Sa ovim modulom međuosno rastojanje bi bilo $A_{1k} = 213,5 \text{ mm}$.

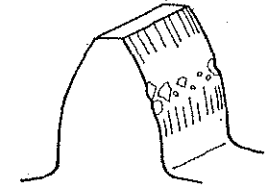
Težina zupčastog prenosioca proporcionalna je sa modulom na kub, odnosno međuosnim rastojanjem na kub. Uporede li se ova dva rešenja s obzirom na težinu zupčanika, ušteda u težini iznosi

$$U = \frac{A^3 - A_1^3}{A^3} = \frac{24^3 - 21,35^3}{24^3} \approx 0,3 \text{ ili } 30\%$$

Cena zupčanika proporcionalna je težini pa se prema tome, primenom korigovanih zupčanika, u ovom slučaju, postiže ušteda u ceni koštanja od oko 30%.

2.3.4 PRORAČUN IZDRŽLJIVOSTI ZUBACA NA GNJEČENJE

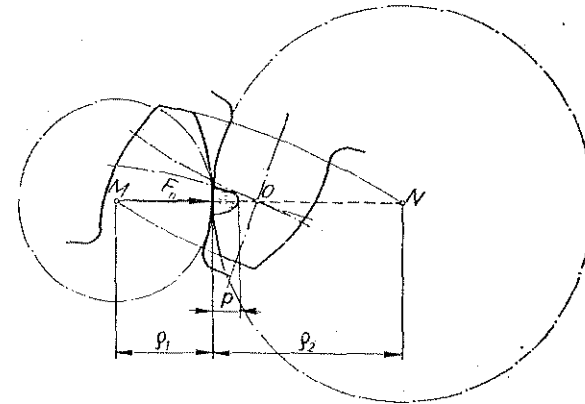
Posle dužeg rada mogu se na radnim površinama bokova primetiti tragovi trošenja, naročito na brzohodim i jako opterećenim zupcima zupčanika. Ovo trošenje može da bude u vidu poprečnih brazda, koje nastaju zbog trenja pri klanjanju zuba jednog i drugog zupčanika, i u vidu uzdužno smeštenih rupica i zaseka, koji nastaju uglavnom zbog gnječenja materijala, zbog trenja i drugih uzroka (v. sl. 2.57). Ove rupice radaju se pri preko-
račenu izdržljivosti materijala na dodirni pritisak i nalaze se pretežno u okolini dodirnog kruga gde je izrazito kotrljanje zuba i gde celokupno opterećenje otpada na jedan jedini par zuba; mazivo, utiskivano u fine neravnine u materijalu, širi ih i dovodi do stvaranja rupica i njihovog širenja. Kad se dimenzije rupica povećaju iznad dopuštenih granica, zupčanik postaje neupotrebljiv. O ovoj pojavi trošenja i gnječenja zuba mora se voditi računa kada se želi da se brzohodi i jako opterećeni zupčanici, predviđeni za duži rad, ne istroše pre nego što odsluže predviđeni rok službe; dakle, brzohode i jako opterećene zupčanike treba proračunavati i s obzirom na predviđeni vek, odnosno na dinamičku izdržljivost bokova njihovih zuba. Dinamička izdržljivost je onaj maksimalni napon koji materijal, pri promenljivoj opterećenju, može da izdrži beskonačno dugo, tj. pri beskonačnom broju promena opterećenja.



Sl. 2.57 — Izgled oštećenog boka zupca

Pritisak po dodirnoj površini dvaju cilindara nije ravnomerno podeljen (sl. 2.58); on je najjači u sredini elastično deformisane dodirne površine i iznosi po Hercu (Hertz)

$$p = \sqrt{\frac{0,35 F_n E}{L \rho}} [Pa]$$



Sl. 2.58 — Podela pritiska na dodirnoj površini para zuba

gde je: F_n [N] — normalna sila,

E [Pa] — modul elastičnosti; kada su pritisnuti cilindri od različitih materijala, uzima se srednji modul elastičnosti do koga se dolazi pomoću srednjeg koeficijenta istežanja

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right),$$

Odakle je

$$E = 2 E_1 E_2 / (E_1 + E_2),$$

L [m] — aktivna dužina cilindara, i

ρ [m] — srednji računski poluprečnik na mestu dodira koji se određuje pomoću srednje računске krivine $\rho = 2 \rho_1 \rho_2 / (\rho_2 \pm \rho_1)$; znak minus odnosi se na slučaj dodira konkavne i konveksne površine kao kod unutrašnjeg zupčanja.

Hercov obrazac može se primeniti na zupčanike kada se poluprečnici krivine evolventnih bokova ρ_1 i ρ_2 u trenutnoj liniji dodira spregnutih zubaca uzmu kao poluprečnici cilindara prema sl. 2.58.

Ukoliko je pritisak po dodirnoj površini zubaca jači i ukoliko je materijal zubaca mekši, utoliko će se pre pojaviti tragovi gnječenja odnosno zamaranja materijala. Razaranja materijala, prema Feplu (Föppl), nastaje kada tangencijalni naponi ispod spoljnih slojeva prekorače dopuštenu granicu. Prema istraživanjima, koja su izvršili Nišihara (Nishihara), Kobajaši (Kobayashi), Munt (Mundt), Niman (Niemann) i dr. ustanovljeno je da ovaj granični pritisak zavisi od Brinelovog broja i broja promena opterećenja. Za čelične zupce ova zavisnost data je izrazom

$$P_{\max} = \frac{4,87 HB}{\sqrt[3]{N}} [Pa].$$

Kada se ovaj granični pritisak uvrsti u Hercov obrazac dobija se

$$F_{n \max} = \frac{P_{\max}^2}{0,35 E} L \rho = \frac{4,87^2 (HB)^2}{0,35 E \sqrt[3]{N}} L \rho = \frac{68 (HB)^2}{E \sqrt[3]{N}} L \rho [N]$$

gde je: HB [Pa] — tvrdoća po Brinelu, a

N — broj promena opterećenja.

Izraz ispred L zavisi od tvrdoće bokova zubaca i od broja promena opterećenja. Vrednost izraza opada sa porastom broja promena opterećenja do broja promena koji je karakterističan za određeni materijal, a tada postiže svoju najnižu vrednost koja se više ne menja sa porastom broja promena opterećenja. Ova vrednost odgovara dinamičkoj izdržljivosti bokova zubaca na dodirni pritisak. Red veličine ovog karakterističnog broja promena opterećenja kreće se od $2 \cdot 10^6$ do $50 \cdot 10^6$, zavisno od materijala. Navedeni izraz $68 (HB)^2 / (E \sqrt[3]{N})$ izračunat za ka-

rakteristični broj promena opterećenja nazvan je koeficijentom izdržljivosti zubaca na pritisak K

$$K = \frac{68 (HB)^2}{E \sqrt[3]{N_k}} [Pa]$$

gde je N_k karakteristični broj promena opterećenja. Podaci za K dati su za razne materijale u tab. 2.9.

Za zupčanike čiji je vek ograničen, odn. broj promena opterećenja manji od N_k koeficijent izdržljivosti treba u svakom konkretnom slučaju proračunati za broj promena opterećenja $N = 60 T n$, gde je T predviđeni vek u časovima pogona, a n minutni broj obrta zupčanika. Za zupčanike spregnute sa dva ili više zupčanika zupci posmatranog zupčanika ulaze u spregu dva ili više puta pri svakom obrtu zupčanika. Tada je $N = x 60 T n$, gde je x broj zupčanika sa kojima je posmatrani zupčanik u sprezi.

Prema prednjem izlaganju maksimalna normalna sila $F_{n \max}$ koju zubac može da izdrži pri beskonačnom broju promena opterećenja data je izrazom

$$F_{n \max} = K L \rho [N].$$

Deljenjem koeficijenta izdržljivosti K stepenom sigurnosti v dobija se dopuštena vrednost koeficijenta izdržljivosti na pritisak

$$K_d = K/v$$

gde se v kreće u granicama ose $1,2 \div 2$, zavisno od stepena odgovornosti pogona, odnosno radnih uslova. Stepem sigurnosti v iznosi u proseku $1,5 \div 1,8$.

Prema tome polazni obrazac za proračunavanje zupčanika na osnovu izdržljivosti na gnječenje je

$$F_n = K_d L \rho [N],$$

gde je K_d [Pa] — dopuštena vrednost koeficijenta izdržljivosti na pritisak,

L [m] — dužina zupca, i

ρ [m] — srednji računski poluprečnik krivine spregnutih zubaca u posmatranoj fazi dodirnog perioda. Pošto je zubac najjače opterećen u srednjem delu dodirnog perioda, jer tada trpi celokupno opterećenje, i pošto je čisto kotrljanje samo u trenutku kada se zupci dodiruju u centralnoj tački O zupčanog sistema, uobičajeno je (ali ne i potpuno opravdano) da se, pri proračunavanju, uzimaju poluprečnici krivina spregnutih zupčanika u trenutku dodira u tački O (sl. 2.58), tj.

$$\rho_1 = R_1 \sin \alpha \quad \text{i} \quad \rho_2 = R_2 \sin \alpha = i R_1 \sin \alpha,$$

pa je srednji računski poluprečnik krivine za zupce zupčanika sa pravim zupcima

$$\rho = \frac{2 \rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1} = \frac{2 i R_1^2 \sin^2 \alpha}{R_1 \sin \alpha (i \pm 1)} = \frac{i D_1 \sin \alpha}{i \pm 1}$$

Zamenom

$$F_n = F_0 / \cos \alpha$$

dobija se

$$F_0 = K L \rho \cos \alpha = \frac{i K L D_1 \sin 2 \alpha}{2 (i \pm 1)}$$

Iz jednačine za obrtni moment

$$M_{o1} = F_0 D_1 / 2 = \frac{i K L D_1^2 \sin 2 \alpha}{4 (i \pm 1)} = \frac{P}{\omega_1}$$

dobija se ovaj obrazac

$$L D_1^2 \geq \frac{4 P (i \pm 1)}{i K \omega_1 \sin 2 \alpha} [\text{m}^3]$$

Za standardni ugao dodirnice $\alpha = 20^\circ$ osnovni obrazac izgleda ovako

$$L D_1^2 = \frac{6,22 P (i \pm 1)}{i K_a \omega_1} [\text{m}^3]$$

gde je: L [m] — dužina zupca,

D_1 [m] — prečnik dodirnog kruga manjeg zupčanika,

P [W] — snaga koju zupčanik prenosi,

i — prenosni odnos, $i = z_2/z_1$ za reduktivni prenos, odnosno $i = 1/(z_2/z_1) = z_1/z_2$ za multiplikativni prenos, tj. i mora biti veće od jedan,

K_a [Pa] — dopuštena vrednost koeficijenta izdržljivosti na pritisak, $K_a = K/v_2$,

ω_1 [rad s⁻¹] — ugaona brzina manjeg zupčanika.

Znak »plus« odnosi se na zupčanike sa spoljnim zupcima, a znak »minus« na spregu sa unutrašnjim zupčanjem.

Ima nekoliko mogućnosti za praktičnu primenu ovih obrazaca:

(1) Izraz $L D_1^2$ predstavlja, u neku ruku, nominalnu zapreminu zupčanika. Na osnovu propisanog prenosnog odnosa i , usvojenog materijala, zadate snage i broja obrta n_1 može se odrediti proizvod $L D_1^2$ pa menjanjem veličina L i D_1 , izabrati najpogodniji odnos L/D_1 prema prilikama. Za odnos $L/D_1 = \varphi$ mogu se preporučiti ove vrednosti

$\varphi = 0,2 \div 0,8$ za lake uslove rada i relativno loš smeštaj zupčanika,

$\varphi = 0,8 \div 1,2$ za normalne radne uslove, i

$\varphi = 1,2 \div 1,6$ i više za teške radne uslove (veće brzine, besprekidan rad, udarni pogon, preopterećenja itd.).

(2) Za unapred usvojene veličine L i D_1 , radi postizanja sažete konstrukcije pri određenoj raspoloživoj zapremini zupčastog prenosnika, može se izabrati najpogodniji materijal za manji zupčanik na osnovu koeficijenta izdržljivosti K_a .

(3) Kada su propisani međusobno rastojanje A i prenosni odnos i , kada je, dakle, određen prečnik zupčanika D_1 , može se, na osnovu usvojenog faktora dužine φ , izabrati pogodan materijal za manji zupčanik, pa zatim, i materijal za veći zupčanik.

U oba ova slučaja, iznesena pod 2 i 3, treba osnovni obrazac rešiti po K_a i na osnovu dobijene vrednosti birati materijal iz tablice 2.9 na osnovu podatka za $K = v K_a$.

U svim slučajevima redovno se najpre proračunava manji zupčanik jer je u nepovoljnijem položaju za vreme rada. Za veći zupčanik bira se materijal sa Brinellovim brojem bokova zubaca $(HB)_2 = (HB)_1 - (300 \div 400) \cdot 10^6$ [Pa].

Kada su utvrđeni svi podaci, treba, najzad, odrediti i osnovnu konstrukcionu i fabričaku veličinu — modul zupčanika. On može biti određen ma po kome od ovih izraza

$$m = L/\psi \quad \text{ili} \quad m = D_1/z_1$$

na osnovu izabranog faktora dužine ψ u vezi sa obradom i sklapanjem ili na osnovu izabranog broja zubaca. I ovo se obično radi u nekoliko varijanata pa usvaja najpogodnija imajući u vidu da je $\varphi = \psi/z_1$ i da modul treba da odgovara standardima.

Modul zupčanika može se i neposredno proračunati; kada se u obrazac za $L D_1^2$ stavi $L = \psi m$ i $D_1 = z_1 m$, dobijaju se, pri $\alpha = 20^\circ$, ovi obrasci za proračunavanje modula:

$$m = \sqrt[3]{\frac{6,22 P (i \pm 1)}{i K_a \psi z_1^2 \omega_1}} [\text{m}]$$

Poluprečnici krivina korigovanih zubaca razlikuju se od poluprečnika krivina nekorigovanih zubaca. Zbog ove razlike uvodi se u obrazac za proračunavanje

modula korigovanih zubaca faktor $\xi_x = \sin 2\alpha / \sin 2\alpha_d = \sin 40^\circ / \sin 2\alpha_d = 0,6428 / \sin 2\alpha_d$, gde je α_d ugao dodirnice u radu; $\alpha_d = \arccos(A \cos \alpha / A_k)$ (v. čl. 2.2.1.12).

Faktorom ξ_x množi se potkorena vrednost u obrascu za modul, tako da on za korigovane zupce glasi

$$m = \sqrt[3]{\frac{6,22 P (i+1) \xi_x}{i K_d \psi z_1^2 \omega_1}} \quad [\text{m}]$$

Zupčanici se mogu proračunavati ili na osnovu napona savijanja u korenu zubaca ili na osnovu izdržljivosti na gnječenje ili dodirni pritisak. Uglavnom, proračun na osnovu napona savijanja merodavan je za sporohodne zupčanike, odnosno zupčanike za koje se predviđa kratak vek trajanja. Brzohode zupčanike treba proračunavati na osnovu izdržljivosti na gnječenje odn. dodirni pritisak, pa proveravati napon savijanja u korenu zubaca.

Primer 2.15: Za manji zupčanik iz primera 2.14 proračunati modul na osnovu izdržljivosti zubaca na gnječenje ako je propisan stepen sigurnosti $v=1,8$.

Za čelik Č. 0545 je $K=2,5$ MPa, pa je $K_d = K/v = 2,5 \cdot 10^6 / 1,8 = 1,39 \cdot 10^6$ Pa = 1,39 MPa. Prema tome je modul

$$m = \sqrt[3]{\frac{6,22 P (i \pm 1)}{i K_d \psi z_1^2 \omega_1}} = \sqrt[3]{\frac{6,22 \cdot 10 \cdot 10^3 (5+1)}{5 \cdot 1,39 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 20^2 \cdot 26,2}} = 0,00636 \text{ m}$$

ovoj vrednosti odgovara standardni modul $m=6,5$ mm.

Kad bi se usvojio ranije proračunati modul $m=4$ mm, trebalo bi izmeniti bilo materijal zupčanika, bilo njegov broj zubaca. Ukoliko se potraži rešenje izborom drugog materijala, proračun bi se vršio ovako

$$K_d = \frac{6,22 P (i \pm 1)}{i m^3 \psi z_1^2 \omega_1} = \frac{6,22 \cdot 10 \cdot 10^3 (5+1)}{5 \cdot 0,004^3 \cdot 20 \cdot 20^2 \cdot 26,2} = 5,57 \text{ MPa}$$

pa je

$$K = v K_d = 1,8 \cdot 5,57 \cdot 10^6 = 10 \text{ MPa}$$

Ovoj vrednosti koeficijenta izdržljivosti odgovara čelik za poboljšanje Č. 4732.

Kad bi se zadržao modul $m=4$ mm i materijal zupčanika Č.0545, računski vek zupčanika dobio bi se na ovaj način: za proračunatu vrednost $K=10$ MPa, obrazac za

$$K = 68 (HB)^2 / (E \sqrt[3]{N}),$$

rešen po N daje

$$N = \left(\frac{68 (HB)^2}{EK} \right)^3 = \left(\frac{68 \cdot (1500 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^6} \right)^3 = 4,47 \cdot 10^5$$

što znači da bi vek ovog zupčanika iznosio

$$T_h = \frac{N}{60 n_{\min}} = \frac{4,47 \cdot 10^5}{60 \cdot 250} = 29,8 \text{ časova}$$

2.3.5 STATIČKI PRORAČUN ZUPČANIKA SA HELIKOIDNIM ZUPCIMA

Osnovica za proračun je fiktivni zupčanik, pa je, stoga, polazna jednačina

$$\sigma_{max} = \frac{\Phi_n F_n \xi_\beta}{e_n L_n} = \frac{\Phi_n F_0 \xi_\beta}{e_n L_n \cos \beta}$$

gde je: Φ_n — faktor oblika zupca za fiktivni broj zubaca $z_n = z / \cos^3 \beta$,

F_n [N] — normalna sila na zubac u tangencijalnoj ravni $F_n = F_0 / \cos \beta$,

ξ_β — faktor smanjenja merodavnog kraka sile F_n zbog kose dodirne linije (sl. 2.59); faktor zavisi od ugla β i dat je u tab. 2.14,

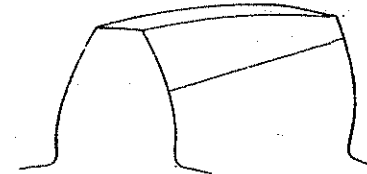
e_n [m] — normalni korak, i

L_n [m] — dužina zupca.

Za $e_n = \pi m_n$, $L = \psi m_n$ i $L_n = L / \cos \beta$

dobija se

$$\sigma_{max} = \frac{\Phi_n F_0 \xi_\beta}{\pi \psi m_n^2} \leq \sigma_{df}$$



Sl. 2.59 — Dodirna linija na boku helikoidnog zupca

Odatle izlazi prvi obrazac za statički proračun normalnog modula helikoidnih zubaca

$$m_n = \sqrt{\frac{\Phi_n F_0 \xi_\beta}{\pi \psi \sigma_{df}}} \quad [\text{m}]$$

Tablica 2.14

Faktor kraka sile helikoidnih zubaca

β°	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ξ_β	1	0,960	0,920	0,875	0,835	0,790	0,750	0,710	0,670	0,630

Na osnovu obrtnog momenta $M_0 = F_0 R = m_n z F_0 / (2 \cos \beta)$ dobija se drugi obrazac za statički proračun normalnog modula

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 \Phi_n M_0 \xi_\beta \cos \beta}{\pi \psi \sigma_{df} z}} \text{ [m]},$$

pa, najzad, na osnovu snage i ugaone brzine, uzimajući u obzir stepen sprezanja, i treći obrazac za statički proračun normalnog modula helikoidnih zubaca

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{0,637 \Phi_n P \xi_\beta \cos \beta}{\sigma_{df} \psi z_1 \varphi_1 \xi_\epsilon}} \text{ [m]}.$$

U ovim obrascima je:

F_0 [N] — periferna sila,

M_0 [N·m] — obrtni moment,

P [W] — snaga,

ω [rad·s⁻¹] — ugaona brzina,

Φ_n — faktor oblika zupca koji se bira prema fiktivnom broju zubaca $z_n = z / \cos^3 \beta$ i faktoru pomeranja profila $x_n = (17 - z_n) / 14$,

ψ — faktor dužine zubaca $\psi = L / m_n$,

ξ_β — faktor kraka sile helikoidnih zubaca, i

ξ_ϵ — faktor stepena sprezanja u normalnoj ravni, koji se unosi u obrazac kada je $\epsilon > 1,25$.

Napomene date o pojedinim veličinama u obrascima za proračun modula pravih zubaca ostaju i ovde na snazi, sa ovim dopunama:

Normalni modul m_n treba da bude u skladu sa standardnim modulima (tab. 2.1); na osnovu usvojenog modula određuju se stvarne mere zupčanika.

Faktor dužine zubaca ψ može se uzimati nešto veći od preporučenih vrednosti ψ za zupčanike sa pravim zupcima. Ponekad se faktor dužine zubaca i ovako izražava: $\psi_n = L_n / m_n$; ova dva izraza za faktor dužine vezana su ovom jednačinom: $\psi = \psi_n \cos \beta$. Prilikom usvajanja stvarne dužine zubaca treba težiti da količnik aksijalne dužine zubaca L i aksijalnog koraka $e_a = e_n / \sin \beta$ bude ceo broj. Samo u tom slučaju dužina zbirne dodirne linije jednovremeno spregnutih zubaca ostaje nepromenjena za vreme celog dodirnog perioda. Dužina zubaca L ni u kom slučaju ne treba da bude manja od aksijalnog koraka $L \geq e_n / \sin \beta$.

Aksijalna dužina zubaca je $L = \psi m_n$, a bočni modul $m_n = m_n / \cos \beta = D_1 / z_1 = D_2 / z_2$. Periferna brzina zupčanika sa helikoidnim zupcima računa se za stvarni prečnik deonog kruga, tj. $v = \pi D_1 n_1 / 60 = \pi D_2 n_2 / 60$ [m/s].

2.3.6 PRORAČUN IZDRŽLJIVOSTI HELIKOIDNIH ZUBACA NA GNJEČENJE

Polazna jednačina ima kao osnovu fiktivni zupčanik:

$$F_N = K_d L_n \rho_n$$

gde je F_N normalna sila na zubac, L_n stvarna dužina zupca, a ρ_n srednji računski poluprečnik krivine profila zubaca u normalnoj ravni. Pošto je

$$\rho_{n1} = R_{n1} \sin \alpha_n = R_1 \sin \alpha_n / \cos^2 \beta,$$

i

$$\rho_{n2} = R_{n2} \sin \alpha_n = R_2 \sin \alpha_n / \cos^2 \beta,$$

a

$$\rho_n = \frac{2 \rho_{n1} \rho_{n2}}{\rho_{n2} \pm \rho_{n1}} = \frac{2 i R_1 \sin \alpha_n}{(i \pm 1) \cos^2 \beta}$$

dobija se

$$F_N = \frac{F_0}{\cos \alpha_n \cos \beta} = K_d \frac{L}{\cos \beta} \frac{2 i R_1 \sin \alpha_n}{(i \pm 1) \cos^2 \beta}$$

odakle je

$$F_0 = \frac{i K_d L D_1 \sin 2 \alpha_n}{2 (i \pm 1) \cos^2 \beta}.$$

Odavde potiču osnovni obrasci za proračun izdržljivosti zupčanika sa helikoidnim zupcima — prema tome da li je polazni podatak obrtni moment ili snaga. Za standardni ugao dodirnice $\alpha_n = 20^\circ$ imaju osnovni obrasci ove oblike:

$$L D_1^2 = \frac{6,22 M_{01} (i \pm 1)}{i K_d} \cos^2 \beta \text{ [m}^3\text{]},$$

i

$$L D_1^2 = \frac{6,22 P (i \pm 1)}{i K_d \omega_1} \cos^2 \beta \text{ [m}^3\text{]}.$$

Sve napomene o proračunu zupčanika sa prvim zupcima, iznesene u čl. 2.34, ostaju i ovde na snazi — sa dopunom da je za helikoidne zupce odnos dužine i prečnika $\varphi = L / D_1 = 1,2 \div 2,4$ i više, gde se veće vrednosti odnose na zupčanike sa strelastim zupcima.

Normalni modul zupčanika sa helikoidnim zupcima može se naći, na osnovu proizvoda $L D_1^2$, pomoću obrazca

$$L = \psi m_n \quad \text{i} \quad D_1 = m_n z_1 / \cos \beta$$

$$K_{\alpha} = \frac{K}{\sin \alpha}$$

kada se, u zavisnosti od obrade i položaja oslonaca, usvoji ψ , ili, u zavisnosti od funkcije, broj zubaca z_1 . Zamenom obrazaca za L i D_1 u obrasce za LD_1^2 mogu se dobiti obrasci za neposredno proračunavanje normalnog modula helikoidnih zubaca; za standardni ugao dodirnice $\alpha_n=20^\circ$ oni izgledaju ovako

$$m_n = \cos \beta \sqrt[3]{\frac{6,22 M_{01} (i+1) \cos \beta}{i K_d \psi z_1^2}} \text{ [m]} \quad i$$

$$m_n = \cos \beta \sqrt[3]{\frac{6,22 P (i+1) \cos \beta}{i K_d \psi z_1^2 \omega_1}} \text{ [m]}$$

gde su: m_n [m] — normalni modul,

β [°] — ugao nagiba zavojne linije na deonom cilindru,

P [W] — snaga,

i — prenosni odnos,

K_d [Pa] — dopuštena vrednost koeficijenta izdržljivosti,

ψ — faktor dužine zubaca,

z_1 — broj zubaca manjeg zupčanika, i

ω_1 [rad.s⁻¹] — ugaona brzina manjeg zupčanika.

Za slučaj primene korekture treba potkorenu vrednost pomnožiti faktorom ξ_x koji za standardne zupčanike sa uglom dodirnice $\alpha_n=20^\circ$ iznosi

$$\xi_x = \frac{0,6428}{\sin 2\alpha_d}$$

gde je α_d ugao dodirnice u radu u normalnom preseku (v. čl. 2.2.1.12).

Primer 2.16: Proračunati modul zupčanika sa helikoidnim zupcima obrađenim brijanjem sa $z_1=30$, $z_2=33$, $P=20$ kW, $n_1=858$ min⁻¹, $\alpha_n=20^\circ$, $\beta=20^\circ$ i $v=1,2$. Iz konstruktivnih razloga usvaja se $\psi=10,9$. Manji zupčanik je od čelika za cementaciju Č.4320.

Faktor dužine zubaca ψ izabran je tako da dužina zubaca podeljena aksijalnim korakom bude $L/e_a=1$. Ako se izvrši zamena $L=m_n \psi$ i $e_a=m_n \pi / \sin \beta$, dobija se $\psi \sin \beta / \pi = 1$, tako da je $\psi = \pi / \sin \beta = \pi / 0,342 = 10,9$.

Iz tablice 2.9 nalazi se $K=45$ MPa, pa je $K_d = K/v = 45/1,2 = 37,7$ MPa. Sa ovim vrednostima dobija se

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{6,22 P (i+1) \cos^4 \beta}{K_d \psi z_1^2 i \omega_1}} = \sqrt[3]{\frac{6,22 \cdot 20 \cdot 10^3 (1,1+1) \cdot 0,094^4}{37,7 \cdot 10^6 \cdot 10,9 \cdot 30^2 \cdot 1,1 \cdot 89,8}} = 0,00177 \text{ m}$$

usvaja se standardni modul $m_n=2$ mm.

Radi proveravanja napona savijanja u korenu zubaca treba izračunati stepen sprežanja ϵ . Računom se dobija $\epsilon=1,69$, pa je $\xi_\epsilon = 0,8 \cdot 1,69 = 1,35$. U tablici 2.14 nalazi se ξ_β 0,835. Sada je

$$\sigma_{f1} = \frac{0,637 \cdot \Phi_{n1} P \cos \beta}{m_n^3 \psi z_1 \omega_1 \xi_\epsilon} = \frac{0,637 \cdot 9,29 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0,94 \cdot 0,835}{0,002^3 \cdot 10,9 \cdot 30 \cdot 89,8 \cdot 1,35} = 293 \text{ MPa}$$

Dopušteni napon $\sigma_{df} = \xi_k \sigma_{d10} = 0,737 \cdot 20 = 147,4$ MPa. Ovde je periferna brzina $v = z_1 m_n \pi n_1 / (60 \cos \beta) = 30 \cdot 0,002 \cdot \pi \cdot 858 / (60 \cdot 0,94) = 2,86$ m/s, pa je

$$\xi_k = a_1 a_2 (a_1 + v) = 8 / (8 + 2,86) = 0,737$$

Poređenjem dobijenih vrednosti vidi se da je

$$\sigma_{f1} > \sigma_{df}$$

Ako se sada proračuna modul na osnovu napona savijanja u korenu zubaca dobija se

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{0,637 \Phi_{n1} P \cos \beta}{\sigma_{df} \psi z_1 \omega_1 \xi_\epsilon}} = \sqrt[3]{\frac{0,637 \cdot 9,29 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0,94 \cdot 0,835}{14,7 \cdot 10,9 \cdot 30 \cdot 89,8 \cdot 1,35}} = 0,00271 \text{ m}$$

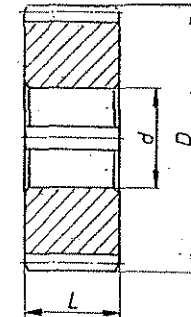
usvaja se standardni modul $m_n=2,75$ mm. Ovaj primer očigledno pokazuje da ima slučajeva kada je za proračun merodavan napon savijanja u korenu zubaca a ne izdržljivost zubaca na dodirni pritisak

2.4 KONSTRUKTIVNI OBLICI

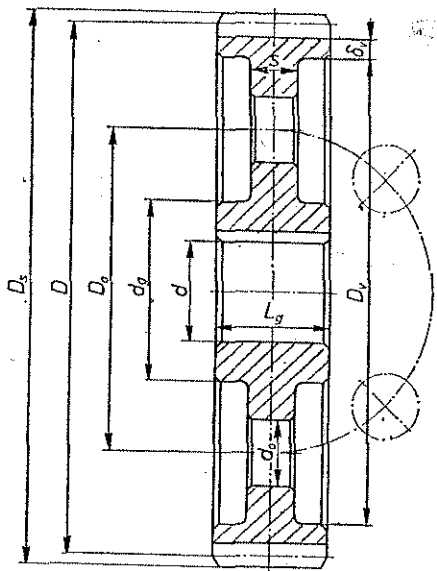
Zupčanik se sastoji, u najopštijem obliku, od zupčanog venca, trupa i glavčine. Zupčanik malog prečnika, za koji je odnos deonog kruga i otvora glavčine, D/d , manji od 3, ima oblik okrugle ploče (sl. 2.60), bez obzira na to da li je izrađen livenjem ili kovanjem. Kod zupčanika većih prečnika trup je redovno tanji od venca i obično je snabdevan otvorima (sl. 2.61 i 2.62). Ovakav oblik primenjuje se za prečnike do 400 mm, uglavnom za zupčanike izrađene kovanjem. Liveni zupčanici većeg prečnika imaju mesto trupa paok (sl. 2.63).

Zupčanici vrlo malog prečnika, za koje je debljina trupa, merena od žleba za klin do podnožnog kruga, manja od 2 modula, prave se izjedna sa vratilom. Ako je zupčanik izrađen od legiranog čelika, može se deo sa zupčanicom zasebno izraditi i zavarivanjem sjediniti sa ostalim delom vratila od ugljeničnog čelika (v. Mašinski elementi II, čl. 1.1.3.4), ili se sjedinjavanje može izvršiti na koji drugi način npr. pomoću Hirtove spojnice.

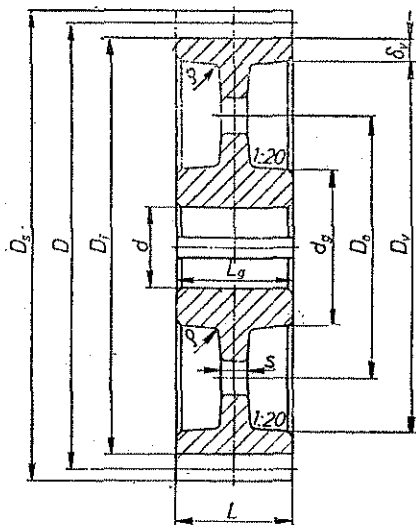
Zupčanik može biti jednodelan ili, za velike prečnike, uglavnom za $D \geq 2500$ mm, dvodelan. Dvodelni zupčanici prave se radi lakše izrade, transporta ili skla-



Sl. 2.60 — Konstrukcioni crtež malog cilindričnog zupčanika u obliku ploče

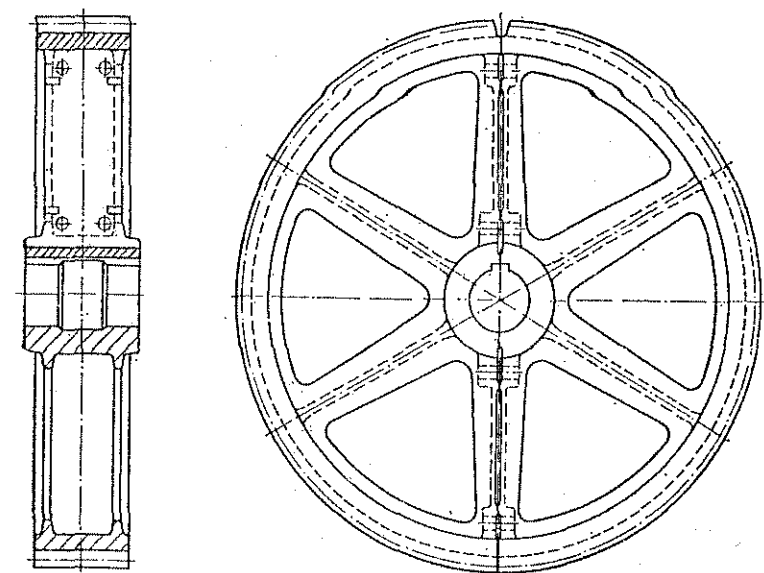


Sl. 2.61 — Konstrukcioni crtež cilindričnog zupčanika izradenog kovanjem



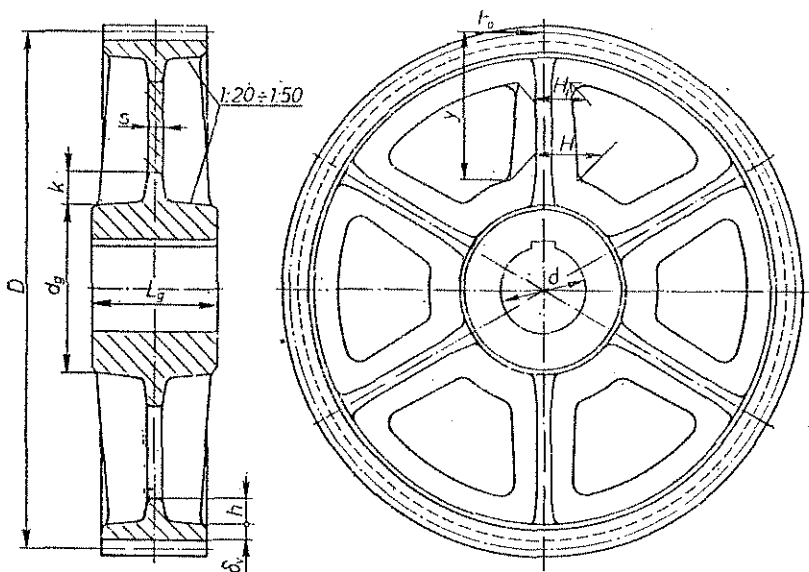
Sl. 2.62 — Konstrukcioni crtež cilindričnog zupčanika izradenog livenjem

panja; isto tako kada je nemoguće da se jednodelni zupčanik navuče na vratilo. Ovakvi zupčanici izrađuju se livenjem ili zavarivanjem (sl. 2.64).

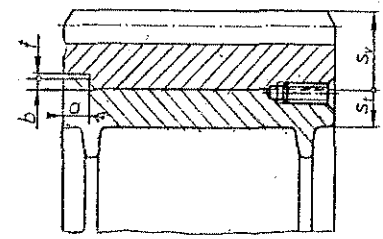


Sl. 2.64 — Dvodelni liveni zupčanik

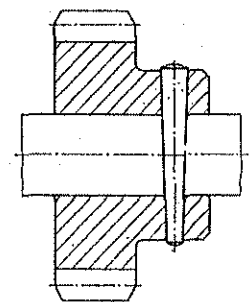
Zupčanici velikog prečnika, za $D \geq 400$ mm, izrađeni od čelika boljeg kvaliteta, radi uštede u materijalu, imaju zaseban ozupčani venac u vidu bandaža koji se navlači, pomoću prese ili u zagrejanom stanju na trup od jeftinijeg materijala, livene ili zavarene konstrukcije (sl. 2.65).



Sl. 2.63 — Jednodelni liveni zupčanik sa paocima



Sl. 2.65 — Veza bandaža sa trupom zupčanika (s_v — debljine bandaža (venca) s_t — debljina oboda trupa



Sl. 2.66 — Veza zupčanika i vratila pomoću čivije

Zupčanici se vezuju sa vratilom pomoću klinova bez nagiba, ili, ako se radi o manjim zupčanicima, pomoću čivija koje prolaze kroz produženu glavčinu (sl. 2.66), ili bez posrednika (ožlebljeno vratilo, navlačenje pod pritiskom na koničan završetak vratila pomoću navrtke za pritezanje ili primenom presovanog sklopa).

Da bi se izbegle deformacije i poremećaj centričnosti zbog zabijanja, treba izbegavati klinove sa nagibom.

Crtež zupčanika sa potrebnim merama za izradu prikazan je na sl. 2.61 i 2.62. Osim toga potrebno je, u obliku tablice, pored crteža, dati podatke o modulu, broju zubaca, uglu dodirnice, spregnutom zupčaniku itd. kao što je to prikazano u tab. 2.14. Ovi podaci propisani su standardom JUS M.C1.039.

Tablica 2.14

Podaci za izradu zupčanika koji se umose u crtež

Broj zubaca	z	Broj zubaca spregnutog zupčanika	z
Modul	m	Međuosno rastojanje	A
Prečnik deonog kruga	D	Merni broj zubaca	z_W
Pomeranje profila	xm	Mera preko zubaca	W
Prečnik temenog kruga	D_s	Ugao nagiba zavojnice zupca	β
Prečnik osnov. kruga	D_0	Težina	G
Ugao dodirnice	α	Podaci o termičkoj obradi	
		Podaci o tolerancijama	

Napomene uz tablicu 2.14:

1. Mera preko zubaca je rastojanje raznoimenih bokova (jednog levog, a drugog desnog) određenog broja zubaca (merni broj zubaca z_W) za koje čeljusti mernog instrumenta sa paralelnim čeljustima tangiraju pomenute bokove zubaca (sl. 2.67). Mera preko zubaca data je izrazom

$$W = m \cos \alpha [\pi (z_W - 0,5) + z \operatorname{inv} \alpha + 2x \operatorname{tg} \alpha] \cos \beta.$$

2. Merni broj zubaca je broj zubaca obuhvaćen mernim instrumentom sa paralelnim čeljustima koje tangiraju raznoimene bokove zubaca. Ovaj broj definisan je izrazom

$$z_W = \frac{z}{\pi} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_x}{\cos^2 \beta} \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{\pi} \right) + 0,5,$$

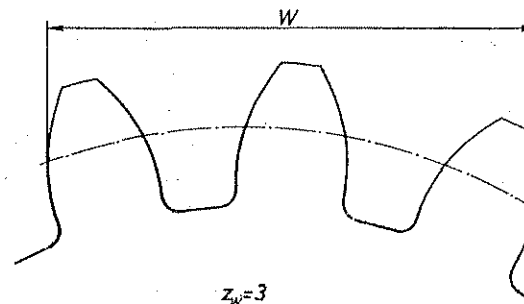
gde je

$$\alpha_x = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 4(x/z)(1+xz)/\cos^2 \alpha}.$$

Dobijeni rezultat za z_W treba zaokružiti na najbliži ceo broj.

Podaci o tolerancijama mere preko zubaca i mernom broju zubaca dati su u standardu JUS M.C1.034.

Sredeni podaci o merama raznih vrsta zupčanika dati su u tablicama 2.15 ÷ 2.17.



Sl. 2.67 — Mera preko zubaca i merni broj zubaca

Tablica 2.15

Podaci u merama zupčanika izrađenih kovanjem ili presovanjem

Naziv	Oznaka	Obrazac
Prečnik otvora glavčine	d	Dobija se proračunom vratila
Prečnik glavčine	d_0	$d_0 = (1,5 \div 1,7) d$
Debljina venca	δ_v	$\delta_v = (2 \div 3) m_s$
Prečnik otvora u trupu	d_0	$d_0 \approx (D_s - d_0) / 5$
Prečnik osnov. kruga otvora	D_0	$D_0 \approx (D_0 + d_0) / 2$
Debljina ploče	s	$s = (0,25 \div 0,3) L$; za $D/d \leq 3$ debljina ploče $s = L$
Dužina glavčine	L_g	$L_g = (1,2 \div 1,5) d$ za vezu klinom; $L_g = (0,8 \div 1,4) d$ za vezu ostvarenu ožlebljenjem ili presovanjem

Napomena uz tablicu 2.15:

Značenje oznaka objašnjeno je na sl. 2.60 i 2.61.

Tablica 2.16

Podaci o merama manjih zupčanika izrađenih livenjem

Naziv	Oznaka	Obrazac	
		za zup. od SL	za zup. od ČL
Prečnik otvora glavčine	d	Dobija se proračunom vratila	
Prečnik glavčine	d_g	$d_g=1,8 d$	$d_g=1,6 d$
Debljina vena	δ_v	$\delta_v=(1,8 \div 2) m_s$	$\delta_v=(1,5 \div 1,8) m_s$
Debljina ploče	s	$s=(3 \div 4) m_s$	$s=(2 \div 3) m_s$
Dužina glavčine	L_g	$L_g=(1,2 \div 1,5) d$	$L_g=(1 \div 1,3) d$

Napomene uz tablicu 2.16:

1. Prečnik osnog kruga otvora D_o i samih otvora d_o proračunava se po obrascima iz tab. 2.15.
2. Debljina vena ne treba da je tanja od 8 mm bez obzira na to da li je zupčanik od SL ili ČL.
3. Značenje oznaka objašnjeno je na sl. 2.62.

Tablica 2.17

Podaci o merama većih zupčanika izrađenih livenjem

Naziv	Oznaka	Obrazac	
		za zupčanike od SL	za zupčanike od ČL
Prečnik otvora glavčine	d	Dobija se proračunom vratila	
Prečnik glavčine	d_g	$d_g=(1,8 \div 2) d$	$d_g=(1,6 \div 1,8) d$
Širina paoka u korenu	H	dobija se proračunom	
Širina paoka pri vrhu	H_1	$H_1=0,8 H$	
Debljina paoka	s	$s=H/5$	
Debljina vena	δ_v	$\delta_v=(1,6 \div 1,8) m_s$	$\delta_v=(1,5 \div 1,7) m_s$
Debljina rebra vena	h	$h=(1,4 \div 1,8) m_s$	$h=(1,2 \div 1,8) m_s$
Debljina rebra glavčine	k	$k=(2 \div 2,2) m_s$	$k=(2 \div 2,2) m_s$
Dužina glavčine	L_g	$L_g=(1,2 \div 1,5) d$	$L_g=(1,2 \div 1,3) d$

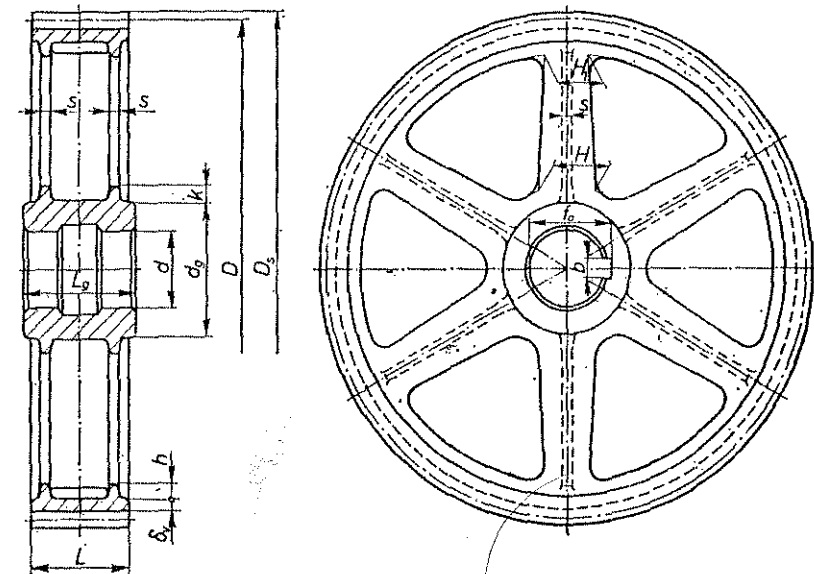
Napomena uz tablicu 2.17:

Značenje oznaka objašnjeno je na sl. 2.63 i 2.68.

Trup livenog zupčanika može imati 4÷10 paoka; broj paoka računa se po empirijskom obrascu

$$N \approx 0,45 \sqrt{D}$$

gde je D [cm] prečnik deonog kruga. Uobičajeni preseci paoka prikazani su na slici u tablici 2.18, gde su dati i odgovarajući otporni momenti preseka paoka. Naj-



Sl. 2.68 — Veći zupčanik sa dva reda paoka izrađen livenjem

češći su preseci u obliku krsta (za $D \leq 1000$ mm i $L \leq 200$ mm), a za zupce veće dužine i za velike prečnike zupčanika preseci u obliku slova H; eliptični preseci primenjuju se ređe, tada je odnos osa 2,5 : 1. Napon od savijanja paoka u korenu proverava se po obrascu

$$\sigma_f = \frac{120 F_0 y}{NH^3} \text{ [Pa]},$$

gde je: F_0 [N] — periferna sila,

y [m] — krak sile F_0 (uzima se iz crteža, v. sl. 2.62.)

N — broj paoka, i

H [m] — širina paoka u korenu.

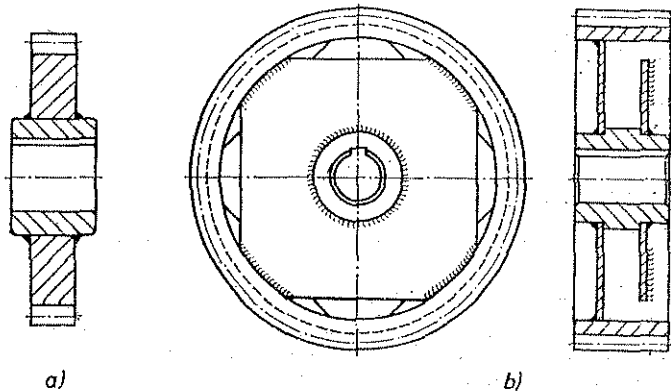
Pri dobijanju ovog približnog obrascu za σ_f pretpostavljeno je da je paok ukleštena greda izložena savijanju, da u jednom trenutku učestvuje četvrtina broja paoka u primanju momenta $F_0 y$, da je odnos širine i debljine preseka $H/s=5$ i da poprečna rebra preseka paoka ne učestvuju u savlađivanju opterećenja. Tačnijeg proračuna paoka zasad još nema. Dopusćeni napon za savijanje može se uzimati: $\sigma_{af}=30 \div 45$ MPa za SL, i $\sigma_{af}=60 \div 70$ MPa za ČL.

Tablica 2.18

Otporni momenti preseka paoka zupčanika

Oblik paoka					
Otporni moment	$W = sH^2/6$	$W = sH^2/6$	$W = sH^2/6$	$W = sH^2/3$	$W = \pi b f^2/32$
Primenjuje se za	$L=200\text{ mm}$ $D=1000\text{ mm}$	$L=200\text{ mm}$ $D=1000\text{ mm}$	$L=200\text{ mm}$ $D=1000\text{ mm}$	$L=100\text{ mm}$ $D=1000\text{ mm}$	za ručni pogon i za poljoprivredne mašine

Razdeljak dvodelnih zupčanika (sl. 2.64) prolazi kroz sredinu paoka i sredinu međuzublja; stoga, dvodelni zupčanik ima paran broj paoka i paran broj zuba. Zavrtnji za vezu delova treba da budu, s jedne strane, što bliže glavčini, a sa druge strane, što bliže vencu. Polovine dvodelnih zupčanika mogu biti zasebno izliveno, na razdeljku obrađene pa zavrtnjima vezane u celinu. Jeftinije je i prostije da se budući dvodelni zupčanik lije kao jedan komad pa neposredno po završenom livenju, dok je liv još topao, lomi nadvoje. Da bi se prelamanje olakšalo, stavlja se u budući razdeljak, prilikom kalupljenja, tanak lim, tako da ostanu male površine za prelamanje. Prelomne površine, široke najviše 5 mm, označene su na



Sl. 2.69 — Zupčanik izraden zavarivanjem (a—manji zupčanik, b—veći zupčanik)

sl. 2.69 isprekidanom šrafurom; one su grube i ne obrađuju se. Presek razdeljnog paoka može biti pojačan da bi njegov otporni moment bio jednak otpornom momentu ostalih paoka.

Čelični zupčanici ili se stružu iz punog komada, ili se prethodno kuju pa stružu, ili se presuju pa stružu. Kada je oblik zupčanika gotov, obavljaju se ostale potrebne operacije (izrađuju žlebovi za klinove i sl.) pa najzad, režu zupci.

