

Grešak, Strnad, Tiegl

Zbirka nalog za srednje šole Matematika
Elementarne Funkcije. Kompleksna Števila
VII. Logaritem, Naloga 57a

Naloga

Reši enačbo:

$$\log^{-1}x = 2 + \log\frac{1}{x}$$

Rešitev

Lotimo se reševanja po korakih:

$$\begin{aligned}\log^{-1}x &= 2 + \log\frac{1}{x} \\ \frac{1}{\log x} &= 2 + \log\frac{1}{x} \\ 1 &= 2\log x + \log\frac{1}{x}\log x \\ 1 &= 2\log x + \log x^{-1}\log x \\ 1 &= 2\log x + -\log x\log x \\ -\log x\log x + 2\log x - 1 &= 0\end{aligned}$$

Uvedemo substitucijo: $y = \log x$:

$$\begin{aligned}-y^2 + 2y - 1 &= 0 \\ y^2 - 2y + 1 &= 0 \\ (y - 1)^2 &= 0\end{aligned}$$

Rešitev je $y = 1$. Uvedemo substitucijo, tako da se vrnemo nazaj na logaritme:

$$\begin{aligned}y &= 1 \\ \log x &= 1\end{aligned}$$

Očitno je x enak osnovi logaritma in to je v našem primeru 10.