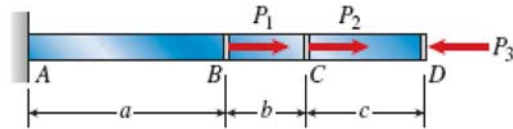


ISPIT 30.01.2012 - GRUPA B

1. Čelična šipka AD ($E = 200 \text{ MPa}$) kružnog poprečnog presjeka površine 0.4 cm^2 opterećena je kao na slici desno. Odrediti pomjeranje u tačkama C i D . Veličine spojnice B i C zanemariti. Podaci: $P_1 = 12 \text{ kN}$, $P_2 = 8 \text{ kN}$, $P_3 = 6 \text{ kN}$, $a = 1.5 \text{ m}$, $b = 0.5 \text{ m}$ i $c = 0.75 \text{ m}$.



$$\begin{array}{lll}
 E := 200 \text{ GPa} & a := 1.5 \text{ m} & P_1 := 12 \text{ kN} \\
 A := 0.4 \text{ cm}^2 & b := 0.5 \text{ m} & P_2 := 8 \text{ kN} \\
 & c := 0.75 \text{ m} & P_3 := 6 \text{ kN}
 \end{array}$$

Rješenje

Reakcija u osloncu A

$$\sum_i F_i = 0 \quad F_A - P_1 - P_2 + P_3 = 0$$

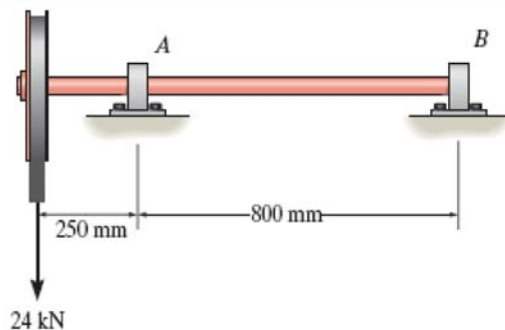
$$F_A := P_1 + P_2 - P_3 = 14 \text{ kN} \quad \text{usmjereno u lijevo (zatezanje)}$$

Štap AB napregnut je silom F_A , štap BC silom $(F_A - P_1)$, a štap CD silom P_3 , pa su pomjeranja traženih tačaka kako slijedi.

$$\delta_C = \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{F_A \cdot a}{E \cdot A} + \frac{(F_A - P_1) \cdot b}{E \cdot A} \quad \delta_C := \frac{F_A \cdot a}{E \cdot A} + \frac{(F_A - P_1) \cdot b}{E \cdot A} = 2.75 \text{ mm}$$

$$\delta_D := \delta_C + \frac{-P_3 \cdot c}{E \cdot A} = 2.187 \text{ mm}$$

2. Odrediti najmanji dozvoljeni prečnik punog vratila koji je opterećen kao na slici desno. Dozvoljeni napon na savijanje je $\sigma_{\text{doz}} = 150 \text{ MPa}$, a dozvoljeni tangencijalni napon je $\tau_{\text{doz}} = 100 \text{ MPa}$.



$$\begin{aligned}
 \underline{F} &:= 24\text{kN} & L_1 &:= 0.25\text{m} & \sigma_{\text{doz}} &:= 150\text{MPa} \\
 & & L_2 &:= 0.8\text{m} & \tau_{\text{doz}} &:= 100\text{MPa}
 \end{aligned}$$

Rješenje

Reakcije u osloncima A i B (pretpostavlja se da sile F_A i F_B djeluju prema gore).

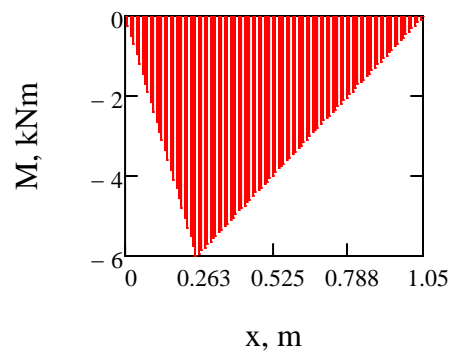
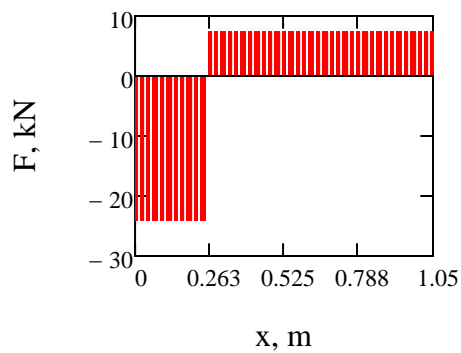
$$\sum_i F_i = 0 \quad -F + F_A + F_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum_i M_A = 0 \quad -F \cdot L_1 - F_B \cdot L_2 = 0 \quad (2)$$

Iz (2) slijedi: $F_B := -F \frac{L_1}{L_2} = -7.5 \cdot \text{kN}$ (pogrešno pretpostavljen smjer)

Iz (1) slijedi: $\underline{F_A} := F - F_B = 31.5 \cdot \text{kN}$

Dijagrami momenata savijanja i sila



Maksimalni moment savijanja (po intenzitetu): $M_{\text{max}} := M(L_1) = -6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}} \cdot \frac{d}{2}}{I} = \frac{M_{\text{max}} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{d^4 \pi}{64}} = \frac{32 M_{\text{max}}}{d^3 \cdot \pi} < \sigma_{\text{doz}}$$

$$d := \sqrt[3]{\frac{32M_{\max}}{\sigma_{\text{doz}} \cdot \pi}} = 74.134 \cdot \text{mm}$$