Za velike prečnike telo zupčanika redovno je od jeftinijeg materijala, a samo bandaž od čelika. Konstrukcione mere ovakvog rešenja iznose na osnovu iskustva (v. sl. 2.67)

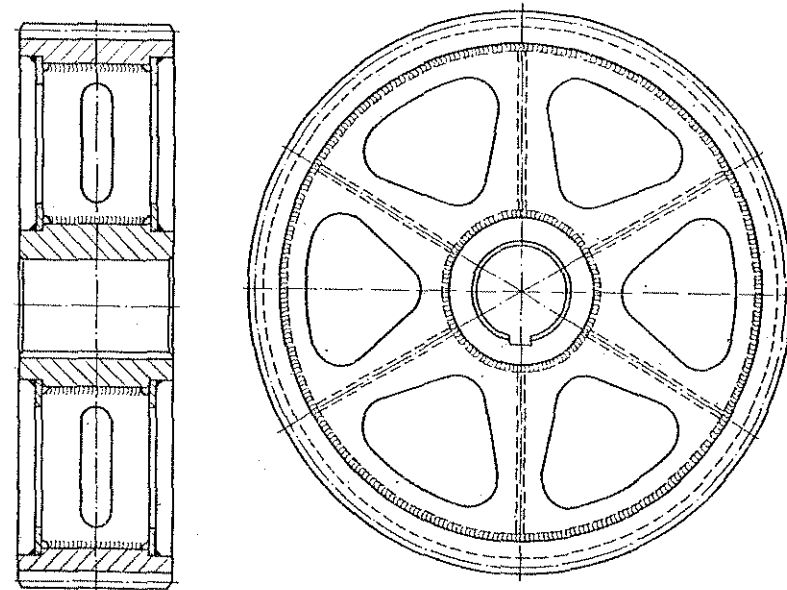
$$s_r = (0,8 \div 1,4) (D/80 + 1) + 0,25 m_s [\text{cm}]$$

i

$$s_r = (0,8 \div 1,4) (D/80 + 1,8) [\text{cm}]$$

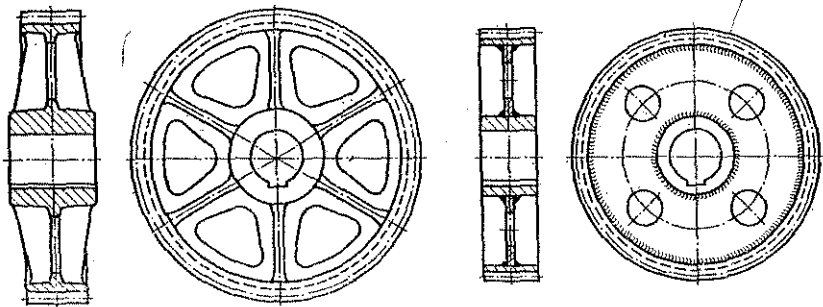
gde je D [cm] prečnik deonog kruga i m_s [cm] bočni modul. Veće vrednosti usvajati za veće širine bandaža i obrnuto. Širina naslona a usvaja se od 10 do 20 mm, a širina b oko 5 mm, zazor f je oko 1 mm (sl. 2.65).

Zavareni zupčanici, puni, pi kazani su na sl. 2.69, a sa otvorima na trupu na sl. 2.70. Zavareni zupčanici većih prečnika imaju rebra radi postizanja krutosti konstrukcije. Zavareni zupčanici lakši su od livenih; razlika u težini može da bude



Sl. 2.70 — Veliki zupčanik izraden zavarivanjem

i do 50%. Na sl. 2.71 prikazane su uporedo livena i zavarena konstrukcija zupčanika za jednak obrtni moment.



Sl. 2.71 — Poređenja livenog i zavarenog zupčanika za prenošenje jednakog obrtnog momenta

Definicije odstupanja cilindričnih evolventnih zupčanika date su u standardu JUS M.C1.030; osnovi sistema tolerancija u JUS M.C1.031; tolerancije tela zupčanika u JUS M.C1.032; tolerancije funkcionalne kontrole u JUS M.C1.033.

2.5 PODMAZIVANJE ZUPČANIKA

Trenje i habanje zubaca mogu se znatno ublažiti podmazivanjem. Mazivo pomaže i hlađenje zupčanika, naročito kada se obilno dovodi. Između zubaca teško je postići potpuno podmazivanje, tj. trenje okvašenih površina. Razlog je što se pri malim brzinama ne može stvoriti potreban hidrodinamički pritisak u sloju maziva, a pri velikim brzinama mazivo se teško zadržava na bokovima zubaca zbog jake centrifugalne sile. Zato je pri velikim brzinama korisno ubrizgavati mazivo među zupce.

Za podmazivanje zubaca primenjuju se čvrsta maziva kao npr. molibdenov disulfid (za brzine do 0,3 m/s), masti (za brzine do 1 m/s) i ulje. Čvrsta maziva i mast pogodni su za otvorene prenosnike, a ulje za prenosnike u zatvorenim kućicama.

Dva su osnovna sistema za podmazivanje zubaca uljem: potapanje i ubrizgavanje. U sistemu potapanja je obično veći zupčanik svojim donjim delom zaronjen u uljno kupatilo i to toliko da dubina potapanja iznosi 1 do 5 modula. Podmazivanje potapanjem primenjuje se za brzine do 15 m/s. Za veće brzine u obzir dolazi jedino podmazivanje ubrizgavanjem. Ulje se pod pritiskom pomoću mlaznice ubrizgava među zupce neposredno pre njihovog ulaska u spregu. Jedno te isto ulje stalno cirkuliše kroz sistem za podmazivanje, koji sadrži pumpu, filter, hladnjak, potrebne cevi sa cevnom armaturom, i, za kontrolu, termometar i manometar.

Temperatura ulja ne treba da pređe 60 °C, izuzetno 80 °C, jer pri višim temperaturama ulje prebrzo stari. Podaci o viskoznosti ulja zavisno od snage i brzine obrtanja dati su u tab. 2.19.

Tablica 2.19

Podaci o viskoznosti ulja za zupčanike η [Pa.s/50 °C]

Snaga P [kW]	Ugaona brzina ω , [rad.s ⁻¹]			
	10 ÷ 25	25 ÷ 75	75 ÷ 250	iznad 250
1 do 5	0,06	0,045	0,033	0,033
5 do 100	0,06	0,06	0,045	0,033
preko 100	0,08	0,06	0,045	0,033

Napomena uz tablicu 2.19:

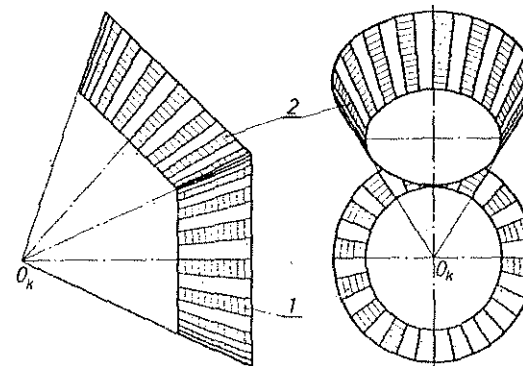
Ulja za podmazivanje zupčanika redovno su legirana ulja za jaka opterećenja, tzv. EP ulja, i hipoidna ulja velike nosivosti. Zamenu ulja treba vršiti posle svakih 1000 ÷ 5000 časova rada, zavisno od opterećenja. U početnim periodima rada, prilikom razrađivanja, posle 20 ÷ 30 časova rada.

2.6 ZUPČANICI ZA VRATILA KOJA SE SEKU

2.6.1 KONIČNI ZUPČANICI SA PRAVIM ZUPCIMA

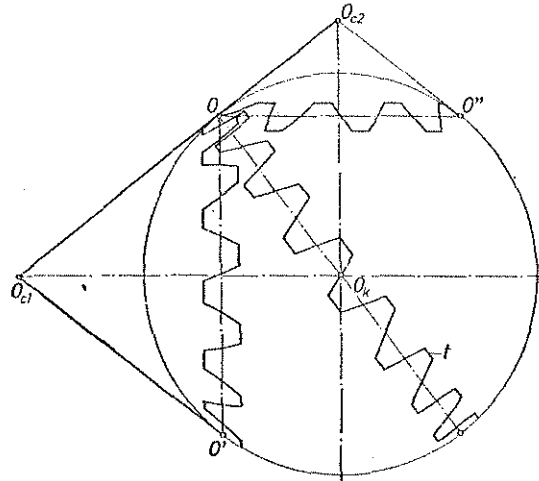
2.6.1.1 Osnovni pojmovi

Zupčanici za prenošenje obrtnog momenta između vratila koja se seku moraju biti konični, sa zajedničkim vrhom spregnutih konusa u tački O_k (sl. 2.72), slično



Sl. 2.72 — Dodirni konusi koničnih zupčanika

koničnim frikcionim točkovima. Pri obrtanju kotrljaju se dodirni konusi 1 i 2 jedan po drugom bez klizanja. Na sl. 2.72 predstavljeni su preseči zubaca, koji leže u omotačima dodirnih konusa. Bilo bi pravilno kada bi se evolventni profili zubaca razvijali po sfernoj površini lopte koja bi obuhvatala osnovice jednog i drugog konusa, a kojoj bi središte bilo u zajedničkom vrhu O_k (sl. 2.73). Radi uproš-



Sl. 2.73 — Spregnute evolvente konstruisane po površini lopte (t —zajednički osnovni profil)

ćavanja zamenjuje se površina lopte površinom omotača dopunskog konusa; dopunski konus zupčanika 1 obuhvata osnovicu dodirnog konusa sa vrhom u tački O_{c1} na osi zupčanika 1, a dopunski konus 2 obuhvata osnovicu dodirnog konusa sa vrhom u tački O_{c2} na osi zupčanika 2. Izvodnice dopunskih konusa upravne su na izvodnice dodirnih konusa. Omotači dopunskih konusa tangiraju ranije pomenutu loptu. Na sl. 2.74 prikazana je potpuna shema koničnih zupčanika sa dopunskim konusima. Iz slike izlazi veza između poluprečnika deonih krugova dopunskih konusa R_{c1} i R_{c2} i stvarnih deonih krugova R_1 i R_2 na većim osnovicama:

$$R_1 = R_{c1} \cos \delta_1$$

i

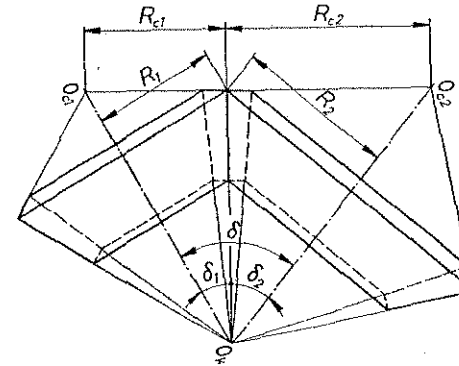
$$R_2 = R_{c2} \cos \delta_2.$$

Radi konstruisanja evolvente potrebno je razviti omotač dopunskog konusa u ravan crteža sl. 2.75. Poluprečnici osnovnih krugova u ovoj razvijenoj ravni su

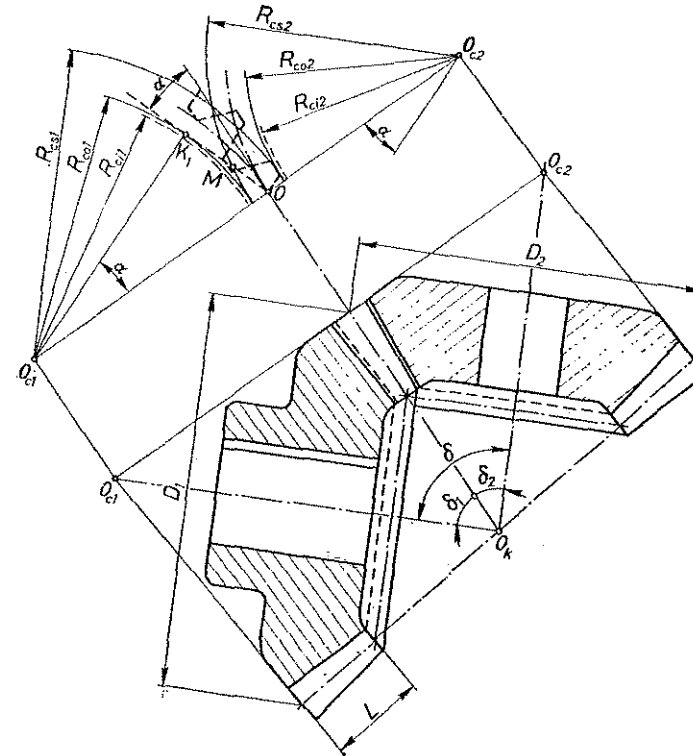
$$R_{01} = R_{c1} \cos \alpha = \frac{R_1 \cos \alpha}{\cos \delta_1} \quad \text{i} \quad R_{02} = R_{c2} \cos \alpha = \frac{R_2 \cos \alpha}{\cos \delta_2}$$

gde je α ugao dodirnice, a δ_1 i δ_2 poluuglovi pri vrhovima dodirnih odn. deonih konusa. Ugao pod kojim se seku vratila je $\delta = \delta_1 + \delta_2$.

Sva kinematska pravila o zupčanju cilindričnih zupčanika ostaju i ovde na snazi kada se primene na ovako razvijeni profil zubaca. Zupci koničnih zupčanika



Sl. 2.74 — Shema koničnih zupčanika sa dopunskim konusima



Sl. 2.75 — Razvijeni omotači dopunskih konusa sa osnovnim profilom i delom dodirnice

stanjuju se prema vrhu konusa. Kao osnova za merenje i izradu služi njihov deblji kraj tj. prečnik spoljnog deonog kruga D_1 odn. D_2 i spoljni modul m . Kao osnova za proračun služe srednji modul m_m i prečnici srednjih deonih krugova D_{m1} i D_{m2} (sl. 2.78). Stvarna dužina zupca je L (sl. 2.75).

Pri proračunavanju i proučavanju koničnih zupčanika treba razlikovati stvarni broj zubaca z od računskog broja zubaca z_c koji odgovara prečniku deonog kruga dopunskog konusa D_c . Iz jednakosti

$$D_1 \pi = z_1 e \quad \text{i} \quad D_2 \pi = z_2 e,$$

$$D_{c1} \pi = z_{c1} e \quad \text{i} \quad D_{c2} \pi = z_{c2} e,$$

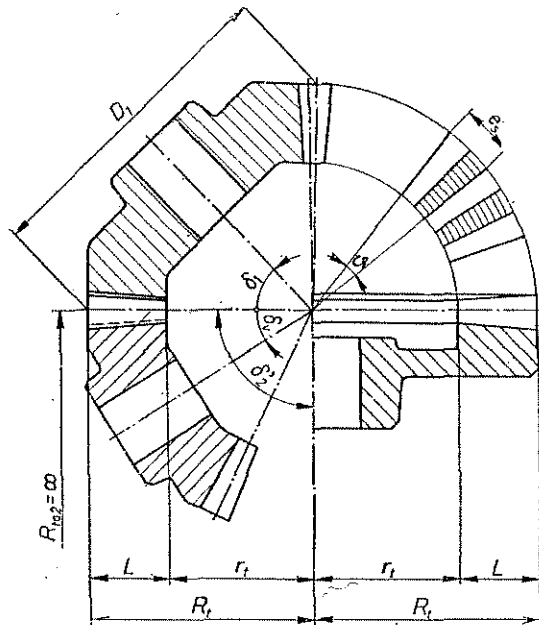
gde je e zajednički korak, izlazi

$$z_{c1} = D_{c1} z_1 / D_1 = z_1 / \cos \delta_1 \quad \text{i} \quad z_{c2} = D_{c2} z_2 / D_2 = z_2 / \cos \delta_2,$$

odnosno

$$z_1 = z_{c1} \cos \delta_1 \quad \text{i} \quad z_2 = z_{c2} \cos \delta_2.$$

Računski broj zubaca z_c veći je od stvarnog broja zubaca z . Računski broj zubaca je podloga za određivanje kinematskih osobina koničnih zupčanika: stepena sprežanja, graničnog broja zubaca, korekture, odn. pomeranja profila itd.



Sl. 2.76 — Osnovni konični zupčanik

Samo izuzetno mogu biti brojevi zubaca z_{c1} i z_{c2} celi brojevi, međutim, stvarni brojevi zubaca z_1 i z_2 uvek su celi brojevi.

Prenosni odnos koničnih zupčanika može se izraziti u ovih šest vidova:

$$i = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = R_2 / R_1 = D_2 / D_1 = z_2 / z_1 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1$$

Kada je prenosni odnos propisan, a ugao δ , pod kojim se ose zupčanika seku, poznat, mogu biti proračunati uglovi δ_1 i δ_2 na osnovu ovog razmatranja

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \delta}{i + \cos \delta} = \frac{z_1 \sin \delta}{z_2 + z_1 \cos \delta}$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\sin \delta}{1/i + \cos \delta} = \frac{z_2 \sin \delta}{z_1 + z_2 \cos \delta}$$

U primeni je najčešće $\delta = 90^\circ$, pa je tada

$$\operatorname{tg} \delta_1 = 1/i = z_1/z_2 \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} \delta_2 = i = z_2/z_1$$

U posebnoj slučaju jedan od zupčanika postaje »tanjirast« kada mu je ugao konusa 180° . Na sl. 2.76 prikazana je shema ovakve sprege kada je $\delta_2 = 90^\circ$.

2.6.1.2 Osnovni konični zupčanik (osnovna zupčasta ploča)

Tanjirasti zupčanik, pomenut na kraju prethodnog člana, može se usvojiti kao polazni oblik za proračunavanja i izradu koničnih zupčanika. Tada se on zove osnovnim koničnim zupčanikom, i ima isti značaj za konične zupčanike, koji ima osnovni zupčani profil za cilindrične zupčanike (čl. 2.2.1.2)

Pošto je prema sl. 2.76

$$\sin \delta_1 = R_1 / R_0 = D_1 / D_0 = z_1 / z_0,$$

može se lako izračunati broj zubaca tanjirastog zupčanika odn. osnovnog koničnog zupčanika

$$z_0 = z_1 / \sin \delta_1,$$

a odatle i prečnik osnovnog koničnog zupčanika

$$D_0 = D_1 / \sin \delta_1.$$

Spoljni korak, meren po luku, iznosi

$$e_{0s} = D_0 \pi / z_0 = D_1 \pi / z_1,$$

a ugaoni korak

$$\vartheta = 2 \pi / z_0$$

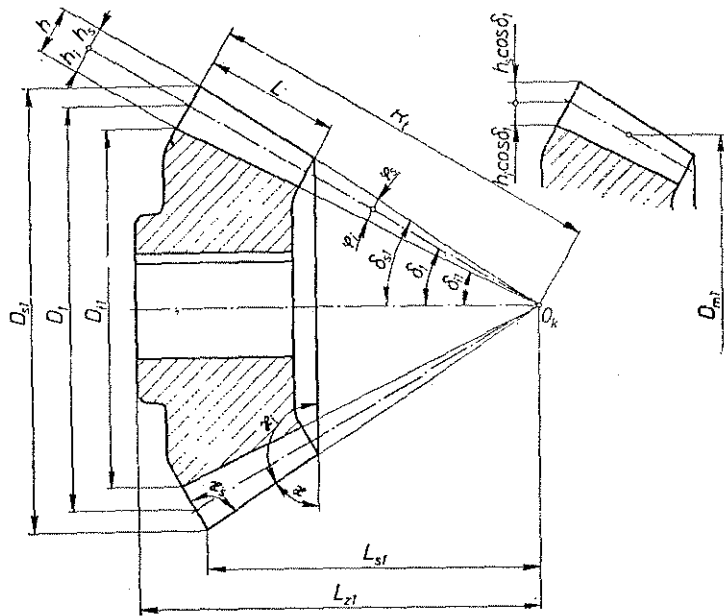
Deoni ili dodirni konus osnovnog koničnog zupčanika prelazi u ravan i ima oblik kružnog prstena širine $L = R_1 - r_1$. Poluprečnik osnovnog kruga postaje beskonačno velik jer je $\delta'_2 = 90^\circ$:

$$R_{102} = R_1 \cos \alpha / \cos 90^\circ = \infty.$$

Stepenom punoće koničnog zupčanika naziva se odnos

$$\gamma = L/R_1.$$

Ovaj odnos kreće se obično od 0,25 do 0,33 (sl. 2.77).



Sl. 2.77 — Glavne mere koničnih zupčanika sa pravim zupcima

Osnovni konični zupčanik može se zamisliti kao alat pomoću koga se, po postupku relativnog kotrljanja, izrađuju zupci spregnutih koničnih zupčanika.

2.6.1.3 Izrada

Pravi zupci koničnih zupčanika mogu se izrađivati livenjem i rezanjem (rendisanje ili glodanje).

Najčešće primenjivani postupak rendisanja sastoji se u tome da se sečivo noža kreće uzduž zupca po izvodnici konusa u pravcu vrha, rendišući međuzublje.

Ovakvo kretanje noža može se ostvariti bilo pomoću šablona bilo relativnim kotrljanjem alata i zupčanika.

Glodanje međuzublja koničnih zupčanika profilisanim glodalom je netačna operacija pa se zato retko i primenjuje (samo za sporedne svrhe). Glodalo je tada tanje od međuzublja na tanjem kraju zupčanika, a profil mu odgovara spoljnoj evolventi konstruisanoj prema računskom broju zubaca. Stoga se levi i desni bok zupca obrađuju zasebno.

2.6.1.4 Geometrijske mere

Na osnovu usvojenih ili proračunatih podataka mogu biti izračunate sve geometrijske mere koničnih zupčanika, potrebne za konstruisanje, izradu i sklapanje. U polazne podatke ulaze: spoljni modul m , ugao dodirnice α , ugao presecanja osa δ , prenosni odnos i , brojevi zubaca z_1 i z_2 i dužina zupca L . U pregledu geometrijskih mera i veličina, koji je u produženju iznesen zajedno sa načinom izračunavanja, usvojen je indeks 1 za manji (predajni) zupčanik, indeks 2 za veći (prijemni) zupčanik, a bez indeksa su mere i veličine zajedničke za oba spregnuta zupčanika. Oznake su date na sl. 2.77.

	Zupčanik 1	Zupčanik 2
I. Uglovi deonog konusa:		
za $\delta = 90^\circ$		
	$\text{tg } \delta_1 = 1/i = z_1/z_2$	$\text{tg } \delta_2 = i = z_2/z_1$
za $\delta < 90^\circ$		
	$\text{tg } \delta_1 = \frac{\sin \delta}{i + \cos \delta}$	$\text{tg } \delta_2 = \frac{\sin \delta}{1/i + \cos \delta}$
za $\delta > 90^\circ$		
	$\text{tg } \delta_1 = \frac{\sin(180 - \delta)}{i - \cos(180 - \delta)}$	$\text{tg } \delta_2 = \frac{\sin(180 - \delta)}{1/i - \cos(180 - \delta)}$
pa odatle	δ_1	δ_2
i kontrola	$\delta = \delta_1 + \delta_2$	

2. Visina zupca:

temena	$h_0 = m$
podnožna	$h_1 = 1,2 m$
ukupna	$h = 2,2 m$

3. Prečnici:

deonih krugova

$$D_1 = m z_1 \quad D_2 = m z_2$$

temenih krugova

$$D_{s1} = m (z_1 + 2 \cos \delta_1) \quad D_{s2} = m (z_2 + 2 \cos \delta_2)$$

podnožnih krugova

$$D_{i1} = m (z_1 - 2,4 \cos \delta_1) \quad D_{i2} = m (z_2 - 2,4 \cos \delta_2)$$

4. Osnovni konični zupčanik:

Prečnik

$$D_t = 2 R_1 = D_1 / \sin \delta_1 = D_2 / \sin \delta_2$$

Broj zubaca

$$z_0 = z_1 / \sin \delta_1 = z_2 / \sin \delta_2$$

Ugaoni korak

$$= 2 \pi / z_0$$

5. Temeni ugao zupca

$$\operatorname{tg} \varphi_s = m / R_t = 2 \sin \delta_1 / z_1 = 2 \sin \delta_2 / z_2$$

pa se odatle nalazi φ_s i, zatim, temeni ugao konusa

$$\delta_{s1} = \delta_1 + \varphi_s \quad \delta_{s2} = \delta_2 + \varphi_s$$

6. Podnožni ugao zupca (za $h_t = 1,2 m$):

$$\operatorname{tg} \varphi_i = 1,2 m / R_0 = 2,4 \sin \delta_1 / z_1 = 2,4 \sin \delta_2 / z_2$$

pa se odatle nalazi φ_i i podnožni ugao konusa

$$\delta_{i1} = \delta_1 - \varphi_i \quad \delta_{i2} = \delta_2 - \varphi_i$$

7. Uglovi zupca:

spoljnji

$$x_s = 90 - \varphi_s$$

unutrašnji

$$x_{i1} = 90 + \delta_{s1} \quad x_{i2} = 90 + \delta_{s2}$$

kontrolni

$$x_1 = 90 - \delta_{s1} \quad x_2 = 90 - \delta_{s2}$$

8. Prečnici na dopunskom konusu:

deonog kruga

$$D_{c1} = D_1 / \cos \delta_1 \quad D_{c2} = D_2 / \cos \delta_2$$

temenog kruga

$$D_{cs1} = D_{c1} + 2 m \quad D_{cs2} = D_{c2} + 2 m$$

podnožnog kruga

$$D_{ci1} = D_{c1} - 2,4 m \quad D_{ci2} = D_{c2} - 2,4 m$$

osnovnog kruga

$$D_{c01} = D_1 \cos \alpha / \cos \delta_1 \quad D_{c02} = D_2 \cos \alpha / \cos \delta_2$$

9. Ukupna temena visina zupčanika:

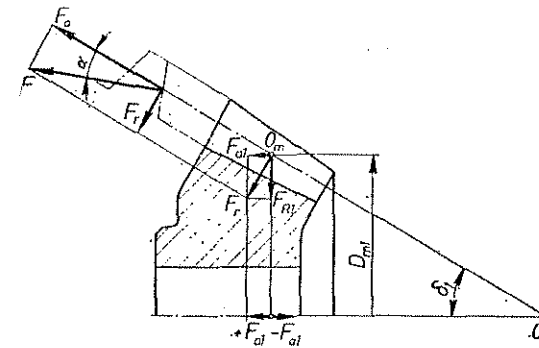
$$L_{s1} = D_{s1} / (2 \operatorname{tg} \delta_{s1}) \quad L_{s2} = D_{s2} / (2 \operatorname{tg} \delta_{s2})$$

Izneseni postupak za proračunavanje geometrijskih veličina odnosi se samo na nekorigovane zupce. Podaci pod (4) mogu poslužiti pri izradi zubaca putem relativnog kotrljanja, a pod (8) pri izradi zubaca pomoću šablona.

Konični zupčanici obuhvaćeni su standardom JUS M.C1.013.

2.6.1.5 Sile i opterećenje vratila

U radu je zubac koničnog zupčanika izložen sili F_n ; uvek se uzima da je sila F_n koncentrisana i da deluje u sredini zupca na deonom ili dodirnom konusu (tačka O_m na sl. 2.78). Sila F_n , koja je upravna na evolventni bok zupca, može se razložiti na dve komponente: $F_0 = F_n \cos \alpha$ i $F_r = F_n \sin \alpha$ (na sl. 2.78, levo gore).



Sl. 2.78 — Sile na pravom zupcu koničnog zupčanika

Ako se osa zupčanika uzme kao osnovica, može se sila F_r razložiti na dve komponente

radijalnu:

$$F_{R1} = F_r \cos \delta_1 = F_n \sin \alpha \cos \delta_1 = F_0 \sin \alpha \cos \delta_1 / \cos \alpha = F_0 \cos \delta_1 \operatorname{tg} \alpha, \text{ i}$$

aksijalnu:

$$F_{a1} = F_r \sin \delta_1 = F_n \sin \alpha \sin \delta_1 = F_0 \sin \alpha \sin \delta_1 / \cos \alpha = F_0 \sin \delta_1 \operatorname{tg} \alpha.$$

Za drugi spregnuti zupčanik indeks 1 menja se u indeks 2.

Prema tome, konični zupčanik opterećuje vratilo ovim silama:

1. perifernom silom $F_0 = 2 M_0 / D_{m1}$
2. radialnom silom $F_{R1} = F_0 \cos \delta_1 \operatorname{tg} \alpha$
3. aksijalnom silom $F_{a1} = F_0 \sin \delta_1 \operatorname{tg} \alpha$.

Periferna sila izračunava se ili na osnovu obrtnog momenta M_0 [N m] ili na osnovu snage P [W] i ugaone brzine ω [rad.s⁻¹]:

$$F_0 = M_{01} / R_{m1} \text{ [N]},$$

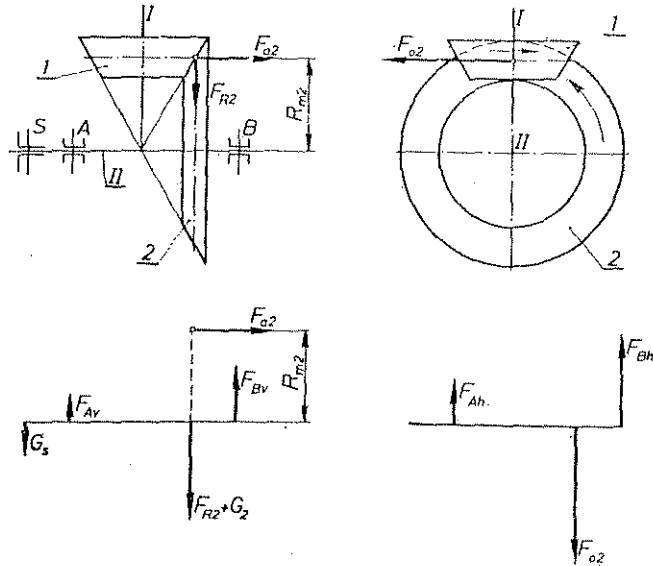
odnosno

$$F_0 = \frac{P}{R_{m1} \omega} \text{ [N]}$$

gde je R_{m1} [m] poluprečnik srednjeg deonog kruga zupčanika. Smer sile F_0 posmatran iz srednje dodirne tačke zupčanika, suprotan je smeru obrtanja za predajno vratilo, a poklapa se sa smerom obrtanja za prijemno vratilo. Sila F_0 izlaže vratilo savijanju, a njen moment $F_0 R_{m1}$ izaziva obrtanje vratila i izlaže ga torziji.

Radialna sila F_R savija vratilo, a smer joj je uvek upravljn ka vratilu.

Aksijalna sila F_a pritiskuje ili isteže vratilo u zavisnosti od položaja aksijalnog ležišta, a osim toga, ona stvara moment $F_a R_{m1}$ koji vratilo izlaže naprezanju



Sl. 2.79 — Shema opterećenja vratila sa koničnim zupčanikom iz primera 2.18

od savijanja; ovaj moment treba svakako uzeti u obzir pri određivanju otpora oslonaca vratila. Smer aksijalne sile uvek je upravljn od vrha konusa ka zupčaniku.

P r i m e r 2.18: Na vratilu II (sl. 2.79) nalaze se konični zupčanik 2 i spojnica S; na predajnom vratilu I je zupčanik 1. Poznati su podaci: Periferna sila F_0 , težina zupčanika G_z , težina spojnice G_s , ugao dodirnice α i ugao konusa δ_2 . Potrebno je nacrtati shemu opterećenja vratila.

Shema opterećenja nacrtana je sa pretpostavkom da je osa zupčanika 2 horizontalna.

Horizontalne su sile:

- u tački S 0
- u tački 2 F_0 .

Vertikalne su sile:

- u tački S G_s
- u tački 2 $F_{R2} + G_2 = F_0 \cos \delta_2 \operatorname{tg} \alpha + G_2$.

Osim toga, u vertikalnoj ravni deluje i spoljni moment

$$M_{a2} = F_{a2} R_{m2} = F_0 R_{m2} \sin \delta_2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Aksijalna sila u tački 2 je

$$F_{a2} = F_0 \sin \delta_2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Ova aksijalna sila izlagala bi deo vratila od A do zupčanika 2 naprezanju od istežanja kada bi aksijalno ležište bilo u tački A, a deo vratila od zupčanika 2 do tačke B naprezanju od pritiskivanja kada bi aksijalno ležište bilo u B. U načelu, bolje je konstrukciju tako izvesti da vratilo bude izloženo istežanju.

2.6.1.6 Granični broj zubaca i korektura

Za određivanje graničnog broja pravih zubaca koničnih zupčanika merodavan je računski broj zubaca na dopunskom konusu (za faktor visine $k=1$).

$$z_{g01} = z_{cg0} \cos \delta_1;$$

gde je z_{cg0} računski granični broj zubaca za slučaj da uopšte nema podsecanja. Broja zubaca z_{cg0} jednak je graničnom broju zubaca z_{g0} cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima. Prema tome je stvarni granični broj zubaca bez podsecanja, za $\alpha=20^\circ$:

$$z_{g01} = 17 \cos \delta_1,$$

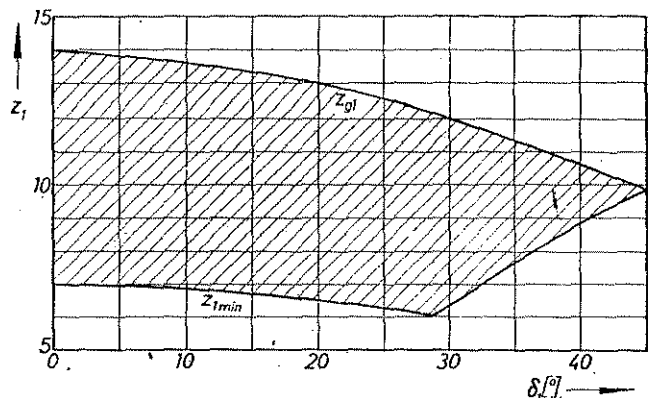
a pri praktično dopuštenom minimalnom podsecanju

$$z_{g1} = 14 \cos \delta_1.$$

Granični broj zubaca zavisi od ugla δ_1 . Uticaj ugla δ_1 na granični broj zubaca prikazan je na sl. 2.80.

Konični zupčanici sa pravim zupcima mogu takođe biti korigovani.

Kada se, radi uštede u prostoru, želi da se primene zupčanici sa brojem zubaca manjim od graničnog, potrebno je korigovati zupce. Minimalni broj zubaca



Sl. 2.80 — Zavisnost graničnog i minimalnog broja pravih zubaca koničnih zupčanika od polougla konusa

ograničen je pojavom šiljastih zubaca (v. sl. 2.80, liniju z_{min}). Šrafirana površina na sl. 2.80 pokazuje dopuštenu oblast broja zubaca korigovanih uz minimalno podsecanje za ugao dodirnice $\alpha=20^\circ$.

Konični zupčanici sa pravim zupcima mogu biti korigovani i po I i po II vrsti.

Za korigovanje po prvoj vrsti treba da budu ispunjeni ovi uslovi

$$z_{c1} \leq z_{cg} \quad z_{c2} \geq z_{cg} \quad \text{ i } \quad z_{c1} + z_{c2} \geq 2 z_{cg}$$

gde indeks »c« obeležava veličine na dopunskom konusu. Kada se uzmu u obzir stvarni brojevi zubaca, uslovi se mogu i ovako napisati (za $\alpha=20^\circ$)

$$\begin{aligned} z_1 / \cos \delta_1 &< 14 & z_2 / \cos \delta_2 &> 14 \\ z_1 / \cos \delta_1 + z_2 / \cos \delta_2 &\geq 28 \end{aligned}$$

Faktor korekture iznosi za manji zupčanik

$$x_1 = \frac{14 - z_1 / \cos \delta_1}{17}$$

a za veći zupčanik je $x_2 = -x_1$ (korektura I vrste).

Stvarne su korigovane mere zupčanika 1 i 2 za $h_s = m$ i $h_t = 1,2 m$:

Prečnici deonih krugova

$$D_1 = m z_1 \quad D_2 = m z_2$$

Prečnici temenih krugova

$$D_{s1} = D_1 + 2 m (1 + x) \cos \delta_1 \quad \text{ i } \quad D_{s2} = D_2 + 2 m (1 - x) \cos \delta_2$$

Prečnici podnožnih krugova

$$D_{i1} = D_1 - 2 m (1,2 - x) \cos \delta_1 \quad \text{ i } \quad D_{i2} = D_2 - 2 m (1,2 + x) \cos \delta_2$$

Temeni uglovi zubaca su

$$\operatorname{tg} \varphi_{s1} = 2 (1 + x) \sin \delta_1 / z_1 \quad \text{ i } \quad \operatorname{tg} \varphi_{s2} = 2 (1 - x) \sin \delta_2 / z_2$$

Podnožni uglovi zubaca su

$$\operatorname{tg} \varphi_{i1} = \frac{2 (1,2 - x) \sin \delta_1}{z_1} \quad \text{ i } \quad \operatorname{tg} \varphi_{i2} = \frac{2 (1,2 + x) \sin \delta_2}{z_2}$$

Ostale geometrijske mere korigovanih zupčanika izračunavaju se prema uputstvima u čl. 2.6.1.4 s tim da se uzmu u obzir navedene izmene.

Primer 2.19: Potrebno je odrediti prečnike spoljnjih, deonih, temenih i podnožnih krugova koničnih zupčanika sa korigovanim pravim zupcima kada je

$$z_1 = 10, \quad z_2 = 25, \quad \delta = 90^\circ, \quad \alpha = 20^\circ \quad \text{ i } \quad m = 6 \text{ mm.}$$

$$i = z_2 / z_1 = 25 / 10 = 2,5$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = 1 / i = 10 / 25 = 0,4 \quad \delta_1 \approx 21^\circ 48'$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = i = 25 / 10 = 2,5 \quad \delta_2 \approx 68^\circ 12'$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 21^\circ 48' + 68^\circ 12' = 90^\circ$$

$$z_{c1} = z_1 / \cos \delta_1 = 10 / 0,9285 = 10,77 < 14$$

$$z_{c2} = z_2 / \cos \delta_2 = 25 / 0,3714 = 67,31 > 14$$

$$z_{c1} + z_{c2} = 10,77 + 67,31 = 78,08 > 28.$$

To pokazuje da su ispunjeni uslovi za korekturu I vrste. Faktor korekture iznosi

$$x = \pm \frac{14 - z_{c1}}{17} = \frac{14 - 10,77}{17} = \pm \frac{3,23}{17} \approx \pm 0,19$$

pa su tražene mere izražene u milimetrima

$$D_1 = m z_1 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ mm}, \quad D_2 = m z_2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ mm},$$

$$D_{s1} = m (z_1 + 2 (1 + x) \cos \delta_1) = 6 (10 + 2 (1 + 0,19) \cdot 0,93) = 73,26 \text{ mm.}$$

$$D_{s2} = m (z_2 + 2 (1 - x) \cos \delta_2) = 6 (25 + 2 (1 - 0,19) \cdot 0,37) = 153,6 \text{ mm.}$$

$$D_{i1} = m (z_1 - 2 (1,2 - x) \cos \delta_1) = 6 (10 - 2 (1,2 - 0,19) \cdot 0,93) = 48,72 \text{ mm.}$$

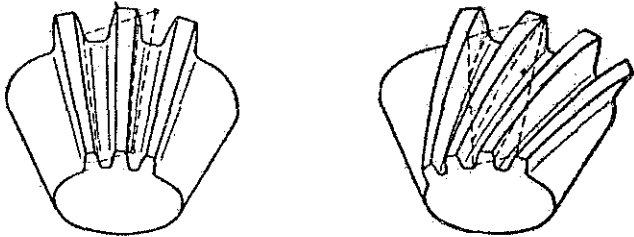
$$D_{i2} = m (z_2 - 2 (1,2 + x) \cos \delta_2) = 6 (25 - 2 (1,2 + 0,19) \cdot 0,37) = 143,82 \text{ mm.}$$

Ostale geometrijske mere ovih korigovanih zupčanika treba proračunati prema prethodnim objašnjenjima u ovom članu i u članu 2.6.1.4.

2.6.2 KONIČNI ZUPČANICI SA KOSIM I KRIVIM ZUPCIMA

2.6.2.1 Osnovni pojmovi

Konični zupčanici sa kosim i krivim zupcima slični su po osobinama cilindričnim zupčanicima sa helikoidnim zupcima (čl. 2.2.2.9). Značajne su im odlike: veći stepen sprežanja (uvek su u sprezi bar po dva para zubaca), postepeno opterećivanje zubaca, mirniji rad, pojačana otpornost zubaca, primenljivost za jače prenosne odnose i veće brzine, manja osetljivost prema deformacijama vratila s obzirom na podelu opterećenja na veći broj zubaca. Stoga se konični zupčanici sa kosim i krivim zupcima često upotrebljavaju za reduktore motornih vozila, mašina alatki, hidrauličnih turbina, motora sa unutrašnjim sagorevanjem itd. Na sl. 2.81 vide se linije dodira jednovremeno spregnutih zubaca zupčanika sa krivim zupcima i dve linije dodira zupčanika sa pravim zupcima.



Sl. 2.81 — Linije dodira na zupcima koničnih zupčanika (levo: dve linije dodira na zupcima zupčanika sa pravim zupcima i desno: tri linije dodira na zupcima zupčanika sa krivim zupcima)

Bočna linija krivih zubaca može imati raznovrsne oblike, npr. oblik spirale (Arhimedove ili logaritamske), kružnog luka, evolente (paloide), izlomljene-uglaste linije (sl. 2.82). Od svih ovih zubaca najviše su se odomaćili lučni, zatim paloidni i kosi zupci. Sheme zupčanika sa kosim i krivim zupcima, odn. sheme njihovih osnovnih zupčanika prikazane su na sl. 2.82; radi poređenja pridružena im je i shema koničnog zupčanika sa pravim zupcima. Na shemi su zupci presečeni deonom ravni.

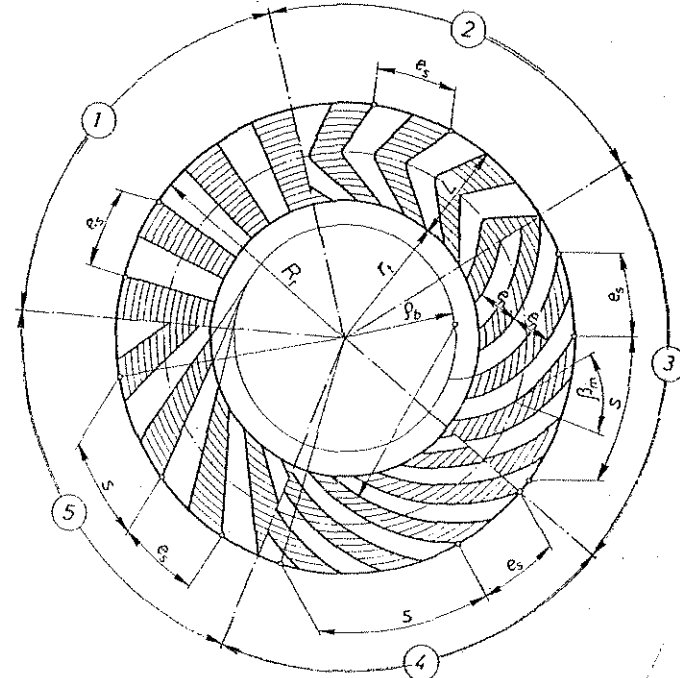
Kao osnovica za izradu boka zubaca služi krug poluprečnika ρ_b ; ivice kosih zubaca tangiraju ovaj krug, ivice lučnih zubaca imaju središta na ovom krugu, a ivice paloidnih zubaca su produžene evolvente kojima je pomenuti krug evoluta (sl. 2.82).

Za izrade merodavne su spoljne mere — a to su mere računane po većoj osnovici deonog konusa. Značajne su mere: spoljni lučni raspon s , spoljni lučni korak e_s i spoljni ugaoni korak β . Dužina zupca ravna je razlici spoljnog i unutrašnjeg poluprečnika osnovnog zupčanika: $L = R_t - r_r$. Obično je $s > e_s$.

Nagib zupca obeležava se uglom β između tangente i radiusvektora u određenoj tački zupca. Ugao β je drukčiji u svakoj tački zupca: za kose zupce je najveći

na unutrašnjem krugu, najmanji na spolnjem, a za lučne i paloidne zupce najmanji je na unutrašnjem krugu, najveći na spolnjem. Kao osnova za računanje uzima se ugao β_m ; to je ugao u sredini zupca.

U zavisnosti od nagiba tangente na radiusvektoru zupca zupci mogu biti desni i levi, slično helikoidnim zupcima. Na sl. 2.82 svi su zupci levi. U sprezi, jedan zupčanik mora imati zupce desnog pravca, a drugi levog. Kao obeležje zupčane



Sl. 2.82. — Shema osnovnih koničnih zupčanika: 1 — sa pravim, 2 — sa izlomljenim, 3 — sa paloidnim, 4 — sa lučnim i 5 — sa kosim zupcima

sprege usvojen je pravac manjeg zupčanika. Prema tome za zupčanu spregu se kaže da ima »desne zupce« kada manji zupčanik ima zupce desnog pravca.

2.6.2.2 SILE I OPTEREĆENJE VRATILA

Sila F_N , koja deluje na kosi zubac koničnog zupčanika, leži u pravcu do-dirnice u normalnom preseku (sl. 2.83); pretpostavlja se da je ova sila koncentri-sana u sredinu deonog konusa i da deluje u tački O_m . Osnovni zadatak analize sila je da se nađu komponente sile F_N u koordinatnom sistemu sa početkom u,

tački O_m i sa osama: tangencijalnom, radijalnom i aksijalnom. Radi određivanja komponentata ide se ovim putem:

Najpre se sila F_N razlaže na dve komponente $F_n = F_N \cos \alpha_n$ i $F_c = F_N \sin \alpha_n$ pa se, zatim, sila F_n razlaže na komponente F_0 i F_A :

$$F_0 = F_n \cos \beta_m = F_N \cos \alpha_n \cos \beta_m,$$

i

$$F_A = F_n \sin \beta_m = F_N \cos \alpha_n \sin \beta_m.$$

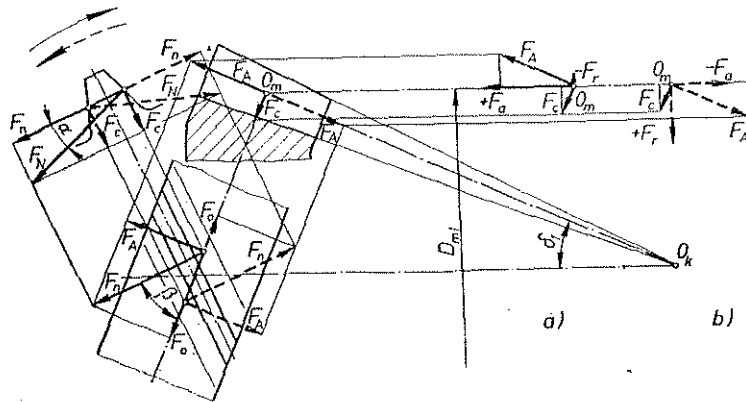
Komponenta F_0 u tangencijalnom pravcu je nominalna periferna sila. Komponente F_c i F_A treba, najzad, dalje razložiti na komponente u radijalnom i aksijalnom pravcu; ovo razlaganje daje ukupnu radijalnu silu

$$F_r = F_c \cos \delta_1 - F_A \sin \delta_1 = F_N \sin \alpha_n \cos \delta_1 - F_N \cos \alpha_n \sin \beta_m \sin \delta_1,$$

i ukupnu aksijalnu silu

$$F_a = F_c \sin \delta_1 + F_A \cos \delta_1 = F_N \sin \alpha_n \sin \delta_1 + F_N \cos \alpha_n \sin \beta_m \cos \delta_1.$$

Kad bi se zupčanik obrtao u suprotnom smeru, imala bi komponenta F_n suprotan smer pa bi tada trebalo u izrazu za F_r zameniti znak minus znakom plus,



Sl. 2.83 — Sile na kosom zupcu koničnog zupčanika: a — za slučaj kretanja posmatranog zupca ka slici (sila F_a je pozitivna, a F_r negativna) i b — za slučaj kretanja posmatranog zupca ka posmatraču (sila F_a je negativna, a sila F_r pozitivna)

a u izrazu za F_a znak plus znakom minus. Kada se ovo uzme u obzir i u poslednje dve jednačine stavi

$$F_N = \frac{F_0}{\cos \alpha_n \cos \beta_m},$$

dobijaju se opšti oblici obrazaca za proračunavanje ukupne radijalne i ukupne aksijalne sile za zupčanik 1

$$F_r = \frac{\text{tg } \alpha_n \cos \delta_1 \mp \sin \beta_m \sin \delta_1}{\cos \beta_m} F_0, \quad \text{i}$$

$$F_a = \frac{\text{tg } \alpha_n \text{ sig } \delta_1 \pm \sin \beta_m \cos \delta_1}{\cos \beta_m} F_0.$$

Za zupčanik 2 treba indeks 1 zameniti indeksom 2 i uzeti obrnute znake.

Najčešće je $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$; tada je aksijalna sila jednog zupčanika jednaka radijalnoj sili drugog zupčanika i obrnuto, ali su im smerovi suprotni.

Konični zupčanik opterećuje vratilo, prema iznesenom objašnjenju, ovim silama: perifernom silom F_0 , radijalnom silom F_r i aksijalnom silom F_a . Prilikom određivanja ovih sila polazi se od nominalne sile F_0 izračunate na poznati način

$$F_0 = M_{01}/R_{m1} = 2 M_{01}/D_{m1} = \frac{2P}{D_{m1} \omega_1} [\text{N}]$$

gde je: P [W] — snaga,

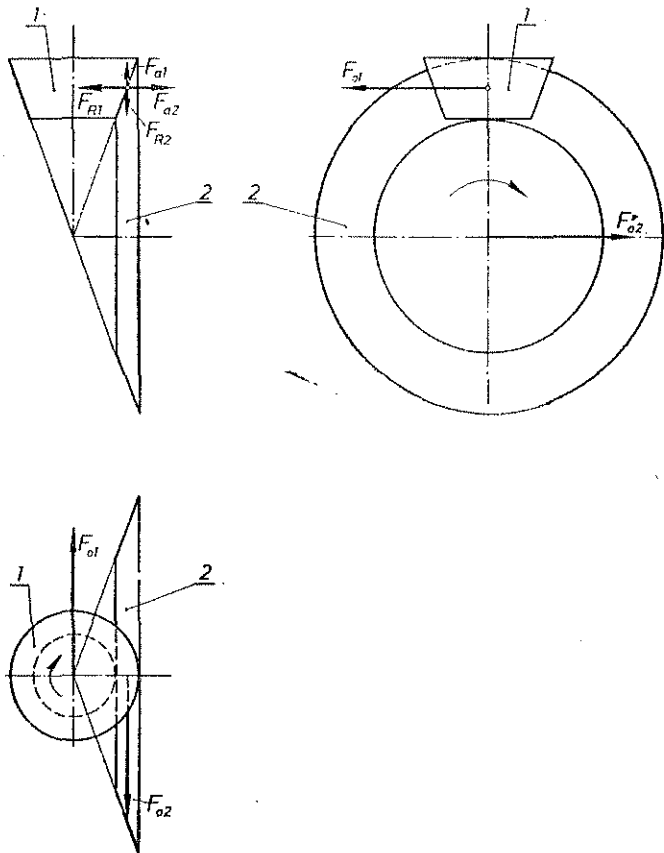
D_{m1} [m] — prečnik srednjeg deonog kruga (sl. 2.83), i

ω_1 [rad.s⁻¹] — ugaona brzina.

