LOGARITAMSKE FUNKCIJE

1. Pojam logaritamske funkcije i njena svojstva
2. Domena logaritamske funkcije
3. Graf logaritamske funkcije
4. Izračunavanje logaritama
5. Rješavanje logaritamski jednadžbi
6. Inverz logaritamske funkcije

1.Pojam logaritamske funkcije i njena svojstva

Računajući vrijednost eksponencijalne funkcije $f(x)=a^x$ odgovaramo na pitanje: **kolika je vrijednost potencije $y=a^x$ za zadani broj x?** Obrnuto ako je zadana vrijednost potencije y, postavlja se pitanje: **koliki je eksponent x u jednakosti $a^x = y$.**

Primjer: dana je eksponencijalna funkcija $f(x)=3^x$. Za zadane brojeve x racunamo vrijednost potencije 3^x ,koliki je x?

Ako je $3^x = 5$? Možemo procijeniti da je $1<x<2$. No bitno je zaključiti kako za svaki broj $y > 0$ postoji jedinstven broj x takav da je $3^x= y$

Ovo svojstvo ima svaka eksponencijalna funkcija. Za svaki $y > 0$ jednadžba $a^x = y$ ima jedinstveno rješenje, realan broj x. To rješenje zovemo **logaritam broja y po bazi a** i pišemo:

$$x= \log_a x$$

Neka je $f(x)= a^x$ eksponencijalne funkcije i neka je y pozitivan broj.
Broj x za koji je $a^x = y$ se zove logaritam broja y

$$a^x = y \iff x = \log_a y$$

Logaritam pozitivnog broja y jest eksponent kojim treba potencirati bazu a da bi se dobilo y: $a^{\log_a y} = y$

Svojstva:

Logaritamska funkcija $x \to \log_a x$ definirana je za sve pozitivne realne brojeve. Skup svih njezinih vrijednosti je skup realnih brojeva.

Ta funkcija ima sljedeća svojstva:

1. $\log_a (x \cdot y)= \log_a x + \log_a y$
2. $\log_a (x : y)=\log_a x - \log_a y$
3. $\log_a (x^r) = r \cdot \log_a x$
4. Za svaki broj $a > 0$ i $a \neq 1$, vrijedi $\log_a 1 = 0$
5. a) ako je $a>1$ i $x_1 < x_2$, onda je $\log_a x_1 < \log_a x_2$
   b) ako je $0<a<1$ i $x_1 < x_2$, onda je $\log_a x_1 > \log_a x_2$
6. Ako je $\log_a x_1 = \log_a x_2$, onda vrijedi $x_1 = x_2$

$\log_a 1=0$

$\log_a a=1$

$\log_b a^n=(1/n) \log_b a$

$\log_b a=\log_c a/\log_c b$

2.Domena logaritamske funkcije

Ako je funkcija y = f (x) kompozicija nekoliko elementarnih funkcija, tada treba voditi računa da na svim mjestima gdje se pojavljuje varijabla x , dana funkcija bude definirana.
To znači da u složenoj funkciji y = f (x) treba osigurati uvjete na sva ona mjesta gdje se pojavljuju "zahtjevne" funkcije u smislu domene.

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x - x^2)$

$2x - x^2 > 0$

$x(2-x) = 0$

$x_1 = 0$

$2 - x = 0$

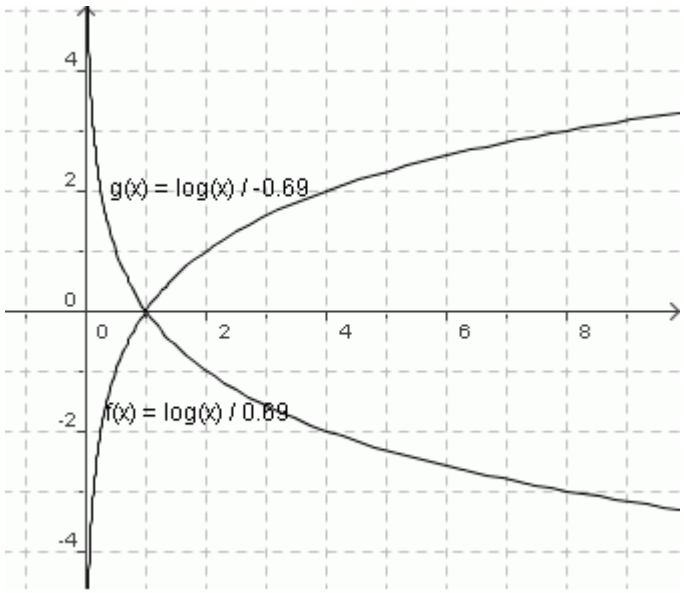
$x_2 = 2$

	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x	-	+	+	
2-x	+	+	-	
	-	+	-	

D: $x \in \langle 0, 2 \rangle$

3. Graf logaritamske funkcije

- Ako je baza *a* veća od 1, onda za $x_1 < x_2$ vrijedi $\log_a x_1 < \log_a x_2$, što znači da je funkcija rastuća.
- Ako je baza *a* $0 < a < 1$, onda za $x_1 < x_2$ vrijedi $\log_a x_1 > \log_a x_2$, što znači da je funkcija padajuća.



6. Inverz logaritamske funkcije

Inverzna funkcija eksponencijalne je logaritamska funkcija.

$f(x)=a^x$ -eksponencijalna funkcija

$x=a^y$ / $\log_a$

$\log_a x=y\log_a a$

$y^{-1}=\log_a x$ -logaritam funkcije je inverzna eksponencijalna funkcija

Primjer:

$f(x) = \log_2(x-3)$

$f(f^{-1}(x)) = x$

$\log_2(f^{-1}(x)-3) = x$

$\log2(f^{-1}(x)-3) = \log_2 2^x$ / antilog

$f^{-1}(x)-3 = 2^x$

$f^{-1}(x) = 2^x - 3$