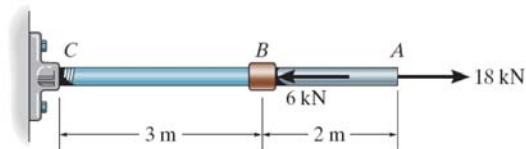


ISPIT 30.01.2012 - GRUPA A

1. Spoj na slici desno sastoji se od čelične šipke CB ($E = 200 \text{ MPa}$) i aluminijske šipke BA ($E = 70 \text{ MPa}$), pri čemu su obje kružnog poprečnog presjeka prečnika 12 mm . Ako je spoj izložen opterećenjima kao na slici, odrediti pomjeranje u tačkama A i B . Veličine spojnice B i C zanemariti.



$$E_C := 200 \text{ GPa} \quad l_{CB} := 3 \text{ m} \quad F_B := 6 \text{ kN} \quad d := 12 \text{ mm} \quad A := \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$E_{Al} := 70 \text{ GPa} \quad l_{BA} := 2 \text{ m} \quad F_A := 18 \text{ kN}$$

Rješenje

Reakcija u osloncu C

$$\sum_i F_i = 0 \quad F_C + F_B - F_A = 0$$

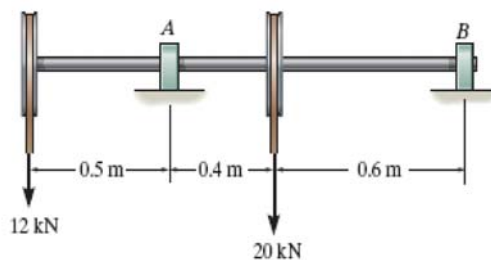
$$F_C := F_A - F_B = 12 \text{ kN} \quad \text{usmjereno u lijevo (zatezanje)}$$

Štap CB napregnut je silom F_C , a štap BA silom F_A - oba na zetezanje, pa su pomjeranja u tačkama A i B kako slijedi.

$$\delta_B := \frac{F_C \cdot l_{CB}}{E_C \cdot A} = 1.592 \text{ mm}$$

$$\delta_C := \delta_B + \frac{F_A \cdot l_{BA}}{E_{Al} \cdot A} = 6.139 \text{ mm}$$

2. Odredi najmanji dozvoljeni prečnik punog vratila koji je opterećen tranzferzalnim silama datim na slici desno. Dozvoljeni napon na savijanje je $\sigma_{\text{doz}} = 150 \text{ MPa}$, a dozvoljeni tangencijalni napon je $\tau_{\text{doz}} = 100 \text{ MPa}$.



$$F_1 := 12 \text{ kN} \quad L_1 := 0.5 \text{ m} \quad L_3 := 0.6 \text{ m} \quad \sigma_{\text{doz}} := 150 \text{ MPa}$$

$$F_2 := 20 \text{ kN} \quad L_2 := 0.4 \text{ m} \quad \tau_{\text{doz}} := 100 \text{ MPa}$$

Rješenje

Reakcije u osloncima A i B (pretpostavlja se da sile F_A i F_B djeluju prema gore).

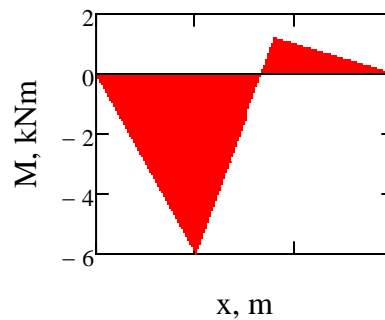
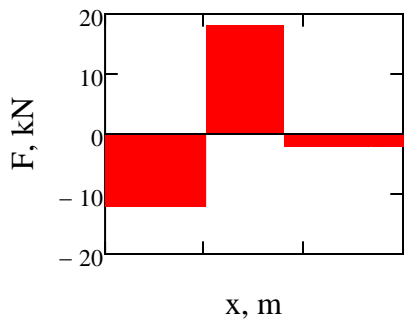
$$\sum_i F_i = 0 \quad -F_1 + F_A - F_2 + F_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum_i M_A = 0 \quad -F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2 - F_B \cdot (L_2 + L_3) = 0 \quad (2)$$

Iz (2) sijedi: $F_B := \frac{F_2 \cdot L_2 - F_1 \cdot L_1}{L_3 + L_2} = 2 \cdot \text{kN}$

Iz (1) slijedi: $F_A := F_1 + F_2 - F_B = 30 \cdot \text{kN}$

Dijagrami momenata savijanja i sila



Maksimalni moment savijanja (po intenzitetu):

$$M_{\max} := M(L_1) = -6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot \frac{d}{2}}{I} = \frac{M_{\max} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{d^4 \pi}{64}} = \frac{32 M_{\max}}{d^3 \cdot \pi} < \sigma_{\text{doz}}$$

$$d := \sqrt[3]{\frac{32 M_{\max}}{\sigma_{\text{doz}} \cdot \pi}} = 74.134 \cdot \text{mm}$$