Smer sile u glavčini predajnog zupčanika 1 određuje se na način objašnjen u knjizi Mašinski elementi II, čl. 1.2.5. Zamisli li se da je prijemni zupčanik 2 ukočen, zupčanik 1, u nemogućnosti da se obrće, težio bi da se, za naznačeni smer obrtanja, pomeri u smeru strelice (sl. 2.84). Ovaj smer identičan je smeru sile F_{01} u glavčini zupčanika 1. Za suprotan smer obrtanja i sila u glavčini ima suprotan smer. Za prijemni zupčanik 2 sila u glavčini uvek je suprotnog smera od sile u glavčini zupčanika 1. Sila F_{01} savija vratilo, a njen moment $F_{01} R_{m1}$ izaziva obrtanje vratila i izlaže ga torziji. Radijalna sila F_{r1} savija vratilo; njen smer može biti upravljen bilo ka vratilu bilo od vratila. Kod koničnih zupčanika sa pravim zupcima sila F_r uvek je usmerena ka vratilu. Aksijalna sila F_{01} pritiskuje ili isteže vratilo u zavisnosti od položaja ležišta; osim toga, sila F_{01} stvara moment $F_{a1} R_{m1}$ koji savija vratilo. Smer aksijalne sile može biti upravljen ka vrhu konusa O_0 ili suprotno. S obzirom na smer radijalne i aksijalne sile bitno se razlikuju konični zupčanici sa kosim i krivim zupcima od koničnih zupčanika sa pravim zupcima. Veličina radijalne i aksijalne sile zavisi od uglova α_n , β_m i δ_1 , odn. δ_2 , a smer njihov od pravca zubaca, od smera obrtanja i od toga koji je zupčanik predajni a koji prijemni. Pravač i nagib zubaca treba tako birati da dođe do izražaja težnja onog zupčanika koji je opterećen jačom aksijalnom silom da se izvuče iz sprege; time se izbegava

opasnost od zaglavljivanja. Za primanje aksijalnih sila upotrebljavaju se odgovarajuća ležišta (npr. sa konusima); za sile manjeg intenziteta mogu da posluže i aksijalna klizna ležišta.

Rezultat proračuna aksijalne sile može biti pozitivan (+) ili negativan (-); kada je pozitivan, aksijalna sila upravljena je od vrha konusa ka zupčaniku, a kada je negativan, aksijalna sila upravljena je od vrha konusa ka vratilu, i obrnuto.



Sl. 2.84 — Sile u glavčinama točkova za zadani smer okretanja

da je negativan, aksijalna sila uperena je od zupčanika ka vrhu konusa (sl. 2.83). Slično rasuđivanje vredi i za radijalnu silu; kada je rezultat proračuna radijalne sile pozitivan, radijalna sila upravljena je ka vratilu, i obrnuto.

2.6.2.3 GRANIČNI BROJ ZUBACA

Granični broj kosih zubaca koničnih zupčanika može se naći kada se za osnovu uzme fiktivni zupčanik u razvijenoj površini omotača dopunskog konusa. Tako se dolazi, u duhu izlaganja u čl. 2.2.2.6 i 2.6.1.6, do računskog fiktivnog broja zubaca z_{gn} , pa je stvarni granični broj zubaca pri praktično dopuštenom minimalnom podsecanju, za faktor visine $k=1$

$$z_{g1} = z_{cng1} \cos^3 \beta \cos \delta_1;$$

za ugao dodirnice $\alpha_n=20^\circ$ je stvarni granični broj zubaca

$$z_{g1} = 14 \cos^3 \beta \cos \delta_1.$$

Granični broj kosih zubaca koničnog zupčanika zavisi od ugla β i od ugla deonog konusa δ_1 . Zbog toga konični zupčanici sa kosim zupcima mogu imati manji broj zubaca od ostalih zupčanika a da ne budu podsečeni pri izradi. Pošto je ugao β promenljiv, trebalo bi računati sa najmanjim uglom β .

U praksi se ne računa sa računskim fiktivnim brojem zubaca radi korigovanja, pošto oblik zupca i ugao β neposredno zavise od postupka za izradu zubaca (vrste mašine i alata) pa se stoga iskoršćavaju ispitani podaci i faktori korigovanja koje daju proizvođači mašina i alati.

2.6.3 PRORAČUN I KONSTRUKCIJA

2.6.3.1 Statički proračun koničnih zupčanika

Za statičko proračunavanje pravih zubaca koničnih zupčanika primenjuje se takođe postupak pomoću faktora oblika zupca (čl. 2.3.3). Proračun se vrši za srednju ravan konusa prečnika D_m (sl. 2.78 i 2.83) pa je, prema tome, polazna jednačina

$$\sigma_{max} = \frac{\Phi_c F_0}{e_m L}$$

pomoću koje se dolazi do obrasca za proračunavanje srednjeg modula manjeg zupčanika, i to

$$m_m = \sqrt{\frac{\Phi_{c1} F_0}{\pi \psi \sigma_{d1} \xi_c}} \text{ [m]},$$

na osnovu obrtnog momenta $M_{01} = F_0 R_{m1} = F_0 m_m z_1 / 2$

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{2 \Phi_{c1} M_{01}}{\pi \psi \sigma_{d1} z_1 \xi_c}} \text{ [m]},$$

i na osnovu snage i ugaone brzine, prema izrazu $M_{01}=P/\omega_1$

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{0,637 \Phi_{c1} P}{\sigma_{d1} \psi z_1 \omega_1 \xi \epsilon}} \text{ [m]}.$$

U ovim obrascima je:

- F_0 [N] — računska (nominalna) periferna sila u srednjoj ravni,
 M_{01} [N m] — obrtni moment u srednjoj ravni,
 P [W] — snaga,
 ω_1 [rad.s⁻¹] — ugaona brzina,
 e_m [m] — korak zubaca u srednjoj ravni,
 ψ — faktor dužine zubaca, $\psi=L/m_m$,
 σ_{d1} [Pa] — dopušteni napona za savijanje (tab. 2.9),
 z_1 — broj zubaca manjeg zupčanika,
 Φ_{c1} — faktor oblika zupca za računski broj zubaca z_{e1} , i
 $\xi \epsilon$ — faktor stepena spreznjanja, $\xi \epsilon=0,8 \epsilon$, gde se ϵ proračunava za računске brojeve zubaca z_{e1} i z_{e2} , odn. nalazi u tab. 2.13.

Pri proračunavanju modula većeg zupčanika indeks 1 menja se u indeks 2. Pošto spregnuti zupčanici imaju jednak modul, najbolje je proračunati modul za jače ugroženi zupčanik 1 pa proveriti da li je napon od savijanja zubaca zupčanika 2 u dopuštenim granicama: $\sigma_{f2} \leq \sigma_{df2}$.

Napomene o pojedinim veličinama iznesene u čl. 2.3.3 ostaju i ovde na snazi, sa ovim dopunama:

(1) Faktor oblika zupca Φ_c uzima se iz tablice 2.11 i to prema računskom broju zubaca $z_{e1}=z_1/\cos \delta_1$ odn. $z_2=z_2/\cos \delta_2$.

(2) Periferna brzina zupčanika računa se za srednji prečnik konusa $v=\pi D_m n/60$ [m/s].

(3) Faktor dužine zupca $\psi=L/m_m$ treba birati manjim od preporučenih vrednosti za prave zupce cilindričnih zupčanika pošto je izrada zubaca koničnih zupčanika manje tačna. Obično je $\psi=6 \div 10$, najviše 12. Pošto je za konične zupčanike stepen punoće $\gamma=L/Rt=0,25 \div 0,33$, retko 0,5, treba ispitati da li izabrana dužina zadovoljava i ovaj uslov.

Pomoću proračunatog srednjeg modula nalaze se prečnici srednjih deonih krugova $D_{m1}=z_1 m_m$ i $D_{m2}=z_2 m_m$, pa odavde prečnici spoljnjih deonih krugova (sl. 2.77)

$$D_1 = D_{m1} + L \sin \delta_1 \quad \text{i} \quad D_2 = D_{m2} + L \sin \delta_2$$

i, najzad, deljenjem ovih jednačina brojevima zubaca z_1 , odnosno z_2 spoljni modul

$$m = m_m + L \sin \delta_1 / z_1 = m_m + L \sin \delta_2 / z_2.$$

Spoljni modul je polazni podatak za proračunavanje geometrijskih mera zupčanika i za izradu zubaca. On nije standardizovan pa ne mora ni biti u skladu sa tablicom 2.1; ipak, obično se nastoji da se za spoljni modul usvoji standardni modul ili bar pogodan zaokrugljeni broj. Pošto je utvrđen spoljni modul, računaju se geometrijske mere prema čl. 2.6.1.4.

Za statičko proračunavanje normalnog modula koničnih zupčanika sa kosim ili krivim zupcima — opet u srednjoj ravni — služe ovi približni obrasci (analogija sa čl. 2.3.5):

$$m_{nm} \approx \sqrt{\frac{\Phi_{cn1} F_0 \xi_\beta}{\pi \psi \sigma_{df} \xi_\epsilon}} \text{ [cm]},$$

$$m_{nm} = \sqrt[3]{\frac{2 \Phi_{n1} M_{01} \cos \beta_m \xi_\beta}{\pi \psi \sigma_{df} z_1 \xi_\epsilon}} \text{ [m]}$$

$$m_{nm} = \sqrt[3]{\frac{0,637 \Phi_{cn1} P \cos \beta_m \xi_\beta}{\psi \sigma_{df} z_1 \omega_1 \xi_\epsilon}} \text{ [m]}.$$

U ovim obrascima je β_m srednji ugao zupca (sl. 2.87), a Φ_{cn} faktor oblika zupca (tab. 2.11), koji se određuje prema računskom broju zubaca (fiktivni broj zubaca)

$$z_{cn1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1 \cos^3 \beta_m} \quad \text{odn.} \quad z_{cn2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2 \cos^3 \beta_m};$$

$\psi=L/m_m$ je faktor dužine zupca, a ξ_β faktor kraka sile (tab. 2.14).

Ostale ranije date napomene (čl. 2.3.5 i 2.6.3.1) ostaju na snazi. Kada je proračunat srednji normalni modul m_{nm} , računa se srednji bočni modul $m_{sm}=m_{nm}/\cos \beta_m$ pa na osnovu njega spoljni modul i ostale geometrijske mere.

I na konične zupčanike može se primeniti postupak za proračunavanje modula pomoću koeficijenta opterećenja c (čl. 2.3.3).

2.6.3.2 Proračun izdržljivosti zubaca

Polazna jednačina za proračunavanje izdržljivosti pravih zubaca cilindričnih zupčanika (čl. 2.3.4) $F_{nmax}=KL \rho_m$ odnosi se i na konične zupčanike sa pravim zupcima ako se za ρ_m uvrsti odgovarajući srednji računski poluprečnik krivine za srednju ravan koničnog zupčanika prečnika D_m (sl. 2.77). Pošto je

$$\rho_{m1} = R_{cm1} \sin \alpha = R_{m1} \sin \alpha / \cos \delta_1 \quad \text{i}$$

$$\rho_{m2} = R_{cm2} \sin \alpha = R_{m2} \sin \alpha / \cos \delta_2 = i R_{m1} \sin \alpha / \cos \delta_2$$

biće

$$\rho_m = \frac{2 \rho_{m1} \rho_{m2}}{\rho_{m2} \pm \rho_{m1}} = \frac{2 i R_{m1} \sin \alpha}{i \cos \delta_1 \pm \cos \delta_2}$$

pa se dobija, kada se izostavi znak minus koji se odnosi na neuobičajeno unutrašnje zupčanje koničnih zupčanika, ovakva jednačina

$$F_n = \frac{2 i K_d L R_{m1} \sin \alpha}{i \cos \delta_1 + \cos \delta_2}$$

Zamenom izraza

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = \frac{i + \cos \delta}{\sin \delta} \quad \text{i} \quad \operatorname{ctg} \delta_2 = \frac{1 + i \cos \delta}{i \sin \delta}$$

u trigonometrijske obrasce

$$\cos \delta_1 = \frac{\operatorname{ctg} \delta_1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \delta_1}} \quad \text{i} \quad \cos \delta_2 = \frac{\operatorname{ctg} \delta_2}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \delta_2}}$$

izlazi

$$i \cos \delta_1 + \cos \delta_2 = \sqrt{i^2 + 2 i \cos \delta + 1},$$

a odavde, pošto je $F_n = F_0 / \cos \alpha$

$$F_0 = \frac{i K_d L D_{m1} \sin 2 \alpha}{2 \sqrt{i^2 + 2 i \cos \delta + 1}}$$

Pomoću ove jednačine dolazi se do osnovnih obrazaca za proračunavanje izdržljivosti pravih zubaca koničnih zupčanika, prema tome da li je polazni podatak obrtni moment ili snaga sa ugaonom brzinom

$$L D_{m1}^2 = \frac{4 M_{01} \sqrt{i^2 + 2 i \cos \delta + 1}}{i K_d \sin 2 \alpha} \quad [\text{m}^3]$$

$$L D_{m1}^2 = \frac{4 P \sqrt{i^2 + 2 i \cos \delta + 1}}{i K_d \omega_1 \sin 2 \alpha} \quad [\text{m}^3].$$

Najčešće se ose vratila seku pod pravim uglom $\delta = 90^\circ$, a uobičajeni ugao dodirnice je $\alpha = 20^\circ$; pod ovim uslovima je

$$L D_{m1}^2 = \frac{6,22 P \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \omega_1} \quad [\text{m}^3].$$

U ovim obrascima je:

L [m]	— dužina zupca,
D_{m1} [m]	— prečnik srednjeg deonog kruga manjeg zupčanika,
M_{01} [N m]	— obrtni moment,
P [W]	— snaga,
ω_1 [rad.s ⁻¹]	— ugaona brzina,
K_d [Pa]	— koeficijent izdržljivosti na pritisak, i
i	— prenosni odnosi, $i = z_2/z_1$.

Napomene o proračunu iz čl. 2.3.4 i 2.6.3.1 ostaju na snazi.

Srednji modul koničnog zupčanika može se i neposredno proračunati; do obrasca se dolazi zamenom $L = \psi m_m$ i $D_m = z_1 m_m$, i oni glase za $\alpha = 20^\circ$ i $\delta = 90^\circ$

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{6,22 M_{01} \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \psi z_1^2}} \quad [\text{m}],$$

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{6,22 P \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \psi z_1^2 \omega_1}} \quad [\text{m}].$$

Pomoću srednjeg modula određuje se spoljnji modul (v. čl. 2.6.3.1) i ostale geometrijske mere (čl. 2.6.1.4). Pri izboru dužine zubaca L i faktora ψ treba se pridržavati uputstava iz prethodnog člana.

Osnovni obrasci za proračunavanje kosih ili krivih zubaca koničnih zupčanika glase za $\alpha = 20^\circ$ i $\delta = 90^\circ$

$$L_r D_{m1}^2 = \frac{6,22 M_{01} \cos^2 \beta_m \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d} \quad [\text{m}^3],$$

$$L_r D_{m1}^2 = \frac{6,22 P \cos^2 \beta_m \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \omega_1} \quad [\text{m}],$$

a obrasci za neposredno proračunavanje srednjeg modula pri $\psi_r = L_r / m_{nm}$ i $D_m = z_1 m_{nm} / \cos \beta_m$

$$m_{nm} = \cos \beta_m \sqrt[3]{\frac{6,22 M_{01} \cos \beta_m \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \psi_r z_1^2}} \quad [\text{m}]$$

$$m_{nm} = \cos \beta_m \sqrt[3]{\frac{6,22 P \cos \beta_m \sqrt{i^2 + 1}}{i K_d \psi_r z_1^2 \omega_1}} \quad [\text{m}].$$

U ovim obrascima je L_r aktivna dužina zupca, a $\psi_r = L_r / m_{nm}$ računski faktor dužine; $L_r = (0,5 \div 1) L$ i $\psi_r = (0,5 \div 1) \psi$. Pri izboru dužine zupca L , srednjeg ugla zupca β_m i drugih veličina treba se pridržavati uputstava iz čl. 2.3.4, 2.3.6, 2.6.2.1 i 2.6.3.1.

2.6.3.3 Proveravanje zagrejanosti

Zagrejanost koničnih zupčanika može se proveravati na sličan način kao i zagrejanost cilindričnih zupčanika kada se u obrascima u čl. 2.3.7 zameni D_1 sa D_{m1} . Prema tome je

$$P_{\max} = 5,1 \cdot 10^6 L D_{m1} z_1 i / (i + 1) [\text{W}].$$

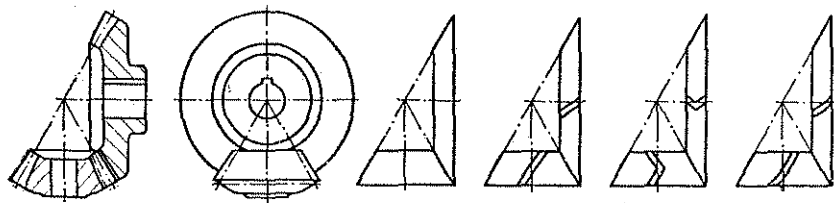
U obrascu su L i D_{m1} u metrima.

Sva ostala objašnjenja iz čl. 2.3.7 ostaju na snazi.

2.6.3.4 Konstruktivni oblici

Pri konstruisanju tela koničnog zupčanika mogu se uglavnom iskorišćavati podaci iz čl. 2.4.

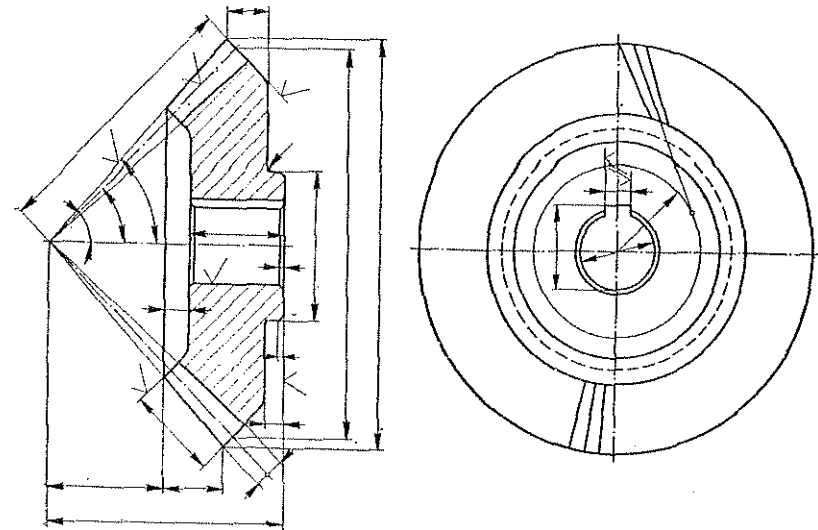
Na sl. 2.85 prikazani su uporedo: konstruktivni crtež koničnog zupčanika i shematski crteži koničnih zupčanika sa pravim, kosim, sa izlomljenim i sa lučnim zupcima.



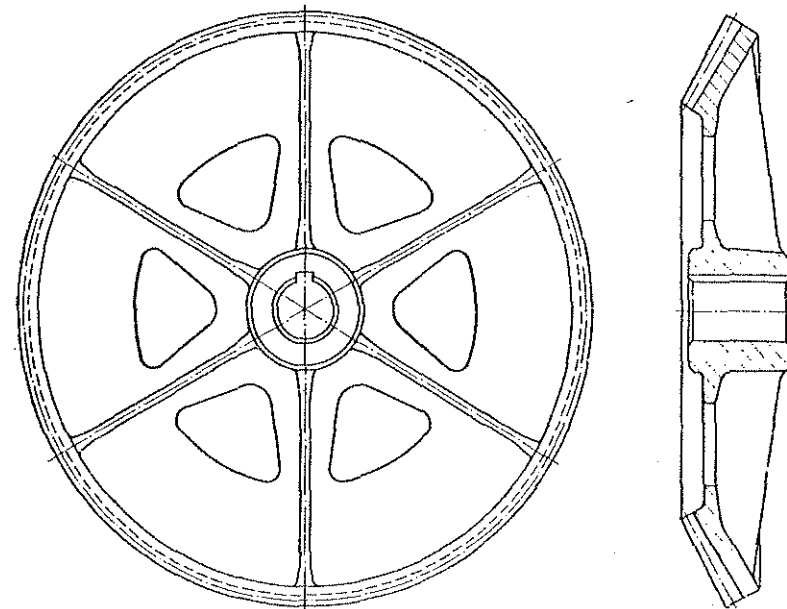
Sl. 2.85 — Konstruktivni crtež koničnog zupčanika i sheme zupčanika sa pravim, kosim, sa izlomljenim i sa lučnim zupcima

Radionički crteži koničnih zupčanika mogu se znatno razlikovati pošto potrebne konstruktivne i fabrikacione mere uveliko zavise od predviđenog postupka za izradu zubaca. Stoga je na sl. 2.86 dat konstruktivni crtež koničnog zupčanika sa opštim merama za izradu. Osim označenih mera treba na crtežu dati i sve ranije navedene podatke (v. čl. 2.4).

Dok zupčanik malog prečnika ima pun trup (sl. 2.86), trup zupčanika većeg prečnika sastoji se od glavčine, venca i paoka (sl. 2.87). Crtež dvodelnog livenog

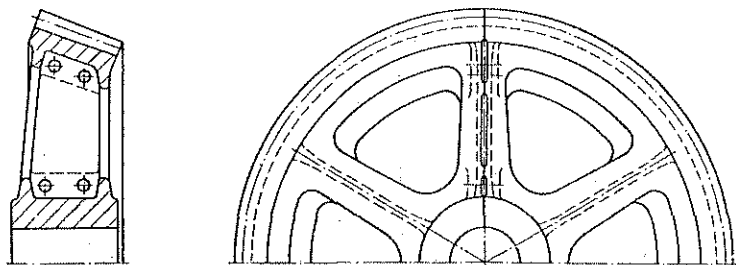


Sl. 2.86 — Konstruktivni crtež koničnog zupčanika sa potrebnim merama (desno: gore — sa kosim zupcima i dole — sa pravim zupcima)

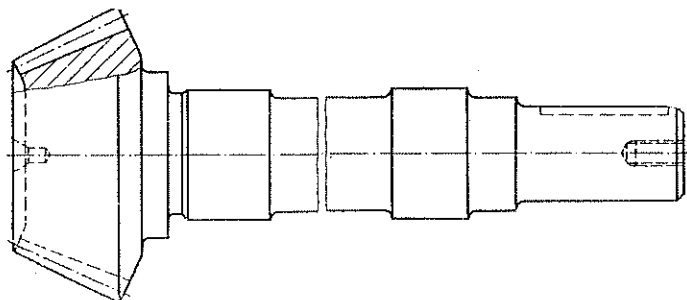


Sl. 2.87 — Liveni konični zupčanik

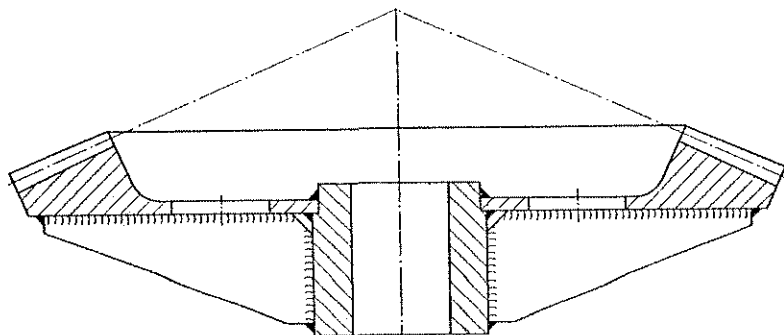
zupčanika sa paocima prikazan je na sl. 2.88. Mali čelični zupčanici mogu biti izrađeni izjedna sa vratilom; ovakav primer pruža sl. 2.89. Na sl. 2.90 prikazan je konični zupčanik izrađen zavarivanjem. Veći konični zupčanici izrađuju se sa glav-



Sl. 2.88 — Dvodelni liveni konični zupčanik



Sl. 2.89 — Konični zupčanik izrađen izjedna sa vratilom



Sl. 2.90 — Konični zupčanik izrađen zavarivanjem

činom od sivog liva sa vencem od legiranog čelika. Rešenje ovog tipa prikazano je i u knjizi Mašinski elementi II (čl. 3.3.8).

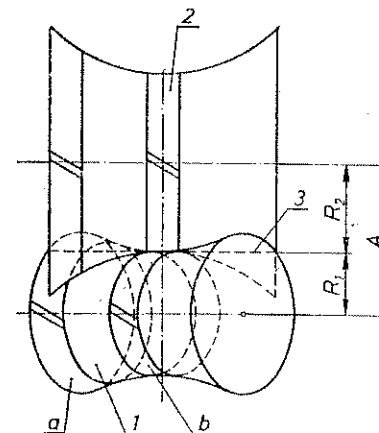
2.7 ZUPČANICI ZA MIMOILAZNA VRATILA

2.7.1 OPŠTI POGLED

Frikcioni točkovi za mimoilazna vratila trebalo bi da imaju oblik rotacionih hiperboloida; isto tako i zupčanici za mimoilazna vratila. Ovi hiperboloidi postaju rotacijom zajedničke izvodnice 3 (sl. 2.91) oko osa spregnutih zupčanika 1 i 2. U radu, »dodirni hiperboloidi« spregnutih zupčanika kotrljaju se jedan po drugome, dodirujući se stalno po zajedničkoj izvodnici 3.

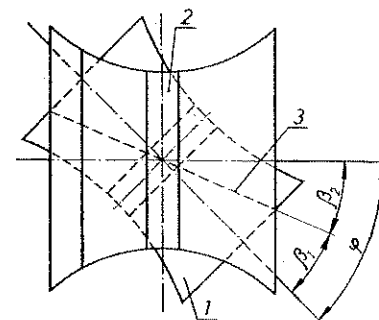
Zupci hiperboloidnih zupčanika su pravi i leže u pravcu zajedničke izvodnice.

Osim kotrljanja i poprečnog klizanja zubaca po zupcima, kao kod cilindričnih zupčanika za paralelna vratila, pojavljuje se ovde još i uzdužno klizanje zubaca usled »zavojnog kretanja«; ovo je prikazano na sl. 2.92; na zupcima cilindričnih zupčanika postoji samo brzina klizanja v_k niz zubac ili uz zubac, tj. od korena ka temenu ili obrnuto. Za dodir u centralnoj tački brzina $v_k=0$. Na zupcima hiperboloidnih zupčanika brzini poprečnog klizanja pridružuje se uzdužno klizanje v_a , čiji se intenzitet ne menja za vreme sprezanja.



Spregnuti hiperboloidi mogu se ma na kom mestu iskoristiti kao stvarni zupčanici; dovoljno je da se iskoriste kratki delovi hiperboloida. Hiperboloidni zupčanici nisu podesni za izradu pa se ni ne upotrebljavaju u tačnom obliku. Za njihovu izradu služilo bi profilisano glodalo.

Mesto pravih hiperboloidnih zupčanika upotrebljavaju se u praksi bilo konični zupčanici poznati pod imenom hipoidnih zupčanika, bilo cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima. Hipoidni zupčanici (sl. 2.91a) su delovi hiperboloidnih zupčanika na izvesnoj udaljenosti od grla, tj. od mesta najmanjeg prečnika spregnutih hiperboloida, kod kojih je tačan hiperboloidni oblik zamenjen prostijim oblikom, konusom. Cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima, takođe kao tela prostijeg



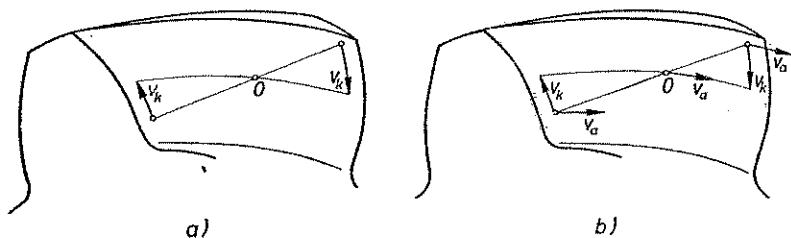
Sl. 2.91 — Hiperboloidni zupčanici: a — hipoidni zupčanici, b — cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima

konusom. Cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima, takođe kao tela prostijeg

oblika, zamenjuju hiperboloidne zupčanike u oblasti grla hiperboloida (sl. 2.91b). I jedan i drugi oblik su uspešna zamena tačnog hiperboloidnog oblika.

Međusno rastojanje hiperboloidnih zupčanika A je najkraće rastojanje osa u prostoru; na sl. 2.91 ono je prikazano u pravoj veličini u gornjoj projekciji.

Ugao ukrštanja osa zupčanika φ je ugao pod kojim se ose zupčanika prividno presecaju; na sl. 2.91 vidi se ugao φ u pravoj veličini u donjoj projekciji. Zajednička izvodnica deli ugao ukrštanja φ na dva dela: β_1 i β_2 , a međusno rastojanje takođe



Sl. 2.92 — Brzine klizanja na zupcima helikoidnih zupčanika: a — na zupčanicima za paralelna vratila i b — na zupčanicima za mimoilazna vratila

na dva dela: R_1 i R_2 . Ovi delovi ugla i međusnog rastojanja zavise od prenosnog odnosa.

Hiperboloidni zupčanici, odn. njihove praktične zamene: hipoidni zupčanici i cilindrični zupčanici s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila, mogu se izbeći ako se, mesto jednog para zupčanika, upotrebe dva para zupčanika: ili jedan par prostih cilindričnih zupčanika i jedan par koničnih zupčanika, ili dva para koničnih zupčanika. Do prve kombinacije dolazi se umetanjem nove, treće ose koja seče mimoilaznu osu, a sa drugom je paralelna; do druge kombinacije dolazi se umetanjem proizvoljne treće ose koja preseca obe mimoilazne ose. Ovakva rešenja dovode do dvostruko većeg broja prostijih zupčanika, ali i do teže, obimnije i skuplje opšte konstrukcije zupčanog prenosnika.

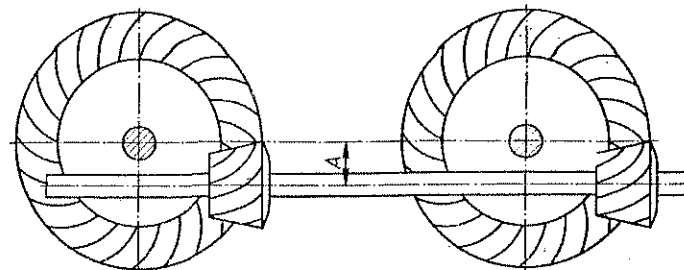
Osim opisanih oblika zupčanika često se za prenošenje obrtnog momenta između mimoilaznih vratila upotrebljavaju pužni prenosnici koji su opisani u odeljku 2.8.

2.7.2 HIPOIDNI ZUPČANICI

Hipoidni zupčanici su konični zupčanici sa krivim zupcima, čije su geometrijske ose malo razmaknute toliko da dopuštaju da se vratila mimoilaze. To omogućava da se vratilo osloni o dva ležišta sa obe strane zupčanika; ovakvo rešenje mnogo je bolje od rešenja kad se zupčanik nalazi na prepustu vratila. Osim toga razmicanje

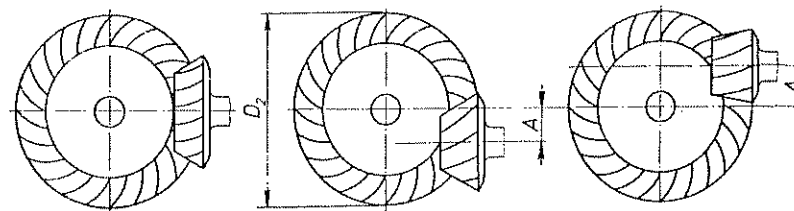
njem osa lako se rešava pitanje prenošenja obrtnog momenta sa jednog dugačkog, prolaznog vratila na nekoliko prijemnih vratila (sl. 2.93).

Na sl. 2.94 prikazni su obični konični zupčanici kojima se seku ose, a desno hipoidni zupčanici koji postaju od običnih koničnih zupčanika bilo pozitivnim razmicanjem



Sl. 2.93 — Hipoidni zupčanici iskorišćeni za prenošenje obrtnog momenta na dva vratila

canjem osa u smeru nagiba zubaca, slika u sredini, bilo negativnim razmicanjem osa suprotno smeru nagiba zubaca, sl. 2.94, desno. Zbog razmicanja osa menjaju se na manjem zupčaniku neke veličine, npr. bočni korak e_{s1} , bočni modul m_{s1} ,



Sl. 2.94 — Poređenje običnih koničnih zupčanika sa krivim zupcima sa hipoidnim zupčanicima

prečnik D_{m1} , ugao konusa δ_1 (v. čl. 2.6.2.1). Ove se veličine povećavaju kada je razmicanje pozitivno, a smanjuju kada je razmicanje negativno. Obično se teži da se razmicanjem relativno povećaju mere manjeg zupčanika. Pošto se mesto tačnog oblika, hiperboloida, uzima konus kao prostiji oblik za izradu, pojavljuje se izvesno odstupanje u kinematskoj pravilnosti sprege; odstupanje je utoliko osetnije ukoliko je razmicanje osa jače.

Hipoidni zupčanici upotrebljavaju se na automobilima za prenos snage na pogonske točkove, zatim u tekstilnim mašinama, mašinama alatkama itd. Izrađuju se na specijalnim mašinama. Najmanji broj zubaca $z_1=6$ (izuzetno 4). Po podacima fabrike Glison (Gleason) uzima se $z_1=6 \div 13$ za ugao zupca $\beta_1=50^\circ$, $z_1=14 \div 15$ za $\beta_1=45^\circ$ i $z_1=16$ za $\beta_1=40^\circ$. Radi ublažavanja habanja zubaca i radi postizanja tihog rada razmak osa A treba da je što manji; on ne treba da prelazi ove

vrednosti zavisno od prenosnog odnosa

$$i = 1 \quad 1,16 \div 1,5 \quad 1,51 \div 2,0 \quad 2,01 \div 2,5 \quad > 2,5$$

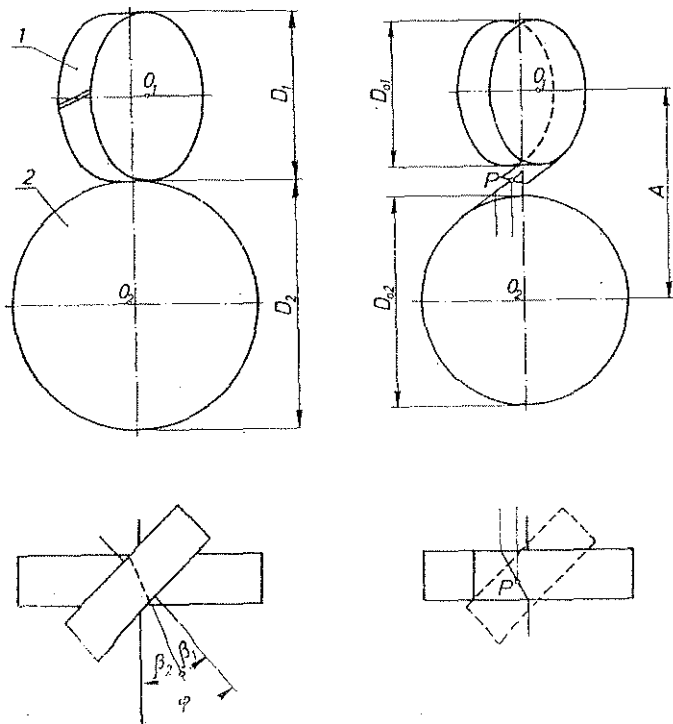
$$A = 0,33 D_2 \quad 0,3 D_2 \quad 0,26 D_2 \quad 0,23 D_2 \quad 0,2 D_2$$

gde je i prenosni odnos, a D_2 prečnik spoljnog deonog kruga većeg zupčanika. Za lakše automobile (putničke i lake teretne) je $A_{max} = 0,2 D_2$, a za teška motorna vozila $A_{max} = 0,125 D_2$.

Hipoidni zupčanici izdržavaju znatna opterećenja, pod uslovom da su dobro podmazivani specijalnim mazivom (hipoidnim ili EP (extra pressure) uljem); oni rade relativno tiho.

2.7.3 CILINDRIČNI ZUPČANICI SA HELIKOIDNIM ZUPCIMA

Za prenošenje obrtnog momenta između mimoilaznih vratila često se upotrebljavaju cilindrični zupčanici s helikoidnim zupcima (sl. 2.2 g). Ovde je u glavnim crtama razrađen slučaj kada je ugao ukrštanja osa $\varphi = 90^\circ$, što odgovara redovno u prameni (sl. 2.95).



Sl. 2.95 — Sprega zupčanika sa helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila (levo: dodirni cilindri, desno: osnovni cilindri i dodirna tačka P)

Cilindrični zupčanici sa helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila identični su po obliku cilindričnim zupčanicima sa helikoidnim zupcima za paralelna vratila ali se bitno razlikuju po načinu rada. Glavne su razlike:

(1) Spregnuti zupci dodiruju se teorijski u tački, dok se spregnuti zupci zupčanika s helikoidnim zupcima za paralelna vratila dodiruju po liniji. Zbog toga se helikoidni zupci zupčanika za mimoilazna vratila srazmerno brzo troše u radu pod uticajem jakih lokalnih opterećenja. Ovo trošenje može se znatno ublažiti ispravnim razrađivanjem i pravilnim izborom maziva.

(2) Spregnuti zupčanici imaju zupce jednoimenog nagiba (bilo desne, bilo leve), a spregnuti zupčanici sa helikoidnim zupcima za paralelna vratila imaju zupce suprotnog nagiba, jednakog po veličini (jedan je sa desnom helikoidom, a drugi s levom).

(3) U radu, na zupcima spregnutih zupčanika pojavljuje se i klizanje uzduž zubaca, zbog zavojnog kretanja zubaca po zupcima; njihovo međusobno kretanje slično je kretanju zavojaka navrtke po zavojima zavrtnja. Ovakvog uzdužnog klizanja nema u zupčanika sa helikoidnim zupcima za paralelna vratila. Poprečno klizanje uzduž zubaca imaju obe vrste zupčanika (v. sl. 2.92). Posledica uzdužnog klizanja je smanjivanje stepena iskorišćenja zupčanika s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila. Radi ublažavanja trenja treba obratiti naročitu pažnju na što savršnije podmazivanje ovih zupčanika.

(4) Uglovi nagiba spregnutih zubaca ne moraju biti jednaki, dok uglovi nagiba spregnutih zupčanika s helikoidnim zupcima za paralelna vratila moraju biti jednaki. Prema tome ni bočni koraci ovih zupčanika ne moraju biti jednaki, dok bočni koraci helikoidnih zupčanika za paralelna vratila moraju biti jednaki.

(5) Na prenosni odnos utiču i prečnici deonih krugova i uglovi nagiba helikoida; prenosni odnos zupčanika s helikoidnim zupcima za paralelna vratila zavisi samo od odnosa prečnika deonih krugova, a ne zavisi od ugla nagiba helikoida.

(6) U prameni, zupčanici s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila nisu pogodni za velike brzine i jača opterećenja, ni za jake prenosne odnose; zupčanici s helikoidnim zupcima za paralelna vratila, obrnuto, naročito su pogodni i za velike brzine i za jaka opterećenja i za jake prenosne odnose.

Zupčanici s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila izrađuju se po istim postupcima kao i za paralelna vratila; izrađuju se, dakle, relativno prosto pa im je to i preimućstvo u poređenju sa hipoidnim zupčanicima ili sa pužnim prenosnikom.

Ugao ukrštanja osa φ spregnutih zupčanika s helikoidnim zupcima ravan je zbiru pojedinačnih uglova nagiba zubaca spregnutih zupčanika, tj.

$$\varphi = \beta_1 + \beta_2;$$

najčešće je $\varphi = 90^\circ$.

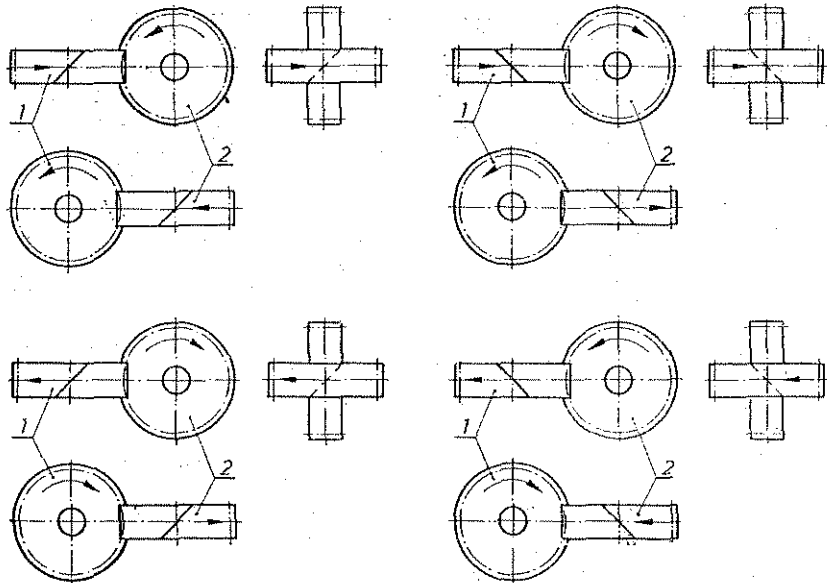
Smer obrtanja prijemnog zupčanika zavisi od smera obrtanja predajnog zupčanika i od pravca nagiba zubaca (sl. 2.96).

Spregnuti zupčanci s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila moraju imati jednak normalni modul, odn. normalni korak; odatle izlazi (čl. 2.2.2.1 i 2.2.2.2)

$$m_n = m_{s1} \cos \beta_1 = m_{s2} \cos \beta_2$$

$$\frac{m_{s1}}{m_{s2}} = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \quad \text{odn.} \quad \frac{e_{s1}}{e_{s2}} = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$$

Ovde su e_{s1} i e_{s2} bočni koraci, a m_{s1} i m_{s2} bočni moduli spregnutih zupčanika; ove veličine mogu biti jednake samo kada je $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$,



Sl. 2.96 — Smer obrtanja spregnutih zupčanika sa helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila

Deljenjem jednačina $\pi D_1 = e_{s1} z_1$ i $\pi D_2 = e_{s2} z_2$ dobija se obrazac za prenosni odnos zupčanika s helikoidnim zupcima za vratila koja se mimoilaze, za ugao ukrštanja osa $\varphi = 90^\circ$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{D_2 e_{s1}}{D_1 e_{s2}} = \frac{D_2 \cos \beta_2}{D_1 \cos \beta_1}$$

$$= \frac{D_2}{D_1} \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{D_2}{D_1} \operatorname{cotg} \beta_2.$$

Prenosni odnos zavisi, prema ovome, i od izbora prečnika deonih krugova D_1 i D_2 i od izbora uglova nagiba zubaca β_1 odn. β_2 . Ako se izabere $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$, obrazac za prenosni odnos glasi: $i = D_2/D_1 = z_2/z_1$, tj. on je istovetan sa obrascem za prenosni odnos ostalih zupčanika. Ako se izabere $D_1 = D_2$, obrazac za prenosni odnos glasi: $i = \operatorname{tg} \beta_1 = \operatorname{cotg} \beta_2$, drugim rečima, pri jednakim prečnicima deonih krugova prenosni odnos zavisi samo od izbora uglova nagiba zubaca.

Do obrasca za prenosni odnos može se doći i pomoću trouglova brzina (sl. 2.97). Kada se sa β_1 i β_2 označe uglovi nagiba zubaca ka geometrijskim osama zupčanika na deonim krugovima (deonim cilindrima), dobija se iz uslova da normalne komponente brzina budu jednake pošto se zupci stalno moraju dodirivati

$$v_{n1} = v_{n2} = R_1 \omega_1 \cos \beta_1 = R_2 \omega_2 \cos \beta_2$$

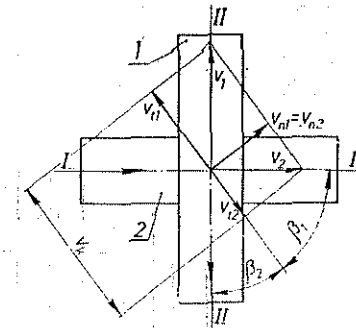
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2 \cos \beta_2}{R_1 \cos \beta_1} = \frac{D_2 \cos \beta_2}{D_1 \cos \beta_1}$$

Tangencijalne komponente brzina uzduž zubaca $v_{t1} = v_1 \sin \beta_1$ i $v_{t2} = v_2 \sin \beta_2$ sabrane, daju relativnu brzinu klizanja

$$v_k = v_{t1} + v_{t2} = R_1 \omega_1 \sin \beta_1 + R_2 \omega_2 \sin \beta_2,$$

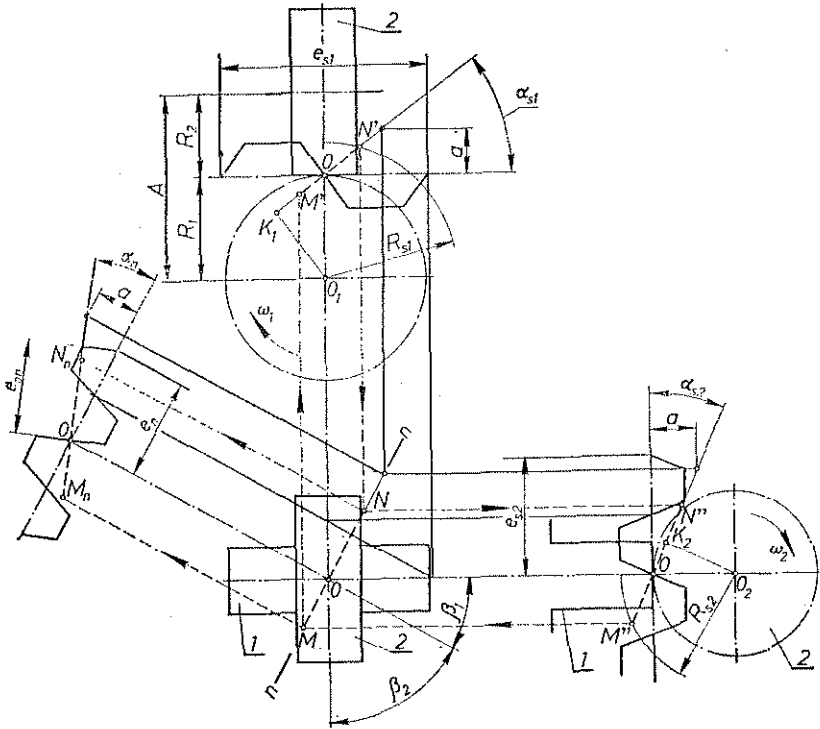
koja se, kao znatna, ne može zanemariti kao što se redovno zanemaruje brzina klizanja popreko na zupce (čl. 2.1.4 i čl. 2.2.1.5) prilikom određivanja sila.

S obzirom na izradu profila zubaca i na opasnost od podsecanja merodavan je normalni presek, slično zupčanicima s helikoidnim zupcima za paralelna vratila (čl. 2.2.2.1, čl. 2.2.2.2, 2.2.2.6 i 2.2.2.7). Pri uobičajenom evolventnom profilu zubaca, dodirnica u normalnom preseku je prava linija (projekcija dodirne ravni), a njena aktivna dužina $M_n O N_n$, nalazi se između spregnutih temenih krugova (sl. 2.98). Tačke M'' i N'' na odgovarajućim projekcijama na sl. 2.98 i njihovo prenošenje do tačaka M_n i N_n označeno je strelicama. Može se zamisliti da osnovni zupčani profil u normalnom preseku (sl. 2.98, levo) pripada zupčastoj poluzi koja pokreće spregnute zupčanike delujući na njihove zupce. Projekcija $M O N$ duži $M_n O N_n$ u normalnoj ravni $n-n$ je projekcija stvarne dodirnice za oba zupčanika. Dodir zubaca zupčanika 1 ostvaruje se duž dodirne linije koja leži na površini zupca zupčanika 1, čija je projekcija $M' O N'$, a dodir zubaca zupčanika 2 duž dodirne linije koja leži na površini zupca zupčanika 2, čija je projekcija $M'' O N''$. Projekcija $M' O N'$ dodirne linije zupčanika 1 nagnuta je prema zajedničkoj tan-



Sl. 2.97 — Plan brzina spregnutih zupčanika (v_1 i v_2 — obimne brzine, v_{n1} i v_{n2} — normalne komponente obimnih brzina, v_{t1} i v_{t2} — tangencijalne komponente obimnih brzina, v_k — brzina klizanja, $v_k = v_{t1} + v_{t2}$)

genti za ugao α_{s1} , a projekcija $M''ON''$ dodirne linije zupčanika 2 za ugao α_{s2} . Pošto su obe dodirne linije nagnute, a imaju zajedničku dodirnicu M_nON_n , ostvaruje se dodir, u jednom trenutku, samo u jednoj tački. Prema tome, dodirnica helikoidnih zupčanika za mimoilazna vratila je prava koja spaja uzastopne presečne tačke dodirnih linija spregnutih zupčanika. Ove dodirne tačke, prelaze, pri stvarnom sprezanju, zbog deformacija i habanja, u male eliptične površine. Za razliku od helikoidnih zupčanika za mimoilazna vratila kod kojih se prezanje zubaca ostvaruje u dodirnim tačkama, sprezanje helikoidnih zupčanika za paralelna vratila ostvaruje se duž dodirnih linija koje leže u dodirnoj ravni.



