

## Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA  
Poglavlje VIII.:LOGARITEM

Str.59 Naloge 3a – 3h:

Z uporabo definicije logaritma reši naslednje enačbe

3 a)  $\log_2 x = 1$ ,

b)  $\log_x 64 = 3$

c)  $\log_4 16 = x$

č)  $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$

d)  $\log_x \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3}$ ,

e)  $\log_3 \left( \frac{1}{27} \right) = x$

f)  $\log_3 x = -2$

g)  $\log_x 4 = -2$

h)  $\log_{25} \sqrt{5} = x$

i)  $\log_{16} x = 0,5$

j)  $\log_x 8 = 0,75$

k)  $\log_3 0,3 = x$

l)  $\log_{\frac{1}{27}} x = -\frac{1}{3}$

m)  $\log_x 0,01 = 2$

n)  $\log_{27} \left( \frac{1}{81} \right) = x$

Rešiti moramo logaritemskie enačbe.

To so enačbe, v katerih nastopa neznanka v osnovi ali v argumentu logaritma:

$$\log_a x = b, \quad \log_x a = b$$

Zapišimo definicijo logaritma:

Def.:  $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$  pri čemer je  $x > 0$  in  $a > 0, a \neq 1$

Pri logaritemskih enačbah moramo vedno preveriti, če je rešitev ustrezna ( $x > a, a > 0, a \neq 1$ ).

Rešitev

3 a)  $\log_2 x = 1$

$$2^1 = x$$

$$\underline{x = 2}$$

$x > 0$ , rešitev ustreza

b)  $\log_x 64 = 3$

$$x^3 = 64$$

$$x^3 = 4^3$$

$$\underline{x = 4}$$

$a > 0$ , rešitev ustreza

c)  $\log_4 16 = x$

$$4^x = 16$$

$$4^x = 4^2$$

$$\underline{x = 2}$$

Ni log. enačba in ni treba preverjati rešitve.

č)  $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$

$$\left( \frac{1}{3} \right)^2 = x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$x > 0$ , rešitev ustreza

<p>d) <math>\log_x \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3}</math></p> $\begin{aligned} x^{\frac{1}{3}} &= 3^{\frac{1}{3}} \\ x &= 3 \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>a&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>	<p>e) <math>\log_3 \left( \frac{1}{27} \right) = x</math></p> $\begin{aligned} 3^x &= \frac{1}{27} \\ 3^x &= 3^{-3} \\ x &= -3 \end{aligned}$ <p style="color: red;">ni log. enačba</p>
<p>f) <math>\log_3 x = -2</math></p> $\begin{aligned} 3^{-2} &= x \\ x &= \frac{1}{9} \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>x&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>	<p>g) <math>\log_x 4 = -2</math></p> $\begin{aligned} x^{-2} &= 4^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \\ \left(x^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}} &= 4^{-\frac{1}{2}} \\ x &= 2^{-1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>a&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>
<p>h) <math>\log_{25} \sqrt{5} = x</math></p> $\begin{aligned} 25^x &= \sqrt{5} \\ 5^{2x} &= 5^{\frac{1}{2}} \\ 2x &= \frac{1}{2} \\ x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$ <p style="color: red;">ni log. enačba</p>	<p>i) <math>\log_{16} x = 0,5</math></p> $\begin{aligned} 16^{\frac{1}{2}} &= x \\ \left(4^2\right)^{\frac{1}{2}} &= x \\ x &= 4 \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>x&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>
<p>j) <math>\log_x 8 = 0,75</math></p> $\begin{aligned} x^{\frac{3}{4}} &= 8 / \left(\frac{4}{3}\right) \\ x &= \left(2^3\right)^{\frac{4}{3}} = 2^4 \\ x &= 16 \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>a&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>	<p>k) <math>\log_3 0,3 = x</math></p> $\begin{aligned} 3^x &= \frac{1}{3} \\ 3^x &= 3^{-1} \\ x &= -1 \end{aligned}$ <p style="color: red;">ni log. enačba</p>
<p>l) <math>\log_{\frac{1}{27}} x = -\frac{1}{3}</math></p> $\begin{aligned} \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} &= x \\ 27^{\frac{1}{3}} &= x \\ \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} &= x \\ x &= 3 \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>x&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>	<p>m) <math>\log_x 0,01 = 2</math></p> $\begin{aligned} x^2 &= \frac{1}{100} \\ x^2 &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 \\ x &= \frac{1}{10} = 0,1 \end{aligned}$ <p style="color: red;"><math>a&gt;0</math>, rešitev ustreza</p>

n)  $\log_{27}\left(\frac{1}{81}\right) = x$

$$27^x = \frac{1}{81}$$

$$3^{3x} = 3^{-4}$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

ni log. enačba