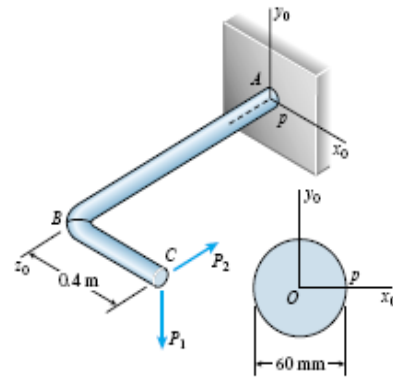
Provjera tangencijalnog napona:

Maksimalna transferzalna sila (po intenzitetu): $F_{\max} := F(L_3) = 18 \cdot \text{kN}$

$$A := \frac{d^2 \pi}{4} = 4.316 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$\tau_{\max} := \frac{3F_{\max}}{2A} = 6.255 \cdot \text{MPa} \quad \tau_{\max} < \tau_{\text{doz}}$$

3. Horizontalni nosač ABC na slici desno, napravljen od šipke kružnog poprečnog presjeka prečnika 60 mm, izložen je silama $P_1 = 2 \text{ kN}$ koja djeluje vertikalno, i $P_2 = 3 \text{ kN}$, koja djeluje horizontalno s dijelom AB , dužine 0.8 m. Izračunati normalne i tangencijalne napone u tački p (vidi sliku) uzrokovane djelovanjem sile P_2 .



$$L_{AB} := 0.8 \text{ m} \quad P_1 := 2 \text{ kN}$$

$$L_{BC} := 0.4 \text{ m} \quad P_2 := 3 \text{ kN}$$

$$d := 60 \text{ mm}$$

$$A := \frac{d^2 \pi}{4} = 2.827 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2 \quad I := \frac{d^4 \pi}{64} = 6.362 \times 10^5 \cdot \text{mm}^4$$

Rješenje

Tačka p je izložena sljedećim naponima usljed djelovanja sile P_2 .

a) Normalni naponi

Pritisak $\sigma_p := \frac{-P_2}{A} = -1.061 \cdot \text{MPa}$

Savijanje - $M = M_2 \cdot L_{BC}$ $M := -P_2 \cdot L_{AB} = -2.4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$ pritisak!!!

$$\sigma_{\max} := \frac{M}{I} \cdot \frac{d}{2} = -113.177 \cdot \text{MPa}$$

b) Tangencijalnih napona usljed sile P_2 nema.

Maksimalni normalni napon: $\sigma_{\max} := \sigma_p + \sigma_{\max s} = -114.238 \cdot \text{MPa}$

Maksimalni tangencijalni napon: $\tau_{\max} := \frac{\sigma_{\max}}{2} = -57.119 \cdot \text{MPa}$

4. Odrediti dozvoljeno opterećenje F proste grede od čeličnog I-profila oznake I 20, koja je opterećena na izvijanje.

Podaci: dužina grede $L=3$ m, modul elastičnosti $E = 200$ GPa i granica tečenja $R_{eH} = 200$ MPa.

$L := 3$ m $E := 200$ GPa $R_{eH} := 200$ MPa

$I_1 := 2140$ cm⁴ $I_2 := 117$ cm⁴ $I_{\min} := \min(I_1, I_2)$ $A := 33.5$ cm²

Rješenje

Kritična sila proste grede određuje se po izrazu:

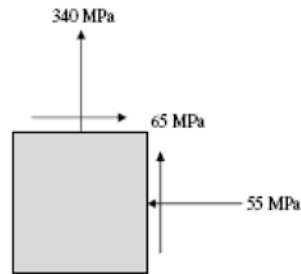
$$F_{kr} := \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{L^2} = 256.61 \cdot \text{kN}$$

Napon usljed ovog opterećenja se poredi s granicom tečenja

$$\sigma_{Fkr} := \frac{F_{kr}}{A} = 76.6 \cdot \text{MPa}$$

S obzirom da je pritisni napon manji od granice tečenja, dozvoljeno opterećenje je jednako 256.61 kN.

5. Komponente napona u kritičnoj tački čelične ploče date su na slici desno. Odrediti stepen sigurnosti, ako se koristi teorija maksimalnog specifičnog deformacionog rada. Granica tečenja materijala je $R_{eH} = 500$ MPa.



$$\sigma_x := -55\text{MPa}$$

$$R_{eH} := 500\text{MPa}$$

$$\sigma_y := 340\text{MPa}$$

$$\tau := 65\text{MPa}$$

Rješenje

Prvo treba izračunati glavne normalne napone, a onda primijeniti teoriju maksimalnog specifičnog deformacionog rada.

$$\sigma_1 := \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = 350.421 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = -65.421 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{ekv} := \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2} = 387.298 \cdot \text{MPa}$$

Stepen sigurnosti je:

$$S := \frac{R_{eH}}{\sigma_{ekv}} = 1.291$$