Sl. 2.98 — Sprega helikoidnih zupčanika za mimoilazna vratila u tri projekcije i normalnim presekom (levo)

Uglovi α_{s1} i α_{s2} mogu se odrediti, prema čl. 2.2.2.2, iz obrasca

$$\operatorname{tg} \alpha_{s1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_1} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} \alpha_{s2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_2}$$

Stepen sprezanja zupčanika za mimoilazna vratila iznosi:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \left(\frac{M'ON'}{\cos \alpha_{s1}} + s_1 \right) / e_{s1} = \left(\frac{M''ON''}{\cos \alpha_{s2}} + s_2 \right) / e_{s2},$$

- gde je: $M'ON'$ — projekcija dodirnice na bočnu ravan zupčanika 1,
 $M''ON''$ — projekcija dodirnice na bočnu ravan zupčanika 2,
 $\alpha_{s1, 2}$ — ugao nagiba projekcija dodirnice prema zajedničkoj tangenti,
 $s_{1, 2}$ — bočni raspon zubaca: $s_1 = L_{k1} \operatorname{tg} \beta_1$, $s_2 = L_{k2} \operatorname{tg} \beta_2$,
 $L_{k1, 2}$ — korisna dužina zupčanika (v. sl. 2.98), i
 $e_{s1, 2}$ — bočni korak.

Stvarne dužine zupčanika L_1 i L_2 ne predstavljaju ujedno i korisne (aktivne) njihove dužine. Korisne dužine zupčanika L_{k1} i L_{k2} ne moraju biti jednake; one su manje od stvarnih dužina: $L_1 > L_{k1}$ i $L_2 > L_{k2}$. Nije celishodno da razlika između stvarnih i korisnih dužina bude znatna.

Zupčanici s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila upotrebljavaju se uglavnom za redukciju broja obrta pri prenosnim odnosima $i=1$ do 4 (najviše 5); oni nisu pogodni za multiplikaciju broja obrta jer je u tom slučaju stepen iskorišćenja znatno manji (v. čl. 2.7.4). Uobičajeni su uglovi nagiba zubaca $\beta_1=45^\circ \div 60^\circ$, odn. $\beta_2=30^\circ \div 45^\circ$. Kada zupčanici treba da se obrću u oba smera najbolje je da bude $\beta_1=\beta_2=45^\circ$.

Najmanji broj zubaca obično je 12 do 14 jer tada nije potrebno pomeranje profila. Međutim, i ovde se može primeniti pomeranje profila kada se želi da broj zubaca bude manji od graničnog.

2.7.4 SILE I OPTEREĆENJE VRATILA

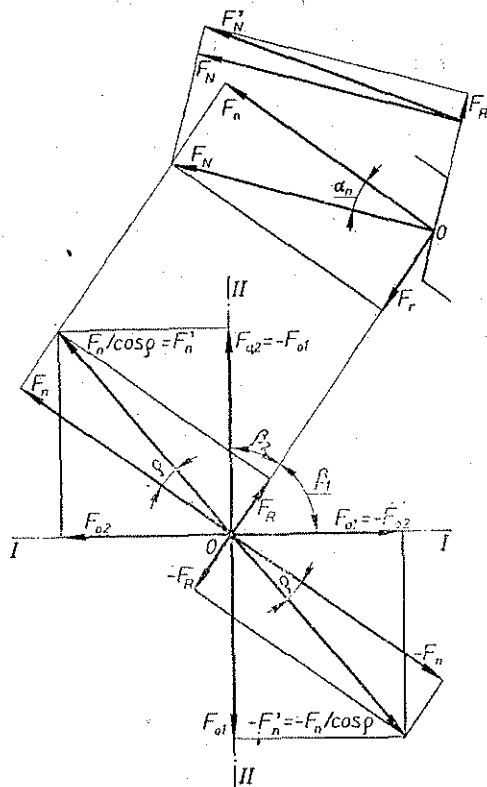
Pri određivanju stvarnih sila koje deluju na spregnute zupčanike trebalo bi uzeti u obzir otpore klizanja popreko na zupce i uzduž zubaca. Otpori klizanja popreko na zupce obično se zanemaruju (čl. 2.2.1.5) pošto su srazmerno maleni u poređenju sa otporima klizanja uzduž zubaca.

Na sl. 2.99 prikazan je rektifikovan zavojni zubac; položaj zupca odgovara trenutku dodira u centralnoj tački O zupčanog sistema. U ravni normalnog preseka označena je sa F_N sila kojom zubac zupčanika 1 pritiskuje spregnuti zubac zupčanika 2; njen pravac podudara se sa pravcem dodirnice nagnute pod uglom α_n prema zajedničkoj tangenti dodirnih krugova u tački O . Razlaganjem sile F_N dobijaju se ove komponente: normalna komponenta $F_n = F_N \cos \alpha_n$ i radijalna komponenta $F_r = F_N \sin \alpha_n$. Od normalne sile F_n potiču periferina sila F_0 i aksijalna sila F_a . Prema tome, kao posledica delovanja sile F_N javljaju se tri sile koje opterećuju vratilo zupčanika: periferina, aksijalna i radijalna sila. Ovo statičko stanje sila remeti se za vreme rada zupčanika zbog trenja uzduž zubaca, koje utiče na veličinu periferne i aksijalne sile.

U radu zupčanika rađa se otpor klizanja uzduž zubaca

$$F_R = \mu F_N = F_N \operatorname{tg} \rho$$

koji ima smer suprotan smeru brzine klizanja v_k ; u obrascu je μ koeficijent otpora klizanja («koeficijent trenja»), a ugao ρ ugao trenja. Pritisak F_N i otpor klizanja F_R daju rezultantu nagnutu prema sili F_N za ugao ρ .



Sl. 2.99 — Sile na helikoidnim zupcima

U ravni razvijenih dodirnih cilindara prelazi F_N u projekciju F_n , a F_N u F_n' . Zbog projiciranja povećava se ugao ρ između F_N i F_n na ugao ρ' između F_n' i F_n ; ugao ρ' može se ovako odrediti

$$\operatorname{tg} \rho' = \frac{F_R}{F_n} = \frac{\mu F_N}{F_n \cos \alpha_n} = \frac{\operatorname{tg} \rho}{\cos \alpha_n}$$

Razlaganjem rezultante $F_n' = F_n / \cos \rho' = F_N \cos \alpha_n / \cos \rho'$ u pravcu osa zupčanika I—I i II—II i upravno na ove ose dobijaju se obrasci za periferne i aksijalne

sile kojima su izloženi spregnuti zupčanici

$$F_{01} = \frac{\cos \alpha_n \cos (\beta_1 - \rho')}{\cos \rho'} F_N, \quad F_{02} = \frac{\cos \alpha_n \cos (\beta_2 + \rho')}{\cos \rho'} F_N,$$

$$F_{a1} = \frac{\cos \alpha_n \sin (\beta_1 - \rho')}{\cos \rho'} F_N, \quad F_{a2} = \frac{\cos \alpha_n \sin (\beta_2 + \rho')}{\cos \rho'} F_N.$$

Za uobičajeni ugao ukrštanja $\varphi = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ dolazi se do ovih jednakosti:

$$F_{01} = -F_{a2} \quad \text{i} \quad F_{02} = -F_{a1}$$

Među perifernim silama spregnutih zupčanika postoji odnos

$$\frac{F_{01}}{F_{02}} = \frac{\cos (\beta_1 - \rho')}{\cos (\beta_2 + \rho')}$$

pa se odavde može proračunati periferina sila F_{01} predajnog zupčanika kada se najpre nađe periferina sila F_{02} prijemnog zupčanika na osnovu potrebne snage i ugaone brzine ω_2

$$F_{02} = \frac{P_2}{R_2 \omega_2} [\text{N}],$$

gde je R_2 [m] poluprečnik deonog kruga prijemnog zupčanika, a ω_2 [rad s⁻¹] ugaona brzina prijemnog zupčanika.

Periferina sila redukovana na središte zupčanika daje obrtni moment $F_0 R$ i silu F_0 koja savija vratilo. Smer sile F_0 može se lako odrediti na ranije opisani način ako se pretpostavi da je prijemni zupčanik ukočen.

Aksijalna sila pritiskuje ili isteže vratilo u zavisnosti od svoga smera i od položaja aksijalnog ležišta (uporedi čl. 2.2.2.4); osim toga ona stvara moment $F_a R$ koji savija vratilo i utiče na otpore oslonaca. Smer aksijalne sile može se odrediti razlaganjem sila prema sl. 2.99.

Radijalna sila spregnutih zupčanika jednaka je po veličini, ali je suprotnog smera; njena je težnja da razmakne spregnuta vratila, savijajući ih.

2.7.5 STEPEN ISKORIŠĆENJA

Stepen iskorišćenja zupčanika s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila može se, s obzirom na gubitke od uzdužnog klizanja, ovako izraziti

$$\eta_k = \frac{F_{02} v_2}{F_{01} v_1}$$

Kada se iskoriste obrasci za F_{01} i F_{02} i zameni $v_2/v_1 = \cos \beta_1 / \cos \beta_2$, jer normalne komponente brzina moraju biti jednake, dobija se ovaj obrazac

$$\eta_k = \frac{\cos (\beta_2 + \rho') \cos \beta_1}{\cos (\beta_1 - \rho') \cos \beta_2} \cdot \frac{\cos \rho' - \sin \rho' \operatorname{tg} \beta_2}{\cos \rho' + \sin \rho' \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \rho' \operatorname{tg} \beta_2}{1 + \operatorname{tg} \rho' \operatorname{tg} \beta_1}$$

odnosno

$$\eta_k = \frac{1 - \mu' \operatorname{tg} \beta_2}{1 + \mu' \operatorname{tg} \beta_1}$$

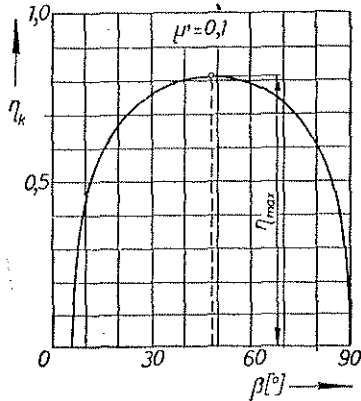
Za uobičajeni ugao ukrštanja $\varphi = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ je

$$\eta_k = \frac{1 - \mu' \operatorname{cotg} \beta_1}{1 + \mu' \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \rho' / \operatorname{tg} \beta_1}{1 + \operatorname{tg} \rho' \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{\operatorname{tg} (\beta_1 - \rho')}{\operatorname{tg} \beta_1}$$

Do najvećeg stepena iskorišćenja dolazi se izjednačavanjem prvog izvoda funkcije $\eta_k = f(\beta_1)$ sa nulom, odakle izlazi da je

$$\eta_{k \max} = \operatorname{tg}^2 (45 - \rho' / 2),$$

tj. da je stepen iskorišćenja maksimalan kada je $\beta_1 - \beta_2 = \rho'$. Za $\rho' = 6^\circ$ najpovoljniji stepen iskorišćenja je kada je $\beta_1 = 48^\circ$ a $\beta_2 = 42^\circ$. Ipak se često usvaja izvešana veća razlika među uglovima β_1 i β_2 da bi se ostvarili konstruktivno pogodni prečnici zupčanika s obzirom na željeni prenosni odnos (čl. 2.7.3). Nije celishodno birati $\beta_1 > 60^\circ$ pošto bi tada η_k osetno opao, što se vidi iz dijagrama $\eta_k = f(\beta_1)$ prikazanog na sl. 2.100. Dijagram je nacrtan za $\varphi = 90^\circ$ pri prividnom uglu trenja ρ' nešto manjem od 6° (tj. za $\mu' = 0,1$).



Sl. 2.100 — Stepens iskorišćenja zavojnog kretanja zupčana zavisan od ugla nagiba helikoide

Stvarni i prividni ugao trenja vezani su jednačinom

$$\mu = \operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \rho' \cos \alpha_n = \mu' \cos \alpha_n$$

gde je α_n ugao dodirnice u normalnom preseku (sl. 2.98). Obično se, bez veće greške, uzima da je $\rho = \rho'$.

Pravilno je da bude $\beta_1 > \beta_2$ gde je β_1 ugao nagiba zupca predajnog zupčanika. Kada bi bilo $\beta_1 < \beta_2$, smanjio bi se stepen iskorišćenja zupčanog prenosioca. To se može objasniti pomoću sl. 2.99: kada bi zupčanik sa

uglom nagiba zupaca β_2 postao predajnim zupčanikom, trebalo bi, na pomenutoj slici, preneti uglove trenja na suprotne strane od sila $+F$ i $-F$ zbog suprotnog smera brzine klizanja, pa bi tada periferne sile iznosile

$$F'_{01} = \frac{F_N \cos \alpha_n \cos (\beta_1 + \rho')}{\cos \rho'} \quad ; \quad F'_{02} = \frac{F_N \cos \alpha_n \cos (\beta_2 - \rho')}{\cos \rho'}$$

a stepen iskorišćenja, za $\varphi = 90^\circ$

$$\eta_k' = \frac{F'_{01} v_1}{F'_{02} v_2} = \frac{\cos (\beta_1 + \rho') \cos \beta_2}{\cos (\beta_2 - \rho') \cos \beta_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \rho' \operatorname{tg} \beta_1}{1 + \operatorname{tg} \rho' \operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} (\beta_1 + \rho')}$$

Poređenjem obrazaca za η_k i η_k' izlazi, prirodno, da je $\eta_k' < \eta_k$.

2.7.6 PRORAČUN

Za proračunavanje modula zupčanika s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila još se i danas primenjuje postupak pomoću koeficijenta opterećenja c , pa su tri osnovna oblika obrazaca za normalni modul

$$m_n = \sqrt{\frac{F_0}{\pi \psi_k c}} \quad [\text{m}],$$

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 M_0 \cos \beta}{c \pi \psi_k z}} \quad [\text{m}],$$

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{0,635 P \cos \beta}{c \psi_k z \omega}} \quad [\text{m}],$$

gde je: F_0 [N] — periferne sile,
 M_0 [Nm] — obrtni moment,
 P [W] — snaga,
 ω [rad.s⁻¹] — ugaona brzina,
 c [Pa] — koeficijent opterećenja,
 ψ_k — faktor korisne dužine zupca,
 z — broj zupaca, i
 β — ugao nagiba zupca.

Za one veličine koje se razlikuju na spregnutim zupčanicima treba uvesti potrebne indekse (1 ili 2).

S obzirom na izrazito habanje zupaca zbog uzdužnog klizanja pri koncentrisanom opterećenju, koeficijent opterećenja c znatno je manji nego za zupčanike za paralelna vratila; on zavisi od materijala i brzine klizanja, a na osnovu najnovijih istraživanja i od načina razrađivanja i upotrebljenog maziva. Koeficijent opterećenja računa se po ovim obrascima:

Tablica 2.20

Materijal zupčanika	Brzina klizanja v_k [m/s]	c [MPa]
Sivi liv/sivi liv	≤ 3	$\frac{6}{2 + v_k}$
Nekaljen čelik/sivi liv	≤ 3	$\frac{6}{2 + v_k}$
Nekaljen čelik/fošforna bronza	≤ 8	$\frac{10}{2 + v_k}$
Kaljen čelik/kaljen čelik	≤ 8	$\frac{20}{2 + v_k}$

Napomene uz tablicu 2.20:

- 1) Ako je u sprezi Č/SL ili Č/fosforna bronzna, čelični zupčanik kaljen i brušen vrednost za c može se povećati za 25%.
- 2) Za spregu kaljen čelik/kaljen čelik treba obezbediti dobro podmazivanje.
- 3) Za zupčanike za koje je obezbedeno pažljivo razradivanje i dobro podmazivanje u pogonu mogu se usvajati i dvaput veće vrednosti koeficijenta opterećenja.
- 4) Brzina $v_k = v_1 \sin \beta_1 + v_2 \sin \beta_2 = v_1 / \cos \beta_2 = v_2 / \cos \beta_1$ (sl. 2.97).

Faktor korisne dužine zupca $\psi_k = L_k / m_n = 2 \sin \beta_{1,2} / \tan \alpha_n$, do čega se dolazi iz ovog razmatranja (sl. 2.98):

$$L_k = \overline{MN} \sin \beta_{1,2} = \overline{M_n N_n} \cos \alpha_n \sin \beta_{1,2},$$

pa pošto je najveća moguća dužina $\overline{M_n N_n} = 2 m_n / \sin \alpha_n$ (za slučaj zupčaste poluge) izlazi da je

$$L_k = \frac{2 m_n \cos \alpha_n \sin \beta_{1,2}}{\sin \alpha_n} = \frac{2 m_n \sin \beta_{1,2}}{\tan \alpha_n}$$

Korisna dužina zupca je veća kada je ugao dodirnice α_n manji. Stoga je za helikoidne zupce obično $\alpha_n = 15^\circ$; tada je $L_k \approx 7,5 m_n \sin \beta_{1,2}$.

Stvarna dužina zupca L treba da bude nešto veća od korisne dužine L_k , radi ojačavanja krajeva zubaca zbog jakog mestimičnog opterećenja u početku i na kraju dodirnog perioda. Stvarna dužina zupca kreće se u granicama $L = (8 \div 10) m_n$. Prema tome je odnos stvarne i najveće korisne dužine

$$L / L_k = (4 \div 5) \tan \alpha_n / \sin \beta,$$

odn. za $\alpha_n = 20^\circ$

$$L / L_k = (1,46 \div 1,82) / \sin \beta.$$

Glavne su geometrijske mere zupčanika s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila, za $\varphi = 90^\circ$

- | | | |
|----------------------------|---|---|
| (1) Spoljni modul | $m_{s1} = m_n / \cos \beta_1$ | $m_{s2} = m_n / \cos \beta_2$ |
| (2) Normalni korak | $e_n = \pi m_n$ | |
| (3) Bočni korak | $e_{s1} = e_n / \cos \beta_1$ | $e_{s2} = e_n / \cos \beta_2$ |
| (4) Prečnik deonog kruga | $D_1 = m_{s1} z_1$ | $D_2 = m_{s2} z_2$ |
| (5) Prečnik temnog kruga | $D_{s1} = D_1 + 2 m_n$ | $D_{s2} = D_2 + 2 m_n$ |
| (6) Bočni-ugao dodirnice | $\tan \alpha_{s1} = \tan \alpha_n / \cos \beta_1$ | $\tan \alpha_{s2} = \tan \alpha_n / \cos \beta_2$ |
| (7) Prečnik osnovnog kruga | $D_{01} = D_1 \cos \alpha_{s1}$ | $D_{02} = D_2 \cos \alpha_{s2}$ |

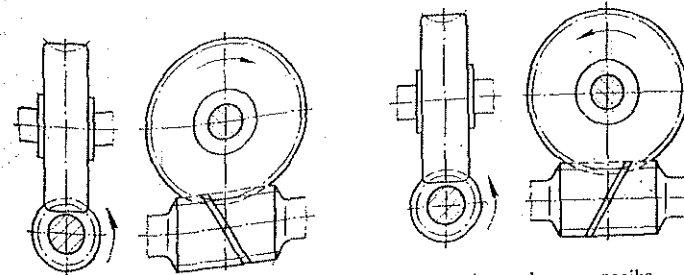
- (8) Visina zupca $h = h_s + h_t = (2,1 \div 2,2) m_n$
 $L_{k1} = \psi_{k1} m_n$ $L_{k2} = \psi_{k2} m_n$
- (9) Korisna dužina zupčanika $L_1 = (8 \div 10) m_n$ $L_2 = (8 \div 10) m_n$
- (10) Stvarna dužina zupčanika $A = (D_1 + D_2) / 2 =$
 $= (z_1 / \cos \beta_1 + z_2 / \cos \beta_2) m_n / 2$
- (11) Međuosno rastojanje $i = D_2 \tan \beta_1 / D_1 = D_2 \cot \beta_2 / D_1$
- (12) Prenosni odnos

U konstruktivnom pogledu zupčanici s helikoidnim zupcima za mimoilazna vratila jednaki su cilindričnim zupčanicima s helikoidnim zupcima za paralelna vratila.

2.8 PUŽNI PRENOSNIK

2.8.1 OPŠTI POGLED

Pužni prenosnik sastoji se iz pužnog zavrtnja i pužnog zupčanika (sl. 2.101), a upotrebljava se za prenošenje obrtnog momenta između mimoilaznih vratila radi smanjivanja broja obrta. Pužni zavrtnj je predajni, a pužni zupčanik prijemni deo prenosnika. Pužni prenosnik može biti iskorišćen i obrnuto, kao multiplikator broja obrta; ovo je redak izuzetak koji ne predstavlja dobro rešenje pošto su gubici energije znatni.



Sl. 2.101 — Smer obrtanja pužnog zupčanika zavisno od smera nagiba zavojnice pužnog zavrtnja

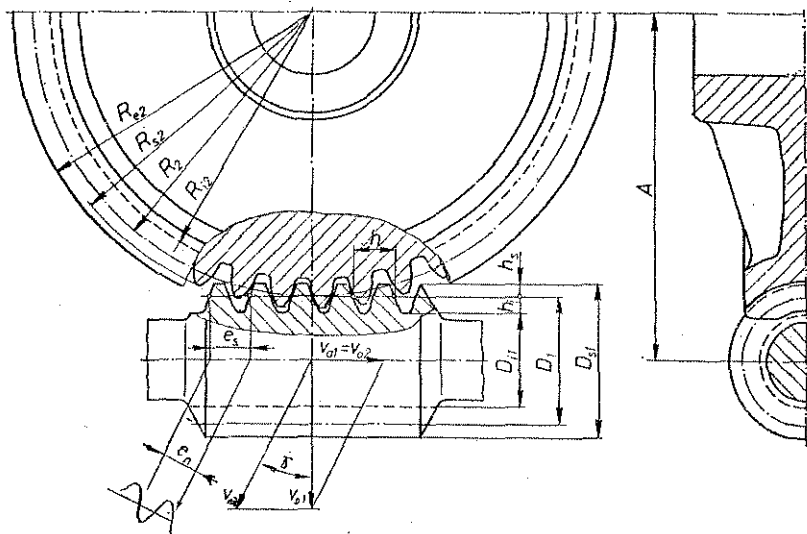
Ugao ukrštanja vratila pužnog prenosnika gotovo redovno iznosi 90° , ali može biti i drukčiji; izlaganja u ovom odeljku odnose se na pužni prenosnik sa uglom ukrštanja $\varphi = 90^\circ$.

Pužni prenosnik liči na spregu zavrtnja i navrtke; u ovoj sprezi često je pužni zavrtnj izrađen sa zavojnicom sličnom standardnoj trapeznoj zavojnici dok je pužni zupčanik skup segmenata navrtke smeštenih po obimu točka. Ovi segmenti su samo delimično spregnuti sa zavojcima pužnog zavrtnja.

Pri obrtanju pužnog zavrtnja, nepokretnog u aksijalnom pravcu, obrće se i pužni zupčanik; smer obrtanja pužnog zupčanika zavisi od smera obrtanja pužnog

zavrtnja i od pravca nagiba njegove zavojnice (sl. 2.101). Spregnuti zavojci pužnog zavrtnja i pužnog zupčanika dodiruju se teorijski po liniji, a stvarno po uskoj, relativno dugačkoj površini, koja se formira pri opterećenju zbog deformacija; zato je specifični dodirni pritisak između zavojaka i zubaca umeren. U radu se između spregnutih zubaca i zavojaka može ostvariti neprekinut sloj maziva, odn. dinamičko plivanje, ukoliko su uslovi zato ispunjeni (primena odgovarajućeg maziva, dovoljna brzina klizanja, dobro sklapanje). Ovakvo stanje podmazanih dodirnih površina može se postići samo na brzohodim pužnim prenosnicima sa odlično obradenim zavojcima odn. zupcima; sporohodi pužni prenosnici, međutim, redovno rade u oblasti trenja poluokvašenih površina.

Uzdužni presek pužnog zavrtnja izgleda kao zupčasta poluga (sl. 2.102). Uvek se može zamisliti da se translatorskim kretanjem ovako zamišljene zupčaste poluge izaziva obrtanje pužnog zupčanika; uzastopni položaji zupčaste poluge pri translatorskom kretanju jesu slika obrtanja stvarnog pužnog zavrtnja i njegovih



Sl. 2.102 — Presek pužnog prenosnika

zavojaka. Na ovome se osniva proučavanje kinematske sprege pužnog zavrtnja i pužnog zupčanika. Zupci, u uzdužnom preseku na sl. 2.102, imaju oblik evolventnih zubaca običnih cilindričnih zupčanika.

Periferna brzina pužnog zavrtnja iznosi (sl. 2.102)

$$v_{01} = D_1 \pi n_1 / 60 \text{ [m/s]},$$

gde je D_1 [m] prečnik deonog kruga (=srednji prečnik zavojnice pužnog zavrtnja), a n_1 minutni broj obrta pužnog zavrtnja. Pošto je za srednji ugao penjanja zavojnice

$\text{tg } \gamma = \frac{h}{D_1 \pi}$, gde je h [m] hod zavojnice, može se periferna brzina pužnog zavrtnja ovako izraziti

$$v_{01} = \frac{h n_1}{60 \text{ tg } \gamma}$$

Aksijalna brzina pužne zavojnice iznosi

$$v_{a1} = v_{01} \text{ tg } \gamma = D_1 \pi n_1 \text{ tg } \gamma / 60 = h n_1 / 60 \text{ [m/s]},$$

a brzina klizanja

$$v_k = v_{01} / \cos \gamma.$$

Periferna brzina pužnog zupčanika iznosi (sl. 2.102)

$$v_{02} = D_2 \pi n_2 / 60 \text{ [m/s]}$$

gde je D_2 [m] prečnik deonog kruga pužnog zupčanika, a n_2 minutni broj obrta pužnog zupčanika. Radi održavanja stalnog dodira između zavojaka pužnog zavrtnja i zubaca pužnog zupčanika mora biti aksijalna brzina pužnog zavrtnja jednaka perifernoj brzini pužnog zupčanika:

$$v_{02} = v_{a1} = \pi D_2 n_2 / 60 = \pi D_1 n_1 \text{ tg } \gamma / 60 = h n_1 / 60$$

pa se odavde dobija obrazac za prenosni odnos pužnog prenosnika

$$i = n_1 / n_2 = \frac{D_2}{D_1 \text{ tg } \gamma} = \pi D_2 / h.$$

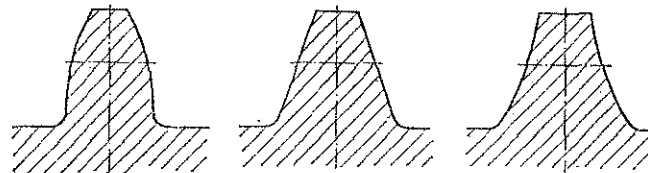
Prema ovome može se prenosni odnos pužnog prenosnika menjati menjanjem ugla penjanja zavojnice, a da prečnici pužnog zavrtnja i pužnog zupčanika ostanu nepromenjeni.

Dok se pužni zavrtnj obrne jedanput, obrnuće se pužni zupčanik za jedan korak kada je zavojnica pužnog zavrtnja jednododa, a za dva koraka kada je zavojnica dvohoda itd. pa se, stoga, prenosni odnos pužnog prenosnika može i ovako izraziti

$$i = n_1 / n_2 = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1;$$

ovde je z_1 broj nezavisnih zavojnica pužnog zavrtnja (=broj hodova zavrtnja), a z_2 broj zubaca pužnog zupčanika.

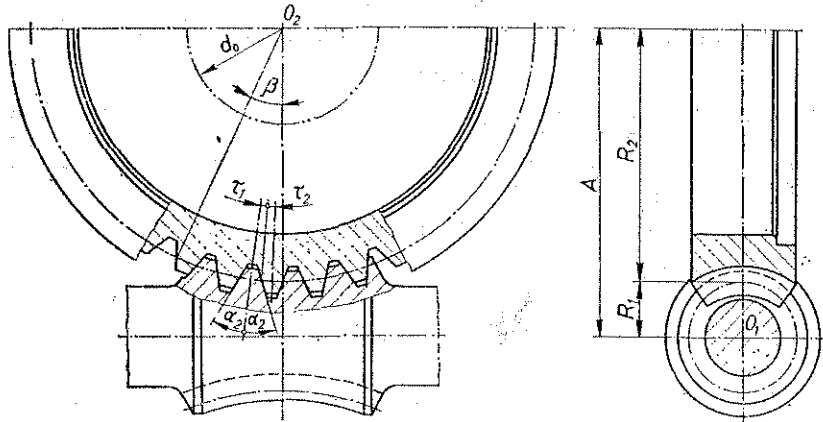
Uzdužni presek pužnog zavrtnja može imati razne profile (sl. 2.103). Evolventni pužni zavrtnj odgovara zupčaniku sa helikoidnim zupcima kod koga je ugao



Sl. 2.103 — Profil uzdužnog preseka zavojaka pužnog zavrtnja

nagiba zubaca $\beta=45$ do 87° . U uzdužnom preseku profil zavojaka je konveksan (evolventan). Zavojsi evolventnog pužnog zavrtnja mogu se fino obraditi brušenjem. Spiralni pužni zavrtnj ima zavojske čiji je uzdužni presek trapeznog oblika, a poprečni u obliku Arhimedove spirale. Zavojsi ovakvog zavrtnja ne mogu se obrađivati brušenjem. Prema novijim ispitivanjima, pužni zavrtnj čiji su zavojsi u uzdužnom preseku konkavnog oblika ima pojačanu izdržljivost i vrlo dobre uslove sprežanja s pužnim zupčanicom. Ovakav zavrtnj s konkavnim oblikom profila u uzdužnom preseku može se obrađivati brušenjem.

Naročitu varijantu predstavlja globoidni pužni zavrtnj (sl. 2.104) koji delimično obavija zavojske zupce pužnog zupčanika. Srednja linija zavojaka je kružni



Sl. 2.104 — Presek globoidnog pužnog prenosnika

luk koncentričan sa deonim krugom pužnog zupčanika. Globoidni pužni prenosnik pogodan je za jaka opterećenja i ima veći stepen iskorišćenja od drugih pužnih prenosnika; vremenom ove mu se odlike gube zbog habanja. Globoidni pužni prenosnik je skuplji i teže se sklapa.

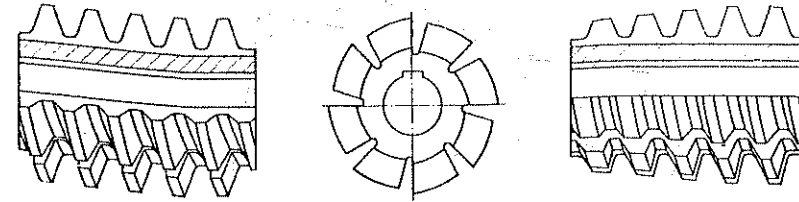
U poređenju sa helikoidnim zupčanicima za mimoilazna vratila pužni prenosnik ima veći stepen iskorišćenja i duži vek i može da prenosi jače snage.

Pužni prenosnik je pogodan za jako redukovanje broja obrta; odlikuje se tihim i sigurnim radom i srazmerno lakom i zbijenom konstrukcijom. Kao mane pužnog prenosnika mogu se istaći: potreba za tačnom izradom i tačnim sklapanjem, za odličnom obradom dodirnih površina, za odličnim podmazivanjem i za aksijalnim ležištem, i, često relativno jako habanje zubaca, odn. zavojaka.

Pužni prenosnik upotrebljava se za dizalice, mašine alatke, i uopšte tamo gde je potrebno da se jaka redukcija broja obrta obavi u što manjoj jedinici (reduktoru).

Zavojnica pužnog zavrtnja izrađuje se kao svaka druga zavojnica na strugu ili glodalici. Od oblika sečiva i položaja alata zavisi vrsta pužnog zavrtnja (evolventni, spiralni itd.). Jače opterećeni pužni zavrtnji redovno se kale i bruse.

Zupci pužnog zupčanika izrađuju se najčešće postupkom relativnog kotrljanja (glodanjem ili rendisanjem). Pužno glodalo mora pri tom imati zavojske koji tačno odgovaraju zavojsima pužnog zavrtnja sa kojim će se zupčanik kasnije sprežati (sl. 2.105); obrtanjem glodala i pužnog zupčanika obrađuju se međuzublja uz radijalno približavanje cilindričnog glodala (sl. 2.105, levo) ili uz tangencijalno približavanje koničnog glodala (sl. 2.105, desno). Pri konstruisanju pužnog prenosnika treba uzimati u obzir glodala kojima radionica raspolaže, ili projektovati glodalo, što je skuplje.



Sl. 2.105 — Cilindrično i konično pužno glodalo

Neobrađeni liveni zupci pužnog zupčanika mogu zadovoljiti kada se radi o prenosnicima sporednog značaja koji rade sa malim perifernim brzinama (do 2,5 m/s); tada treba projektovati zavojske pužnog zupčanika.

Prilikom sklapanja pužnog zavrtnja sa pužnim zupčanicom neophodno je da se sklapanje obavi bez zazora i pod tačno propisanim uglom među osama ($\varphi=90^\circ$). Da bi se prvi uslov ostvario potrebno je da glodalo prilikom izrade pužnog zupčanika bude na jednakom međuosnom rastojanju kao što će biti kasnije pužni zavrtnj. Pri završenom glačanju odn. brušenju zavojaka pužnog zavrtnja treba češće proveravati spregu zavrtnja i zupčanika na probnom uređaju obraćajući pri tom pažnju na tzv. trag naleganja koji se dobija primenom odgovarajuće boje.

2.8.3 SILE I OPTEREĆENJE VRATILA

Pri određivanju sila koje potiču od obrtnog momenta koji se prenosnikom prenosi, a koje opterećuju vratila pužnog zavrtnja i zupčanika, zanemaruje se otpor klizanja popreko na zupce (u radijalnom pravcu), a uzima u obzir otpor klizanja uzduž zubaca; osim toga smatra se da su sile koncentrisane i da deluju u centralnoj tački O (sl. 2.106).

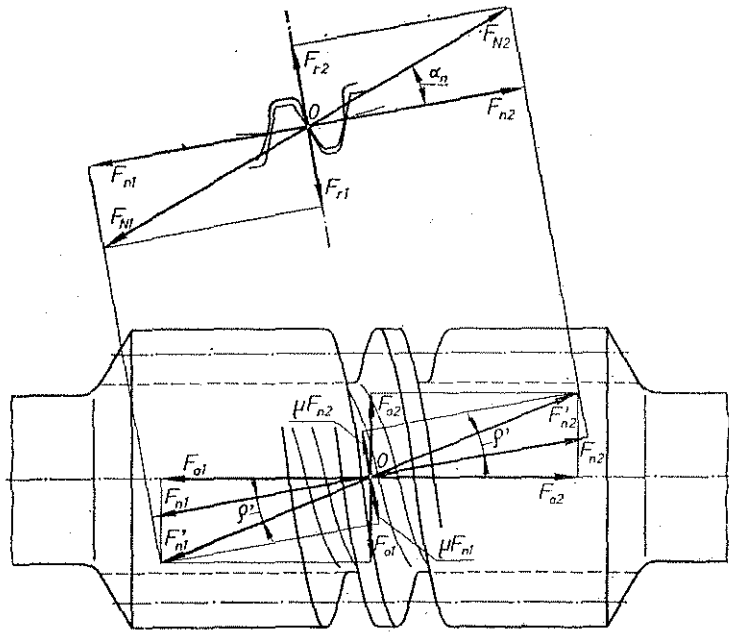
Uz objašnjenja iz čl. 2.7.4, a prema sl. 2.106, dolazi se do obrazaca za sile kojima pužni zavrtnj deluje na pužni zupčanik; to su obrasci:

za perifernu silu

$$F_{01} = F_n' \sin(\gamma + \rho') = F_n \sin(\gamma + \rho') / \cos \rho' = \\ = F_N \sin(\gamma + \rho') \cos \alpha_n / \cos \rho'$$

za aksijalnu silu

$$F_{a1} = F_n' \cos(\gamma + \rho') = F_n \cos(\gamma + \rho') / \cos \rho' = \\ = F_N \cos(\gamma + \rho') \cos \alpha_n / \cos \rho'$$



Sl. 2.106 — Sile na pužnom prenosniku

i za radijalnu silu

$$F_r = F_N \sin \alpha_n$$

Kada se polazi od snage i broja obrta pužnog zavrtnja, može se odrediti najpre periferna sila

$$F_{01} = \frac{P_1}{R_1 \omega_1} = \frac{2 P_1}{D_1 \omega_1}$$

zatim, pošto je normalna sila

$$F_n = \frac{\cos \rho'}{\sin(\gamma + \rho') \cos \alpha_n} F_{01}$$

aksijalna sila

$$F_{a1} = F_{01} \cotg(\gamma + \rho') = \frac{1 - \mu' \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma + \mu'} F_{01}$$

pa, najzad, radijalna sila

$$F_r = \frac{\cos \rho' \operatorname{tg} \alpha_n}{\sin(\gamma + \rho')} F_{01} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \gamma + \mu' \cos \gamma} F_{01}$$

U obrascima je prividni koeficijent trenja $\mu' = \operatorname{tg} \rho' = \operatorname{tg} \rho / \cos \alpha_n$ (čl. 2.7.4); stvarni koeficijent trenja je $\mu = \operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \rho' \cos \alpha_n = \mu' \cos \alpha_n$. Bez osetne greške može se uzeti da je $\rho' = \rho$ odn. $\mu' = \mu$.

Od periferne sile F_{01} potiču obrtni moment $F_{01} R_1$ koji vratilo pužnog zavrtnja izlaže torziji, i moment savijanja koji zavisi od udaljenosti oslonaca, a koji izaziva u vratilu napone od savijanja i od smicanja (naponi od smicanja obično se zanemaruju). Smer periferne sile F_{01} za vratilo pužnog zavrtnja suprotan je smeru obrtanja zavrtnja (posmatrano u tački O). Ova ista periferna sila F_{01} — pod imenom F_{a2} — napreže vratilo pužnog zupčanika u aksijalnom pravcu izlažući ga pritiskivanju ili istežanju i savija ga pod uticajem momenta $F_{01} R_2$; zbog toga vratilo pužnog zupčanika mora imati aksijalno ležište.

Aksijalna sila F_{a1} pritiskuje ili isteže vratilo pužnog zavrtnja — u zavisnosti od položaja aksijalnog ležišta; prema tome, i vratilo pužnog zavrtnja mora imati aksijalno ležište. Smer aksijalne sile F_{a1} suprotan je smeru obrtanja pužnog zupčanika (posmatrano iz centralne tačke O). Ova ista sila F_{a1} — pod imenom F_{02} — je motorna periferna sila za pužni zupčanik pa ona, delujući tangencijalno na obod zupčanika, stvara moment $F_{02} R_2$ koji izaziva obrtanje pužnog zupčanika; pod uticajem ovog momenta vratilo pužnog zupčanika izloženo je naprezanju od savijanja, smicanja i torzije. I ovde se smicanje obično zanemaruje.

Radijalna sila F_r jednaka je i za vratilo pužnog zavrtnja i za vratilo pužnog zupčanika po veličini, ali je suprotnog smera; ona savija oba vratila nastojeći da ih razmiče.

2.8.4 STEPEN ISKORIŠĆENJA

Stepen iskorišćenja zavojnog kretanja elemenata pužnog prenosnika jednak je

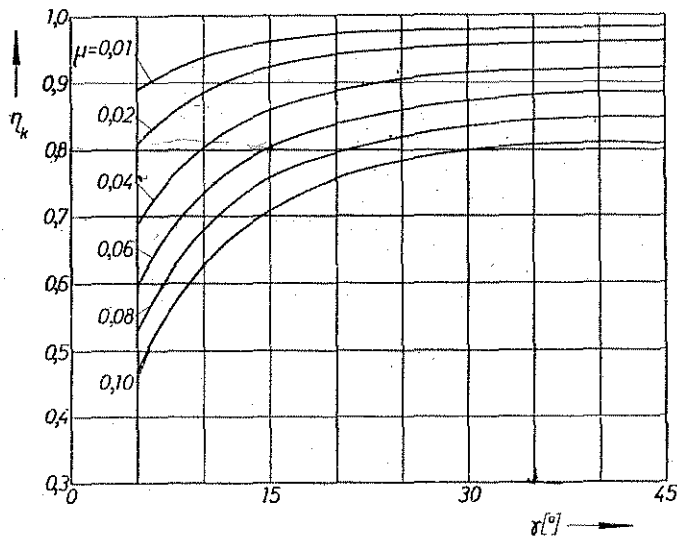
$$\eta_k = \frac{F_{02} v_{02}}{F_{01} v_{01}} = \frac{\cos(\gamma + \rho') \operatorname{tg} \gamma}{\sin(\gamma + \rho')} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho')}$$

kada se za sile F_0 i brzine v_0 primene obrasci iz čl. 2.8.1 i 2.8.3. Prividni koeficijent trenja je $\mu' = \operatorname{tg} \rho' = \operatorname{tg} \rho / \cos \alpha_n$, gde je ρ stvarni ugao trenja, a α_n ugao dodirnice u normalnoj ravni.

Ugao trenja ρ može se samo približno proceniti (on je čak promenljiv za vreme rada jednog te istog pužnog prenosnika) pa se stoga uzima da je $\rho \approx \rho'$, utoliko pre što je i uticaj ugla α_n neznatan; ipak, stepen iskorišćenja η_k je veći kada je ugao dodirnice manji. Prema tome, stepen iskorišćenja može se računati po obrascu

$$\eta_k = \text{tg } \gamma / \text{tg } (\gamma + \rho).$$

Na sl. 2.107 dat je dijagram zavisnosti stepena iskorišćenja zavojnog kretanja od ugla uspona zavojnice γ i od koeficijenta trenja μ . Kada raste ugao uspona za-



Sl. 2.107 — Stepen iskorišćenja zavojnog kretanja pužnog prenosnika zavisno od ugla penjanja zavojnice (γ) i koeficijenta trenja (μ)

vojnice, raste i stepen iskorišćenja do izvesnog maksimuma pa posle opet pada. Najveća vrednost stepena iskorišćenja $\eta_{k \max}$ nalazi se u blizini ugla $\gamma=45^\circ$, i pomena se ulevo utoliko više ukoliko je koeficijent trenja veći, jer je $\eta_{k \max}$ pri $\gamma=45^\circ$ — $\rho/2$ (čl. 2.7.5 i, osim toga, čl. 3.2.2 u knjizi Mašinski elementi I). Kada je $\gamma < 15^\circ \div 20^\circ$, η_k naglo pada; stoga je najčešće ugao γ veći od 20° što se postiže primenom višehodnih zavojnica.

Na stepen iskorišćenja η_k znatno utiče koeficijent trenja μ ; npr. za $\gamma=25^\circ$ i $\mu=0,01$ je $\eta_k=0,973$, a za $\gamma=25^\circ$ i $\mu=0,2$ iznosi η_k samo 0,634. Koeficijent trenja ne može se unapred ni približno odrediti, pa je procenjivanje veličine η uopšte prilično proizvoljno. Na koeficijent trenja utiču mnogi činioci: materijal, tačnost izrade i sklapanje, finoća obrade zavojaka i zubaca, vrsta maziva, način dovođenja maziva, brzina klizanja, zagrejanost itd.

Prema izvršenim ispitivanjima može se, za čelični pužni zavrtnaj, kaljen i brušen, i za pužni zupčanik od bronce, računati približno sa ovim koeficijentima

trenja u proseku

v_k [m/s]	0,1	1	2	3	5	10	15
μ	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,015

gde je v_k brzina klizanja.

Ukupni stepen iskorišćenja pužnog prenosnika je $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_k$; u stepenima iskorišćenja η_1 i η_2 sadržani su uglavnom gubici u ležištima pužnog zavrtnja i pužnog zupčanika. Može se uzeti da je $\eta_1 \eta_2 = 0,92 \div 0,95$ za klizna ležišta, a $\eta_1 \eta_2 = 0,96 \div 0,98$ za kotrljajna ležišta.

Često je potrebno da se pužni zupčanik ne obrće sam od sebe pod opterećenjem kada motorni obrtni moment prestane da deluje na pužni zavrtnaj; takav pužni prenosnik treba da se odlikuje sposobnošću samokočenja. U stanju, u kome dolazi do izražaja sposobnost samokočenja, pužni zavrtnaj i pužni zupčanik menjaju uloge pa pužni zupčanik postaje predajni element, a pužni zavrtnaj prijemni element pužnog prenosnika; stoga je stepen iskorišćenja u stanju samokočenja (za $\rho \approx \rho'$)

$$\eta_k' = \text{tg } (\gamma - \rho) / \text{tg } \gamma.$$

Samokočenje nastupa kada je $\gamma = \rho$, i tada je $\eta_k = 0$. Radi sigurnosti — zbog eventualnih potresa kojima može biti izložen pužni prenosnik, a i zbog netačnosti računa — treba usvojiti $\gamma < \rho$ da bi se sprečilo spuštanje tereta odn. samovoljno obrtanje pužnog zupčanika. Stepen iskorišćenja na granici samokočenja, tj. za $\gamma \approx \rho$, iznosi

$$\eta_{ks} = \text{tg } \gamma / \text{tg } (\gamma + \rho) = \frac{1 - \text{tg}^2 \rho}{2}$$

pa teorijski najviše može da dostigne vrednost 0,5.

Kada bi pužni prenosnik bio iskorišćen kao multiplikator broja obrta, tj. kada bi pužni zupčanik bio predajni element, pužni zavrtnaj morao bi imati vrlo strmu zavojnicu da bi stepen iskorišćenja bio iole povoljan, pošto je uticaj ugla trenja ρ mnogo jači na η_k' nego na η_k za normalan slučaj kada je pužni prenosnik u ulozi reduktora.

2.8.5 STATIČKI PRORAČUN

Polazni podaci za proračunavanje pužnog prenosnika jesu: bilo obrtni moment M_0 [N m], bilo snaga P [W] sa ugaonom brzinom ω [rad.s⁻¹], osim toga prenosni odnos i ; prema potrebi mogu biti postavljeni i drugi zahtevi: visok stepen iskorišćenja, zbijena konstrukcija itd. Za željeni obrtni moment M_{02} na vratilu pužnog zupčanika treba da bude obezbeđen na vratilu pužnog zavrtnja moment $M_{01} = M_{02} / \eta_i$.

Prvi korak u proračunavanju je izbor broja hodova pužnog zavrtnja z_1 . Obično se uzima jednododi pužni zavrtnaj ($z_1=1$) za jače prenosne odnose ($i=50 \div 80$), a višehodi za slabije prenosne odnose (npr. $z_1=4 \div 6$ za $i=6 \div 15$). Prema Taplinu (Tuplin) je $z_1=40/i$, zaokružljeno naviše. Najbolje je računati bar sa dve varijante

(sa dve različite vrednosti z_1), pa poredjenjem rezultata usvojiti povoljniju varijantu prema datim prilikama.

Kada je izabrano z_1 , određuje se broj zubaca pužnog zupčanika $z_2 = iz_1$, gde je $i = n_1/n_2$ tačan ili približno propisani prenosni odnos. Broj zubaca z_2 nalazi se obično između 30 i 60, a penje se i do 300 pa i više, naročito na pužnim prenosnicima za instrumente. Optimalni broj zubaca z_2 je oko 40.

Modul pužnog prenosnika za uzdužni presek pužnog zavrtnja odn. poprečni presek pužnog zupčanika računa se po obrascu

$$m_s = \sqrt[3]{\frac{2 M_{02} \xi}{\pi c \psi z_2}} = \sqrt[3]{\frac{0,635 \cdot P_2 \xi}{c \psi z_2 (\omega_2)}} \quad [m]$$

6,08 (m)
608 (cm)

gde je:

M_{02} [N m] — obrtni moment na vratilu pužnog zupčanika,

c [Pa] — koeficijent opterećenja zubaca,

ψ — faktor dužine zubaca,

z_2 — broj zubaca pužnog zupčanika,

ξ — koeficijent faktora oblika, i

ω_2 [rad s⁻¹] — ugaona brzina pužnog zupčanika.

Koeficijentom faktora oblika uzimaju se u obzir razni oblici zubaca pužnih zupčanika, zavisno od oblika bokova zavojnica pužnih zavrtnja. Koeficijent faktora oblika dat je izrazom

$$\xi = \Phi/9,5,$$

gde je Φ faktor oblika. Podatke za Φ za pužne zupčanike u sprezi sa pužnim zavrtnjem sa konveksnim profilom zavojaka treba birati iz tab. 2.11; za pužne zupčanike u sprezi sa pužnim zavrtnjem sa ravnim bočnim površinama $\Phi = 7,85 = \text{const.}$, i za pužne zupčanike spregnute sa pužnim zavrtnjima sa konkavnim bočnim površinama zavojaka usvajati iz tab. 2.12 za cilindrične zupčanike sa unutrašnjim zupčanjem.

Podatke za c treba birati zavisno od materijala i njihove termičke obrade, brzine klizanja i načina podmazivanja iz tab. 2.21. Pužni zavrtnj pravi se redovno od tvrdog materijala, najčešće od Č. 0645, Č. 0745, Č. 1220, a za teške uslove rada i od čelika legiranih npr. hromom i manganom. Za ručne pogone pužni zupčanik je od livenog gvožđa. Liveni zupci ostaju neobrađeni za pužne prenosnike sporednog značaja koji, osim toga, rade sa čestim prekidima. Za trajan pogon i veće brzine prave se pužni zupčanici od fosforne bronz (npr. P. Cu Sn 14), aluminijumske bronz (npr. P. CuAl IONi 5 FeČ 60) ili legura cinka, aluminijuma ili magnezijuma,

a takođe i od veštačkih plastičnih masa. Aluminijumska bronza je naročito pogodna za vrlo jaka opterećenja i za pogon sa udarima.

