

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

D. Grešak, M. Strnad, A. Tiegl: ELEMENTARNA FUNKCIJE. KOMPLEKSNA ŠTEVILA  
Poglavlje VI.: Kvadratna neenačba.

Str. 48, naloge 5 a), b), c), č)

naloge 6 a), b), c), č)

naloge 7 a), b), c), č)

5.a)  $x^2 - 81 \leq 0$

b)  $x(2-x) > 0$

c)  $-x^2 + 9x < 0$

č)  $x^2 - 2x > 0$

6.a)  $-x^2 + 2x + 3 < 0$

b)  $3x^2 + 7x > 0$

c)  $x^2 - 3x - 4 < 0$

č)  $2x^2 - x - 10 < 0$

7.a)  $4x^2 > 4x - 1$

b)  $(3x-2)^2 + (x-2)^2 < 2$

c)  $(3x-1)^2 - (x^2 + 2) > 2x - 3$

č)  $x^2 - (x-1)^2 - (x+2)^2 > 0$

### Teorija

Rešiti moram kvadratne neenačbe. To naredim v več korakih:

(1) Uredim kvadratno neenačbo v obliko  $ax^2 + bx + c > (\geq, <, \leq) 0$

(2) Izračunam determinanto  $D = b^2 - 4ac$  ter upoštevam vodilni koeficient a. Iz grafa funkcije, ki bi pripadal levi strani neenačbe sklepam na rešitve neenačbe.

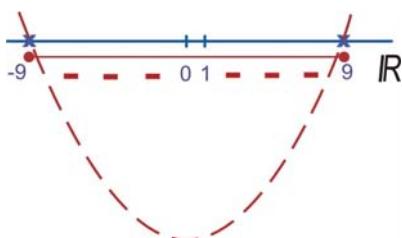
Vodilni koeficient a	Diskriminanta $D = b^2 - 4ac$	Pripadajoči graf $f(x) = ax^2 + bx + c$	
a>0	D=0	$x_0$ je dvojna realna ničla funkcije	Graf leži NAD x osjo, razen v ničli. Funkcija je povsod pozitivna, razen v ničli. 
a<0			Graf leži POD x osjo razen v ničli. Funkcija je povsod negativna razen v ničli. 
a>0	D<0	Funkcija nima realnih ničel	Graf leži v celoti NAD x osjo. Funkcija je povsod pozitivna. 
a<0			Graf leži v celoti POD x osjo. Funkcija je povsod negativna. 
a>0	D>0	Funkcija ima dve različni realni ničli	Graf leži NAD x osjo (pozitivna funkcija) in POD x osjo (negativna funkcija). 
a<0			

5.a)  $x^2 - 81 \leq 0$

$$(x-9)(x+9) \leq 0$$

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = -9$$



$$\mathfrak{R} = [-9, 9] \quad \text{ali} \\ x \in (-9, 9)$$

Neenačba je že urejena  $ax^2 + bx + c > (\geq, <, \leq) 0$

Ker jo lahko razcepim, mi ni treba računati diskriminante D.

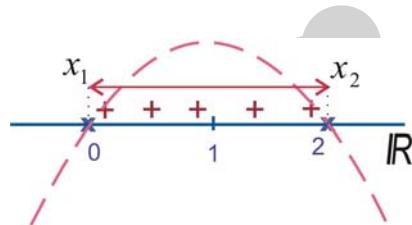
- Izpišem ničle pripadajoče funkcije  $f(x) = x^2 - 81$  ali pa rešitve pripadajoče enačbe  $x^2 - 81 = 0$
- Ničle narišem na številski osi  $\mathbb{R}$ .
- Pogledam a (vodilni koeficient). Ker je  $a > 0$ , je teme minimum in črtkano vrišem graf.
- Odčitam interval na  $\mathbb{R}$ , kjer je graf pod oz. na x osi ( $\leq 0$ ) in zapišem rezultat.

5. b)  $x(2-x) > 0$

$$x_1 = 0$$

$$2 - x = 0$$

$$x_2 = 2$$



$$\mathfrak{R} = (x_1, x_2) = (0, 2) \\ x \in (x_1, x_2) = (0, 2)$$

Leva stran je že razcepljena.

- Izpišem rešitvi pripadajoče enačbe  $x(2-x) > 0$
- Narišem  $x_1, x_2$  na številsko os.
- Narišem črtkan graf pripadajoče funkcije  $f(x) = x(2-x)$ . Vidim, da je  $a < 0$ , ( $f(x) = -x^2 + 2x$ ). Teme je torej maksimum funkcije.
- Odčitam x-e, za katere vidim graf nad x osjo in zapišem  $\mathfrak{R}$  - rešitev neenačbe.

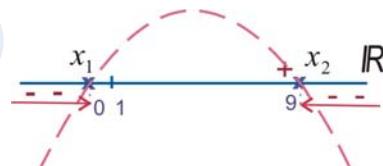
5. c)  $-x^2 + 9x < 0$

$$x(-x+9) < 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 9$$

$$a < 0$$

$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)\}$$

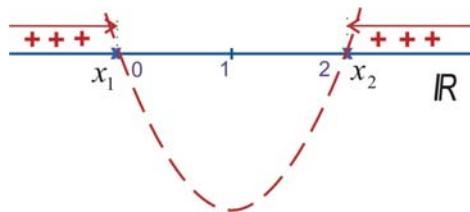


5. č)  $x^2 - 2x > 0$

$$x(x-2) > 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, 0) \cup (2, \infty)\}$$

Glej 5. a) in 5. b)!