Provjera tangencijalnog napona:

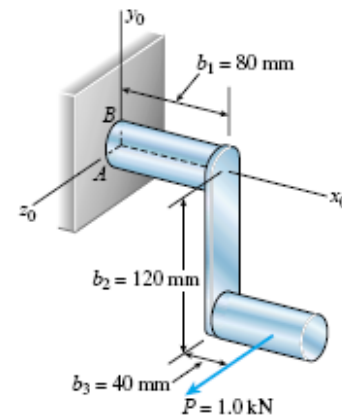
Maksimalna transferzalna sila (po intenzitetu):

$$F_{\max} := F_{\text{tr}}(L_1) = -24 \cdot \text{kN}$$

$$A := \frac{d^2 \pi}{4} = 4.316 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$\tau_{\max} := \left| \frac{3F_{\max}}{2A} \right| = 8.34 \cdot \text{MPa} \quad \tau_{\max} < \tau_{\text{doz}}$$

3. Koljenasto vratilo opterećeno je silom $P = 1 \text{ kN}$ kao na slici desno. Ako je prečnik gornjeg (fiksiranog) dijela vratila 20 mm , izračunaj maksimalne normalne i maksimalni tangencijalni napon u tački B , koja leži na vanjskoj površini vratila na osi y_0 .



$$b_1 := 80 \text{ mm}$$

$$P := 1 \text{ kN}$$

$$b_2 := 120 \text{ mm}$$

$$P_2 := 3 \text{ kN}$$

$$b_3 := 40 \text{ mm}$$

$$d := 20 \text{ mm}$$

$$A := \frac{d^2 \pi}{4} = 314.159 \cdot \text{mm}^2$$

$$I := \frac{d^4 \pi}{64} = 7.854 \times 10^3 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_0 := 2I = 1.571 \times 10^4 \cdot \text{mm}^4$$

Rješenje

Tačka B je izložena sljedećim naponima usljed djelovanja sile P .

a) Normalni naponi - nema djelovanja normalnih napona s obzirom da se tačka B nalazi na neutralnoj liniji usljed savijanja momentom $P \cdot (b_1 + b_3)$

b) Tangencijalni naponi (maksimalna vrijednost jer tačka B leži na neutralnoj liniji)

$$\text{Uvijanje} \quad \tau_u = \frac{T}{I_o} \frac{d}{2} = \frac{P \cdot b_2}{I_o} \frac{d}{2} \quad \tau_u := \frac{P \cdot b_2}{I_o} \frac{d}{2} = 76.394 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Smicanje} \quad \tau_{\max} := \frac{4}{3} \frac{P}{A} = 4.244 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Maksimalni tangencijalni napon:} \quad \tau_{\max} := \tau_u - \tau_{\max} = 72.15 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Maksimalan normalni napon:} \quad \sigma_{\max} := \tau_{\max} = 72.15 \cdot \text{MPa}$$

4. Odrediti dozvoljeno opterećenje F konzole od čeličnog I-profila oznake I 24, koja je opterećena na izvijanje. Podaci: dužina grede $L=2.5$ m, modul elastičnosti $E = 200$ GPa i granica tečenja $R_{eH} = 250$ MPa.

$$L := 2.5 \text{ m} \quad E := 200 \text{ GPa} \quad R_{eH} := 200 \text{ MPa}$$

$$I_1 := 4250 \text{ cm}^4 \quad I_2 := 221 \text{ cm}^4 \quad I_{\min} := \min(I_1, I_2) \quad A := 46.1 \text{ cm}^2$$

Rješenje

Kritična sila konzole određuje se po izrazu:

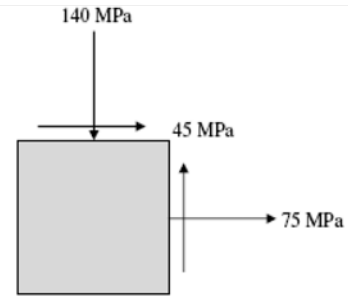
$$F_{\text{kr}} := \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(2L)^2} = 174.495 \cdot \text{kN}$$

Napon usljed ovog opterećenja se poredi s granicom tečenja

$$\sigma_{F_{\text{kr}}} := \frac{F_{\text{kr}}}{A} = 37.851 \cdot \text{MPa}$$

S obzirom da je pritisni napon manji od granice tečenja, dozvoljeno opterećenje je jednako 174.49 kN.

5. Komponente napona u kritičnoj tački čelične ploče date su na slici desno. Odrediti da li će doći do otkaza (plastičnog tečenja) materijala prema teoriji maksimalnog tangencijalnog napona i teoriji maksimalnog specifičnog deformacionog rada, ako je granica tečenja materijala $R_{eH} = 220 \text{ MPa}$.



$$\sigma_x := 75 \text{ MPa}$$

$$R_{eH} := 220 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y := -140 \text{ MPa}$$

$$\tau := 45 \text{ MPa}$$

Rješenje

Prvo treba izračunati glavne normalne napone, a onda primijeniti teoriju maksimalnog tangencijalnog napona.

$$\sigma_1 := \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = 84.039 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = -149.039 \cdot \text{MPa}$$

Teorija maksimalnog tangencijalnog napona:

$$\sigma_{ekv} := |\sigma_1 - \sigma_2| = 233.077 \cdot \text{MPa}$$

Doći će do otkaza!!!!

Teorija maksimalnog specifičnog deformacionog rada:

$$\sigma_{ekv} := \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2} = 204.45 \text{ MPa}$$

Neće doći do otkaza!!!