Za pužne prenosnike namenjene trajnom radu koeficijenti opterećenja dati su u tablici 2.21.

Tablica 2.21

Koeficijent opterećenja c [MPa]

Materijal pužnog zupčanika	Termička i mehanička obrada pužnog zavrtnja	c [MPa]					
		Podmazivanje potapanjem			Podmazivanje pod pritiskom		
		pri brzini klizanja v_k [m/s]					
		1	4	8	1	4	8
Centrifugalno livena fosfora	Kaljenje, zavojski brušeni	8	4,5	2,5	8	9,5	12,5
	Oplemenjivanje, zavojski obrađeni struganjem	4	3,5	1,5	4,5	5,5	8
Fosfora bronza livena u pesku	Kaljenje, zavojski brušeni	6,5	3,5	2	6,5	7,5	10
	Oplemenjivanje, zavojski obrađeni struganjem	3,5	3	1,2	3,5	4,5	6,5
Legura aluminijuma		6,5	4	2	6,5	8,5	11
Legura cinka	Kaljenje, zavojski brušeni	3,5	2,5	1,5	4	5	7
Sivi liv	Kaljenje, zavojski brušeni	4,5	2				
	Oplemenjivanje, zavojski obrađeni rezanjem	3	1,3				

Napomene uz tablicu 2.21:

1) Za slučaj povremenog pogona mogu se uzimati za 30 ÷ 50% veće vrednosti za c .

2) Pri brzinama klizanja v_k većim od 8 m/s treba obezbediti veštačko hlađenje ulja, odn. cirkulaciono podmazivanje.

Ispravan rad pužnog prenosnika zavisi od izbora odgovarajućeg maziva. U tab. 2.22 date su preporuke za izbor maziva određene viskoznosti zavisno od brzine klizanja v_k i koeficijenta opterećenja zubaca c .

Tablica 2.22

Viskoznost maziva

Brzina klizanja V_k [ms/]	Viskoznost η [Pa·s] pri 50° C		
	za $c=3$ MPa	3 ÷ 10 MPa	10 MPa
2	0,08 ÷ 0,14	0,14 ÷ 0,22	0,22 ÷ 0,28
2 ÷ 6	0,055 ÷ 0,08	0,08 ÷ 0,14	0,14 ÷ 0,22
6 ÷ 10	0,055	0,08	0,14
10	0,041	0,055	0,08

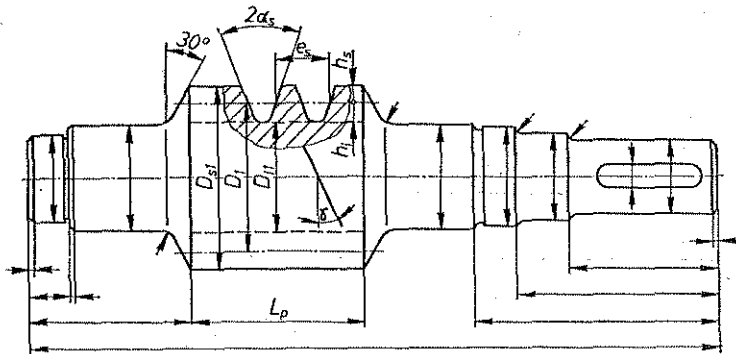
Napomena uz tablicu 2.22:

Obrasci za pretvaranje viskoznosti dati su u knjizi Mašinski elementi II u odeljku 3.1.3.

Faktor dužine zubaca $\psi=6\div9,5$, manje vrednosti odnose se na neobrađene zupce i manje prečnike; za zupce od bronce obično je: $\psi=7,5\div9,5$.

Kada je modul približno proračunat, mogu se odrediti i druge geometrijske mere prenosnika:

Prečnik čeličnog vratila pužnog zavrtnja (sl. 2.108) izračunava sa privremeno po uprošćenom obrascu $d_1=0,0131\sqrt[4]{P_2 \eta/\omega_1}$ [m] ili $d_1=0,00628\sqrt[3]{P_2 \eta/\omega_1}$ [m] pa se doncije statički tačno proverava i koriguje kada su mere pužnog zavrtnja



Sl. 2.108 — Glavne mere pužnog zavrtnja izrađenog izjedna sa vratilom

konačno utvrđene posle usvojenih konstruktivnih mera. Stepenn iskorišćenja $\eta=\eta_1 \eta_2 \eta_p$ takođe nije unapred poznat pa se približno usvaja na osnovu tablice 2.23.

Tablica 2.23

Stepenn iskorišćenja pužnog prenosnika η_p za čelični pužni zavrtnanj, kaljen i brušen, i zupčanik od bronce, za $\mu=0,03$

γ^0	z_1	R_1/m_s	η_p	γ^0	z_1	R_1/m_s	η_p	γ^0	z_1	R_1/m_s	η_p
5	1	5,4	0,75	20	2	2,8	0,92	30	4	3,4	0,935
10	1	2,8	0,84	20	3	4,2	0,92	30	5	4,5	0,935
10	2	5,7	0,84	20	4	5,3	0,92	35	3	2,25	0,94
10	3	8,6	0,84	20	5	6,8	0,92	35	4	2,8	0,94
15	1	1,85	0,89	25	2	2,2	0,93	35	5	3,5	0,94
15	2	3,7	0,89	25	3	3,2	0,93	40	4	2,5	0,94
15	3	5,5	0,89	25	4	4,3	0,93	40	5	3,0	0,94
15	4	7,3	0,89	25	5	5,2	0,93	45	4	2,0	0,94
15	5	9,3	0,89	30	3	2,75	0,935	45	5	2,6	0,94

Napomena uz tablicu 2.23:

Vrednosti karakteristike R_1/m_s i stepena iskorišćenja η_p su zaokružljene vrednosti.

Ugao dodirnice α_s najčešće je 20° za ugao penjanja zavojnice pužnog zavrtnja do 15°; ovaj ugao povećava se s povećanjem ugla penjanja zavojnice pužnog zavrtnja i za ugao penjanja od 35° iznosi ugao dodirnice 30°. Uobičajeni su ovi uglovi dodirnice zavisno od ugla penjanja zavojnice pužnog zavrtnja:

α_s^0	20	22,5	25	30
γ^0	15	15 ÷ 25	25 ÷ 35	35

Srednji prečnik zavojnice pužnog zavrtnja (=prečnik deonog kruga) D_1 (sl. 2.108) treba da bude bar toliki da prečnik jezgra (=prečnik podnožnog kruga) D_{11} ne bude manji od prečnika vratila pužnog zavrtnja d_1 , tj. $D_{11} > d_1 + 2,4 m_s$, gde je $m_1 = m_s \cdot \cos \gamma$; ovu vrednost treba zaokrugliti naviše pošto je prečnik d_1 privremeno usvojen. Kao preporuka može poslužiti ovo: kada je $D_1/m_s = 6,7 \div 11,7$ pužni zavrtnanj izrađen je izjedna sa svojim vratilom, a za vrednosti $D_1/m_s > 11,7$, ponekad veće i od 10, pužni zavrtnanj izrađuje se odvojeno od vratila pa se veza ostvaruje klinom. Navedene vrednosti dobijene su empirijski. Povoljniji su manji odnosi D_1/m_s , međutim suviše male vrednosti, manje od 8, ne preporučuju se jer dovode do suviše vitkih pužnih zavrtnanja koji se pod opterećenjem savijaju i tako ometaju ispravno sprezanje zavojaka i zubaca.

Prema usvojenom uglu dodirnice α_s i proračunatom modulu m_s i prečniku D_1 bira se pužno glodalo čije su karakteristike α_s , m_s i D_1 najbliže proračunatim vrednostima, kada je predviđena izrada glodanjem. Ukoliko nema standardnog pužnog glodala, treba zaokrugliti proračunate vrednosti D_1 i m_s , pa projektovati glodalo ili profil noža kada je predviđena izrada struganjem.

Prečnik temenog kruga pužnog zavrtnja je (sl. 2.108)

$$D_{s1} = D_1 + 2 h_s = D_1 + 2 m_s \text{ [mm]}$$

a prečnik podnožnog kruga (=prečniku jezgra zavojnice pužnog zavrtnja,

$$D_{i1} = D_1 - 2 h_i :$$

ovde je $h_i = (1,1 \div 1,2) m_n$.

Srednji ugao penjanja zavojnice pužnog zavrtnja određuje se po obrascu

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{\pi D_1} = \frac{e_s z_1}{\pi D_1} = \frac{\pi m_s z_1}{\pi D_1} = \frac{m_s z_1}{D_1} = \frac{z_1}{2 R_1 / m_s}$$

i nalazi se uglavnom između 10 i 45°, a najčešće između 20 i 35°. Mali uglovi γ potrebni su radi postizanja samokočenja (čak izuzetno $\gamma = 3^\circ$). Orijentacione vrednosti za ugao γ za kaljen i brušen pužni zavrtnj i za zupčanik od centrifugalno livene bronzne date su u tablici 2.23.

Na osnovu privremeno usvojenog prečnika deonog kruga D_1 računa se periferna brzina pužnog zavrtnja $v_{01} = \pi D_1 n_1 / 60$, a na osnovu ugla γ brzina klizanja $v_k = v_{01} / \cos \gamma$, pa tada modul m_s na osnovu koeficijenta opterećenja c . Kada se ovako proračunati i pretpostavljeni moduli ne podudaraju, račun se ponavlja.

Pošto je modul definitivno proračunat, a isto tako i ostale veličine, određuju se: normalni modul $m_n = m_s \cos \gamma$, bočni korak $e_s = \pi m_s$, normalni korak $e_n = \pi m_n$ i hod zavojnice $h = e_s z_1$. Veza između bočnog i normalnog ugla dodirnice data je obrascem $\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_s \cos \gamma$.

Radi određivanja stepena iskorišćenja zavojnog kretanja

$$\eta_k = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} (\gamma + \rho)}$$

treba izabrati ugao trenja ρ prema uputstvima u čl. 2.8.4, a radi određivanja ukupnog stepena iskorišćenja pužnog prenosnika $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_p$ treba proceniti gubitke u ležštima (čl. 2.4.8). Kada je proračunati stepen iskorišćenja osetno manji od pretpostavljenog, a želi se da se pretpostavljeni stepen iskorišćenja zaista postigne, treba račun ponoviti — npr. sa većim uglom γ .

Stvarna aksijalna dužina pužne zavojnice (L_p na sl. 2.108) treba da prelazi aktivnu dužinu dodirnice (MON na sl. 2.102) otprilike za pola koraka sa svake strane; za praktično računanje može se upotrebiti Šiblov (Schiebel) obrazac

$$L_p \approx 2 m_s (1 + \sqrt{z_2}),$$

ili nešto prostiji obrazac po Dublu (Dubbel)

$$L_p \approx (0,15 z_2 + 7) m_s$$

koji daje uglavnom nešto manje vrednosti od Šiblovog obrasca. Ima i drukčijih podataka o dužini L_p , naročito u vezi sa korekturom.

Pošto su usvojene osnovne veličine (i , z_2 , e_s , e_n , m_s i m_n), lako se mo. ga proračunati geometrijske i konstruktivne mere pužnog zupčanika (sl. 2.109)

Prečnik deonog kruga u srednjoj ravni je

$$D_2 = m_s z_2$$

a prečnik temnog kruga u srednjoj ravni

$$D_{s2} = D_2 + 2 m_n.$$

Kada su zupci pužnog zupčanika korigovani zbog malog broja zubaca, obrasci izgledaju ovako

$$D_{s2} = D_2 + 2 m_n (1 + x)$$

gde je x faktor korekture (čl. 2.2.1.10, 2.2.1.11 i 2.2.2.7) koji iznosi za evolventni pužni prenosnik (poprečni presek zavojnice pužnog zavrtnja ima evolventni profil)

$x = 1 - z_2 / 17$ za $\alpha_s = 20^\circ$ i $z_2 < 17$, i

$x = 1 - z_2 / 30$ za $\alpha_s = 15^\circ$ i $z_2 < 30$.

Za spiralni pužni prenosnik (poprečni presek zavojnice pužnog zavrtnja ima spiralni profil), nastaje opasnost od podsecanja već pri $z_2 < 36$ za $\alpha_s = 15^\circ$, a pri $z_2 < 20$ za $\alpha_s = 20^\circ$.

Prečnik podnožnog kruga pužnog zupčanika u srednjoj ravni iznosi

$$D_{i2} = D_2 - 2 h_i$$

a kada su zupci korigovani

$$D_{i2} = D_2 - 2 (h_i - x m_n)$$

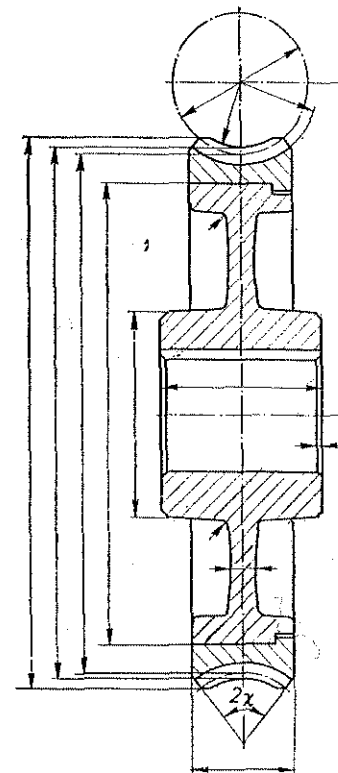
gde je $h_i = (1,1 \div 1,2) m_n$.

Nominalna dužina zubaca $L = \psi m_n$ je dužina tetive u podnožju zupca (sl. 2.109).

Ugao χ — a to je polovina obvojnog ugla — računa se po obrascu

$$\sin \chi = \frac{L}{D_1 + 2 h_i}$$

gde je D_1 prečnik deonog kruga pužnog zavrtnja, a h_i dubina podnožja. Pomoću ugla χ nalazi se najveći prečnik pužnog zupčanika kada mu je oblik zakošen. Za



Sl. 2.109 — Glavne mere pužnog zupčanika

oblik kao na sl. 2.109

$$D_e = D_{z_2} + (D_1 - 2h_s)(1 - \cos \gamma).$$

Za oblike pužnog zupčanika prema sl. 2.111 uzima se

$$D_e \approx D_2 + 3m_n.$$

Za globoidni pužni prenosnik (sl. 2.104) ugao penjanja pužnog zavrtnja na njegovom najužem delu izračunava se iz ranije datog obrasca

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{2R_1/m_s}$$

gde se odnos R_1/m_s kreće od 3,5 do 6,5.

Bokovi zubaca u ravni crteža tangiraju pomoćni krug prečnika d_0 (sl. 2.104); bokovi zubaca pužnog zupčanika i zavoji pužnog zavrtnja potpuno naležu jedni na druge kao kod sprege zavrtnja i navrtke. Ovakva sprega pužnog zavrtnja sa pužnim zupčanikom kod koje je stalno u dodiru po nekoliko zubaca sa zavojcima glavna je karakteristika globoidnog pužnog prenosnika.

Prečnik $d_0 = D_2 \sin \beta$. Ovde je $D_2 = m_s z_2$, a $\beta = \alpha_s - \tau_1$ (sl. 2.104) za parni broj zubaca pužnog zupčanika, odn. $\beta = 0,5 \tau (z_2 - 1) + \tau_2$ za neparni broj zubaca pužnog zupčanika. Ugao $\tau = e_s/R_2 = 2(\tau_1 + \tau_2)$, gde je

$$\tau_1 = 0,25 \tau (2 - \xi), \quad \text{a} \quad \tau_2 = 0,25 \tau \xi;$$

ovde je ξ faktor koji zavisi od modula m_s i iznosi za $m_s \leq 6,5$ mm: $\xi = 1$, a za $m_s > 6,5$ mm: $\xi = 1,17 \div 1,2$.

Periferna brzina pužnog zupčanika je

$$v_{02} = \frac{\pi D_2 n_2}{60} = \frac{h n_1}{60} \text{ [m/s]}$$

Debljina trupa pužnog zupčanika uzima se $b = L + 2m_s$ gde je L dužina zupca, a m_s modul u uzdužnom preseku pužnog zavrtnja, ili $b = 0,75 D_1$ za $z_1 = 3$, odn. $b = 0,67 D_1$ za $z_1 = 4$.

Međuosno rastojanje $A = 0,5(D_1 + D_2)$.

Izneseni postupak za proračunavanje pužnog prenosnika uglavnom zadovoljava kada se radi o evolventnom pužnom zavrtnju, najviše četvorohodnom; kada je $z_1 > 4$ treba svakako ispitati pravilnost kinematske sprege.

U stručnoj literaturi stalno se posvećuje velika pažnja pitanju brzeg i tačnijeg postupka za proračunavanje pužnih prenosnika.

Primer 2.20: Uporediti računске snage za tri pužna prenosnika: a) za prenosnik sa konkavnim, b) ravnim i c) konkavnim bokovima pužnog zavrtnja i to 1) za slučaj podmazivanja potapanjem i 2) za slučaj podmazivanja pod pritiskom. U sva tri slučaja osnovni podaci su jednaki: $m_s = 11$ mm, $z_1 = 3$, $z_2 = 30$, $n_1 = 700$ min⁻¹, $D_1 = 9,1 m_s$ i $\psi = 9$. Materijal pužnog zavrtnja je čelik kaljen i brušen, a pužnog zupčanika centrifugalno livena bronza.

Iz obrasca za proračunavanje modula dobija se snaga

$$P_2 = \frac{m_s^3 c \psi \omega_2 z_2}{0,635 \xi} \text{ [W]}.$$

Za trohodi pužni zavrtnji $z_1 = 3$ i za odnos $D_1/m_s = 9,1$ dobija se iz obrasca

$$\operatorname{tg} \gamma = z_1/(D_1/m_s) = 3/9,1 = 0,3297, \text{ ugao } \gamma = 18^\circ 14' 51''$$

pa je brzina klizanja

$$v_k = v_n / \cos \gamma = \frac{D_1 n_1}{60 \cos \gamma} = \frac{0,1 \cdot 700}{60 \cdot 0,9497} = 3,86 \text{ m/s}.$$

Ovoj vrednosti odgovara $c = 4,5$ MPa za slučaj običnog podmazivanja potapanjem, odn. $c = 9,5$ MPa za slučaj podmazivanja pod pritiskom, pa je za $\omega_2 = n_2 \pi/30 = 70 \pi/30 = 7,33$ rad.s⁻¹

$$P_2 = \frac{1,1^3 \cdot (10^{-2})^3 \cdot c \cdot 9 \cdot 7,33 \cdot 30}{0,635 \xi} = 0,00415 c/\xi \text{ [W]}$$

Dobijeni rezultat dat je tabelarno sreden

Slučaj	ξ	P_{z1}	P_{z2}
a	1,01	18490	39018
b	0,826	22609	47711
c	0,628	29738	62753

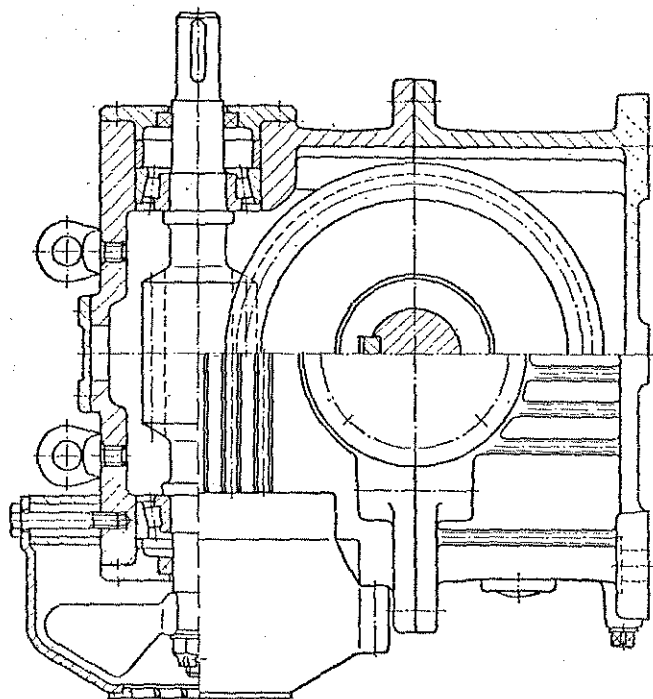
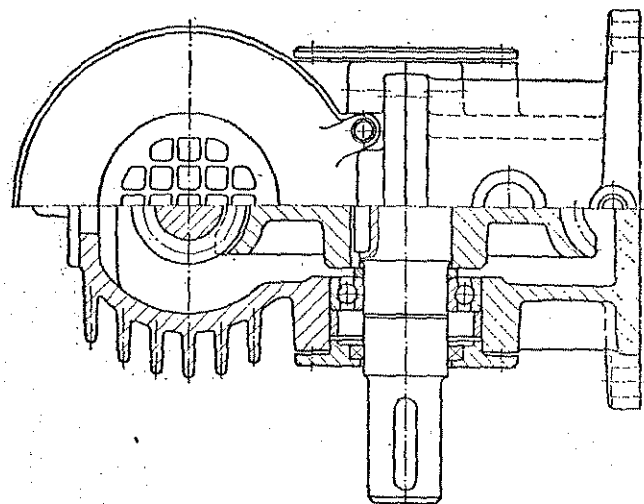
Faktor oblika zupca iznosi u slučaju pod (a) $\Phi = 9,58$, u slučaju pod (b) $\Phi = 7,85$ i u slučaju pod (c) $\Phi = 5,97$.

2.8.6 PROVERAVANJE ZAGREJANOSTI

Temperatura maziva, za vreme rada pužnog prenosnika, ne sme da prekorači određenu granicu ($t_{max} = 80^\circ \text{C}$). Najveća snaga koju trajno može da prenosi pužni prenosnik, a da ne bude prekoračena pomenuta granica, iznosi po Nimanu

$$P_{12} = (R_1 + R_2)^2 (n_{\min}^{-1})^{0,7} + 25) \xi_{z2}/0,0004 \text{ [W]}$$

kada se pužni prenosnik hladi prirodnim putem (sprovođenjem toplote i zračenjem); kada je hlađenje veštačko pomoću ventilatora na vratili pužnog zavrtnja, obrazac



Sl. 2.110 — Konstruktivni crtež pužnog prenosnika sa kućicom

izgleda ovako

$$P_{1v} = (R_1 + R_2)^2 (n_1 + 100) \xi_z / 0,00156 \text{ [W]}.$$

U obrascima je:

- R_1 [m] — poluprečnik deonog kruga pužnog zavrtnja,
 R_2 [m] — poluprečnik deonog kruga pužnog zupčanika,
 n_1 [min^{-1}] — broj obrta pužnog zavrtnja, i
 ξ_z — faktor prenosnog odnosa i koji se uzima iz donje tablice.

i	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ξ_z	0,96	0,80	0,65	0,55	0,47	0,40	0,35	0,32	0,28

Niman (Niemann) je došao do ovih obrazaca ispitujući pužne prenosnike međuosnih rastojanja $A = R_1 + R_2 = 100 \div 500$ mm, s prenosnim odnosom $i = 5 \div 50$ i minutnim brojem obrta $n_1 = 200 \div 1500$ pri različiti ustaljene temperature pužnog prenosnika i okoline oko 55°C . Prema ovim ispitivanjima kapacitet pužnog prenosnika s obzirom na zagrejanost raste ukoliko su mu veće dimenzije (veće međuosno rastojanje) i veći minutni broj obrta, a manji prenosni odnos. Pri kratkotrajnim preopterećenjima može pužni prenosnik prenositi i veću snagu od P_{1z} odn. P_{1v} .

Najveća izlazna snaga pužnog prenosnika s obzirom na dopuštenu zagrejanost iznosi $P_2 = \eta P_{1z}$.

Primer 2.21: Za pužni prenosnik u primeru 2.20 bila bi najveća snaga s obzirom na dopuštenu zagrejanost pri prirodnom hlađenju

$$P_{1z} = (0,05 + 0,165)^2 (7000,7 + 25) \cdot 0,8 / 0,0004 = 11378 \text{ W}$$

a pri veštačkom hlađenju

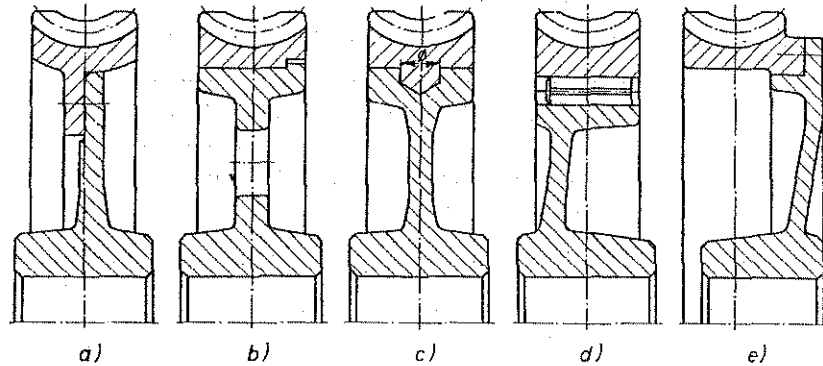
$$P_{1v} = (0,05 + 0,165)^2 (700 + 100) \cdot 0,8 / 0,00156 = 18964 \text{ W}$$

2.8.7 KONSTRUKTIVNI OBLICI

Na sl. 2.101 data je shema pužnog prenosnika, a na sl. 2.110 konstruktivni crtež. Od predviđenog postupka za izradu zubaca zavisi koje će mere biti unesene u crtež elemenata prenosnika. Na crtežima 2.108 i 2.109 unesene su potrebne mere kojima se na crtežu dodaju i ostali neophodni podaci o modulu, o uglu dodirnice, o broju zavojnica i zubaca, o pravcu, nagibu i hodu zavojnice, o korekturi (pomeranju profila), o materijalu i o postupku za mehaničku i termičku obradu.

Mali liveni zupčanici su od jednog dela. Veći zupčanici za koje je predviđena bronza ili koji drugi skupi materijal prave se dvodelni; venac od bronzne navlači se

na telo izrađeno livenjem ili zavarivanjem. Primer pruža sl. 2.111, na kojoj je prikazano nekoliko mogućnosti vezivanja venca sa trupom pužnog zupčanika. Pri izboru ove veze treba nastojati da se dobije venac sa što manjom masom — radi uštede u skupom materijalu. U ovom pogledu najnepovoljnija je konstrukcija prema sl. 2.111 *a*, a najbolja prema sl. 2.111 *b*. Na sl. 2.111 *c* venac je livenjem vezan sa trupom. Pošto se bronza jače širi od livenog gvožđa kada se zupčanik zagreje u



Sl. 2.111 — Veza venca pužnog zupčanika sa trupom točka

radu potrebno je vezu osigurati zavrtanjima; na sl. 2.111 *d* upotrebljene su mesto zavrtanja čivije. Na najtanjem mestu debljina venca treba da iznosi $s_{v\ min}=1,5 m_s$. Dimenzije trupa pužnog zupčanika određuju se prema uputstvima u čl. 2.4.

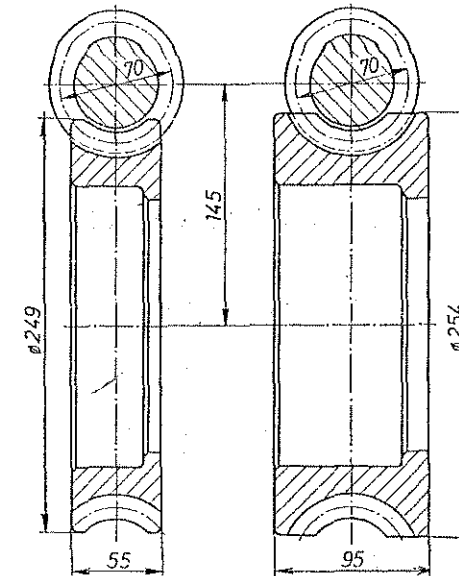
Primer uležištenja pužnog prenosioca kod koga je pužni zavrtanj iznad pužnog zupčanika dat je u knjizi Mašinski elementi II, čl. 3.3.2. Za podmazivanje ležišta upotrebljena je mast.

Radi smanjivanja težine može se pužni zupčanik praviti i od lakih legura koje mogu dati uštedu u težini i do 50%. Na sl. 2.112 prikazana su uporedo dva pužna zupčanika (venca) za jednaku snagu (23,5 kW) i za jednaki minutni broj obrta ($n_2=350\ \text{min}^{-1}$); levo je zupčanik od bronzne, a desno od lake legure. Bronzani venac je teži i pored manje zapremine.

Veštačke presovane mase primenjuju se kada se radi o malim perifernim brzinama; zupčanik je ceo od plastične mase kada mu je prečnik malen, a kada mu je prečnik velik, pravi se venac od plastične mase odvojeno od trupa.

Ležišta i pužnog zavrtanja i zupčanika treba da su što bliže jedno drugom, radi smanjivanja dimenzija i težine i, što je vrlo važno, radi postizanja krutosti.

Pužni zavrtanj može biti ispod pužnog zupčanika, iznad pužnog zupčanika i sa strane pužnog zupčanika. S obzirom na podmazivanje najpovoljnije je rešenje kada je pužni zavrtanj ispod nužnog zupčanika.



Sl. 2.112 — Uporedna slika zapremina venca pužnog zupčanika od bronzne (levo) i lake legure (desno) pri jednakim radnim uslovima

3. KAIŠNI PRENOSNICI

3.1 PLOSNATI KAIŠ

3.1.1 OPŠTI POGLED

Kaiš, namaknut na dva glatka točka — kaišnika — i do izvesne mere zategnut, može da prenosi snagu sa jednog kaišnika na drugi zahvaljujući otporu protiv klizanja između dodirnih površina kaišnika i kaiša. Za vreme obrtanja postoji klizanje koje zavisi od stepena zategnutosti i osobina kaiša, od obvojnog ugla, od stanja dodirnih površina, brzine i drugih faktora.

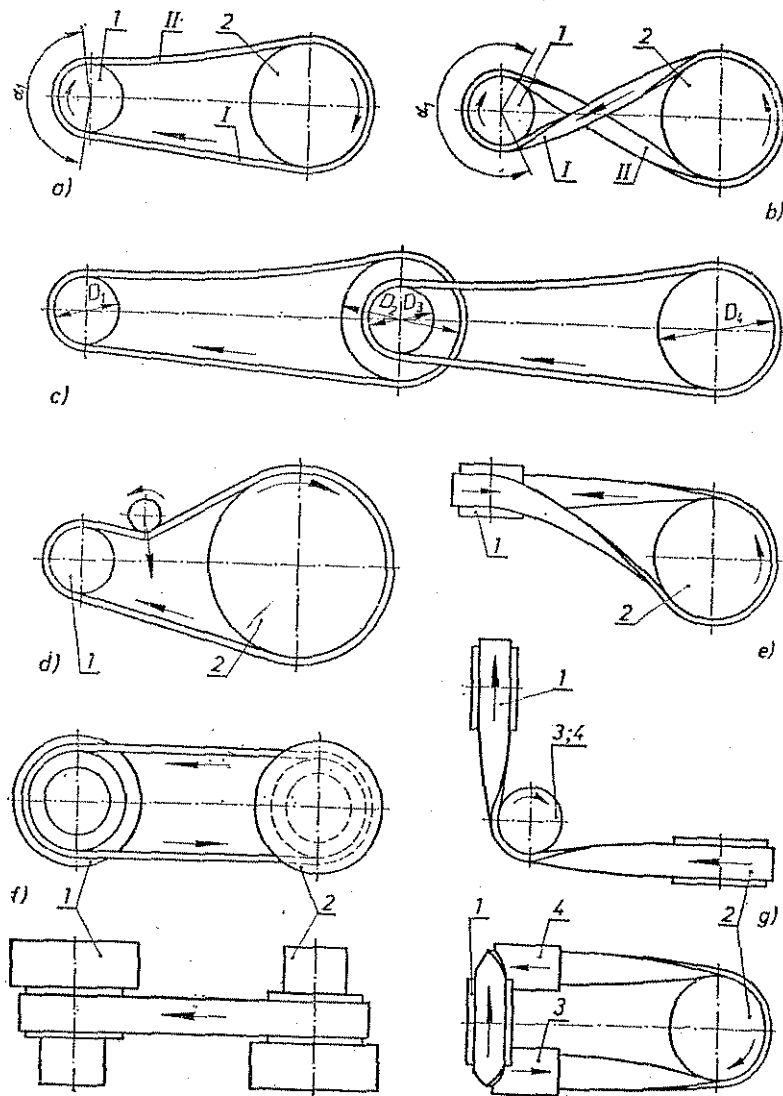
Kaišni prenos je prost i omogućuje prenošenje snage između udaljenih vratila; odlikuje se tihim radom i sposobnošću da klizanjem, pri iznenadnom udaru ili preopterećenju, sačuva delove mašine od lomljenja, slično frikcionim točkovima. Kaišni prenos znatno opterećuje ležišta i vratila, prenosni odnos mu je netačan zbog klizanja, i donekle, nestalan; kaišni prenosnik može se osposobiti i za jake prenosne odnose samo uz naročito konstruktivno rešenje.

Plosnati kaiš upotrebljava se uglavnom za prenošenje malih i srednjih snaga (1 ÷ 100 kW), dok za prenošenje većih snaga služe specijalni kaiševi od veštačkih materijala (do 2000 kW). Brzina plosnatog kaiša obično je između 20 i 30 m/s; za brzine manje od 5 m/s plosnati kaiš nije pogodan, a za brzine veće od 25 m/s (čak i 50 m/s) bolji su naročiti tanki tkani brzohodi kaiševi. Za kaiševe od veštačkih vlakana periferne brzine kreću se i do 90 m/s.

Kaišnici se obrću u istom smeru kada se prenošenje snage obavlja otvorenim kaišem (sl. 3.1a), a u suprotnom smeru kada je kaiš ukršten (sl. 3.1 b). Prenos ukrštenim kaišem daje veći obvojni ugao α_1 , pa je klizanje slabije. Ukršteni kaiš brže se troši i propada od otvorenog kaiša zbog torzije, zbog savijanja u dva smera i zbog trenja na mestu ukrštanja; on je duži pri jednakom međuosnom rastojanju. Prenos ukrštenim kaišem pogodan je za mala međuosna rastojanja ali nije pogodan za velike brzine. Ukršteni kaiš ne sme da bude širok.

Na kaišu, u radu, razlikuju se jače zategnuti vučni ogranak (I na sl. 3.1 a i 3.1 b) od slabije zategnutog slobodnog ogranka (II na sl. 3.1 a i 3.1 b). Vučni ogranak je onaj deo kaiša koji, u posmatranom trenutku nailazi na predajni kaišnik 1,

a slobodni ogranak je deo kaiša koji, u istom trenutku, silazi sa predajnog kaišnika 1. Povoljnije je kada je vučni ogranak ispod slobodnog jer je tada obvojni ugao veći.



Sl. 3.1 — SHEME kaišnih prenosnika: a) prenosnik sa otvorenim kaišem, b) sa ukrštenim kaišem c) dvostruki prenosnik, d) prenosnik sa kaišnikom — zatezačem, e) polukršteni prenosnik, f) stepenasti prenosnik, i g) prenosnik sa vodećim kaišnicima

Prenosni odnos kaišnog prenosnika $i = \omega_1 / \omega_2$ nije tačno obrnuto srazmeran prečnicima kaišnika (prijemnog i predajnog) zbog klizanja. Kada se zanemari debljina kaiša kao neznatna prema prečniku kaišnika, stvarni prenosni odnos može se ovako izraziti

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{\xi D_1}$$

gde je ξ koeficijent klizanja koji se kreće od 0,97–0,99.

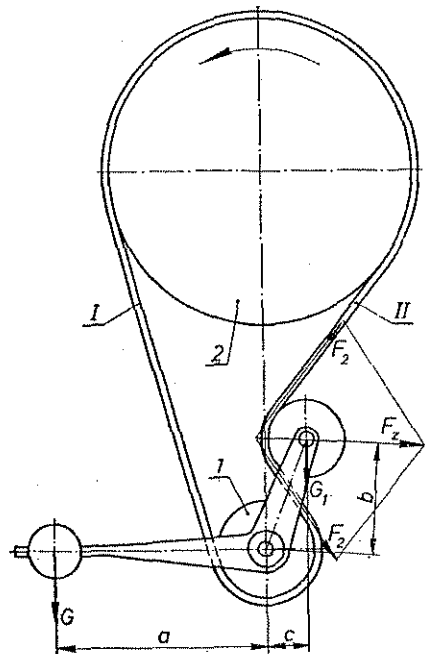
Ređe se sreću višestruki kaišni prenosnici (sl. 3.1 c); za dvostruki kaišni prenosnik bio bi prenosni odnos

$$i = i_1 i_2 = \frac{n_{III}}{n_I} = \frac{D_2 D_4}{\xi_1 \xi_2 D_1 D_3} \approx \frac{D_2 D_4}{\xi^2 D_1 D_3}$$

U obrascima je D prečnik kaišnika, a n minutni broj obrta; neparni indeksi odnose se na predajne kaišnike i njihove brojeve obrta, a parni na prijemne kaišnike i njihove brojeve obrta.

Ukoliko je prenosni odnos jači, utoliko je obvojni ugao manji, pa i klizanje jače. U tom pogledu nepovoljnija su manja međuosna rastojanja od većih

Zbog toga se pri otvorenom kaišu ne ide sa prenosnim odnosom preko 5 (odn. 1/5). Da bi se otvorenim kaišem mogli uspešno savladivati i jaki prenosni odnosi (čak i do 15), primenjuje se kaišnik — zatezač (sl. 3.1 d); on je smešten na slobodnom ogranku kaiša neposredno pored manjeg kaišnika, jer se na manjem kaišniku ovim putem povećava obvojni ugao koji ne bi bio dovoljan bez kaišnika-zatezača. Kaišnici zatezači pružaju i druga prednosti kao što su: primenljivost kaiša i za mala međuosna rastojanja, slabija zategnutost kaiša, slabije opterećenje ležišta i vratila, mogućnost navlačenja nezategnutog kaiša na kaišnike, mirniji rad; sa druge strane javljaju se i nedostaci kaišnika — zatezača: povišena cena prenosnika, kraći vek kaiša zbog savijanja u dva smera. Potrebna zategnutost kaiša pomoću kaišnika — zatezača postiže se bilo tegom (sl. 3.2) bilo oprugom. Kaišnik — zatezač predstavlja ujedno i najbolje rešenje za postizanje potrebne priornjivosti kaiša uz kaišnik kada



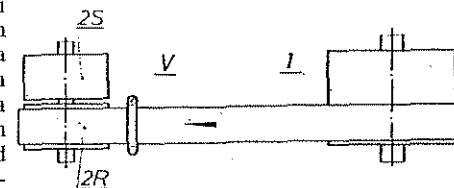
Sl. 3.2 — Uspravni kaišni prenosnik sa kaišnikom — zatezačem sa zatezanjem dejstvom tega (1 — predajni kaišnik, 2 — prijemni kaišnik, 3 — kaišnik — zatezač, I — radni ogranak, II — slobodni ogranak)

su kaišnici jedan iznad drugog. Pri ovakvom rasporedu kaišnika morao bi kaiš biti jako zategnut, dakle i ležišta jako opterećena, da bi se postigla dovoljna priornjivost, kada ne bi bilo kaišnika zatezača, pošto kaiš, prirodno, zbog sopstvene težine slabije prijanja uz donji kaišnik.

Za mimoilazna vratila potrebno je da kaiš bude poluukršten (sl. 3.1 e). Pri ovakvom rasporedu kaišnika mora biti ispunjen uslov da srednja linija nailaznog ogranka kaiša leži u srednjoj ravni kaišnika; kada bi smer obrtanja bio suprotan smeru na sl. 3.1. e, kaiš bi pao sa kaišnika na samom početku rada. Kada ovaj osnovni uslov o poklapanju srednje linije kaiša sa srednjom ravni kaišnika ne može da bude ispunjen, umeću se vodeći kaišnici koji se tako nameštaju da pomenuti uslov bude ispunjen (sl. 3.1 g). Uslov o poklapanju srednje linije i srednje ravni ispunjen je uvek za otvoreni i ukršteni kaiš kada su kaišnici pravilno izrađeni i pravilno namešteni; stoga se uvek mora kontrolisati, pri montaži, paralelnost vratila i poklapanje srednjih ravni kaišnika.

Pomoću stepenastog kaišnika može se menjati brzina obrtanja (sl. 3.1 f). Nepromenljivi minutni broj obrta predajnog vratila na kome je učvršćen predajni stepenasti kaišnik može se menjati prebacivanjem kaiša sa jednog para kaišnika na drugi; prijemno vratilo ima najveći broj obrta kada kaiš obavlja najveći kaišnik predajnog kaišnika i najmanji kaišnik prijemnog kaišnika, a najmanji u obrnutoj sprezi kaišnika. Radi pravilnog iskorišćavanja ovakvog stepenastog prenosnika mora da bude ispunjen uslov da istim kaišem (kaišem iste dužine) mogu biti obuhvaćeni svi parovi kaišnika — svi stupnjevi prenosa. Ovaj uslov utiče na izbor prečnika kaišnika. Promena stepena prenosa vrši se uvek za vreme stajanja.

Posebним uređajem može se kaišni prenosnik osposobiti i za uključivanje ili isključivanje rada prijemnog vratila (sl. 3.3). Na predajnom vratilu nalazi se široki kaišnik, a na prijemnom dva uža kaišnika: jedan radni, čvrsto spojen sa vratilom, i jedan praznohodi kaišnik koji se slobodno može okretati oko vratila pošto je snabdeven ležištima u glavčini kaišnika. Za prebacivanje kaiša na radni ili na slobodni kaišnik služi viljuška koja se nalazi na nailaznom ogranku kaiša neposredno pored kaišnika. Kaiš se lako može prebacivati samo za vreme obrtanja predajnog vratila.



Sl. 3.3 — Uređaj za uključivanje ili isključivanje prijemnog vratila (1 — široki predajni kaišnik, 2 R — prijemni radni kaišnik, 2 S — praznohodi kaišnik, V — viljuška za prebacivanje kaiša)

Zatezanje kaiša, potrebno za ispravan rad prenosnika, postiže se na ovih pet načina:

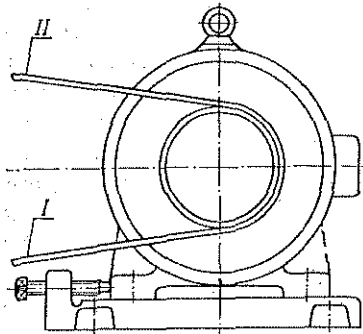
(1) sopstvenom težinom kaiša. Kaiš je duži nego što je potrebno tačno geometrijski, pa se lako navlači na kaišnike. Ovaj način ne dolazi u obzir za prenosnike sa vertikalnim ili jače nagnutim rasporedom kaišnika, već samo onda kada su vratila u horizontalnoj ravni ili u približno horizontalnoj ravni.

(2) navlačenjem kaiša uz elastično izduženje. Kaiš je pre navlačenja kraći nego što je geometrijski potrebno za 1 do 2%, u zavisnosti od dužine.

(3) primenom kaišnika zatezača. Kaiš je u ovom slučaju osetno duži nego što je geometrijski potrebno pa se lako navlači na kaišnike (sl. 3.1. d i 3.2)

(4) primenom vodećih kaišnika. Kaiš je i ovde znatno duži nego što je geometrijski potrebno.

(5) primenom uređaja za podešavanje međuosnog rastojanja (sl. 3.4). Uređaj omogućava da se rastojanje reguliše zavrtnjem, i kada zategnutost kaiša popusti.



Sl. 3.4 — Uređaj za podešavanje međuosnog rastojanja pomoću zavrtnja

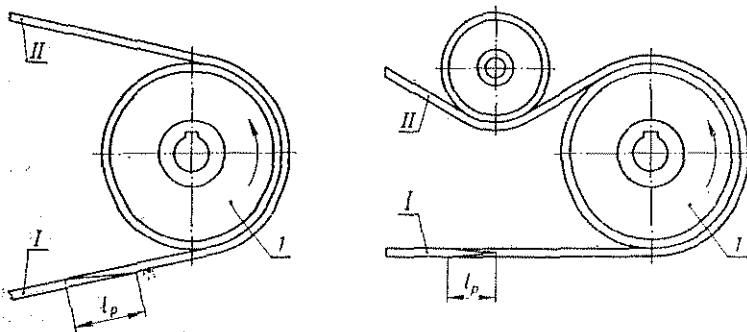
3.1.2 OSOBINE KAIŠA

Kaiš je najčešće od kože. Debljina mu je između 3 i 7 mm. Radi boljeg prijanjanja treba kaišniku okrenuti stranu na kojoj je bila dlaka.

Za kožu ne važi Hukov zakon. Modul elastičnosti kože zavisi od trajanja upotrebe i od nege. Nov kožni kaiš ima manji modul elastičnosti od upotrebljavanog kaiša; obično se računa sa $E=100\div350$ MPa. Skuč (Skutsch) je nizom ispitivanja dobio ove srednje vrednosti modula elastičnosti zavisno od napona

E [MPa]	175	223	312,5	326
σ [MPa]	0,8	1,6	2,4	3,0

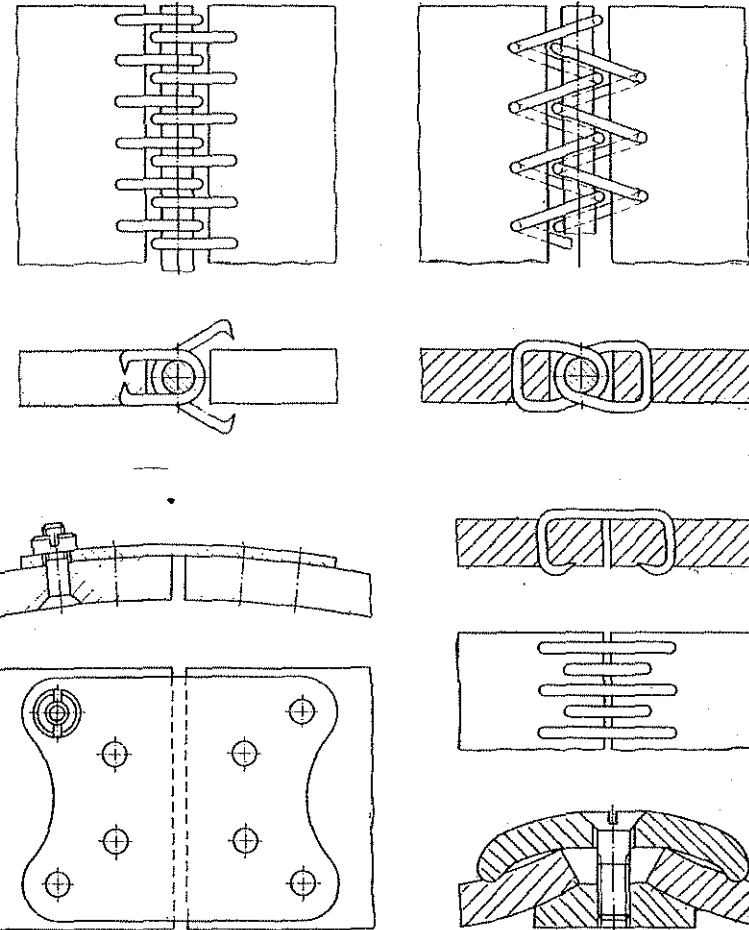
Jačina kožnog kaiša (zatezna čvrstoća) je $\sigma_M=25\div30$ MPa u proseku, dopušteni napon ne prelazi $\sigma_d=6$ MPa; gustina $\rho=1$ kg/dm³=1000 kg/m³.



Sl. 3.5 — Oblici kaišnog spoja (I — radni, II — slobodni ogranak)

Po potrebi, pri jačim napreznjima, uzimaju se dvostruki kaiševi.

Radi sastavljanja krajevi kaiša se sasecaju koso pa lepe tutkalom ili prošivaju kožnom oputom ili lepe i prošivaju ili se, najzad, krajevi spajaju raznovrsnim



Sl. 3.6 — Razni oblici metalnih spajalica za kaiš

metalnim spajalicama (sl. 3.5 i 3.6). Kaiševi sa slepljenim krajevima tiho rade, ali mogu popustiti u vlazi i toploti. Oštra ivica spoja ne sme da nailazi na kaišnik; ukoliko je kaiš sa obe strane u dodiru sa kaišnicima, spoj treba da bude šiljast (sl. 3.5, desno).

Standardne širine kaiševa (b) i odgovarajuće debljine (δ) date su u tablici 3.1.

Tablica 3.1
Standardne širine kaiševa

Mere u mm		Prema OST (NKLP 5773/176)									
b	20 25 30	(35) 40 (45) 50	60 70 (75) 80	(85) 90							
δ	3	3,5	4	5,5							
b	(95) 100 115	125 150	175 200 225 250	(275) 300							
δ	4,5	5 (9)	5,5 (9,5)								

Napomene uz tablicu 3.1:

- 1) Vrednosti u zagradama za b po mogućnosti izbegavati.
- 2) Vrednosti za δ u zagradama odnose se na dvostruke kaiševe.
- 3) Dopusšteno odstupanje za širine $b \leq 100$ mm je ± 1 mm, a za širine $b > 100$ mm je ± 2 mm; dopušteno odstupanje za debljinu δ je $+0,5$ mm.

Kaiš od obično štavljene kože upotrebljava se pri normalnim uslovima rada, a kaiš od mineralno štavljenje kože kada je prenosnik izložen uticaju vlage, pare, kiselina, alkalija itd.

Tekstilni pamučni kaiševi jačine $\delta_M = 35 \div 51$ MPa odlikuju se znatnom savitljivošću pa su pogodni za male prečnike kaišnika; takođe i za rad u vlažnim prostorijama. Kaiš od kamilje dlake jačine $\sigma_M = 40$ MPa otporan je prema vlazi, kiselinama i toploti, ali je skup. Gumirani tekstilni kaiševi odlikuju se jakom prionljivošću uz kaišnik, rade tiho, neosetljivi su na vlagu i prašinu, jačina im je $\sigma_M = 40 \div 50$ MPa. Kaiševi od perlona jačine $\sigma_M = 20 \div 30$ MPa, od svile jačine $\sigma_M = 60 \div 90$ MPa itd. upotrebljavaju se kada su u pitanju veće brzine (do 60 m/s), ali su relativno skupi.