6. a)  $-x^2 + 2x + 3 < 0 /(-1)$

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

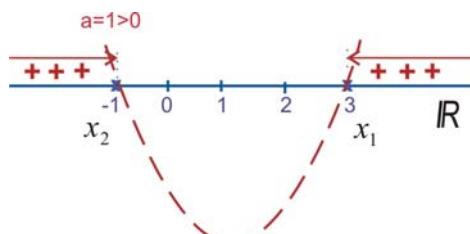
$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x-3=0$$

$$x_1 = 3$$

$$x+1=0$$

$$x_2 = -1$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, -1) \cup (3, \infty)\}$$

Razcepim levo stran po Viètu.  
Ostali koraki so kot pri 5.a) oz.  
5.b).

6. b)  $3x^2 + 7x > 0$

$$x(3x+7) > 0$$

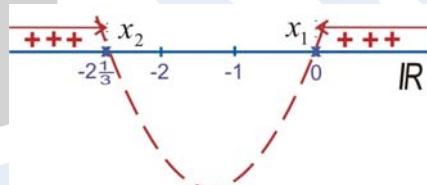
$$x_1 = 0$$

$$3x+7=0$$

$$3x = -7$$

$$x_2 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, x_2) \cup (0, \infty)\}$$

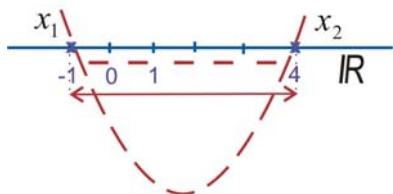
6. c)  $x^2 - 3x - 4 < 0$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 4$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = (-1, 4) \quad \text{ali} \quad x \in (-1, 4)$$

6. č)  $2x^2 - x - 10 < 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10)$$

$$D = 81 > 0, \quad a > 0$$

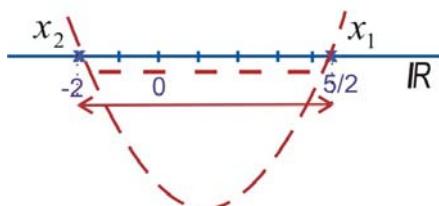
Pripadajoča enačba  $2x^2 - x - 10 = 0$  ima dve različni realni rešitvi.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = -\frac{8}{4} = -2$$



$$\mathfrak{R} = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$$

$$x = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$$

7.a)  $4x^2 > 4x - 1$

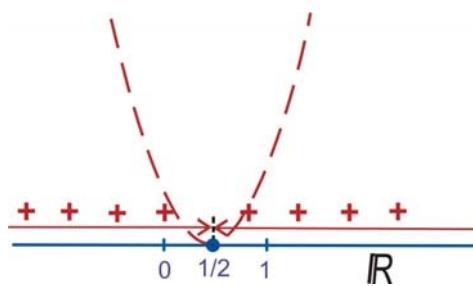
$$4x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$(2x - 1)^2 > 0$$

$$2x - 1 \neq 0$$

$$2x \neq 1$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \quad a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ali

$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

7. b)  $(3x - 2)^2 + (x - 2)^2 < 2$

$$9x^2 - 12x + 4 + x^2 - 4x + 4 < 2$$

$$10x^2 - 16x + 6 < 0 / : 2$$

$$5x^2 - 8x + 3 < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 64 - 60$$

$$D = 4$$

$$\sqrt{D} = 2$$

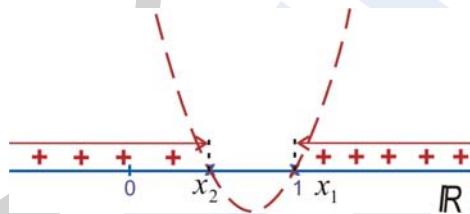
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2}{10}$$

$$x_1 = \frac{10}{10} = 1$$

$$x_2 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, 0) \cup (1, \infty)\}$$

UREDIM!

Izračunam D

Izračunam ničle pripadajoče funkcije

$$7. \text{ c)} (3x-1)^2 - (x^2 + 2) > 2x - 3$$

$$9x^2 - 6x + 1 - x^2 - 2 - 2x + 3 > 0$$

$$8x^2 - 8x + 2 > 0 / : 2$$

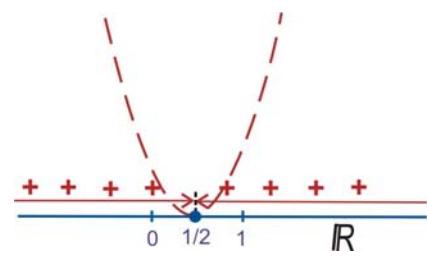
$$4x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$(2x-1)^2 > 0$$

$$2x-1=0$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ali

$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$7. \text{ č)} x^2 - (x-1)^2 - (x+2)^2 > 0$$

$$x^2 - (x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 4x + 4) > 0$$

$$x^2 - x^2 + 2x - 1 - x^2 - 4x - 4 > 0$$

$$-x^2 - 2x - 5 > 0 / (-1)$$

$$x^2 + 2x + 5 < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 4 - 20$$

$$D = -16$$

$$a > 1$$

Graf pripadajoče funkcije  $f(x) = x^2 + 2x + 5$  bi v celoti ležal nad x osjo. To pomeni, da kakršenkoli x vstavim v levo stran neenačbe, dobim pozitivno število. Rešitev neenačbe bi bili le x-i, ki mi levo stran naredijo negativno. Torej neenačba nima rešitve.

$$\mathfrak{R} = \emptyset \quad \text{ali} \quad \mathfrak{R} = \{ \quad \}$$