Čelične trake od čelika jačine $\sigma_M = 1,3 \div 1,5$ GPa, debljine 0,2 do 1 mm i širine 80 do 250 mm, upotrebljavaju se izuzetno za prenošenje velikih snaga pri velikim brzinama ($v = 25 \div 45$ m/s), često u nekoliko paralelnih grana. Točkovi imaju prečnik najmanje 500 mm, i oblogu od plute na podlozi od hartije, radi sprečavanja klizanja. Čelične trake treba da su zamašćene radi zaštite od korozije.

Primer 3.1: Koliko će se izdužiti kožni kaiš dužine 12 m, ako se izloži prethodnom zatezanju $\sigma_p = 1,5$ MPa.

$$\lambda = \frac{\sigma_p L}{E} = \frac{1,5 \cdot 10^6 \cdot 12}{150 \cdot 10^9} = 0,12 \text{ m.}$$

Ovde je računato sa srednjom vrednošću modula elastičnosti $E = 150$ MPa.

3.1.3 NAPREZANJE KAIŠA I OPTEREĆENJE VRATILA

Za vreme mirovanja kaiš je zategnut silom F_p (sl. 3.7 gore) koja je jednaka u oba ogranka kaiša (sila prethodnog zatezanja). Za vreme rada (sl. 3.7, dole) sila F_1 u vučnom ogranku veća je od sile F_2 u slobodnom ogranku; ove dve sile vezane su jednačinom koju su izveli Ojler (Euler), Ajtelvajn (Eytelwein) i Grashof (Grashof)

$$F_1 \leq F_2 e^{\mu\alpha}$$

Kada F_1 prekorači izvesnu vrednost, nastaje klizanje. Za određenu silu F_2 sila F_1 raste kada rastu μ i α ; μ je koeficijent otpora protiv klizanja, α obvojni ugao, a e baza prirodnih logaritama.

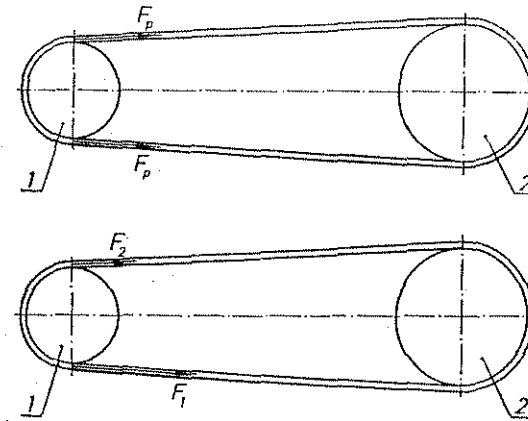
Periferna sila koju kaiš može da prenosi ravna je razlici pomenutih sila

$$F_0 = F_1 - F_2$$

Pomoću ovih obrazaca dolazi se do veze između sila u kaišnim ograncima i periferne sile

$$F_1 \geq \frac{e^{\mu\alpha}}{e^{\mu\alpha} - 1} F_0 \quad \text{i}$$

$$F_2 \geq \frac{1}{e^{\mu\alpha} - 1} F_0$$



Sl. 3.7 — Opterećenje vratila (gore: za vreme mirovanja, dole: u radu)

Koeficijent otpora (koeficijent prionljivosti) μ između kaiša i kaišnika zavisi od niza faktora i teško ga je tačno odrediti. Najviše se odomaćio empirijski obrazac za koeficijent otpora između kožnog kaiša i metalnog kaišnika

$$\mu = 0,22 + 0,012 v$$

po kome μ zavisi samo od periferne brzine $v = \pi Dn/60$ [m/s] kaišnika i povećava se sa povećanjem brzine. Međutim, koeficijent otpora μ zavisi još i od pritiska, temperature, stanja dodirnih površina, vlage i dr. Iskustvo je pokazalo da je otpor manji kada je obod točka hrpav i kada je kaiš suv: stoga obod kaišnika mora biti glatko obrađen, a kaiš natopljen lojem. Novija ispitivanja pokazuju takođe da je otpor protiv klizanja veći kada je kaiš tanji i kada se kaišniku okrene strana na kojoj je bila dlaka. U izvesnim uslovima je $\mu = 0,1$ (zamašćen kaišnik od livenog gvožđa i tekstilni kaiš), odn. $\mu = 0,5$ (mineralno štavljen kožni kaiš i kaišnik obložen hartijom).

Obvojni ugao α manji je na manjem kaišniku; ovaj manji obvojni ugao merodavan je za proračun vučne sposobnosti kaiša.

Pomoću faktora vučne sposobnosti

$$\psi = \frac{F_0}{F_1 + F_2} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} = \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1} < 1$$

može se proceniti da li je kaišni prenosnik pravilno iskorišćen s obzirom na obimnu silu i klizanje. Male vrednosti ψ ukazuju da kaiš nije dovoljno iskorišćen; kada je ψ suviše veliko, postoji opasnost od klizanja kaiša. Najčešće je $\psi = 0,32 \div 0,6$, a izuzetno 0,7 do 0,8, za odlično izvedene instalacije.

Između prethodnog zatezanja F_p i sila u radu F_1 i F_2 postoji veza

$$F_1 + F_2 = 2 F_p,$$

pa pošto je $F_1 - F_2 = F_0$, dobija se

$$F_1 = F_p + F_0/2 \quad \text{i} \quad F_2 = F_p - F_0/2.$$

Na deo kaiša koji obavija kaišnik dejstvuje centrifugalna sila, i to osetno pri većim brzinama. Prema tome je ukupno opterećenje kaiša

$$\text{u vučnom ogranaku} \quad F_{s1} = F_1 + F_C, \text{ i}$$

$$\text{u slobodnom ogranaku} \quad F_{s2} = F_2 + F_C.$$

Centrifugalna sila $F_C = \sigma_C S$ [N], gde je: σ_C napon od centrifugalne sile $\sigma_C = \rho v^2$ [Pa], S [m²] površina preseka kaiša, ρ [kg/m³] gustina materijala kaiša i v [m/s] periferne brzine.

Napon istezanja u preseku kaiša za vreme mirovanja je $\sigma_p = F_p/S$ (prethodni napon), a za vreme rada, bez uticaja centrifugalne sile, $\sigma_1 = F_1/S$ u vučnom ogranaku, i $\sigma_2 = F_2/S$ u slobodnom ogranaku. Korisni napon u preseku kaiša koji odgovara perifernoj sili iznosi

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{S} = \frac{F_1 - F_2}{S} = \sigma_1 - \sigma_2.$$

Periferne sila može se proračunati iz poznate snage P i ugaone brzine ω : gde je $R = D/2$ poluprečnik kaišnika u [m].

$$F_0 = \frac{P}{\omega R} \text{ [N]},$$

Prilikom prelaska preko kaišnika kaiš se savija; napon od ovog savijanja iznosi

$$\sigma_f \approx \frac{\delta}{D} E.$$

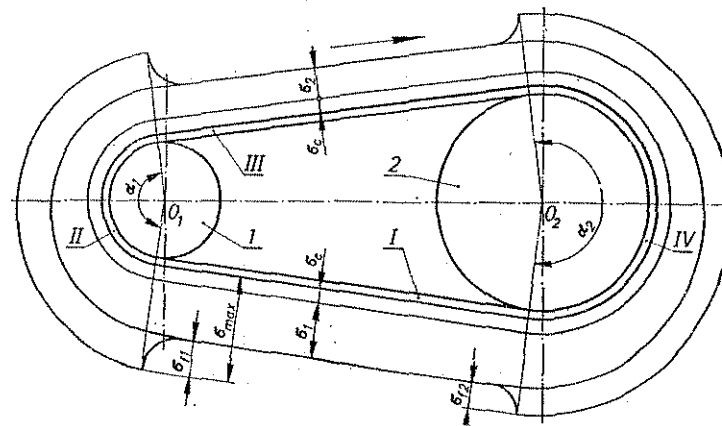
Napon od savijanja manji je kada je kaiš tanji, a prečnik kaišnika veći; prema tome, kaiš trpi jače naprezanje kada prelazi preko manjeg kaišnika pa je ovo naprezanje i merodavno za proračun.

Na osnovu ovih izlaganja iznosi ukupni maksimalni napon kaiša

$$\sigma_{max} = \sigma_1 + \sigma_C + \sigma_f$$

i on mora biti manji od dopuštenog napona kaiša. Pregled napona na pojedinim mestima za vreme rada prikazan je na sl. 3.8. Dok jedna tačka kaiša, pri obrtanju, pređe jedared ceo put, kaiš doživi četiri bitne promene naprezanja sa najvećim iznosima napona:

- $\sigma_1 + \sigma_C$ u oblasti I (vučni ogranak),
- $\sigma_1 + \sigma_C + \sigma_{f1}$ u oblasti II,
- $\sigma_2 + \sigma_C$ u oblasti III (slobodni ogranak), i
- $\sigma_1 + \sigma_C + \sigma_{f2}$ u oblasti IV.



Sl. 3.8 — Podela napona u pojedinim delovima kaiša za vreme rada (σ_C — napon od centrifugalne sile, σ_1 — napon od sile F_1 , σ_2 — napon od sile F_2 , σ_{f1} i σ_{f2} — naponi od savijanja, σ_{max} — maksimalni zbirni napon)

Zbog ove promenljivosti naprezanja kaiš se zamara pa mu je vek ograničen. Naprezanje od savijanja znatno i srazmerno naglo menja napregnutost kaiša pa i utiče najviše na vek kaiša. Stoga je za vek kaiša od bitnog značaja da odnos D/δ bude što veći. Za kožne kaiševe je $D_1/\delta \geq 35$, a samo izuzetno $D_1/\delta = 25$ (svakako na račun veka); ovdje je D_1 prečnik manjeg kaišnika.

Prema iskustvu, učestanost najvećih napona od savijanja ne treba da bude veća od 6 do 8 u sekundi (izuzetno 25). Pošto je učestanost

$$N = \frac{zv}{L} [s^{-1}],$$

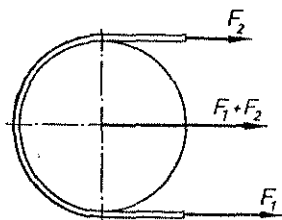
gde je: z broj savijanja za jedan obrt kaiša (za otvoren prenos $z=2$, za prenos sa kaišem zatezačem $z=3$), v [m/s] periferna brzina i L [m] dužina kaiša, može se dužina kaiša odrediti po ovom kriterijumu

$$L \geq \frac{zv}{N} [m].$$

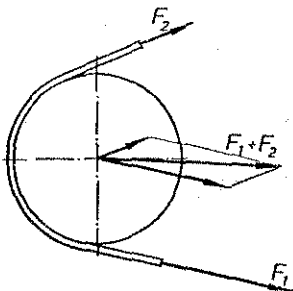
Kada je prethodno zatezanje kaiša F_p , koje izaziva napon σ_p , suviše slabo, vučna sposobnost kaišnog prenosnika nije dobro iskorišćena. Kada je prethodno zatezanje F_p suviše jako, kaiš je jako napregnut pa se jako i deformiše, i vek mu se skraćuje; osim toga, i vratilo i ležišta su znatno opterećeni, a stepen iskorišćenja prenosnika se smanjuje. Prethodni napon nalazi se u granicama od 0,14 do 0,2 kN/cm² kod dobro instaliranih prenosnika. Prethodni napon σ_p , radni naponi σ_1 i σ_2 u vučnom i slobodnom ogranku i koristan napon σ_0 povezani su ovim jednačinama:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad \sigma_1 = \sigma_p + \frac{\sigma_0}{2} \quad \sigma_2 = \sigma_p - \frac{\sigma_0}{2}.$$

Kada se radi o novom, neupotrebljavanom kaišu, korisno je pojačati početno zatezanje do 50% (npr. na $1,5 \cdot 0,18 = 0,27$ kN/cm²), pošto se kaiš u početku vrlo brzo isteže i popušta, pa kad se istežanje ustali, može se prethodno zatezanje umanjiti na uobičajeni iznos.



Sl. 3.9 — Opterećenje vratila za vreme rada za slučaj kada su ogranci paralelni



Sl. 3.10 — Opterećenje vratila za vreme rada za slučaj kada ogranci nisu paralelni

Kaišni prenosnik znatno opterećuje vratilo i ležišta. Kada su ogranci kaiša paralelni (sl. 3.9), rezultanta F koja deluje na vratilo ravna je algebarskom zbiru sila u ograncima. Prema tome, za vreme mirovanja $F' = 2 F_p$. Za vreme rada vratilo je opterećeno rezultantom

$$F = F_1 + F_2 = \frac{e^{\mu\alpha} + 1}{e^{\mu\alpha} - 1} F_0 = F_0 / \psi = 2 F_p.$$

Rezultanta F zavisi od $e^{\mu\alpha}$ i za $e^{\mu\alpha} = 2$, kao prosečnoj vrednosti, ravna je trostruko perifernoj sili $F = 3 F_0$, a penje se do $5 F_0$ i više. Kada ogranci kaiša nisu paralelni, treba geometrijski sabrati sile u ograncima radi dobijanja rezultante (sl. 3.10). Uobičajeno je, ipak, da se pojedine sile i u neparalelnim ograncima sabiraju algebarski, i da se kao pravac rezultante F uzima centralna linija (prava koja spaja središta obaju kaišnika); ovako nastala greška najčešće je neznatna kada prenosni odnos nije jak, i kada su kaišnici srazmerno dovoljno udaljeni (obvojni ugao na manjem kaišniku gotovo nikad nije manji od 150°).

3.1.4 STEPEN ISKORIŠĆENJA

Gubici u radu kaišnog prenosnika potiču:

- (1) od klizanja kaiša po točku zbog nedovoljnog prijanjanja,
- (2) od klizanja zbog puzanja kaiša. Vučni ogranak kaiša izdužuje se više po jedinici dužine jer je izložen jačem zatezanju (F_1) nego slobodni ogranak (F_2). Na prelazu iz vučne oblasti u slobodnu oblast smanjuje se izduženje kaiša postepeno pa zbog toga kaiš puže po obodu točka; ovo klizanje zbog puzanja posledica je, prema tome, promenljivih deformacija kaiša.
- (3) od oscilacija kaiša koje mogu biti znatne pri većim brzinama i većim međuosnim rastojanjima.
- (4) od otpora vazduha na koji nailaze i kaiš i kaišnici, a koji raste sa brzinom,
- (5) od otpora u ležištima.

Može se računati da je ukupni stepen iskorišćenja kaišnog prenosnika $\eta = 0,96 \div 0,98$ kada su upotrebljena kotrljajna ležišta, a $\eta = 0,92 \div 0,95$ kada su upotrebljena klizna ležišta.

Veza između predajne i prijemne snage u kaišnom prenosniku data je izrazom

$$P_2 = \eta P_1,$$

gde je P_1 predajna snaga, a P_2 prijemna snaga. Odnos odgovarajućih obrtnih momenata dat je izrazom

$$M_2 = \eta i M_1,$$

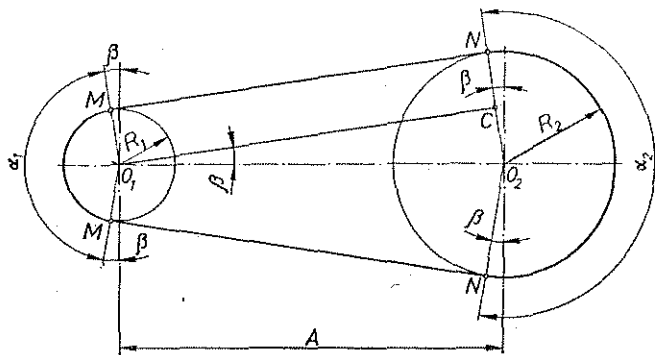
gde je i prenosni odnos.

3.1.5 PRORAČUN

Glavni je zadatak proračunavanja kaišnog prenosnika: proveravanje napona u kaišu σ , proračun dužine kaiša L , provera učestanosti najvećih napona N i vučne sposobnosti kaiša ψ . Proračun se zasniva uglavnom na podacima iz iskuštanja i ispitivanja i nije potpuno pouzdan zbog nestalnih statičkih i dinamičkih osobina kaiša i zbog neodređenosti koeficijenta otpora između kaišnika i kaiša.

Vrsta kaiša bira se prema uslovima rada: za brzine do 40 m/s (najviše 50 m/s) upotrebljava se kožni kaiš, pri većim brzinama u obzir dolaze tekstilni kaiševi i kaiševi od veštačkih vlakana (do 60 m/s). Specijalni kaiševi od veštačkih vlakana pogodni su i za brzine do 90 m/s. Proračun se obično vrši za nekoliko varijanata i usvaja najpovoljnija za date uslove. Prvo se biraju debljina kaiša (δ) i prečnici kaišnika (D_1) i (D_2) na osnovu zadate brzine, zatim se usvaja međuosno rastojanje, proračunava dužina kaiša, njegova širina i, najzad, proverava napon u kaišu i njegova prionljivost.

Na osnovu privremeno usvojene debljine kaiša δ bira se prečnik manjeg kaišnika iz uslova D_1/δ (tab. 3.2), pa se na osnovu prenosnog odnosa $i=n_1/n_2$ proračunava prečnik većeg kaišnika $D_2=\xi$ i D_1 (čl. 3.1.1). Prečnici treba da su po mogućnosti standardni (tab. 3.3) i u skladu sa uobičajenim brzinama kaiša (za kožni kaiš između 10 i 25 m/s) za tanke brzohode kaiševe dopuštaju se i veće brzine. Brzine manje od 5 m/s treba izbegavati. Brzina ukrštenog kaiša ne treba da prelazi 10 m/s.



Sl. 3.11 — Shema kaišnog prenosnika za računanje dužine kaiša

Za izbor međuosnog rastojanja A (sl. 3.11) za otvoreni kaiš dobro može da posluži obrazac $A \geq 2(D_1 + D_2)$; po preporukama u literaturi nalazi se $A_{min} = 2D_2$, gde je D_2 prečnik većeg kaišnika.

Tablica 3.2

Dopušteni naponi i odnos $(D_1/\delta)_{min}$ za razne vrste kaiševa

Vrsta kaiša	σ_{d0} [MPa]	$(D_1/\delta)_{min}$
Kožni kaiš biljno štavljen	3 ÷ 4,4	35
Kožni kaiš, mineralno štavljen	3,5 ÷ 4,4	25
Kaiš od kamilje dlake	3 ÷ 4,4	20
Kaiš od svile	3,9 ÷ 6	25
Tekstilni kaiš	3 ÷ 3,5	20
Gumirani tekstilni kaiš	3 ÷ 3,5	30
Kaiš od perlona i sl.	2,6 ÷ 3	80
Čelična traka	330	1000

Napomena uz tablicu 3.2:

Postoje i kaiševi od veštačkih vlakana za koje je $\sigma_{d0} = 20$ MPa. Podaci o ovim kaiševima mogu se naći u katalogima proizvođača.

Treba izbegavati mala međuosna rastojanja zbog smanjivanja obvojnog ugla i jačeg napreznja kaiša, i velika zbog velike dužine kaiša i mogućnosti pojave oscilacija kaiša.

Međuosna rastojanja veća od 15 m treba izbegavati. Za izbor međuosnog rastojanja ukrštenog i poluukršenog kaiša uzima se obrazac $A \geq 20b$; za ukršteni kaiš $A_{max} = 10m$.

Dužina otvorenog kaiša (sl. 3.11) sastoji se od lučnih delova MM i NN i pravih delova $2MN = 2O_1C$.

$$L = R_1 \pi - 2 R_1 \beta \pi / 180 + R_2 \pi + 2 R_2 \beta \pi / 180 + 2 A \cos \beta =$$

$$= (R_1 + R_2) \pi + 2 A \cos \beta + (R_2 - R_1) \beta \pi / 90.$$

Obvojni ugao α_1 može se proračunati po obrascu $\cos \alpha_1/2 = (R_2 - R_1)/A$ pa je odatle $\beta = 90 - \alpha_1/2$, ili pomoću ugla β , pošto je $\sin \beta = (R_2 - R_1)/A$ pa je $\alpha_1 = 180 - 2\beta$ i $\alpha_2 = 180 + 2\beta$.

Na sličan način može se proračunati i geometrijska dužina ukrštenog kaiša.

Stvarna dužina kaiša za nabavku veća je kada se koso zasečeni krajevi spajaju preklapanjem (sl. 3.5); obično je dužina spoja $l_p = 100 \div 300$ mm. Kaiš je duži nego što odgovara geometrijskom proračunu kada su u prenosniku kaiš zatezači ili vodeći kaišnici; tada je najbolje odrediti dužinu kaiša na osnovu crteža S obzirom na vek trajanja najmanja dužina kaiša $L_{min} = 0,25 \sqrt{[m]}$ (izuzetno $L_{min} = 0,2 \sqrt{[m]}$) (v. čl. 3.1.3).

Popravkom ξ_4 uzima se u obzir vrsta kaišnog prenosnika; podaci o ovom faktoru nalaze se u tab. 3.7.

Tablica 3.7

Faktor vrste prenosnika ξ_4

Položaj ose kaišnika			Kaiš ukršten	Pogon sa vodećim kaišnikom
Horizontalan	Vertikalno	Pod uglom 45°		
0,9 ÷ 1	0,8	0,9	0,8	0,7 ÷ 0,8

Napomena uz tablicu 3.7:

Za položaj osa kaišnika u horizontalnoj ravni usvaja se $\xi_4=1$ ako je vučni ogranak s donje strane, a $\xi_4=0,9$ ako je vučni ogranak s gornje strane.

Zavisno od atmosferskih uslova može se uvesti i dopunski faktor ξ_5 koji u normalnim uslovima ima vrednost 1, za slučaj jačih temperaturnih promena i promena vlažnosti $\xi_5=0,9$, za rad u prašini $\xi_5=0,8$, i za rad u vrlo vlažnim predelima $\xi_5=0,7$.

Kada je, najzad, utvrđen korisni dopušteni napon σ_d , kojim sila F_0 sme da opteretiti kaiš, može se proračunati površina poprečnog preseka kaiša S

$$S = F_0 / \sigma_d \text{ [m}^2\text{]}$$

pa odatle i širina kaiša na osnovu ranije usvojene debljine δ [m]

$$b = S / \delta \text{ [m]}$$

i prilagoditi podacima u čl. 3.1.2 odn. tab. 3.3.

Radi proveravanja ukupnog najvećeg napona u kaišu $\sigma_{max} = \sigma_1 + \sigma_c + \sigma_f$ treba naći i sile $F_1 = F_0 e^{\mu\alpha} / (e^{\mu\alpha} - 1)$ i $F_2 = F_0 / (e^{\mu\alpha} - 1)$, dakle i koeficijent otpora μ i veličinu $e^{\mu\alpha}$ (čl. 3.1.3).

Završni deo proračuna je određivanje faktora vučne sposobnosti ψ i opterećenja vratila F (čl. 3.1.4).

Primer 3.2: Proračunati otvoreni kaišni prenosnik za ove radne uslove: $P_1 = 11$ kW, $n_1 = 1400$ min⁻¹, $i = 2$, $D_1 = 200$ mm, $D_2 = 400$ mm i $A \approx 1200$ mm; dnevno trajanje pogona je 8 časova.

Dužina kaiša $L = (R_1 + R_2) \pi + \frac{\beta \pi}{90} (R_2 - R_1) + 2A \cos \beta = (0,1 + 0,2) \cdot 3,14 + 4,8 \cdot 3,14 \cdot (0,2 - 0,1) / 90 + 2 \cdot 1,2 \cdot 0,996 = 3,35$ m, jer je $\sin \beta = (R_2 - R_1) / A = (0,2 - 0,1) / 1,2 = 0,083$ i $\beta = 4,8^\circ$.

Pošto je brzina $v = \pi D_1 n_1 / 60 = 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1400 / 60 = 14,7$ m/s, izlazi da je broj promena opterećenja (učestanost najvećih napona od savijanja) $N = 2v/L = 2 \cdot 14,7 / 3,35 = 8,77$ s⁻¹, što je u dopuštenim granicama. Koeficijent otpora $\mu = 0,22 + 0,012v = 0,22 + 0,012 \cdot 14,7 = 0,4$. Ugao $\alpha_1 = 180 - 2\beta = 180 - 2 \cdot 4,8 = 170,4^\circ$, pa je $e^{\mu\alpha} = 3,28$.

$$\text{Periferna sila } F_0 = \frac{P_1}{R_1 \omega_1} = \frac{11000}{0,1 \cdot 146,6} = 750 \text{ N.}$$

Ovde je $\omega_1 = n_1 \pi / 30 = 1400 \pi / 30 = 146,6$ rad.s⁻¹.

Sile u ograncima kaiša su

$$F_1 = F_0 e^{\mu\alpha} / (e^{\mu\alpha} - 1) = 750 \cdot 3,28 / (3,28 - 1) = 1080 \text{ N,}$$

$$F_2 = F_0 / (e^{\mu\alpha} - 1) = 750 / (3,28 - 1) = 329 \text{ N.}$$

Ako se usvoji debljina kaiša $\delta = 5$ mm, širina kaiša biće

$$b = \frac{F_0}{\sigma \delta_d} = \frac{750}{0,005 \cdot 3,26 \cdot 10^6} = 0,046 \text{ m,}$$

gde je $\sigma_d = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \sigma_{d0} = 0,98 \cdot 0,95 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot 10^6 = 3,26$ MPa. Podaci za $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ i σ_{d0} nalaze se u tab. 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 i 3.2.

Za $S = b \delta = 0,046 \cdot 0,005 = 2,31 \cdot 10^{-4}$ m² dobija se $\sigma_{max} = \sigma_1 + \sigma_c + \sigma_f = F_1 / S + \rho v^2 + E \delta / D_1 = 1080 / (2,31 \cdot 10^{-4}) + 10^3 \cdot 14,7^2 + 100 \cdot 10^6 \cdot 0,005 / 0,2 = 7,38$ MPa, što je veće od dopuštene vrednosti. Ako se računaska širina $b = 0,046$ m poveća množenjem odnosno $\sigma_{max} / \sigma_d = 7,38 / 3,26 = 2,26$ dobija se $b = 2,26 \cdot 0,046 = 0,1042$ m. Najbliža standardna širina kaiša je $b = 112$ mm. Sa ovom vrednošću proverava maksimalnog napona daje $\sigma_{max} = 1080 / (5,6 \cdot 10^{-4}) + 10^3 \cdot 14,7^2 + 100 \cdot 10^6 \cdot 0,005 / 0,2 = 4,65$ MPa, što je takođe veće od najveće dopuštene vrednosti $\sigma_d = 0,98 \cdot 0,95 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4,4 \cdot 10^6 = 4,09$ MPa. Stoga se usvaja sledeća standardna širina kaiša $b = 125$ mm.

Odnos prečnika manjeg kaišnika prema debljini kaiša $D_1 / \delta = 0,2 / 0,005 = 40$ veći je od minimalnog koji za mineralno štavljene kaiše iznosi 25.

$$\text{Faktor vučne sposobnosti } \psi = \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1} = 2,28 / 4,28 \approx 0,53,$$

što zadovoljava ($\psi = 0,32 \div 0,6$).

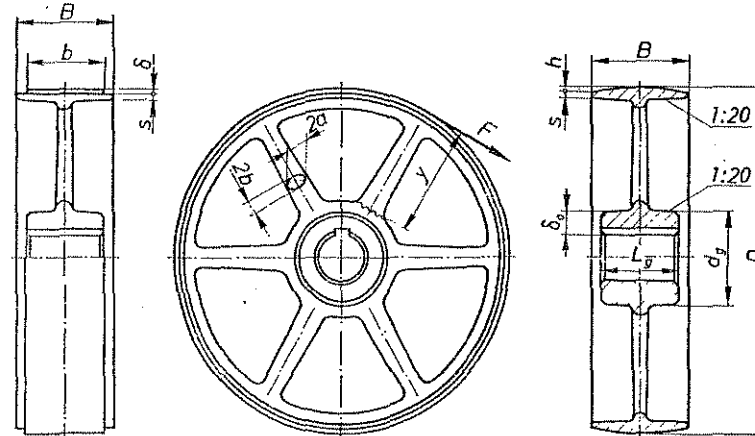
Opterećenje vratila u radu je $F = F_1 + F_2 = 1080 + 329 = 1409$ N. Broj obrta prijemnog kaišnika iznosi teorijski $n_2 = n_1 / i = n_1 D_1 / D_2 = 1400 \cdot 0,2 / 0,4 = 700$ min⁻¹. Ako se pretpostavi da je koeficijent klizanja $\xi = 0,98$ biće stvarni prijemni broj obrta $n_2 = \xi n_1 D_1 / D_2 = 0,98 \cdot 1400 \cdot 0,2 / 0,4 = 686$ min⁻¹, što odgovara stvarnom prenosnom odnosu $i = n_1 / n_2 = 1400 / 686 = 2,04$.

Ovde je računato sa gustinom materijala kaiša $\rho = 1000$ kg/m³.

3.1.6 KAIŠNICI

Kaišnici su obično od livenog gvožđa; za prečnike veće od 2500 mm kaišnici su najčešće dvodelni i na kaišnike se primenjuje postupak prelamanja (čl. 2.4).

Širina venaca $B \approx 1,1 b + 0,01$ [m] odnosno usvaja se na osnovu tab. 3.3; za ukrštene i poluukršteno kaišve širina kaiša treba da je za 10% veća i ide do $B = 2b$, gde je b širina kaiša u metrima.



Sl. 3.12 — Konstrukcija prostog jednodelnog kaišnika (h — ispupčenost, s — debljina vena))

Debljina venca kaišnika $s = D/300 + 0,002$ [m], $s_{min} = 0,003$ [m], gde je D [m] prečnik kaišnika (sl. 3.12).

Međusobni položaj kaišnika u radu može biti nepravilan zbog savijanja vratila pod opterećenjem; da ne bi kaiš zbog toga padao sa kaišnika, često je obod kaišnika ispupčen (sl. 3.12). Kaiš zahvaljujući ispupčenosti oboda, ispoljava težnju da zauzme srednji položaj na kaišniku, ali je jače napregnut u svom srednjem delu. Propisane ispupčenosti date su u tab. 3.3. Obično prijemni kaišnici otvorenih prenosnika imaju ispupčen obod, a pri $v > 25$ m/s i predajni. Kada se u otvorenom kaišnom prenosniku nalazi i kaišnik zatezač, obično samo on ima ispupčen obod.

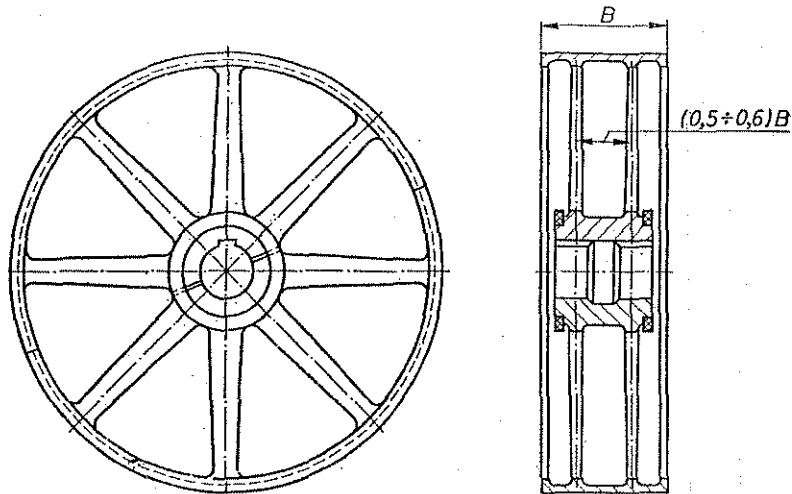
Paoci livenih kaišnika su gotovo redovno eliptičnog preseka radi smanjivanja otpora vazduha, sa odnosom poluosa 2 : 1 do 2,5 : 1. Pri tom je duža osa uvek u smeru obrtanja. Idući od glavčine prema vencu paoci se stanjuju u odnosu 5 : 4. Broj paoka računa se po obrascu $N \approx 4,5 \sqrt{D}$ gde je D [m] prečnik kaišnika. Kaišnici širi od 400 mm imaju po dva reda paoka.

Sa pretpostavkom da je polovina broja paoka opterećena momentom $F_0 y$, naprezanje eliptičnog preseka paoka neposredno pored glavčine može se naći po obrascu

$$\sigma_f = \frac{2 M_f}{N W} = \frac{2 F_0 y}{N \frac{\pi a^2 b}{4}} = \frac{8 F_0 y}{\pi a^2 b N}$$

koji za odnos poluosa elipse $a/b = 2$ izgleda ovako

$$\sigma_f = \frac{16 F_0 y}{\pi a^3 N} \text{ [Pa]},$$



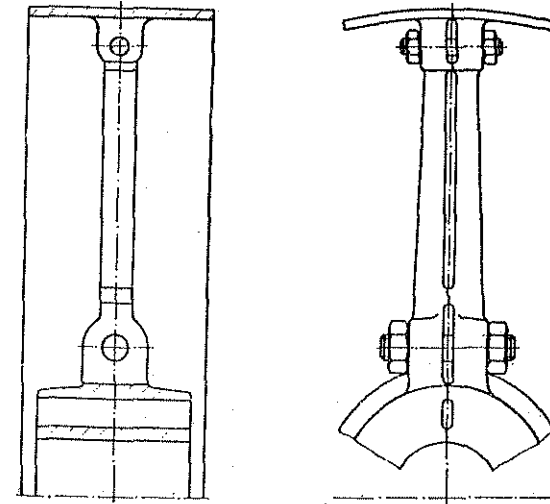
Sl. 3.13 — Konstrukcija većeg jednodelnog kaišnika sa dva reda paoka; rasečena glavčina stegnuta je sa dva prstena navučena u vrućem stanju

gde je F_0 [N] periferna sila, y [m] krak sile (prema crtežu), a [m] veća poluosa elipse neposredno pored glavčine i N ukupni broj paoka. Dopusćeni napon livenih paoka iznosi najviše 15 MPa.

Debljina glavčine računa se po empirijskom obrascu

$$\delta_0 = 0,3 d + 0,01 \text{ [m]}$$

pa je $d_g = d + 2 \delta_0$ (sl. 3.12). Dužina glavčine $L_g = B$. Glavčine širokih kaišnika su izdubljene u sredini pa naležu na vratilo na svojim krajevima. Kod vrlo širokih kaišnika može biti $L_g < B$.



Sl. 3.14 — Veza dvodelnog kaišnika pomoću zavrtanja

Glavčine velikih livenih kaišnika su rasečene i stegnute nabijenim prstenovima radi ublažavanja unutrašnjih napona koji se stvaraju prilikom hlađenja velikih odlivaka (sl. 3.13). Dvodelni kaišnik prikazan je na sl. 3.14.

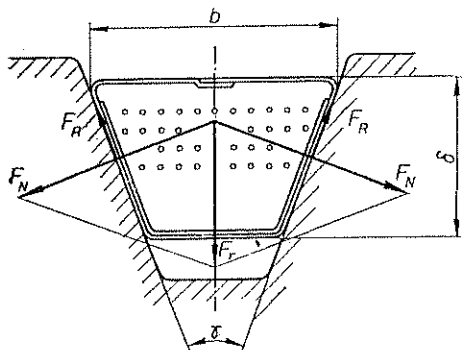
Liveni kaišnici zadovoljavaju uglavnom do brzina između 25 i 30 m/s. Kada su brzine veće, uzimaju se kaišnici izrađeni od čeličnog lima presovanjem ili zavarivanjem. Kaišnici od lakih legura odlikuju se malom težinom.

3.2 TRAPEZNI KAIŠ

3.2.1 OPŠTI POGLED

Trapezni kaiš dobio je ime po svom preseku (sl. 3.15). On svojim stranama naleže na bokove žlebova izrađenih po obodu kaišnika i uglavljuje se u njih pa deluje kao klin. Zbog toga je koeficijent otpora trapeznog kaiša $\mu_k = \mu / \sin \gamma/2$

veći od koeficijenta otpora plosnatog kaiša; u obrascu je μ koeficijent otpora koji bi imao plosnati kaiš, a γ ugao žleba. Zahvaljujući pojačanom otporu protiv klizanja može se trapezni kaiš upotrebljavati i za jake prenosne odnose. Koeficijent otpora gumenog trapeznog kaiša leži u granicama $\mu_k=2,5 \div 3,5$, prosečna mu je vrednost $\mu_k=3$. Teorijska izlaganja o silama i naponima plosnatog kaiša ostaju i ovde na snazi (čl. 3.1.3).



Sl. 3.15 — Otpor izazvan opterećenjem trapeznog kaiša

Zavisnost ugla žleba γ od ugla trenja ρ dobija se iz uslova da radijalna komponenta ukupnog otpora $2 F_R$ bude manja od radijalne sile F_N , kojom kaiš deluje na kaišnik

$$2 F_R \cos \frac{\gamma}{2} \leq F_N$$

$$2 \mu F_N \cos \frac{\gamma}{2} \leq 2 F_N \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$\mu = \operatorname{tg} \rho \leq \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}, \quad \text{odn.} \quad \gamma \geq 2 \rho.$$

Prema tome, da se ne bi kaiš zaglavljivao, mora biti $\gamma \geq 2 \rho$; npr. za $\mu=0,3$ tj. $\rho \approx 16,666^\circ$ bio bi potreban ugao žleba $\gamma_{\min}=33,4^\circ$. Radi sigurnosti ugao je veći, a uobičajeni ugao kaiša je 34 do 41° , najčešće 38° .

U poređenju sa plosnatim kaišem trapezni kaiš ima ova prednosti:

- (1) Zbog pojačanog otpora protiv klizanja obvojni ugao α može biti manji (i do 70°), dakle prenosni odnos jači (čak i do $i=15$);
- (2) Međusno rastojanje i prečnici kaišnika mogu biti znatno manji pa i cela konstrukcija prenosnika sažetija;
- (3) Gubici od klizanja su manji, tj. stepen iskorišćenja veći ($\eta=0,96 \div 0,985$);
- (4) Vratila su manje opterećena (sile zatezanja u kaišu slabija) tako da se može računati sa $F=2 F_0$; i
- (5) Rad je tih, gotovo bešuman.

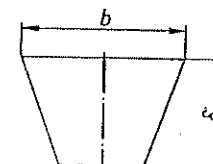
Glavne su mane trapeznog kaiša što mu je vek kraći, što je skuplji i što je kaišnik složenijeg oblika. Trapezni kaiš ne može se iskoristiti kao ukršteni kaiš ali može kao polukršteni kaiš.

Prenosnik sa trapeznim kaišem upotrebljava se za snage do 500 kW, ali i za znatno jače snage, a i za snage od svega 0,1 kW.

Gumeni trapezni kaiševi ne smeju biti izloženi toploti, oni ne treba da rade u prostorijama u kojima je temperatura iznad 65°C .

3.2.2 KAIŠ I KAIŠNICI

Trapezni kaiš je najčešće od gume armirane tekstilnim vlaknima. Jedan oblik trapeznog kaiša prikazan je na sl. 3.15. Gustina kaiša $\rho=1,2 \div 1,3 \text{ kg/dm}^3$. Trapezni kaiševi izrađuju se kao standardni elementi propisane dužine, širine i debljine. Mogu biti beskrajni, bez sastavka, ili konačni sa sastavkom. Standardne mere beskrajnih kaiševa date su u tab. 3.8. Bitno je za beskrajne kaiševe da se uoči razlika između nominalne dužine L_n , dužine unutrašnjeg oboda kaiša, prema kojoj se kaiš izrađuje i isporučuje, i računске, srednje dužine L koja je merodavna za proračunavanje međusnog rastojanja.



Sl. 3.16 — Teorijski presjek trapeznog kaiša

Tablica 3.8

Beskrajni trapezni kaiševi (izvod)
(Beskrajni klinasti remenovi za industrijske primene)

Mere u mm

Prema JUS G.E2.053

Širina b	6	10	13	17	22	32	38
Debljina δ	$4 \pm 0,2$	$6 \pm 0,3$	$8 \pm 0,4$	$11 \pm 0,5$	$14 \pm 0,5$	$19 \pm 0,6$	$25 \pm 0,7$
Računska širina s	$5,3^{+0,3}_{-0,2}$	$8,5^{+0,4}_{-0,3}$	$11^{+0,6}_{-0,4}$	$14^{+0,7}_{-0,5}$	$19^{+0,8}_{-0,5}$	$27^{+0,9}_{-0,6}$	$32^{+1,2}_{-0,7}$
Visina h	1,6	2,4	3,1	4,1	5,6	8,2	9,7
Oznaka	Y	Z	A	B	C	D	E

Napomena uz tabelu 3.8:

Značenje oznake dato je na sl. 3.16. i 3.17.

Računska dužina kaiša je dužina merena u neutralnom sloju pod opterećenjem prema JUS G.E3.054. Računske dužine su standardizovane, vidi tab. 3.9.

Tablica 3.9

Računske dužine trapeznih kaiševa

Mere u mm

Prema JUS G.E2.053

L	L_{\min}	L_{\max}	Preporučuje se za profil						
			Y	Z	A	B	C	D	E
200	198	202	+						
224	222	226	+						
250	247	253	+						
280	277	283	+						
315	312	318	+						
355	351	359	+						
400	396	404	+	+					
450	445	455	+	+					

Tablica 3.9 (nastavak)

Mere u mm

L	L _{min}	L _{max}	Preporučuje se za profil							
			Y	Z	A	B	C	D	E	
500	495	505	+	+						
560	554	566	+	+	+					
630	624	636	+	+	+					
710	703	717	+	+	+					
800	792	808	+	+	+	+				
900	891	909	+	+	+	+				
1 000	990	1 010	+	+	+	+				
1 120	1 109	1 131	+	+	+	+				
1 250	1 237	1 263	+	+	+	+				
1 400	1 386	1 414		+	+	+	+			
1 600	1 584	1 616		+	+	+	+	+		
1 800	1 782	1 818		+	+	+	+	+		
2 000	1 980	2 020		+	+	+	+	+		
2 240	2 178	2 262		+	+	+	+	+	+	
2 500	2 475	2 525		+	+	+	+	+	+	
2 800	2 772	2 828		+	+	+	+	+	+	
3 150	3 118	3 182			+	+	+	+	+	+
3 550	3 514	3 586			+	+	+	+	+	+
4 000	3 960	4 040			+	+	+	+	+	+
4 500	4 455	4 545			+	+	+	+	+	+
5 000	4 950	5 050			+	+	+	+	+	+

Napomene uz tablicu 3.9:

1) Znak + znači da se navedena dužina L preporučuje za naznačeni profil.

2) Standardizovane su još i ove dužine L: 5 600, 6 300, 7 100, 8 000, 9 000, 10 000, 11 200, 12 500, 14 000, 16 000 i 18 000 mm.

Unutrašnja dužina L_i dobija se po obrascu

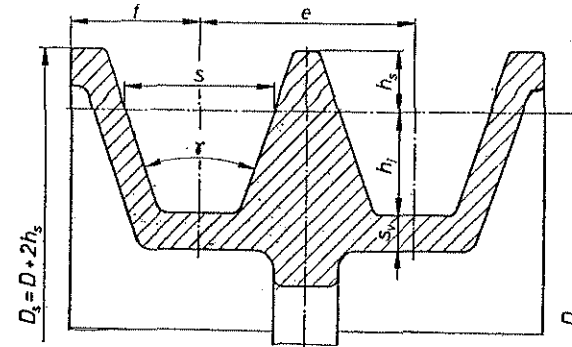
$$L_i = L - 2\pi(\delta - h)$$

Prema JUS G.E2.053 ugao γ iznosi za standardne kaiševe $40 \pm 1^\circ$. Standardna oznaka sadrži podatke o profilu, računskoj dužini i oznaku odgovarajućeg standarda, npr. Trapezni kaiš Z 1 000 JUS G.E2.053.

Trapezni kaiševi mogu imati i drukčije oblike i profile, različite od standardnog.

Računski ili nominalni prečnici kaišnika za trapezne kaiševe izneseni su u tab. 3.10. Nominalnim prečnikom zove se prečnik kaišnika koji odgovara neutralnom sloju kaiša (sl. 3.17). Ugao žleba kaišnika zavisi od prečnika kaišnika. Ukoliko je prečnik kaišnika manji, utoliko se kaiš u njegovom žlebu jače deformiše, gornji

slojevi mu se šire a donji sabijaju. Podaci o uglovima γ zavisno od prečnika kaišnika i profila kaiša dati su u tab. 3.10 i napomeni pod 2.



Sl. 3.17 — Žlebovi kaišnika (D — nominalni prečnik, s — debljina kaiša u neutralnom sloju)

Tablica 3.10
Nominalni prečnici kaišnika za trapezne kaiševe

Mere u mm

Prema JUS M.C1.253

D	t	D	t	D	t	D	t	D	t	D	t	D	t	D	t
20	0,3	35,5	0,6	63	1,0	112	1,8	200	3,2	375	6,0	670	10,7	1 500	24,0
21,2	0,3	37,5	0,6	67	1,0	118	1,9	212	3,4	400	6,4	710	11,4	1 600	25,6
22,4	0,4	40	0,6	71	1,1	125	2,0	224	3,6	425	6,8	750	12,0	1 800	28,8
23,6	0,4	42,5	0,7	75	1,3	132	2,1	236	3,8	450	7,2	800	12,8	1 900	30,4
25	0,4	45	0,7	80	1,3	140	2,2	250	4,0	475	7,6	900	14,4	2 000	32,0
26,5	0,4	47,5	0,8	85	1,4	150	2,4	265	4,2	500	8,0	1 000	16,0	2 240	35,8
28	0,4	50	0,8	90	1,4	160	2,6	280	4,5	530	8,5	1 060	17,0	2 500	40,0
30	0,5	53	0,8	95	1,5	170	2,7	300	4,8	560	9,0	1 120	17,9		
31,5	0,5	56	0,9	100	1,6	180	2,9	315	5,0	600	9,6	1 250	20,0		
33,5	0,5	60	1,0	106	1,7	190	3,0	355	5,7	630	10,0	1 400	22,4		

Napomene uz tablicu 3.10:

1) Odstupanja t daju se sa znakom plus minus (\pm).

2) Pri normalnim radnim uslovima nominalni prečnik kaišnika zavisno od profila kaiša ne treba da bude manji od ovih vrednosti:

Oznaka profila	Minimalni nominalni prečnik kaišnika za ugao profila γ°			
	38	36	34	32
Y				
Z		63		20
A	90		50	
B	200 (125)		75	
C	280 (200)		125	
D	355 (300)	200		
E	500	355		
	630	500		

Mere u zagradama treba izbegavati.

Ostale standardne mere kaišnika nalaze se u tab. 3.11.

Tablica 3.11

Profili žlebova trapezних kaišnika

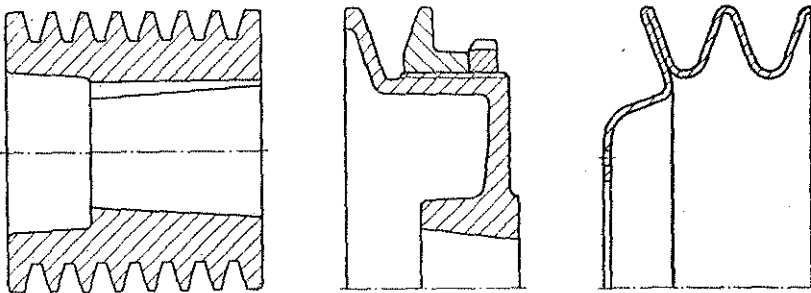
Mere u mm

Prema JUS M.CI.253

Oznaka profila	Y	Z	A	B	C	D	E
<i>s</i>	5,3	8,5	11	14	19	27	32
<i>h_{e min}</i>	1,6	2,5	3,3	4,2	5,7	8,1	9,6
<i>h_{e min}</i>	4,7	7	8,7	10,8	14,3	19,9	23,4
<i>e</i>	8	12	15	19	25,5	37	44,5
<i>t_e</i>	±0,3	±0,3	±0,3	±0,4	±0,5	±0,6	±0,7
<i>f</i>	7	8	10	12,5	17	24	29
<i>t_f</i>	±1	±1	+2 -1	+2 -1	+2 -1	+3 -1	+3 -1

Napomena uz tablicu 3.11:

- 1) Značenje oznaka dato je na sl. 3.17.
- 2) Sa *t_e* označena je tolerancija mere *e*, a sa *t_f* tolerancija mere *f*.
- 3) Debljina venca livenih kaišnika $s_v = 0,04 D + 0,2$ [cm] (v. sl. 3.17), gde je *D* u cm.



Sl. 3.18 — Primeri konstruktivnih izvođenja trapezних kaišnika (levo: mali kaišnik sa više žlebova, u sredini: kaišnik sa podešavanjem širine žleba, desno: kaišnik izraden savijanjem lima)

Na sl. 3.18 dato je nekoliko primera konstruktivnih izvođenja kaišnika. Pri konstruisanju trupa i glavčine kaišnika za trapezne kaiševe mogu poslužiti uputstva iznesena za kaišnike, za plosnate kaiševe i za zupčanike.

3.2.3 PRORAČUN

Načela iznesena prilikom proučavanja plosnatog kaiša i njegovog proračunavanja ostaju uglavnom i ovde na snazi. Međutim pošto trapezni kaiševi imaju standardne preseke, najčešće se kao osnova za proračunavanje uzimaju gotovi podaci o nominalnoj snazi koju trapezni kaiš može prenositi. Pri proračunu uvek je merodavan prečnik manjeg kaišnika *D₁*. Proračun treba vršiti po mogućnosti za optimalnu brzinu kaiša koja se nalazi između 18 i 22 m/s, zavisno od profila kaiša (v. tab. 3.12). Na osnovu usvojene brzine *v* [m/s] nalazi se nominalni (računski) prečnik kaišnika $D_1 = 60 v / (\pi n_1)$ [m], gde je *n₁* minutni broj obrta. Kada je u pitanju ograničen prostor, odstupa se od prednje preporuke i bira se *D₁* iz tab. 3.10 sa korigovanim uglom žleba γ . Prečnik većeg kaišnika $D_2 = i D_1$ treba prilagoditi tab. 3.10 pa zatim definitivno utvrditi *D₁*, takođe u skladu sa tab. 3.10.

Za profil trapeznog kaiša uzimaju se standardne mere prema tab. 3.8, i to za srazmerno manje snage manji profili. Za usvojeni profil (*b* i δ) prečnik kaišnika *D₁* ne treba da bude manji od *D_{min}* za ugao žleba 38° (ili 36° za profil Y).

Obično se preporučuje za međuosno rastojanje $A = (1 \div 1,5) D_2$, a $A_{max} = 2(D_1 + D_2)$. Kada je usvojeno međuosno rastojanje *A*, može se proračunati obvojni ugao $\alpha_1 = 180 - 2\beta$, gde je $\beta = \arcsin(R_2 - R_1)/A$, pa odatle računaska dužina kaiša

$$L = (R_1 + R_2)/\pi + 2 A \cos \beta + \beta \pi (R_2 - R_1)/90.$$

Proračunatu dužinu treba prilagoditi standardima (tab. 3.9). Na osnovu definitivno usvojene računske dužine *L* nalazi se stvarno međuosno rastojanje *A* pomoću obrasca

$$A = \frac{1,01 L - (R_1 + R_2) \pi - \beta \pi (R_2 - R_1)/90}{2 \cos \beta};$$

ovde je uzeto kao da je kaiš za 1% duži nego što je potrebno radi postizanja prethodnog zatezanja kaiša. Da bi se beskrajni kaiš mogao lako namicati na kaišnike bez naprezanja i naknadnog zatezanja, treba predvideti mogućnost menjanja međuosnog rastojanja — toliko da se međuosno rastojanje može po potrebi smanjiti bar za dve debljine kaiša (2 δ) ili povećati bar za 3 do 4%.

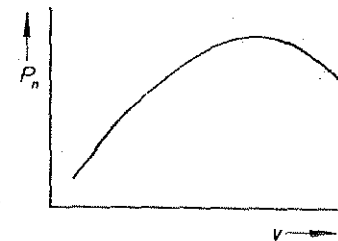
Prema iskustvu, učestanost promene naprezanja trapeznog kaiša ne treba da prelazi 25 u sekundi (izuzetno 30) da ne bi kaiš prerano postao neupotrebljiv tj.

$$N = 2 v / L \leq 25 [s^{-1}];$$

odatle se dobija najmanja dopuštena računaska dužina trapeznog kaiša *s* obzirom na vek trajanja

$$L_{min} = 2 v / 25 = 0,08 v [m],$$

a u krajnjem slučaju $L_{min} = 0,066 v$



Sl. 3.19 — Karakter promene nominalne snage koju prenosi jedan kaiš zavisno od brzine kaiša

U tab. 3.12 dati su podaci o nominalnoj snazi po jednom kaišu zaviso od profila i brzine za obvojni ugao 180° pri mirnom opterećenju. Karakter promene nominalne snage zaviso od brzine prikazan je na sl. 3.19. Korisna snaga koju trapezni kaiš može da prenosi iznosi

$$P_k = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 P_n \text{ kW/kaišu.}$$

Tablica 3.12

Nominalna snaga trapeznog kaiša P_n [kW] za obvojni ugao $\alpha=180^\circ$

Prema DIN 2218

Periferna brzina v [m/s]	Oznaka profila kaiša						
	Y	Z	A	B	C	D	E
2	0,037	0,14	0,27	0,51	0,81	1,76	2,72
4	0,074	0,27	0,54	0,95	1,69	3,45	5,44
6	0,11	0,40	0,81	1,39	2,5	5,15	8,09
8	0,14	0,53	1,03	1,84	3,24	6,76	10,3
10	0,16	0,64	1,25	2,28	3,89	8,16	12,5
12	0,18	0,73	1,47	2,65	4,48	9,41	14,7
14	0,19	0,81	1,62	2,94	5,15	10,59	16,17
16	0,199	0,88	1,76	3,16	5,51	11,54	17,65
18	0,191	0,882	1,91	3,38	5,88	12,21	19,1
20	0,176	0,956	1,98	3,52	6,03	12,57	19,85
22	0,154	0,882	1,98	3,53	6,1	12,72	19,85
24	0,11	0,809	1,91	3,46	6,03	12,5	19,1
26	0,059	0,735	1,84	3,31	5,73	11,83	18,38
28	—	0,66	1,69	3,01	5,22	10,88	16,9
30	—	—	1,47	2,64	4,55	9,55	14,7

Napomena uz tablicu 3.12:

Podaci u tablici važe za $D_1 = D_{min}$.

Popravak ξ_1 unosi se kada je obvojni ugao manji od 180° i iznosi prema tabl 3.13:

Tablica 3.13
Faktor popravke ξ_1

Obvojni ugao α°	180	170	160	150	140	130	120	110	100	90	80	70
Faktor ξ_1	1	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,82	0,78	0,73	0,68	0,63	0,58

Popravka ξ_2 unosi se samo kada je prečnik manjeg kaišnika manji od prečnika D_{min} (tab. 3.10) i iznosi

$$\xi_2 = D_1 / D_{min}$$

Popravkom ξ_3 vodi se računa o predviđenom preopterećenju u poređenju sa normalnim nominalnim opterećenjem. Podaci o faktoru ξ_3 nalaze se u tab. 3.14:

Tablica 3.14

Faktor popravke ξ_3

Kratkotrajno preopterećenje %	0	25	50	100	150
Faktor ξ_3	1	0,91	0,83	0,71	0,62

Popravka $\xi_4=1$ za otvoreni, prosti prenosnik; za prenosnik sa kaišnikom zatezačem $\xi_4=0,84 \div 0,95$, a za poluukršteni prenosnik $\xi_4=0,7 \div 0,8$.

Na osnovu poznate nominalne snage P_1 koju prenosi kaišni prenosnik može se proračunati broj kaiševa z

$$z = P_1 / P_k$$

Broj kaiševa z je obično između 1 i 15, ali može biti i veći. Kada je zadata snaga P_2 , merodavna za proračun kaišnog prenosnika je $P_1 = P_2 / \eta$, gde je η stepen iskorišćenja koji se uzima zbog sigurnosti $\eta=0,95$.

Trapezni kaiš opterećuje vratilo silom $F_1 = (1,5 \div 2,5) \cdot F_0$, gde je F_0 periferna sila; obično se računa sa $F \approx 2 F_0$.

Primer 3.3: Proračunati trapezni kaišni prenosnik za podatke iz primera 3.2, za međusono rastojanje $A \approx 560$ mm.

Proračun će se izvršiti za profile Z, A, B, C i D.

Profil	Z	A	B	C	D
D_{min} [mm]	90	200	280	355	500
v [m/s]	6,58	14,6	20,5	25,9	36,6
$D_2 = i D_1$ [mm]	180	400	560	710	1000

Kao što se vidi najpovoljnije rešenje postiže se primenom profila B. Za profile Z i A je brzina v prevelika, a za profil C i D prevelika. Osim toga za profil B odgovara i uslov za međusono rastojanje $A = (1 \div 1,5) D_2$.

Obvojni ugao α_1 dobija se iz obrasca

$$\alpha_1 = 180 - 60 (D_2 - D_1) / A = 180 - 60 (0,56 - 0,28) / 0,56 = 150^\circ$$

Ili na ranije opisani način: $\alpha_1 = 180 - 2\beta$, gde je $\beta = \arcsin(R_2 - R_1)/A = \arcsin(0,28 - 0,14)/0,56 = \arcsin 0,25 = 14,5^\circ$ i $\alpha_1 = 180 - 2 \cdot 14,5 = 151^\circ$. Računajući po prvom, približnom obrascu, dobija se razlika od -1° .

Dužina kaiša $L = (R_1 - R_2)\pi + \beta\pi(R_2 - R_1)/90 + 2A \cos \beta = (0,14 + 0,28)\pi + 14,5\pi(0,28 - 0,14)/90 + 2 \cdot 0,56 \cdot 0,9681 = 2,474$ m. Najbliža standardna vrednost je $L = 2500$ mm. Prema tome je tačno međuosno rastojanje

$$A = (1,01L - (R_1 + R_2)\pi - \beta\pi(R_2 - R_1)/90) / (2 \cos \beta) = (1,01 \cdot 2,5 - (0,14 + 0,28)\pi - 14,5\pi(0,28 - 0,14)/90) / (2 \cdot 0,9681) \approx 0,586 \text{ m.}$$

Faktori popravke iznose: $\xi_1 = 0,92$, $\xi_2 = 1$, $\xi_3 = 1$ i $\xi_4 = 1$. Nominalna snaga je

$$P_n = 3,52 \text{ kW (tab. 3.12).}$$

Prema tome je korisna snaga $P_k = \xi_1 P_n + 0,92 \cdot 3,52 = 3,238$ kW i broj kaiševa $z = P_1/P_k = 11/3,238 = 3,39$. Ako se usvoji $z = 3$ vek kaiševa biće nešto kraći, a ako se usvoji $z = 4$, prenosnik će biti nešto predimenzionisan ali će vek kaiševa biti duži.

Broj promena opterećenja ili učestanost $N = 2v/L = 2 \cdot 2,20/2,5 = 16,4 \text{ s}^{-1}$, što je u dopuštenim granicama. Pritisak na vratilo $F = 2F_0 = 2 \cdot P_1/(R_1 \omega_1) = 2 \cdot 11 \cdot 10^3 / (0,14 \cdot 146,6) = 1072 \text{ N}$.

3.2.4 POSEBNA IZVOĐENJA

Trapezni kaiševi mogu imati i drukčije oblike i profile od navedenih, a mogu biti i od drugog materijala. Tako npr. postoje uzani i široki trapezni kaiševi, ozubljeni kaiševi, udubljeni kaiševi itd. Standardom JUS G.E2.063 obuhvaćena su četiri profila uzanih trapezних kaiševa za koje su podaci dati u tab. 3.15.

Tablica 3.15

Nominalne snage uzanih trapezних kaiševa P_n [kW] za obvojni ugao $\alpha = 180^\circ$

Periferna brzina v [m/s]	Oznaka profila				Periferna brzina v [m/s]	Oznaka profila			
	SPZ	SPA	SPB	SPC		SPZ	SPA	SPB	SPC
2	1,03	1,25	2,06	2,87	22	7,21	9,42	13,1	21,5
4	1,77	2,28	3,53	5,3	24	7,51	9,86	13,7	22,2
6	2,5	3,39	5,01	8,02	26	7,8	10,16	14,0	22,8
8	3,17	4,34	6,33	10,30	28	8,1	10,38	14,4	23,1
10	3,83	5,30	7,51	12,44	30	8,32	10,6	14,6	23,3
12	4,49	6,18	8,54	14,35	32	8,46	10,67	14,6	23,1
14	5,08	6,92	9,72	15,97	34	8,54	10,6	14,4	22,8
16	5,67	7,65	10,81	17,52	36	8,61	10,45	14,1	22,2
18	6,18	8,32	11,63	18,92	38	8,54	10,08	13,7	21,3
20	6,7	8,91	12,51	20,31	40	8,54	9,64	13,0	19,9

Napomene uz tablicu 3.15:

1) Osnovne mere preseka pojedinih profila ($b\delta$) su ove: SPZ 9,7,8, SPA 12,7,10, SPB 16,3,13 i SPC 22,18.

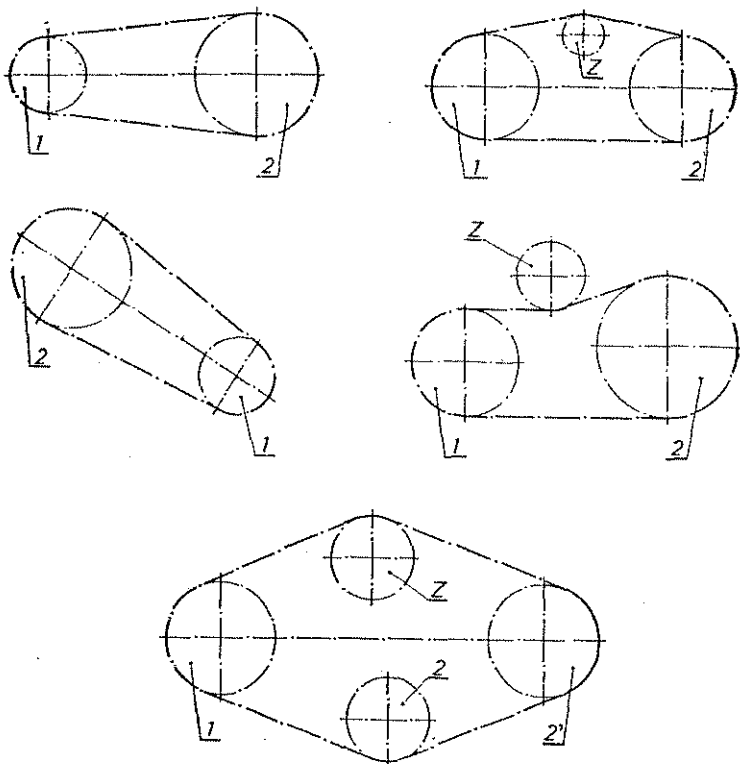
2) Podaci u tablici su podaci koje daju proizvođači iz SR Nemačke.

Kao što se iz tabl. 3.15 vidi glavne osobine uzanih trapezних kaiševa su znatno veća jačina i sposobnost za primenu pri većim brzinama. Dok nominalna snaga za profil C iznosi za brzinu od 20 m/s za standardni trapezni kaiš $P_n = 6,03$ kW (tab. 3.13), nominalna snaga koju prenosi profil SPC, pri istoj brzini je $P_n = 20,31$ kW. Ova razlika još je izrazitija pri brzini od 30 m/s pri kojoj e za profil C snaga $P_n = 4,55$ kW, a za profil SPC $P_n = 23,3$ kW.

4. LANČANI PRENOSNICI

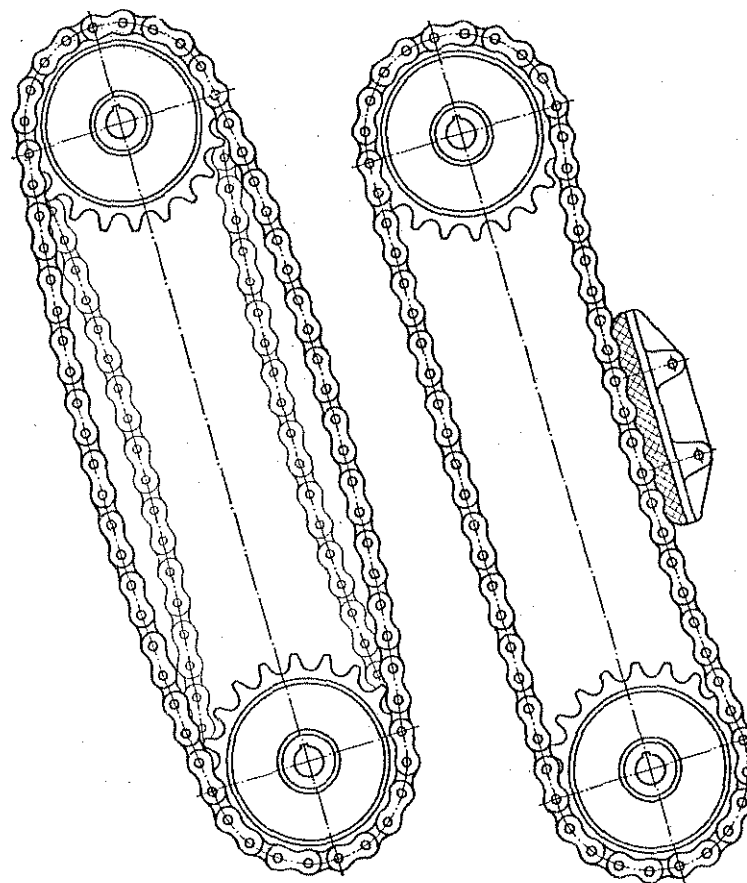
4.1 OPŠTI POGLED

Lančani i kaišni prenosnici spadaju u grupu prenosnika koji za prenošenje snage koriste obvojne elemente: lanac, odn. kaiš. Osnovna karakteristika kaišnog



Sl. 4.1 — SHEME lančanih prenosnika (1 — predajni lančanik, 2- i 2' — prijemni lančanici, Z — lančanik zatezač)

prenosnika je puzanje i klizanje i s tim u vezi izvesna elastičnost prenosnika. U slučaju preopterećenja dolazi do klizanja kaiša po kaišniku, slično frikcionim točkovima. Kod lančanog prenosnika klizanje je onemogućeno jer su lančanici snabdveni zupcima koji zahvataju elemente lanca i prisilno ih pokreću, slično zupčani-



Sl. 4.2 — Lančani prenosnik bez prigušivača oscilacija i sa prigušivačem oscilacija

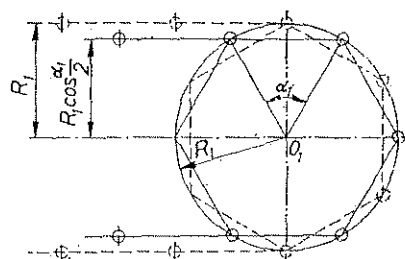
cima kod kojih zupci predajnog zupčanika zahvataju zupce prijemnog zupčanika prisiljavajući ga da se obrće. S tim u vezi prenosni odnos frikcionih prenosnika,

frikcionih točkova i kaišnih prenosnika, je promenljiv zavisno od opterećenja, dok je prenosni odnos zupčanih i lančanih prenosnika konstantan. Različite mogućnosti prenošenja snage primenom lanaca pokazane su na sl. 4.1. Kao što se iz slike vidi lančani zatezači nailaze na primenu slično kaišnicima zatezačima kod kaišnog prenosa. I ovde treba izbegavati pogone sa vučnim ogrankom iznad slobodnog ogranka jer se unmanjuje obvojni ugao. Pogoni sa osama lančanika koje leže u vertikalnoj ravni podležu mogućnosti oscilovanja lanca pa se stoga ne preporučuju. Kod takvih prenosnika stavlja se prigušivač oscilacija (sl. 4.2).

Lančani prenosnici upotrebljavaju se za prenošenje snage u vrlo širokom opsegu (i do 1000 kW) i za periferne brzine $v_{max} \leq 25$ m/s.

Prednosti lančanog prenosnika su: mali gabarit, povoljan stepen iskorišćenja ($\eta = 0,98 \div 0,99$), mali troškovi održavanja, odsustvo klizanja, neosetljivost prema povišenim temperaturama, manje opterećenje vratila, i relativno dug vek.

Među mane lančanog prenosnika mogu se ubrojati: neizbežno habanje elemenata lanca i s tim u vezi povećanje koraka, odn. istezanje lanca. Ova pojava može se otkloniti primenom lančanika zatezača. Mana je i neravnomernost brzine



Sl. 4.3. — Promena poluprečnika predajnog lančanika za vreme rada

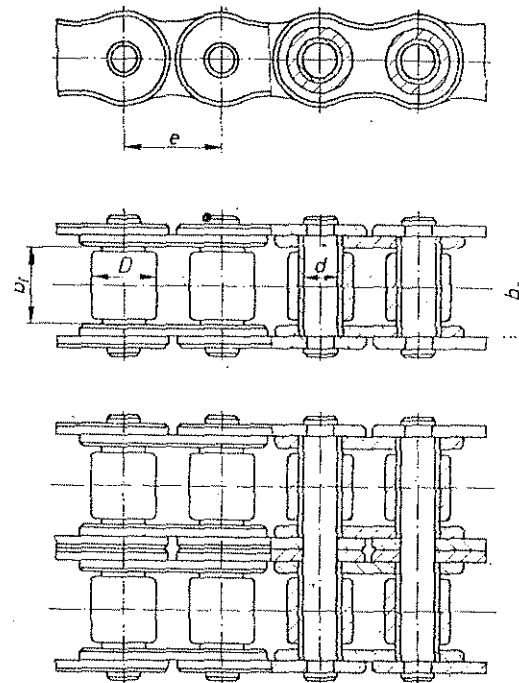
obrtnja prijemnog lančanika u toku jednog obrta koje se javlja kao posledica promenljivosti poluprečnika predajnog lančanika (sl. 4.3), zatim potreba pažljivog razrađivanja i, najzad, mogućnost loma usled zamora elemenata lanca.

4.2 LANCI I LANČANICI

Najčešće se primenjuju lanci sa valjcima (sl. 4.4) i lanci sa zupcima (sl. 4.5); lanci sa čaurama (sl. 4.6) rede se primenjuju zbog jačeg habanja.

Lanac sa valjcima sastoji se od unutrašnjih i spoljašnjih lamela, osovinica, čaura i valjaka. Čaure su upresovane u otvore unutrašnjih lamela, a osovinice u

otvore spoljašnjih lamela. Na čaurama nalaze se valjci (sl. 4.4). Komplet od dve unutrašnje, 2 spoljašnje lamele sa odgovarajućim osovinicama, čaurama i valjcima čini članak. Da bi lanac postao beskrajn treba upotrebiti tzv. spojni članak koji se po obliku razlikuje za slučaj parnog i neparnog broja članaka. Rastojanje osa



Sl. 4.4 — Lanci sa valjcima (gore: jednoredni, dole: dvoredni)

osovinica jednog članka naziva se korakom. Standardni koraci izraženi su u milimetrima i colovima (inch). Zahvaljujući valjcima javlja se prilikom sprezanja lanca sa lančanikom kotrljanje valjaka po bočnim površinama zubaca lančanika.

Lanci sa valjcima izrađuju se kao jednoredni i višeredni, prema potrebi.

Lanci sa čaurama razlikuju se od lanaca sa valjcima po tome što nemaju valjaka. Prilikom sprezanja ovakvih lanaca sa lančanicima javlja se klizanje čaura po bokovima zubaca lančanika.

Tablica 4.1

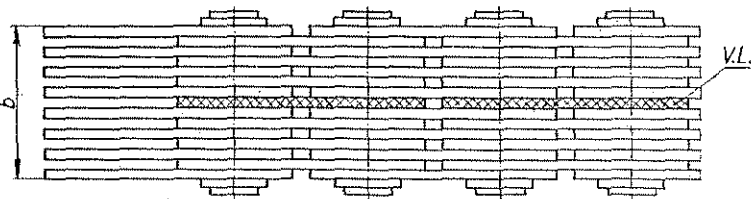
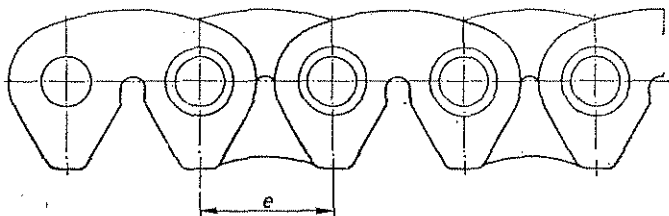
Lanci sa valjcima (valjkasti lanci)

Prema JUS M.CI.821

e [mm]	b ₁ [mm]	b ₂ [mm]	d [mm]	D [mm]	S [cm ²]	F _{max} [kN]			m [kg/m]	e [°]
						I	II	III		
9,525	3,2	6,63	2,8	6	0,14	6,5			0,26	3/8
9,525	5,72	9,53	3,31	6,35	0,28	9,0	16	23	0,41	3/8
12,7	6,4	9,55	3,97	7,75	0,38	15			0,50	1/2
12,7	6,4	9,93	4,45	8,51	0,44	18			0,65	1/2
12,7	7,75	11,28	4,45	8,51	0,50	18	32	46	0,70	1/2
15,875	6,48	12,28	5,08	10,16	0,51	25			0,80	5/8
15,875	9,65	13,26	5,08	10,16	0,67	25	45	65	0,95	5/8
19,05	11,68	15,62	5,72	12,07	0,89	30	54	76	1,25	3/4
25,4	17,02	25,45	8,27	15,88	2,1	65	124	185	2,7	i
31,75	19,56	29,0	10,17	19,05	2,95	100	190	286	3,6	1 1/4
38,1	25,4	33,2	14,63	25,4	5,54	170	324	485	6,7	1 1/2
44,45	30,99	46,58	15,87	27,94	7,4	200	381	571	8,3	1 3/4
50,8	30,99	47	17,8	29,21	8,37	260	495	743	10,5	2
63,5	38,1	55,75	22,87	39,37	12,75	420	800	1200	16,0	2 1/2
76,2	45,75	70,30	29,22	48,26	20,61	600	1140	1700	25,0	3

Napomene uz tablicu 4.1:

- 1) Sa S je obeležena aktivna površina valjka u cm².
- 2) Jačina lanca F_{max} (= sila kidanja lanca) data je za jednoredni, dvoredni i troredni lanac (oznaka I, II i III).
- 3) Značenje oznaka objašnjeno je na sl. 4.4.



Sl. 4.5. — Lanac sa zupcima (V. L. — vodeća lamela)

Lanci sa zupcima imaju lamele sa zupcima čiji radni bokovi zaklapaju ugao od 60°. Da ne dođe do spadanja lanca sa lančanika, lanac ima vodeće lamele (sl. 4.5) koje mogu biti u sredini lanca ili na bočnim stranama lanca. Podaci o lancima sa zupcima dati su u tab. 4.2.

Tablica 4.2

Lanci sa zupcima (zupčani lanci)

Prema DIN 8190

e [mm]	b [mm]	F _M [kN]	m [kg/m]	e [mm]	b [mm]	F _M [kN]	m [kg/m]
12,7 (1/2")	25	14,5	1,3	25,4 (1")	50	87	7,0
	30	18	1,6		65	98	8,5
	40	26	2,1		75	131	10,1
	50	30	2,6		90	140	11,4
15,875 (5/8")	25	16	1,9	38,1 (1 1/2")	65	133	13,2
	30	21	2,4		75	175	15,2
	40	30	3,2		100	235	20,2
	50	35	3,9		125	294	25,0
	65	46	5,1		150	385	30,0
19,05 (3/4")	30	28	3,0	50,8 (2")	75	238	19,5
	40	40	3,8		100	319	25,7
	50	47	4,8		125	399	32,0
	65	63	6,2		150	452	38,2
	75	75	7,4		175	553	44,5

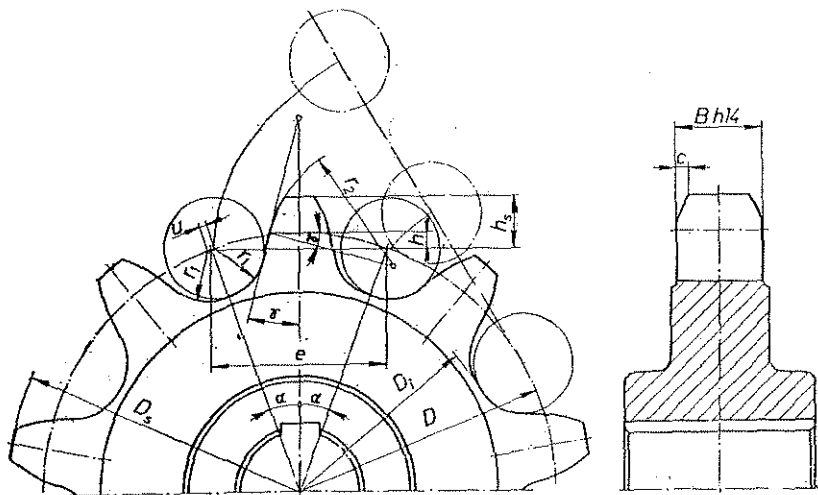
Napomene uz tablicu 4.2:

- 1) Širina b je nominalna širina lanca.
- 2) Podaci o jačini lanca F_M odnose se na lanac od termički neoplemenjenog materijala; za termički oplemenjen materijal lanca jačina lanca povećava se za 40 do 50%.

Materijal lamela najčešće je Č.0645, materijal osovina, čaura i valjaka je čelik za oplemenjivanje (poboljšanje) sa Brinelovim brojem HB = 4,5 GPa, ponekad i čelik za cementaciju Č. 1220.

Lančanici sporohodnih lanaca, mirno opterećenih, najčešće su od sivog liva SL 22, za v=3 m/s; za veće brzine lančanici se prave od modificiranog sivog liva i od termički obradenog čelika tvrdoće zubaca HB=3,7÷4,8 GPa, za prijemne lančanike i HB=4,8÷6 GPa za predajne lančanike. Broj zubaca lančanika zavisi od periferne brzine i iznosi za v<1 m/s: z=8÷10, za v≤4 m/s: z=11÷13, za v≤7 m/s: z=14÷16 i za v≤15 m/s: z=17÷25 za predajne lančanike i z=30÷80 za prijemne lančanike.

Način konstruisanja zubaca lančanika prikazan je na sl. 4.6. Mere za glavčinu i trup lančanika usvajaju se prema uputstvima za kaišnike, odn. zupčanike.



Sl. 4.6. — Konstruisanje zubaca lančanika ($B=0,9 b_1$ v. sl. 4.4, $c=0,255 r_1$, $D=e/\sin \alpha$, $\alpha=180^\circ/z$, $D_i=D-2r_1$, $D_s=e \cotg \alpha + 2 h_s$, $h_s \approx 0,25 e$, $(e=D \sin \alpha) \cdot t=(0,07 \div 0,145) e$, $r_2=(0,8 \pm 0,2) e$ za $z \leq 40$, odn. $r_2 \approx r_1$ za $z > 40$, $\gamma=19^\circ + 3,5^\circ - 3,0^\circ$ za $v > 8$ m/s, odn. $\gamma=15^\circ \pm 2^\circ$ za $v > 12$ m/s).

Međusno rastojanje kreće se u granicama od A_{min} do A_{max} . Najmanje međusno rastojanje iznosi

$$A_{min} = 0,6 (D_1 + D_2) + (0,03 \div 0,05) \text{ [m]}$$

gde su D_1 i D_2 prečnici lančanika u m.

Maksimalno međusno rastojanje je $A_{max}=80 e$, gde je e korak lanca. Lanac radi pod povoljnim uslovima ako je $A=(30 \div 50) e$.

4.3 OPTEREĆENJE LANCA

Vučni ogranak lanca opterećen je perifernom silom F_0 , centrifugalnom silom F_C i težinom lanca F_G . Periferna sila F_0 data je izrazom

$$F_0 = 2 M_0 / D_1 \text{ [N]},$$

gde je M_0 obrtni moment u N m, a D_1 prečnik predajnog lančanika u m.

Centrifugalna sila $F_C = m_1 v^2$ [N], gde je m_1 [kg/m] masa lanca po dužnom metru, v [m/s] periferna brzina lanca.

Težina lanca opterećuje lanac zavisno od položaja osa lančanika. Za slučaj kada je ravan u kojoj leže ose vertikalna, ili skoro vertikalna ($\alpha \geq 70^\circ$), opterećenje lanca sopstvenom težinom dato je izrazom $F_G = mgL$ [kN], gde je m [kg/m] masa lanca po dužnom metru, g [m/s²] ubrzanje sile teže, i L [m] računaska dužina lanca koja opterećuje lanac ($L=A$). Ako ose lančanika leže u horizontalnoj ravni ili su nagnute u odnosu na ovu ravan pod uglom α , opterećenje lanca usled sopstvene težine računa se po obrascu

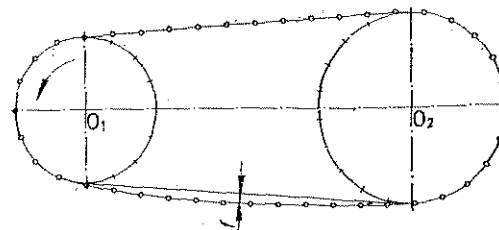
$$F_G = \frac{m_1 g L^2}{8 f} \cos \alpha \text{ [N]},$$

gde je f maksimalni ugib lanca (sl. 4.7). Prema tome je celokupno opterećenje lanca

$$F = F_0 + F_C + F_G \leq F_M.$$

Odnos jačine lanca F_M prema celokupnom opterećenju lanca F je stepen sigurnosti lanca koji se kreće od 7 naviše:

$$v = F_M / F = 7.$$



Sl. 4.7. — Ugib slobodnog ogranaka lanca f

Ako se uzme u obzir uticaj dinamičkih sila koje zavise od karaktera rada prenosnika dovoljno je da stepen sigurnosti bude jednak ili veći od 5.

$$v = F_M / \varphi F = 5.$$

Uticaj dinamičkih sila uzima se u obzir množenjem celokupnog opterećenja faktorom φ koji iznosi za miran rad $\varphi=1$, za rad sa umerenim udarima $\varphi=1,3$ i za rad sa jakim udarima $\varphi=1,5$.

4.4 PRORAČUN

Prenosni odnos lančanog prenosnika $i = n_1/n_2 = z_2/z_1$ je polazni podatak pri proračunavanju. U obrascu su n_1 i n_2 brojevi obrta predajnog i prijemnog vratila, a z_1 i z_2 odgovarajući brojevi zubaca lančanika. Izbor broja zubaca predajnog lančanika z_1 zavisi od prenosnog odnosa i vrste lanca i vrši se na osnovu podataka iznetih u tab. 4.3.

Tablica 4.3

Broj zubaca predajnog lančanika z_1

Vrsta lanca	Prenosni odnos i					
	2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	>6
Lanac s valjcima	27÷31	25÷27	23÷25	21÷23	17÷21	15÷17
Lanac sa zupcima	32÷35	30÷32	27÷30	23÷27	19÷23	17÷19

Napomene uz tablicu 4.3:

1) Minimalni broj zubaca lančanika za lanac s valjcima je $z_{1\min}=9$, a za lančanik za lanac sa zupcima $z_{1\min}=13$.

2) Broj zubaca z_2 lančanika za lanac s valjcima je $z_{2\max}=120$, i lančanika za lanac sa zupcima $z_{2\max}=140$.

Na osnovu usvojenog broja zubaca manjeg lančanika i na osnovu zadanog broja obrta n_1 bira se veličina lanca na osnovu koraka e iz tab. 4.4.

Tablica 4.4

Korak e zavisan od broja obrta n_1 i broja zubaca z_1

Vrsta lanca	z_1	e [mm]						
		12,7	15,875	19,05	25,4	31,75	38,1	50,8
		n_1 [min ⁻¹]						
Lanac s valjcima	15	2300	1900	1350	1150	1000	800	600
	19	2400	2000	1450	1200	1050	850	650
	23	2500	2100	1500	1250	1100	900	650
	27	2550	2150	1550	1300	1100	900	700
	30	2600	2200	1500	1300	1100	900	700
Lanac sa zupcima	17÷35	3300	2650	2200	1650	1300		

Napomena uz tablicu 4.4:

Za lance od čelika za oplemenjivanje dopuštaju se do 25% veći brojevi obrta.

Na osnovu usvojenog koraka lanca i broja zubaca lančanika proračunava se prečnik deonog kruga lančanika

$$D = \frac{e}{\sin(180/z)}$$

i periferna sila

$$F_0 = 2 M_0/D.$$

Međuosno rastojanje usvaja se na osnovu obrasca $A=(30÷50)e$, s tim što A treba da bude unutar ekstremnih vrednosti

$$A_{\min} < A < A_{\max} \text{ (v. čl. 4.2).}$$

Maksimalni ugib vučnog ogranka f kreće se u granicama od 0,02 do 0,025 od A :

$$f = (0,02 \div 0,025) A.$$

Na osnovu izračunatog međuosnog rastojanja A proračunava se stvarno međuosno rastojanje pomoću broja članaka Z , koji mora biti ceo broj:

$$Z = (z_1 + z_2)/2 + (z_2 - z_1) \beta/\pi + 2 A \cos \beta/e,$$

gde je

$$\sin \beta = (D_2 - D_1)/2 A = (z_2 - z_1) e/(2 \pi A) \text{ (v. sl. 4.8).}$$

Sa poznatim brojem članaka Z međuosno rastojanje iznosi

$$A = \frac{Z - (z_1 + z_2)/2 - (z_2 - z_1) \beta/\pi}{2 \cos \beta} e.$$

Stvarno međuosno rastojanje A_s treba da je nešto manje s obzirom na potrebni ugib lanca koji povoljno utiče na ravnomernost pogona i na smanjivanje udara, $A_s=(0,996 \div 0,998) A$.

Za ovako proračunati lanac treba proveriti stepen sigurnosti i pritisak između osovinica i čaura $p=F/S$, gde je F celokupno opterećenje, a S aktivna površina merodavna za proračun (v. tab. 4.1). Ovaj specifični površinski pritisak mora biti manji od dopuštenog specifičnog površinskog pritiska p_a , koji zavisi od periferne brzine lanca i broja zubaca lančanika z_1 . Podaci za pritisak p_a dati su u tab. 4.5.

Opterećenje vratila računa se po obrascu

$$F = F_0 + 2 F_G,$$

gde je F_0 periferna sila, a F_G težina lanca koja odgovara računskoj dužini lanca (v. čl. 4.3).

Primer 4.1: Proračunati lančani prenosnik za lanac s valjcima za ove radne uslove: $P_2=15$ kW, $n_1=1500$ min⁻¹, $i=5$, za slučaj pogona s jakim udarima.

Iz tablice 4.3 usvaja se broj zubaca $z_1=23$; broj zubaca $z_2=i z_1=5 \cdot 23=115$.

Veličina lanca nalazi se u tablici 4.4 zavisno od broja zubaca z_1 i broja obrta n_1 . Za $z_1=23$ i $n_1=1500$ min⁻¹ dobija se $e=19,05$ mm. Za jednostruki lanac vidi se da je $F_M=30$ kN (tab. 4.1).

Prečnik lančanika $D_1=e/\sin(180/z_1)=0,01905/\sin 7,82^\circ=0,14$ m. Periferna sila $F_0=2 M_0/D_1=2 \cdot P_1/(D_1 \omega_1)=2 \cdot P_2/(D_1 \omega_1 \eta)=2 \cdot 15 \cdot 10^3/(0,14 \cdot 157 \cdot 0,98)=1392$ N; ovde je $\omega_1=n_1 \pi/30=1500 \pi/30=157$ rad.s⁻¹.

Međuosno rastojanje $A=(30 \div 50) \cdot e$. Ako se usvoji $A=40 \cdot e=40 \cdot 0,01905=0,762$ m biće broj članaka $Z=(z_1+z_2)/2+(z_2-z_1) \beta/\pi+2 A \cos \beta/e=(23+115)/2+(115-23) \cdot 21,5/180+2 \cdot 0,762 \cdot 0,9304/0,01905=154$. Ovde je ugao $\beta=21,5^\circ$, što se dobija iz obrasca za $\sin \beta: \sin \beta=(z_2-z_1) e/(2 \pi A)=(115-23) \cdot 0,01905/(2 \pi \cdot 0,762)$, odakle je $\beta=21,5^\circ$, i $\cos \beta=0,9304$. Lanac sa 154 članaka ima stvarno međuosno rastojanje $A_s=0,996 (Z-(z_1+z_2)/2-(z_2-z_1) \beta/\pi)/e/(2 \cos \beta)=0,006 [(154-(23+115)/2)-(115-23) \cdot 21,5/180] \cdot 0,01905/(2 \cdot 0,9304)=0,755$ m.

Tablica 4.5
Dopušteni specifični površinski pritisak P_a [MPa]

Prema DIN 8495

v [m/s]	Broj zuba z_1																			
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
0,1	31,9	31,9	31,9	32,0	32,0	32,1	32,4	32,6	32,6	32,6	32,7	33,1	33,1	33,1	33,5					
0,2	28,5	29,8	30,6	30,7	30,8	30,8	31,0	31,0	31,0	31,0	31,3	31,6	31,8	32,1	32,5					
0,4	26,4	27,6	28,1	28,8	29,0	29,2	29,5	29,7	29,9	30,0	30,2	30,3	30,5	30,8	31,1					
0,6	24,6	25,6	26,6	27,3	27,6	27,9	28,3	28,4	28,7	28,9	29,0	29,2	29,6	30,0	30,3					
0,8	22,9	24,3	25,0	25,8	26,2	26,7	27,1	27,3	27,6	27,8	28,1	28,3	28,9	29,1						
1,0	21,7	23,1	23,8	24,6	25,2	25,9	26,1	26,4	26,9	27,2	27,3	27,6	28,0	28,2	28,5					
1,5	19,0	20,4	21,6	22,5	23,2	23,8	24,5	24,8	25,1	25,4	25,7	26,0	26,3	26,5	26,7					
2,0	17,0	18,4	19,7	20,6	21,5	22,2	22,6	23,2	23,7	24,1	24,4	24,7	25,0	25,3	25,6					
2,5	15,4	16,9	18,3	19,3	20,2	20,9	21,3	21,9	22,3	22,7	23,1	23,5	23,9	24,2	24,6					
3,0	13,9	15,5	16,8	17,9	18,9	19,8	20,4	20,9	21,3	21,7	22,1	22,5	22,8	23,2	23,5					
4,0	11,6	13,3	14,7	15,9	17,0	17,8	18,5	19,1	19,5	20,0	20,4	20,8	21,1	21,5	21,8					
5,0	9,5	11,3	13,0	14,2	15,2	16,2	17,0	17,7	18,2	18,7	19,1	19,4	19,8	20,1	20,5					
6,0		9,7	11,3	12,8	13,9	15,0	15,8	16,5	16,9	17,3	17,8	18,2	18,6	19,0	19,3					
7,0			9,8	11,2	12,6	13,8	14,6	15,3	15,9	16,3	16,8	17,2	17,6	18,0	18,4					
8,0				10,0	11,4	12,5	13,6	14,3	15,0	15,5	15,9	16,4	16,8	17,2	17,5					
10,0					9,3	10,7	11,7	12,6	13,3	13,9	14,3	14,7	15,2	15,6	15,9					
12,0						9,0	10,1	11,2	12,0	12,6	13,1	13,6	14,0	14,3	14,7					
15,0							8,0	9,3	10,1	10,8	11,4	11,9	12,4	12,9	13,2					
18,0								7,5	8,3	9,1	9,7	10,3	10,9	11,4	11,8					
21,0									6,8	7,7	8,3	9,0	9,6	10,1	10,5					
24,0										5,1	6,0	6,8	7,5	8,2	8,8					

Napomene uz tablicu 4.5:

- 1) Podaci u tablici važe za međuosno rastojanje $A=40e$, prenosni odnosi $i=3$, za miran pogon, odlično podmazivanje i vek od 10000 časova.
- 2) Vrednosti ispod debelo izvučene linije po mogućnosti izbegavati.
- 3) U slučaju rada pod težim radnim uslovima, npr. u pogonu motornih vozila, vek trajanja lanca biće kraći.

Sa ovim vrednostima dobija se, za $v_2=D_1 \pi n/60=0,14 \cdot \pi \cdot 1500/60=11$ m/s: $F_C=m v^2=$
 $=1,25 \cdot 11^2=151$ N i $F_G=m g L^2/(8l)=1,25 \cdot 9,81 \cdot 0,755^2/(8 \cdot 0,02 \cdot 0,755)=58$ N, pa je celokupno opterećenje lanca $F=F_0+F_C+F_G=1392+151+58=1601$ N. Prema tome je stepen sigurnosti

$$v = F_M/(\varphi F) = 30 \cdot 10^3 / (1,5 \cdot 1601) = 12,5,$$

što zadovoljava.

Provera specifičnog površinskog pritiska pokazuje, međutim, da je $p = \varphi F/S = 1,5 \cdot 1601 / (0,89 \cdot 10^{-4}) = 27,1$ MPa što je veće od dopuštene vrednosti $p_a = 14,6$ MPa (v. tab. 4.5). Ova provera pokazuje da treba usvojiti dvostruki lanac koraka $e=19,05$ mm za koji je $p_a=2 \cdot 14,6=29,2$ MPa. Za ovakav prenosnik sa dvostrukim lancem je $F_M=54$ kN (v. tab. 4.1), tako da je stepen sigurnosti

$$v = F_M/(\varphi F) = 54 \cdot 10^3 / (1,5 \cdot 1810) = 19,9.$$

Ovde je

$$F = F_0 + 2 F_C + 2 F_G = 1392 + 2 \cdot 151 + 2 \cdot 58 = 1810$$
 N.

4.5 PODMAZIVANJE

Za ispravan rad lančanog prenosnika potrebno je da bude obezbeđeno odgovarajuće podmazivanje. Način podmazivanja zavisi od periferne brzine. Za brzine do 4 m/s zadovoljava podmazivanje mašču. Podmazivanje kapanjem, sa određenim brojem kapi na minut upotrebljava se do brzine od 7 m/s; broj kapi kreće se od 5 do 20 na minut. Pri većim brzinama primenjuje se podmazivanje potapanjem. Donji ogranak lanca potopljen je u mazivo najviše do visine lamela, u protivnom dolazi do preteranog mučkanja i preranog starenja ulja. Najbolji način podmazivanja pri većim brzinama je podmazivanje pod pritiskom kod koga se ulje pomoću brizgaljke dovodi između lančanika i lanca na mestu gde slobodni ogranak nailazi na prijemni lančanik. Podmazivanje pod pritiskom izvodi se kao cirkulaciono sa ugrađenim hladnjakom i ostalom potrebnom armaturom. Viskoznost maziva na radnoj temperaturi treba da se kreće od 0,02 do 0,035 Pa.s (srednje mašinsko ulje).

5. PRORAČUN ZUPČANIKA PREMA STANDARDU DIN 3990/70

5.1 UVODNA RAZMATRANJA

U ovom udžbeniku, na 108. strani navodi se da postoji niz raznih obrazaca za proračunavanje zupčanika. Uz proračun koji je objašnjen u poglavlju 2.3. i dalje najprihvatljiviji je metod proračunavanja prema standardu DIN 3990/70, koji je poslužio kao osnova za preporuku ISO/R 701, koja se odnosi na proračun zupčanika. U daljem tekstu biće prikazan ovaj način proračunavanja. Osnova proračuna prema DIN 3990/70 su proračuni prema Lujisu, na osnovu napona u korenu zubaca, odnosno prema Hercu, na osnovu nosivosti bokova zubaca.

Oznake upotrebljene u ovom poglavlju su oznake predložene sa strane Komiteta ISO/TC 60. Radi lakšeg praćenja teksta dat je uporedni pregled oznaka upotrebljenih u prvom delu knjige i u poglavlju 5.

Oznaka u prvom delu knjige	Oznaka ISO	Značenje oznake
f	c	Temeni zazor (str. 30)
D	d	Prečnik deonog kruga
—	f_{pe}	Geška u koraku prilikom sprezanja
l_0	g_α	Aktivna dužina dodirnice (sl. 2.36)
y	h_F	Krak sile koja napreže podnožje zupca na savijanje (sl. 2.55)
m_a	m_t	Bočni modul
e	p	Korak
x	s_{nF}	Debljina zupca u kritičnom presku (sl. 2.55)
v	v	Obimna brzina na deonom krugu
z_n	z_n	Fiktivni broj zubaca helikoidnih zupčanika
z_c	z_v	Računski broj zubaca kod koničnih zupčanika
F_N	F_{bn}	(Nominalna) sila normalna na dodirnu liniju
F_n	F_{bt}	(Nominalna) sila normalna na zubac u bočnom presku
F_0	F_t	(Nominalna) obimna sila na deonom krugu u bočnom preseku
P	P	Snaga
M	T	(Nominalni) obrtni moment

Oznaka u prvom delu knjige	Oznaka ISO	Značenje oznake
Φ	Y_F	Faktor oblika zupca
ξ_β	Y_β	Faktor ugla nagiba helikoidnih zubaca
ξ_{-1}	Y_e	Faktor stepena sprezanja
φ	K_1	Faktor radnih uslova (faktor neravnomernosti rada)
ξ_k	K_L	Faktor koji uzima u obzir uticaj maziva
α	α	Ugao dodirnice na deonom krugu
$1-\varphi$	α_{nF}	Napadni ugao sile pri određivanju faktora oblika zupca (sl. 2.55)
β	β	Ugao nagiba helikoidnih zubaca na deonom cilindru
—	β_d	Ugao nagiba helikoidnih zubaca na osnovnom cilindru
δ	δ	Ugao deonog konusa
ε	ε_α	Stepen sprezanja
ε_β	ε_β	Dopunski stepen sprezanja helikoidnih zubaca
σ_f	σ_F	Napon u korenu zupca
p	σ_H	Hercov pritisak u centralnoj tački
—	Σ	Ugao koji zaklapaju ose zupčanika

Uporedni pregled indeksa		
Oznaka u prvom delu knjige	Oznaka ISO	Značenje oznake indeksa
—	—	Bez indeksa znači da se odnosi na deoni krug
s	a	Odnosi se na temeni krug
o	b	Odnosi se na osnovni krug
N	bn	Odnosi se na normalni presek upravan na dodirnu liniju
s	t	Odnosi se na bočnu ravan (bočni presek)
c	v	Odnosi se na dopunski konus
d	w	Odnosi se na dodirni krug
f	F	Odnosi se na naprezanje podnožja zupca
—	H	Odnosi se na izdržljivost zupca na gnječenje
—	M	Odnosi se na materijal

Sam navedenih oznaka postoje i specifične oznake koje se javljaju u obrascima za proračunavanje zupčanika. Neke oznake nisu upotrebljene u daljem tekstu.

5.2 STATIČKI PRORAČUN CILINDRIČNIH ZUPČANIKA

U tzv. statičkom proračunu, tj. proračunu na osnovu napona savijanja u korenu zubaca javlja se devet faktora i to:

- Y_F — faktor oblika (tab. 5.1),
- Y_β — faktor ugla nagiba helikoidnih zubaca (tab. 2.14),
- Y_e — faktor kraka opterećenja (faktor stepena sprezanja),
- K_1 — faktor radnih uslova (faktor neravnomernosti rada),
- K_v — faktor unutrašnjih dinamičkih opterećenja,

$K_{F\alpha}$ — faktor podele opterećenja na dva susedna jednovremeno spregnuta zupca,

$K_{F\beta}$ — faktor podele opterećenja uzduž zubaca,

Y_S — faktor koncentracije napona, i

$K_{F\chi}$ — faktor veličine objekta.

Faktor oblika Y_F određuje se na osnovu ugla od 60° , usisanog u profil zupca radi određivanja kritičkog preseka (sl. 2.55). Ovaj faktor razlikuje se od faktora oblika Φ i iznosi približno $Y_F \approx \Phi/\pi$. Podaci o faktoru oblika Y_F dati su u tablici 5.1.

Tablica 5.1

Faktor oblika Y_F zavisno od broja zubaca z i faktora korekture x za zupce izradene alatom koji odgovara standardnom profilu temene visine $1,25 m_n$, poluprečnika prelaznog zaobljenja bočne konture u temenu konturu alata $\rho=0,25 m_n$

z	$x=-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$	0	+0,1	+0,2	+0,3	+0,4
8							3,78	3,32	2,98	
9							3,50	3,13	2,83	
10							3,67	3,30	2,98	2,725
11							3,475	3,15	2,875	2,65
12						3,66	3,325	3,03	2,78	2,58
13						3,49	3,20	2,93	2,72	2,525
14					3,72	3,36	3,10	2,855	2,66	2,48
15					3,56	3,25	3,01	2,785	2,60	2,44
16					3,45	3,16	2,94	2,73	2,565	2,42
17				3,64	3,35	3,08	2,88	2,68	2,53	2,39
18				3,53	3,26	3,02	2,825	2,64	2,50	2,37
19			3,71	3,43	3,18	2,96	2,78	2,61	2,475	2,35
20			3,62	3,35	3,12	2,91	2,74	2,58	2,45	2,33
21			3,535	3,28	3,07	2,875	2,70	2,55	2,425	2,315
22			3,45	3,21	3,01	2,83	2,67	2,525	2,41	2,30
23		3,64	3,375	3,15	2,97	2,79	2,635	2,50	2,385	2,285
24		3,54	3,30	3,09	2,92	2,75	2,605	2,48	2,375	2,275
25		3,46	3,25	3,04	2,88	2,72	2,58	2,46	2,365	2,265
30	3,36	3,18	3,01	2,85	2,72	2,60	2,48	2,38	2,35	2,225
35	3,13	2,985	2,85	2,72	2,615	2,51	2,415	2,33	2,265	2,195
40	3,00	2,86	2,74	2,63	2,54	2,45	2,37	2,295	2,23	2,177
50	2,78	2,675	2,58	2,50	2,43	2,37	2,295	2,245	2,195	2,15
60	2,65	2,57	2,485	2,42	2,37	2,315	2,255	2,215	2,175	2,135
70	2,56	2,48	2,425	2,37	2,32	2,275	2,225	2,19	2,155	2,125
80	2,50	2,43	2,38	2,325	2,29	2,245	2,20	2,175	2,14	2,12
90	2,45	2,39	2,34	2,295	2,27	2,225	2,18	2,165	2,13	2,11
100	2,40	2,35	2,315	2,27	2,24	2,21	2,175	2,15	2,125	2,10
150	2,28	2,25	2,225	2,19	2,17	2,15	2,13	2,115	2,10	2,085
200	2,23	2,21	2,185	2,17	2,16	2,15	2,135	2,12	2,11	2,095
300	2,18	2,16	2,145	2,13	2,12	2,11	2,105	2,095	2,085	2,07
400	2,15	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,095	2,085	2,08	2,067
∞	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065

Tablica 5.1 (nastavak)

z	$x=+0,5$	+0,6	+0,7	+0,8	+0,9	+1,0	+1,1	+1,2	+1,3	+1,4
8	2,69	2,46								
9	2,60	2,40	2,22							
10	2,52	2,34	2,18							
11	2,46	2,30	2,16	2,05						
12	2,415	2,26	2,14	2,04						
13	2,375	2,235	2,12	2,03	1,96					
14	2,34	2,215	2,11	2,025	1,95					
15	2,31	2,197	2,10	2,02	1,95	1,89				
16	2,28	2,18	2,09	2,02	1,95	1,89				
17	2,26	2,17	2,08	2,01	1,95	1,89	1,85			
18	2,25	2,16	2,075	2,01	1,95	1,895	1,86			
19	2,24	2,15	2,072	2,01	1,95	1,90	1,87	1,83		
20	2,23	2,14	2,07	2,005	1,95	1,90	1,87	1,83		
21	2,22	2,13	2,068	2,00	1,95	1,90	1,87	1,84	1,82	
22	2,21	2,125	2,065	2,00	1,95	1,91	1,875	1,84	1,825	
23	2,20	2,122	2,06	2,00	1,95	1,915	1,88	1,85	1,83	
24	2,19	2,12	2,055	2,00	1,95	1,916	1,885	1,86	1,835	1,825
25	2,18	2,115	2,05	2,00	1,96	1,93	1,90	1,88	1,85	1,85
30	2,16	2,095	2,045	2,00	1,96	1,93	1,905	1,88	1,865	1,85
35	2,135	2,085	2,035	2,005	1,965	1,94	1,92	1,88	1,865	1,875
40	2,126	2,08	2,04	2,01	1,97	1,95	1,925	1,905	1,90	1,89
50	2,11	2,07	2,04	2,015	1,972	1,95	1,93	1,935	1,92	1,91
60	2,10	2,069	2,035	2,02	1,995	1,96	1,965	1,95	1,935	1,925
70	2,09	2,068	2,035	2,022	1,995	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94
80	2,085	2,067	2,038	2,026	2,00	1,99	1,98	1,97	1,961	1,95
90	2,082	2,066	2,039	2,028	2,01	1,995	1,985	1,975	1,965	1,96
100	2,08	2,065	2,04	2,035	2,015	2,005	1,99	1,985	1,97	1,965
150	2,075	2,064	2,04	2,035	2,025	2,02	2,015	2,00	1,995	1,98
200	2,07	2,063	2,045	2,04	2,03	2,025	2,02	2,015	2,01	2,00
300	2,067	2,063	2,05	2,045	2,04	2,025	2,03	2,025	2,022	2,02
400	2,066	2,063	2,055	2,05	2,045	2,04	2,038	2,036	2,033	2,03
∞	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065	2,065

Napomena uz tablicu 5.1:

Pri proračunu helikoidnih zupčanika podatak za faktor oblika Y_F zavisni od broja zubaca z_n , a pri proračunu koničnih zupčanika od broja zubaca z_v .

Radi određivanja računskog napona u korenu zupca potrebno je da se merodavno opterećenje po jedinici dužine zupca pomnoži faktorima Y_F , Y_β i Y_e . Računski napon σ_F proračunava se po obrascu

$$\sigma_F = \frac{w_{Fl}}{m_n} \cdot Y_F \cdot Y_\beta \cdot Y_e \leq \sigma_{FP} [\text{Pa}], \quad (1)$$

gde je σ_{FP} redukovana dinamička izdržljivost pri čisto jednosmernom promenljivoj opterećenju na savijanje podeljena stepenom sigurnosti S_F . Dopušteni napon σ_{FP}

se dobija kada se dinamička izdržljivost $\sigma_{F_{lim}}$ pomnoži faktorima Y_S i K_{FX} i dobiena vrednost podeli minimalnom vrednošću stepena sigurnosti S_{Fmin} :

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F_{lim}}}{S_{Fmin}} \cdot Y_S \cdot K_{FX}$$

Merodavno opterećenje w_{Fi} dobija se množenjem nominalnog opterećenja po jedinici dužine zupca F_t/b faktorom radnih uslova K_I , faktorom unutrašnjih dinamičkih opterećenja K_v , faktorom podele opterećenja na dva susedna jednovremeno spregnuta zupca $K_{F\alpha}$ i faktorom podele opterećenja uzduž zupca $K_{F\beta}$

$$w_{Fi} = \frac{F_t}{b} \cdot K_I \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$

Faktori K_I , K_v i $K_{F\alpha}$ usvajaju se prema preporukama standarda DIN 3990/70 na osnovu podataka iz literature navedene u uvodnom delu standarda.

Faktor K_I odgovara faktoru neravnomernosti ϕ (str. 108) i podaci za ovaj faktor mogu se usvajati kao i za faktor ϕ .

Faktor K_v zavisi od kvaliteta izrade, obimne brzine i vrste zupčanika (v. tab. 5.2) i veći je za zupčanike s pravim zupcima, a manji za zupčanike s helikoidnim zupcima. Za obe vrste zupčanika povećava se s porastom brzine, a opada sa finoćoj kvaliteta izrade. Za male brzine, do 3 m/s, i za kvalitet izrade 4 ili 5, faktor K_v ima vrednost blisku jedinici, a pri većim brzinama, odn. grubim kvalitetima izrade može biti veći i od 1,55.

Faktor $K_{F\alpha}$ zavisi od stepena sprezanja, kvaliteta izrade (grešaka u koraku) i opterećenja. Pomoćni faktor za njegovo izračunavanje iznosi približno

$$q_L = 0,4 \cdot [1 + (f_{pe} - 2)/(10^{-4} \cdot F_t/b)],$$

gde je F_t ozimna sila u N, b dužina zupca u m, a f_{pe} greška u koraku, njena prosečna vrednost, dobijena kao zbir grešaka jednog i drugog spregnutog zupčanika merena je u μ m.

Ako je q_L manje od 0,5 za q_L se usvaja vrednost 0,5, a ako je q_L veće od jedan usvaja se da je $q_L=1$. Za stepen sprezanja $\epsilon_\alpha \leq 2$ i $q_L > 1/\epsilon_\alpha$ faktor $K_{F\alpha} = q_L \cdot \epsilon_\alpha$, a za $q_L \leq 1/\epsilon_\alpha$ faktor $K_{F\alpha} = 1$. Za $\epsilon_\alpha > 2$ faktor $K_{F\alpha}$ izračunava se po obrascu

$$K_{F\alpha} = 1 + 2 \cdot (q_L - 0,5) \cdot (\epsilon_\alpha - 1).$$

Faktor $K_{F\beta}$ zavisi od odnosa b/d_1 , gde je b dužina zupca a d_1 prečnik deonog kruga manjeg zupčanika, i od nagiba elastične linije vratila na mestu zupčanika. Ovaj nagib zavisi od položaja zupčanika u odnosu na ležišta i od krutosti vratila. Orijentacioni podaci za faktor $K_{F\beta}$ dati su u tab. 5.3.

Za male odnose b/d_1 faktor $K_{F\beta}$ jednak je jedan pod uslovom da su ležišta simetrično raspoređena. Međutim za velike vrednosti odnosa b/d_1 ovaj faktor uvek je veći od jedan.

Tablica 5.2. (nije data u DIN 3990/70)

Faktor unutrašnjih dinamičkih opterećenja K_v

Kvalitet izrade		Obimna brzina zupčanika v [m/s]					
A	B	do 1	1 ÷ 3	3 ÷ 8	8 ÷ 12	12 ÷ 18	18 ÷ 25
Zupčanici sa pravim zupcima							
4 ÷ 5		1	1	1,15	1,25		
6 ÷ 7	4 ÷ 5	1	1,15 ÷ 1,2	1,3 ÷ 1,4	do 1,5		
8 ÷ 9	6 ÷ 7	1	1,3 ÷ 1,4	1,5 ÷ 1,55			
10 ÷ 11	8 ÷ 9	1,1	1,4 ÷ 1,45				
Zupčanici sa helikoidnim zupcima							
4 ÷ 5		1	1	1	1,0 ÷ 1,1	1,1 ÷ 1,2	1,2 ÷ 1,3
6 ÷ 7	4 ÷ 5	1	1	1	1,1 ÷ 1,2	1,2 ÷ 1,3	1,3 ÷ 1,4
8 ÷ 9	6 ÷ 7	1,1	1,1	1,2 ÷ 1,3			
10 ÷ 11	8 ÷ 9	1,2	1,25	1,3 ÷ 1,4			

Napomena uz tablicu 5.2:

Kolona A odnosi se na cilindrične, a kolona B na konične zupčanike. Većim tvrdoćama bokova zubaca odgovaraju manje vrednosti faktora K_v i obrnuto. Pri tom je granična vrednost Brinelovog broja $HB=3,5$ GPa.

Tablica 5.3 (nije data u DIN 3990/70)

Faktor podele opterećenja uzduž zubaca $K_{F\beta}$

Odnos b/d_1	Položaj zupčanika u odnosu na ležišta			
	A	B	C	D
0,2	1	1	1,03 ÷ 1,05	1,08 ÷ 1,15
0,4	1	1,02 ÷ 1,04	1,05 ÷ 1,10	1,12 ÷ 1,22
0,6	1,02 ÷ 1,03	1,04 ÷ 1,08	1,08 ÷ 1,16	1,16 ÷ 1,32
0,8	1,03 ÷ 1,06	1,07 ÷ 1,13	1,11 ÷ 1,22	—
1,0	1,05 ÷ 1,10	1,09 ÷ 1,18	1,15 ÷ 1,30	—
1,2	1,07 ÷ 1,14	1,12 ÷ 1,24	1,18 ÷ 1,36	—
1,4	1,10 ÷ 1,19	1,15 ÷ 1,30	1,23 ÷ 1,45	—
1,6	1,20 ÷ 1,25	1,18 ÷ 1,36	1,28 ÷ 1,55	—

Napomena uz tablicu 5.3:

Položaj A znači da su ležišta simetrično raspoređena, B da je položaj ležišta asimetričan, C kao pod (B) s tim što je krutost vratila manja, i D da je zupčanik na prepustu vratila. Manje vrednosti faktora $K_{F\beta}$ odnose se mekše bokove zubca i obrnuto. Granična vrednost Brinelovog broja je $HB=3,5$ GPa.

Faktor koncentracije napona Y_S zavisi od poluprečnika zaobljenja pri korenu zupca i za vrednosti poluprečnika zaobljenja na vrhu alata $\rho=0,25 m_n$ jednak je jedan. Faktor K_{FX} predviđen je da se pomoću njega uzme u obzir tzv. veličina objekta, tj. razlika u razmerama eksperimentalnih i stvarnih zupčanika (v. 5.4). Za izbor faktora Y_S i K_{FX} ne daju se u standardu DIN 3990, bar za sada, nikakve sugestije i u svim primerima datim u samom standardu usvojene su vrednosti jedan za oba ova faktora.

Prema tome, provera stepena sigurnosti vrši se na taj način što se na osnovu poznatih podataka o zupčaniku i podataka o opterećenju izračuna napon u korenu zupca i potom, na osnovu podataka o materijalu, proveri stepen sigurnosti S_F .

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot K_I \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F \cdot Y_\beta \cdot Y_\epsilon, \quad (6)$$

pa je

$$S_F = \frac{\sigma_{F\lim} \cdot Y_S \cdot K_{FX}}{\sigma_F} \quad (7)$$

Podaci o materijalu nalaze se u tablici 5.4.

Tablica 5.4

Podaci o dinamičkim izdržljivostima $\sigma_{F\lim}$ i $\sigma_{H\lim}$ [MPa]

Redni broj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\sigma_{F\lim}$	50	55	60	150	170	170	190	200	220	170	200
$\sigma_{H\lim}$	270	290	310	340	420	190	340	400	460	440	590
Redni broj	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$\sigma_{F\lim}$	220	260	270	290	320	320	460	480	500	500	270
$\sigma_{H\lim}$	620	650	600	670	740	1600	1630	1630	1630	1630	1100

Napomena uz tablicu 5.4:

Redni brojevi u tablici identični su sa rednim brojevima iz tablice 2.9 i odnose se na materijale iz tablice 2.9.

5.3 PRORAČUN IZDRŽLJIVOSTI ZUBACA NA GNJEČENJE

Proračun izdržljivosti zubaca na gnječenje zasniva se na Hercovom obrascu (v. str. 112 i dalje). Hercov pritisak σ_H , za zupce u kinematskom polu, dobija se pomoću obrasca

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{w_{Ht}}{d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon \leq \sigma_{HP}, \quad (8)$$

- gde je: w_{Ht} [N/m] — merodavno opterećenje po jedinici dužine zupca,
 d_1 [m] — prečnik deonog kruga manjeg zupčanika,
 u — odnos broja zubaca većeg prema broju zubaca manjeg zupčanika,
 Z_H — faktor oblika spregnutih zubaca (tab. 5.5),
 Z_M [(Pa)^{1/2}] — faktor materijala,
 Z_ϵ — faktor stepena spreznja, i
 σ_H [Pa] — dopuštena vrednost Hercovog pritiska.

Merodavno opterećenje po jedinici dužine w_{Ht} dobija se množenjem nominalnog jediničnog opterećenja F_t/b faktorom radnih uslova, faktorom unutrašnjih dinamičkih opterećenja, faktorom podele opterećenja na parove jednovremen spregnutih zubaca $K_{H\alpha}$, i faktorom podele opterećenja uzduž zubaca $K_{H\beta}$. Prema tome je

$$w_{Ht} = (F_t/b) \cdot K_I \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}. \quad (9)$$

Faktor oblika spregnutih zubaca Z_H zavisi od zbira brojeva zubaca, zbira faktora korekture i ugla β . Faktor materijala Z_M zavisi od srednjeg modula elastičnosti (v. str. 113) i iznosi $Z_M = \sqrt{0,35 \cdot E}$ [√Pa]. Faktor stepena spreznja za zupčanike sa pravim zupcima $Z_\epsilon = \sqrt{(4-\epsilon_\alpha)/3}$, i za zupčanike sa helikoidnim zupcima, za $\epsilon_\beta \geq 1$ iznosi $Z_\epsilon = \sqrt{\cos \beta_b / \epsilon_\alpha}$, gde je β_b ugao nagiba helikoide na osnovnom cilindru. Za $\epsilon_\beta < 1$ faktor $Z_\epsilon = \sqrt{[(4-\epsilon_\alpha) \cdot (1-\epsilon_\beta)/3 + (\epsilon_\beta/\epsilon_\alpha)] \cdot \cos \beta_b}$, dok je za sve vrste koničnih zupčanika $Z_\epsilon = 1$.

Značenje faktora K_I i K_v objašnjeno je u odeljku 5.2.

Faktor $K_{H\alpha}$ zavisi od pomoćnog faktora q_L i od faktora stepena spreznja Z_ϵ .

$$K_{H\alpha} = 1 + 2 \cdot (q_L - 0,5) \cdot (Z_\epsilon^{-2} - 1) \quad (10)$$

Podaci za faktor $K_{H\beta}$ mogu se usvajati iz tab. 5.3 za faktor $K_{F\beta}$.

Dopuštena vrednost Hercovog pritiska σ_{HP} dobija se redukovanjem dinamičke izdržljivosti zubaca na gnječenje $\sigma_{H\lim}$ (v. tab. 5.4) pomoću faktora maziva K_L , faktora veličine objekta K_{HX} , faktora kvaliteta obradene površine Z_R i faktora brzine Z_v , uz uzimanje u obzir stepena sigurnosti prema pojavama stvaranja jamica (pitting) $S_{H\min}$. Prema tome je

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H\lim}}{S_{H\min}} \cdot K_L \cdot K_{HX} \cdot Z_R \cdot Z_v. \quad (11)$$

Tablica 5.5

Faktor oblika spregnutih bokova Z_H , zavisno od ugla β_ϵ i odnosa $(x_1+x_2)/(z_1+z_2)$

β°	$(x_1+x_2)/(z_1+z_2)$												
	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	
0		1,982	1,764	1,639	1,562	1,50	1,452	1,41	1,377	1,347	1,322	1,30	1,273
5		1,97	1,760	1,635	1,56	1,497	1,45	1,408	1,37	1,345	1,32	1,294	1,27
10		1,94	1,74	1,626	1,55	1,49	1,44	1,402	1,365	1,335	1,315	1,293	1,265
15		1,895	1,715	1,605	1,535	1,474	1,425	1,39	1,358	1,325	1,305	1,285	1,255
20		1,835	1,675	1,577	1,505	1,45	1,405	1,35	1,34	1,31	1,29	1,27	1,24
25	2,05	1,76	1,63	1,54	1,47	1,42	1,38	1,345	1,315	1,288	1,27	1,25	1,223
30	1,88	1,68	1,575	1,49	1,43	1,385	1,345	1,315	1,285	1,212	1,243	1,227	1,20
35	1,735	1,59	1,507	1,435	1,385	1,345	1,31	1,28	1,25	1,233	1,215	1,195	1,175
40	1,60	1,50	1,433	1,375	1,355	1,30	1,27	1,24	1,215	1,196	1,18	1,162	1,143
45	1,47	1,40	1,355	1,315	1,28	1,25	1,22	1,198	1,175	1,16	1,145	1,112	1,11

Faktor K_L odgovara koeficijentu ξ_K i može se usvajati iz tab. 2.10. Faktori K_{HX} , Z_R i Z_v još nisu obuhvaćeni standardom pa se preporučuje da se biraju na osnovu podataka iz literature. Međutim u svim primerima proračuna u standardu DIN 3990 za faktore K_L , K_{HX} , Z_R i Z_v usvojena je vrednost jedan, što znači da ovi faktori nisu uzeti u obzir. Kada se, u skoroj budućnosti, bude raspolagalo odgo varajućim podacima za sve navedene faktore zadovoljavaće manje vrednosti stepena sigurnosti nego danas.

5.4 PREPORUKA ZA KORIŠĆENJE PRORAČUNA PREMA DIN 3990/70

Svi podaci o materijalu, navedeni u standardu DIN 3990, dati su uz napomenu da su citirane vrednosti dobijene ispitivanjima koja su vršena sa malim eksperimentalnim zupčanicima modula $m_n=3\div 5$ mm, pri obimnim brzinama od 8 do 18 m/s, i da stvarne karakteristike zavise od niza faktora kao što su šarža, termička obrada, struktura materijala, zaostali ili urođeni naponi itd. Prema tome, s obzirom na moguće razlike u kvalitetu materijala jedne te iste standardne oznake, neophodno je da se propišu minimalne vrednosti stepena sigurnosti kako bi, za slučaj da su stvarne karakteristike ispod onih u tablici 5.4, zupčanicima mogli sigurno da zadovolje. Na osnovu podataka iz literature može se usvojiti da je stepen sigurnosti $S_{F\ min}=1,5$, a $S_{H\ min}=1,25$ (1,22). Obično se zahteva da svaki od ova dva stepena bude veći od njegove minimalne vrednosti, tj.

$$S_F > S_{F\ min} \quad \text{i} \quad S_H > S_{H\ min}$$

Prikazani metod proračunavanja zupčanika predviđen je u prvom redu za rad primenom kompjutera. Za određeni program sa odgovarajućim pomoćnim programima kompjuter će za zadate ulazne podatke vrlo brzo dati odgovor i odštampati sve potrebne podatke o zupčaniku koji odgovara zadatim uslovima i za koji su oba stepena sigurnosti, S_F i S_H , veći od minimalnih.

Za nastavne svrhe, međutim, ovaj metod manje je pogodan jer ne pruža mogućnost da se neposredno dođe do podataka o zupčaniku. Veliki broj raznih faktora može pri tom da izazove pometnju kod studenata. Prema tome, po mišljenju pisaca ove knjige, celishodno je da se proračunavanje zupčanika izvrši na način objašnjen u odeljcima 2.3, 2.6, 2.7 i 2.8, pa da se rezultati provere prema standardu DIN 3990/70. U primerima koji slede tako je i postupljeno.

Primer 5.1: Za manji zupčanik iz primera 2.14 treba proveriti da li stepeni sigurnosti S_F i S_H zadovoljavaju.

Poznati podaci: Snaga $P=10$ kW, broj obrta $n_1=250$ min⁻¹, ugao $\alpha=20^\circ$, faktori pomeranja profila $x_1=x_2=0$, brojevi zubaca $z_1=20$, $z_2=100$, modul $m_n=4$ mm, dužina zubaca $b=80$ mm, prečnik $d_1=80$ mm, materijal zupčanika je Č. 0545, materijal spregnutog zupčanika je ČL. 0545 obrada dobra.

(a) Stepen sigurnosti u odnosu na napon u korenu zubaca

$$S_F = \frac{\sigma_{F\ lim} \cdot Y_S \cdot K_{FX}}{\sigma_F}$$

gde je: $\sigma_{F\ lim}=190$ MPa (v. tab. 5.4), a $Y_S=K_{FX}=1$; napon u korenu zupca

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F \cdot Y_\beta \cdot Y_\epsilon$$

$$\text{Gde je: } F_t = \frac{2P}{\omega_1 d_1} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{26,18 \cdot 0,08} = 9549 \text{ N; ovde je } \omega_2 = n_1 \pi / 30 = 250 \pi / 30 = 26,18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$250 \pi / 30 = 26,18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$b = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

$$d_1 = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

$$K_I = 1 \text{ (ravnomeran pogon)}$$

$$K_V = 1 \text{ (mala brzina, v. tab. 5.2)}$$

$K_{F\alpha}=1,02$, računom dobijena vrednost uz pretpostavku da je greška u koraku $f_{pe}=8$ μ m (dobra obrada) tako da je pomoćni faktor $q_L=0,4 \cdot [(1+(f_{pe}-2)/10^{-4} \cdot F_t/b)] = 0,4 \cdot [(1+(8-2)/(10^{-4} \cdot 9549/0,08))] = 0,6$, pa je $K_{F\alpha}=q_L \cdot 1,7=1,02$,

$K_{F\beta}=1,05$ (v. tab. 5.3, gde je za odnos $b/d_1=1$, za simetričan položaj zupčanika u odnosu na ležišta i za mek materijal zupčanika $F_{F\beta}=1,05$)

$$Y_F = 2,91 \text{ (v. tab. 5.1)}$$

$$Y_\beta = 1 \text{ (pravi zupci), i}$$

$$Y_\epsilon = 1/\epsilon_\alpha = 1/1,7 = 0,588$$
, pa je prema tome

$$\sigma_F = \frac{9549}{0,08 \cdot 0,004} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,02 \cdot 1,05 \cdot 2,91 \cdot 1 \cdot 0,588 = 54,7 \text{ MPa}$$

$$S_F = \frac{\sigma_{F\ lim} \cdot Y_S \cdot K_{FX}}{\sigma_F} = \frac{190 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 1}{54,7 \cdot 10^6} = 3,47$$

što zadovoljava.

(b) Stepen sigurnosti prema pojavama pitinga

$$S_H = \frac{\sigma_{H\ lim} \cdot Y_S \cdot K_{HX} \cdot Z_R \cdot K_L}{\sigma_H}$$

gde je: $\sigma_{H\ lim}=340$ MPa (v. tab. 5.4),

$Z_v=K_{HX}=Z_R=K_L=1$, na osnovu ugleda datih u standardu DIN 3990 list 1, str. 9 do 21. Hercov pritisak

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon}$$

gde je: $F_t=9549$ N, izračunato pod (a),

$$b=0,08 \text{ m, zadato,}$$

$$d_1=0,08 \text{ m, zadato,}$$

$$K_I=K_V=1, \text{ objašnjeno pod (a),}$$

$$K_{H\alpha}=1,06, \text{ računom dobijena vrednost pomoću obrasca}$$

$$K_{H\alpha} = 1 + 2 \cdot (q_L - 0,5) \cdot (1/Z_\epsilon^2 - 1) = 1 + 2 \cdot (0,6 - 0,5) \cdot (3/(4-1,7) - 1) = 1,06, \text{ gde je } Z_\epsilon = \sqrt{(4-\epsilon_\alpha)/3} = \sqrt{(4-1,7)/3} = 0,876,$$

$$K_{H\beta}=K_{F\beta}=1,05,$$

$$u = z_2/z_1 = 100/20 = 5,$$

$$Z_H = 1,764 \text{ (v. tab. 5.5),}$$

$Z_M = 0,27 \cdot 10^6$ Pa, (računato sa $E_C = 210$ GPa i $E_{CL} = 205$ GPa),
 $Z_\epsilon = 0,876$, ranije proračunato, pa je

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{9549}{0,08 \cdot 0,08} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,06 \cdot 1,05 \cdot \frac{5+1}{5} \cdot 1,764 \cdot 0,27 \cdot 10^6 \cdot 0,876} = 588 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 588 \text{ MPa, i}$$

$$S_H = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_V \cdot K_{HX} \cdot Z_R \cdot K_L}{\sigma_H} = \frac{340 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{588 \cdot 10^6} = 0,578 < 1,$$

što ne zadovoljava, kako je već pokazano u primeru 2.15 na str. 117. Ako se, međutim, usvoji modul $m_n = 6,5$ mm, kao u primeru 2.15 dobija se za σ_H vrednosti 186,5 MPa i za stepen sigurnosti $S_H = 1,825$, što zadovoljava. U tom je slučaju $b = 130$ mm, $d_1 = 130$ mm i $F_t = 5876$ N.

P r i m e r 5.2: Proračunati manji zupčanik za prenošenje snage $P = 310$ kW, pri broju obrta $n_1 = 3225 \text{ min}^{-1}$, ako je faktor neravnomernosti $\varphi = 1,1$. Ugao $\alpha = 20^\circ$, ugaon $\beta = 31^\circ$, faktor $x_1 = -x_2 = -0,14$, faktor $\psi = 61,3$, $z_1 = 37$, $z_2 = 123$, materijal zupčanika je Č. 543I, materijal spregnutog zupčanika je Č. 4732.

Proračun modula na osnovu napona savijanja u korenu zupca:

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{0,637 \cdot \Phi_n \cdot P \cdot \varphi \cdot \xi_\beta \cdot \cos \beta}{\sigma_{df} \cdot \psi \cdot z_1 \cdot \omega_1 \cdot \xi_\epsilon}} = \sqrt[3]{\frac{0,637 \cdot 8,2 \cdot 310 \cdot 10^3 \cdot 1,1 \cdot 0,75 \cdot 0,8572}{90 \cdot 10^6 \cdot 61,3 \cdot 37 \cdot 337,7 \cdot 1,13}} = 0,00245 \text{ m.}$$

U obrascu je $\Phi_n = 8,2$ za $z_n = z/\cos^3 \beta = 37/0,8572^3 = 58,7$ zubaca, $\xi_\beta = 0,8 \cdot \epsilon_\alpha = 0,8 \cdot 1,41 = 1,13$ i $\sigma_{df} = \xi_k \cdot \sigma_{dfo} = 0,45 \cdot 200 \cdot 10^6 = 90 \cdot 10^6$ Pa. Ugaona brzina $\omega_1 = n_1 \pi/30 = 3225 \cdot \pi/30 = 337,7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; pretpostavljeno je da je brzina $v = 18 \text{ m/s}$, pa je $\xi_k = 15/(15+v) = 15/(15+18) = 0,45$.

Proračun modula na osnovu Hecovog pritiska:

$$m_n = \cos \beta \sqrt[3]{\frac{6,22 \cdot P \cdot \varphi \cdot (i+1) \cdot \cos \beta}{K_d \cdot \psi \cdot i \cdot z_1^2 \cdot \omega_1}} = 0,8572 \cdot \sqrt[3]{\frac{6,22 \cdot 310 \cdot 10^3 \cdot 1,1 \cdot (3,324+1) \cdot 0,8572}{5,35 \cdot 10^6 \cdot 61,3 \cdot 3,324 \cdot 37^2 \cdot 337,7}} = 0,00241 \text{ m.}$$

Ovde je: $i = z_2/z_1 = 123/37 = 3,324$, $K_d = K/v = 10,7 \cdot 10^6/2 = 5,35 \cdot 10^6$ Pa (za usvojen stepen sigurnosti $v=2$).

Prema tome se usvaja modul $m_n = 2,5$ mm, na osnovu proračunom dobijene vrednosti $m_n = 0,00245$ m.

Provera stepena sigurnosti prema DIN 3990/70:

(a) Stepen sigurnosti $S_F = \sigma_{Flim} \cdot Y_S \cdot K_{FX} / \sigma_F$,

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F \cdot Y_\beta \cdot Y_\epsilon$$

$$F_t = \frac{2 \cdot P}{d_1 \omega_1} = \frac{2 \cdot 310 \cdot 10^3}{0,1079 \cdot 337,7} = 17015 \text{ N,}$$

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{0,0025 \cdot 37}{0,8572} = 0,1079 \text{ m,}$$

$b = \psi \cdot m_n = 61,3 \cdot 0,0025 = 0,15325$ m, usvojeno $b = 0,153$ m

$K = \varphi = 1,1$,

$K_v = 1,1$

$K_{F\alpha} = 1,28$, dobijeno pomoću obrasca $K_{F\alpha} = q_L \cdot \epsilon_\alpha = 0,9 \cdot 1,41 = 1,28$, gde je $q_L = 0,4 \cdot [1 + (f_{pe} - 2)/(10^{-4} \cdot F_t/b)] = 0,4 \cdot [1 + (16 - 2)/(10^{-4} \cdot 17015/0,153)] = 0,9$, uz pretpostavljenu grešku u koraku $f_{pe} = 16 \mu\text{m}$. S obzirom da je $q_L > 1/\epsilon_\alpha = 1/1,41 = 0,71$ merodavan je obrazac za $K_{F\alpha} = q_L \cdot \epsilon_\alpha$

$K_{F\beta} = 1$ (za položaj A u tab. 5.3),

$Y_F = 2,25$ (v. tab. 5.1 za $z_n = 58,7$ i $x_1 = 0,14$),

$Y_\beta = 0,75$ (v. tab. 2.14), i

$Y_\epsilon = 0,71$, ($Y_\epsilon = 1/\epsilon_\alpha = 1/1,41 = 0,71$), pa je

$$\sigma_F = \frac{17015}{0,153 \cdot 0,0025} \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,28 \cdot 1 \cdot 2,25 \cdot 0,75 \cdot 0,71 = 82,57 \cdot 10^6 = 82,57 \text{ MPa.}$$

$\sigma_{Flim} = 320$ MPa (v. tab. 5.4), i

$$S_F = \frac{\sigma_{Flim} \cdot Y_S \cdot K_{FX}}{\sigma_F} = \frac{320 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 1}{82,57 \cdot 10^6} = 3,88,$$

Što zadovoljava.

(b) Stepen sigurnosti $S_H = \sigma_{Hlim} \cdot Z_V \cdot K_{HX} \cdot Z_R \cdot K_L / \sigma_H$, gde je:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon}, \text{ a}$$

$F_t = 17015$ N, izračunato pod (a),

$b = 0,153$ m, izračunato pod (a),

$d_1 = 0,1079$ m, izračunato pod (a),

$K_I = 1,1$, zadato,

$K_V = 1,1$, usvojeno iz tab. 5.3,

$K_{H\alpha} = 1,49$, izračunato na osnovu obrasca za $K_{H\alpha}$, prema kome je $K_{H\alpha} = 1 + 2 \cdot (q_L - 0,5) \cdot (1/Z_\epsilon^2 - 1) = 1 + 2 \cdot (0,9 - 0,5) \cdot (1/0,8755^2 - 1) = 1,49$. Ovde je $q_L = 0,9$, izračunato pod (a).
 $Z_\epsilon = \sqrt{\cos \beta_b / \epsilon_\alpha} = \sqrt{0,8755/1,41} = 0,79$. Ugao β_b dobija se iz relacije prema kojoj je $\text{tg } \beta_b = -\cos \alpha \cdot \text{tg } \beta$, a ugaon α , jednak je $\text{arc tg } (\text{tg } \alpha / \cos \beta)$.

$K_{H\beta} = K_{F\beta} = 1$,

$u = z_2/z_1 = 123/37 = 3,324$,

$Z_H = 1,56$, v. tab. 5.5,

$Z_M = 0,271 \cdot 10^6$ Pa, za upotrebijene materijale, i

$Z_\epsilon = 0,79$, izračunato prethodno uz objašnjenje dobijanja podataka za $K_{H\alpha}$. Sa ovim vrednostima

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{17015}{0,153 \cdot 0,1079} \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,49 \cdot 1 \cdot \frac{4,324}{3,324} \cdot 1,56 \cdot 0,271 \cdot 10^6 \cdot 0,79} = 519,25 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 519,25 \text{ MPa, i}$$

$$S_H = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_V \cdot K_{HX} \cdot Z_R \cdot K_L}{\sigma_H} = \frac{740 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{519,25 \cdot 10^6} = 1,43,$$

što takođe zadovoljava. Podatak za σ_{Hlim} uzet je iz tab. 5.4.

Tablica 5.6

Dopuštene greške u koraku f_{pe} [μm] za cilindrične zupčanike

Prema DIN 867

d [mm]		m _n [mm]		Kvalitet								
Preko	do	preko	do	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	25	0,6 1,6	1,6 4	3 3,5	4 4,5	6 6	8 9	11 12	16 18	25 28	40 45	63 71
25	50	0,6 1,6 4	1,6 4 10	3 3,5 4,5	4 5 6	6 7 9	9 10 12	12 14 18	18 20 25	28 32 40	45 50 63	71 80 100
50	100	0,6 1,6 4	1,6 4 10	3,5 4 5	5 5,5 7	7 8 10	10 11 14	14 16 20	20 22 28	32 36 45	50 56 71	80 90 110
100	200	0,6 1,6 4	1,6 4 10	4 4,5 5,5	5,5 6 8	8 9 11	11 12 16	16 18 22	22 25 32	36 40 50	56 63 80	90 100 125
200	400	0,6 1,6 4	1,6 4 10	5 5 6	7 7 9	9 10 12	12 14 18	18 20 25	25 28 36	40 45 56	63 71 90	100 110 140
400	800	0,6 1,6 4	1,6 4 10	6 7 10	8 9 12	11 12 14	16 18 20	22 25 32	32 36 40	50 56 63	80 90 100	125 140 160
800	1600	1,6 4	4 10	8 9	11 12	16 18	22 25	32 36	45 50	71 80	110 125	180 200

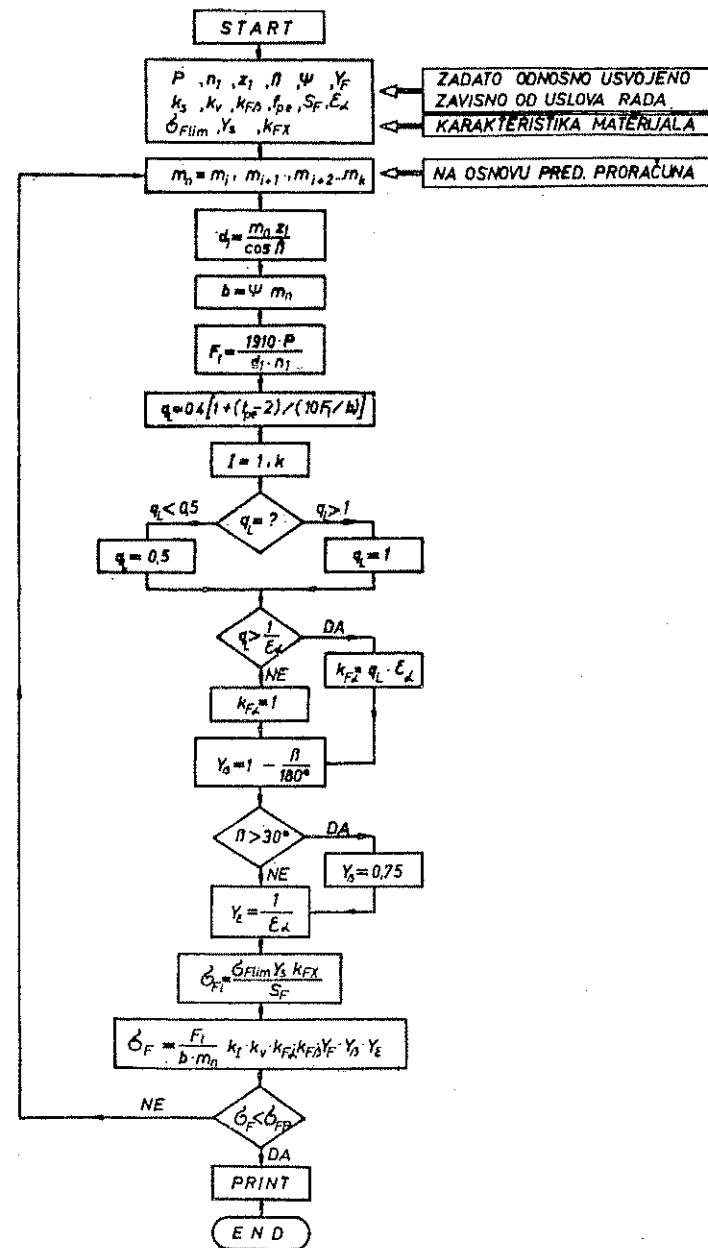
5.5 DIJAGRAM TOKA ZA PRORAČUN NA OSNOVU NAPONA U KORENU ZUBACA PREMA STANDARDU DIN 3990/70 I ODGOVARAJUĆI PROGRAM ZA RAČUNAR

Dijagram toka ili blok-dijagram osnova je programa za digitalni računar. Za proračun zupčanika na osnovu napona savijanja u korenu zubaca blok-dijagram ima izgled kao na slici 5.1.

Na osnovu prikazanog dijagrama toka izrađen je program za digitalni računar. Pri tom su usvojene ove šifre:

- $m_n = EN$ $P = P$ $K_{F\alpha} = AF$ $f_{pe} = FPC$
- $z_1 = Z1$ $n_1 = A1$ $K_{F\beta} = AKFB$ $K_{FX} = AKFX$
- $\psi = PSI$ $d_1 = D1$ $\beta = BETA$ $\sigma_F = SIGF$
- $F_t = FT$ $b = B$ $Y_\beta = YF$ $\sigma_{FP} = SFP$
- $\epsilon_\alpha = EPSA$ $K_f = AKI$ $Y_\epsilon = YE$ $\sigma_{F\text{lim}} = SFL$
- $Y_\beta = YB$ $K_H = AKV$ $Y_S = YS$ $S_F = SFM$

1. PROGRAM MASHEL (INPUT, OUTPUT, TAPE 5=INPUT, I TAPE 6=OUTPUT)
2. DIMENSION EN (3)
3. READ (5,5010), P, A 1, Z 1, BETA, PSI, EPSA, YF



Sl. 5.1 — Dijagram toka za proračun na osnovu napona u korenu zubaca

```

4. READ (5,5010) AKI, AKV, AKFB, FPC, SFM
5. READ (5,5010) SFL, YS, AKFX
6. NUM=0
7. 1000 NUM=NUM+1
8. READ (5,5010) (EN(I), I=1, 3)
9. WRITE (6,6000) NUM, (EN (I), I=1, 3)
10. DO 100 I=1, 3
11. D I=EN (I) * Z I/COS (BETA)
12. B=PSI * EN (I)
13. FT=1910. * P/(A I * D I)
14. QL+0.4 * (1.+(FPC-2.)/(10. * FT/B))
15. IF (QL. LT. 0.5) QL=0.5
16. IF (QL. GT. 1.0) QL=1.0
17. AUX=1./EPSA
18. AF=1.0
19. IF (QL. GT. AUX) AF=QL * EPSA
20. YB=1.-BETA/180.
21. NBETA=BETA
22. IF (NBETA. GT. 30) YB=0.75
23. YE=AUX
24. SFP=SFL * YS * AKFX/SFM
25. SIGF=YF * YB * YE * AKI * AKV * AKFB * AF * FT/(B * EN(I))
26. WRITE (6,6100) I, EN (I), SIGF, SFP
27. IF (SIGF. LT. SFP) GO TO 2000
28. 100 CONTINUE
29. WRITE (6, 6200)
30. GO TO 1000
31. 2000 WRITE (6, 6300)
32. WRITE (6, 6100) I, EN (I), SIGF, SFP
33. 5010 FORMAT (8 F 10.0)
34. 6000 FORMAT (///10 X, 22 H BROJ PROBNOG REŠENJA=, 15/
1 15 X, 18 HPROBNI MODULI ,3 E 12.4)
35. 6100 FORMAT (/2 X, I 3, 5 X, 7 H MODUL=, E 12.4, 2 X, 6 H SIGF=,
1 E 12.4, 2 X, 5 H SFP=, E 12.4)
36. 6200 FORMAT (/// 10 X, 27 H MOLIM DALJI NIZ MODULA --///)
37. 6300 FORMAT (/// 10 X, 18 H USVOJENE VREDNOSTI ///)
38. STOP
39. END

```

Napomena: U dijagramu toka i u datom programu pretpostavljeno je da je $\epsilon_\alpha \leq 2$ i $\epsilon_\beta \geq 1$.

U programu je zatim pretpostavljeno da će se za 3 uzastopne vrednosti modula doći do cilja, tj. da će napon u korenu zubaca σ_F biti manji od dopuštenog napona σ_{FP} . Numerička provera programa urađena je sa podacima iz primera 5.2 za slučaj da je traženo da stepen sigurnosti S_F bude 3,6. Ako se u tom slučaju izaberu prve tri vrednosti modula 0,1, 0,125 i 0,15 cm dobijaju se ove vrednosti

MODUL=0,1	SIGF=1 07.2	SFP=8.889
MODUL=0,125	SIGF=54.90	SFP=8.889
MODUL=0,15	SIGF= 31.77	SFP=8.889

Ako se potom uvrste vrednosti modula 0,2, 0,225 i 0,25 cm, dobijaju se ovi rezultati

MODUL=0.2	SIGF=13.40	SFP=8.889
MODUL=0,225	SIGF=10.39	SFP=8.889
MODUL=0,25	SIHF=8.444	SFP=8.889

Prema tome su USVOJENE VREDNOSTI

MODUL=0.25	SIGF=8.444	SFP=8.889.
------------	------------	------------

Za onu vrednost modula zupčanika za koju ovaj proračun utvrdi da je napon savijanja $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ računar završava prvi deo svoga rada. Zatim se sa ovako dobi-jenim modulom, kao polaznom vrednošću, ulazi ponovo u računar, koji, radeći sada po programu za proračunavanje zupčanika na osnovu Hercovog pritiska, vrši drugi deo proračuna. Ukoliko polazna vrednost modula ne zadovolji, ceo tok pro-računa po ovom drugom programu ponavlja se automatski sa sledećom vrednošću modula i to sve dotle dok se ne utvrdi da je za određenu vrednost modula Hercov pritisak $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$. Izradi programa drugog dela rada računara prethodi izrada odgovarajućeg dijagrama toka koji je sličan datom dijagramu za prvi deo rada (sl. 5.1)

L I T E R A T U R A

- Ačerkan, N. B.: Spravočnik mašinstroitelja, tom 4. MAŠGIZ, Moskva, 1962.
- Briger, I. A., Šop, B. F., Šnejderovič, R. M.: Rasčot na pročnost detaljev mašin, Mašinstroenie Moskva, 1966.
- Bolek, A.: Časti stroju, II, Nakladatelstvi Československe Akademije VED, Praha, 1963,
- Creamer, R. H.: Machine Design, Addison Wesley Publishing Co., Reading, Massachusetts, Menlo Park, California, London, Don Mills, Ontario, 1968,
- Decker, K. H.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag, München, 1966,
- Dobrovolsky, V., Zablonsky, K., Mak, S., Radshik, A., Erlikh, L.: Machine elements, Foreign Languages Publishing House, Moscow,
- Dubbels Taschenbuch für den Maschinenbau, Erster Band, Springer-Verlag, Berlin (Göttingen) Heidelberg, 1961,
- Dunaev, P. F.: Konstruirovanie uzlov i detaljev mašin, Izdatelstvo »Visšaja Škola« Moskva 1966
- Faires, V. M.: Design of Machine Elements, The Mac Millan Co, New York 1955,
- Gavrilenko, V. A.: Zubčatie predači v mašinstroeniji, Gosudarstvenoe naučno-tehničkoie izdatelstvo mašinstroitelnoj literaturi, Moskva, 1962,
- Golovanov, N. F., Ginzburg, E. G., Firun, N. B.: Zubčatie i červjačnie predači, Mašinstroenie Leningrad, 1967,
- Hall, A. S., Holowenko, A. R., Langhlin, H. G.: Schaum's Outline of Theory and Problems of Machine Design, Schaum Publishing Co., New York, 1961,
- Ickovič, G. M., Černavskij, S. A., Kiselev, B. A., Bokov, K. N., Bonč-Osmolovskij, A. A.: Sbornik zadač i primerov rasčota po kursu detaljev mašin, Mašinstroenie, Moskva, 1965,
- Kolčin, N. I.: Zubčatie i červjačnie predači, Mašinstroenie, Leningrad, 1968,
- Kohler, G., Rögnitz, H.: Maschinenteile, Teil 2, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1961,
- Merritt, H. E.: Gears, Pitman, London, 1953,
- Moszynski, W.: Wykład elementov maszyn, szesc III, Nakladem instytutu wydawniczego SIMP, Warszawa, 1948,
- Niemann, G.: Maschinenelemente, Zweiter Band, Springer-Verlag, Berlin (Göttingen) Heidelberg, 1961,
- Orlov, P. I.: Osnovi konstruirovania, Mašinstroenie, Moskva, 1968,
- Savić, Z.: Mašinski elementi, Savez studenata Mašinskog fakulteta, Beograd, 1965,

The Ship-Machinery Manufacturers' Association of Japan: The Report of the Marine Reduction Gear Research Committee, Tokio, 1958,

Trbojević, M. D.: Racionalni oblik zubaca evolventnih župčanika, Zbornik radova SAN, knjiga 5, Beograd, 1953,

Trbojević, M. D.: Load Distribution on Helical Gear Teeth, The Engineer, 9th and 16th Aug., 204, 187, 222, London, 1957,

Trbojević, M. D.: Kritični položaj dodirne linije na boku helikoidnog zupca, Zbornik radova Mašinskog instituta SAN, tom LX, knjiga 8, Beograd, 1959,

Trbojević, M. D.: Neki uzroci kvarova zupčanika u reduktorima, Zbornik radova Mašinskog fakulteta, Beograd, 1960,

Trbojević, M. D.: Jednohodi pužni prenosnik poboljšanog stepena iskorišćenja, Tehnika, broj 7, Beograd, 1965,

Tuplin, W. A.: Gear Load Capacity, Pitman, London, 1961,

Veriga, S.: Mašinski elementi, Savez studenata Mašinskog fakulteta, Beograd, 1963,

Vitas, D. J.: Mašinski elementi III, Naučna knjiga, Beograd, 1953,

Vitas, D. J., Trbojević, M. D.: Mašinski elementi II, Naučna knjiga, Beograd, 1968,

Volskij, N. I., Mjakov, V. D., Bežanov, B. N., Bušunov, V. T., Gukov, I. T., Sablinskij, N. A.: Teorija Mehanizmov i mašin i detali mašin, Mašinstroenie, Moskva, 1964,

Standardi: DIN, GOST, JUS. 1S0