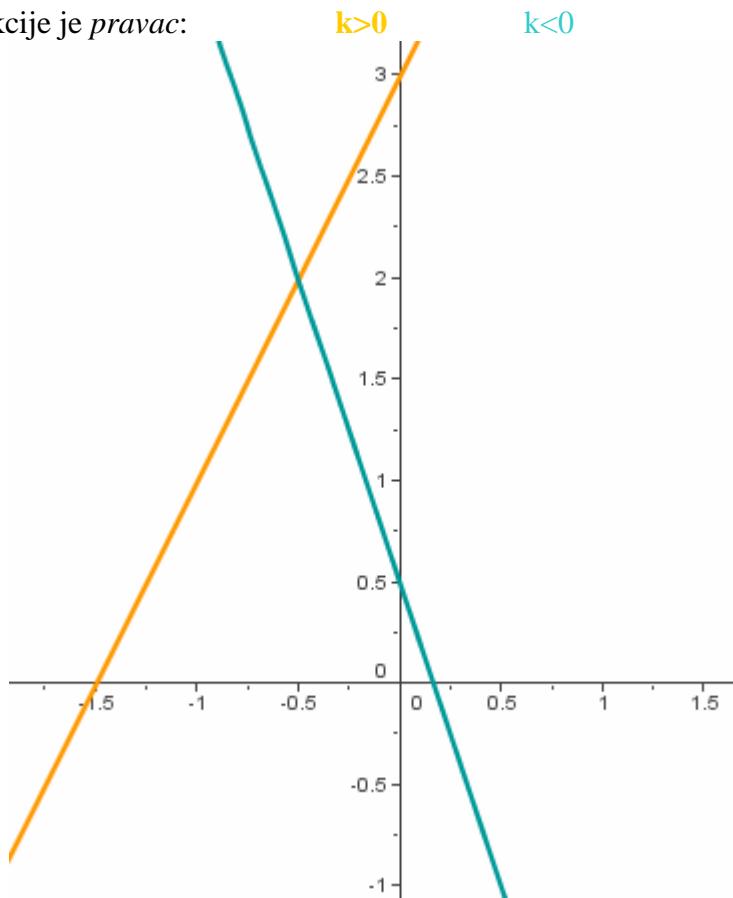


ELEMENTARNE FUNKCIJE

Linearna funkcija $f(x) = kx + l$

Graf linearne funkcije je *pravac*:

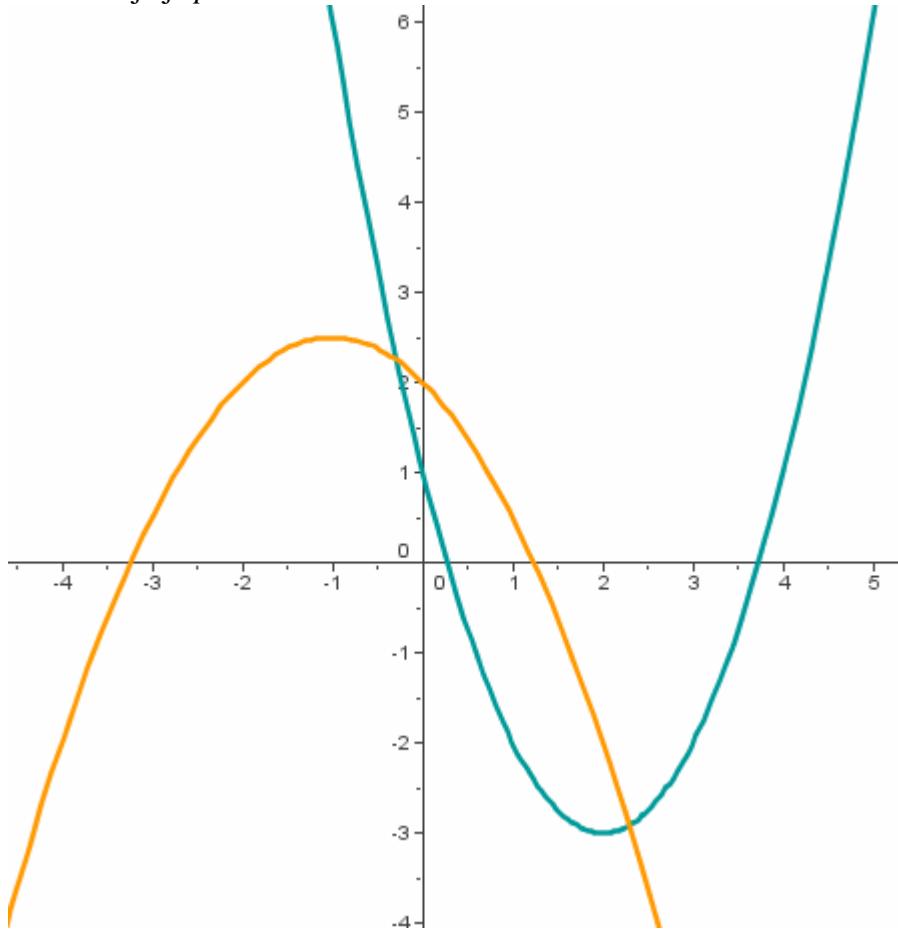


Svojstva *linearne* funkcije $y = k \cdot x + l$, $k \neq 0$, su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}$, $R(f) = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}$;
- rastuća ako je $k > 0$, padajuća ako je $k < 0$;
- neparna ako je $l = 0$, injektivna, surjektivna pa tako i bijektivna;
- ima inverznu funkciju: $f^{-1}(x) = \frac{1}{k}(x - l)$
- nultočka: $x = -\frac{l}{k}$

Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$

Graf kvadratne funkcije je *parabola*



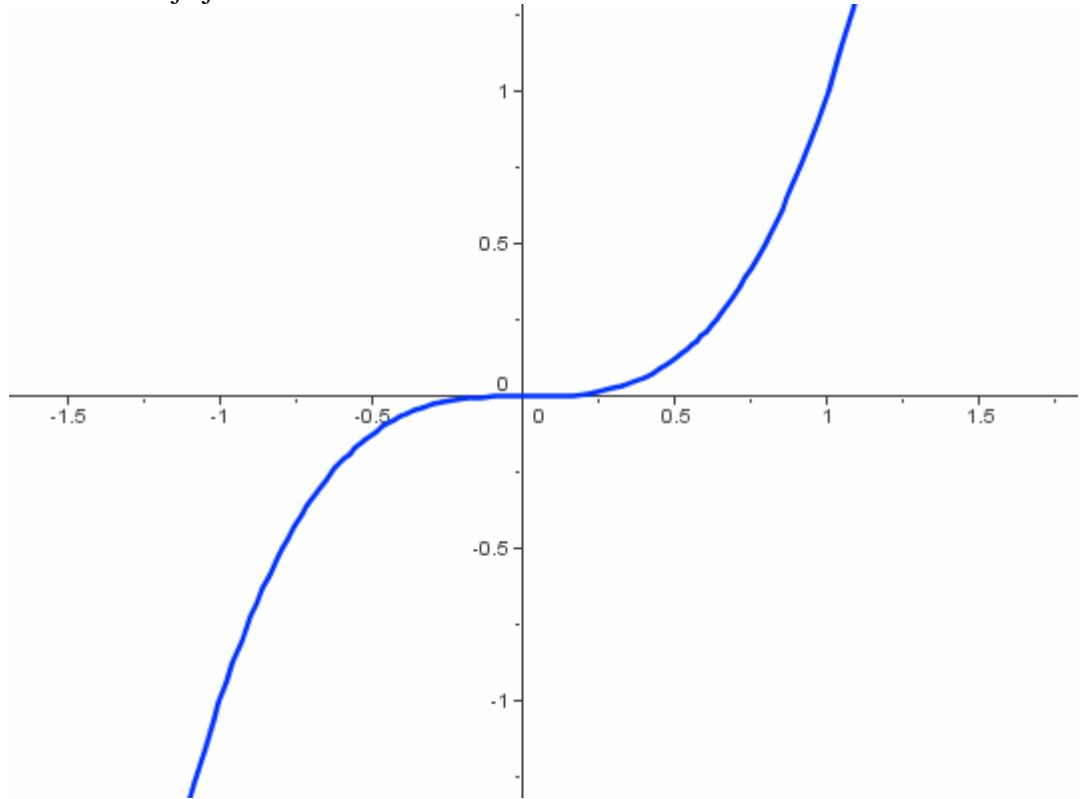
Svojstva kvadratne funkcije $y = a \cdot x^2 + b x + c$, $a \neq 0$, su sljedeća:

$$D(f) = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}, \quad R(f) = \left[c - \frac{b^2}{4a}, \infty \right] \text{ ako je } a > 0, \quad R(f) = \left[-\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right] \text{ za } a < 0$$

- konveksna ako je $a > 0$, okrenuta ka gore \odot ;
- konkavna ako je $a < 0$, okrenuta ka dolje \oslash ;
- parna ako je $b = 0$, niti parna niti neparna za $b \neq 0$;
- nije injektivna, pa nema inverznu funkciju;
- nultočka $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Kubna funkcija $f(x) = x^3$

Graf kubne funkcije je

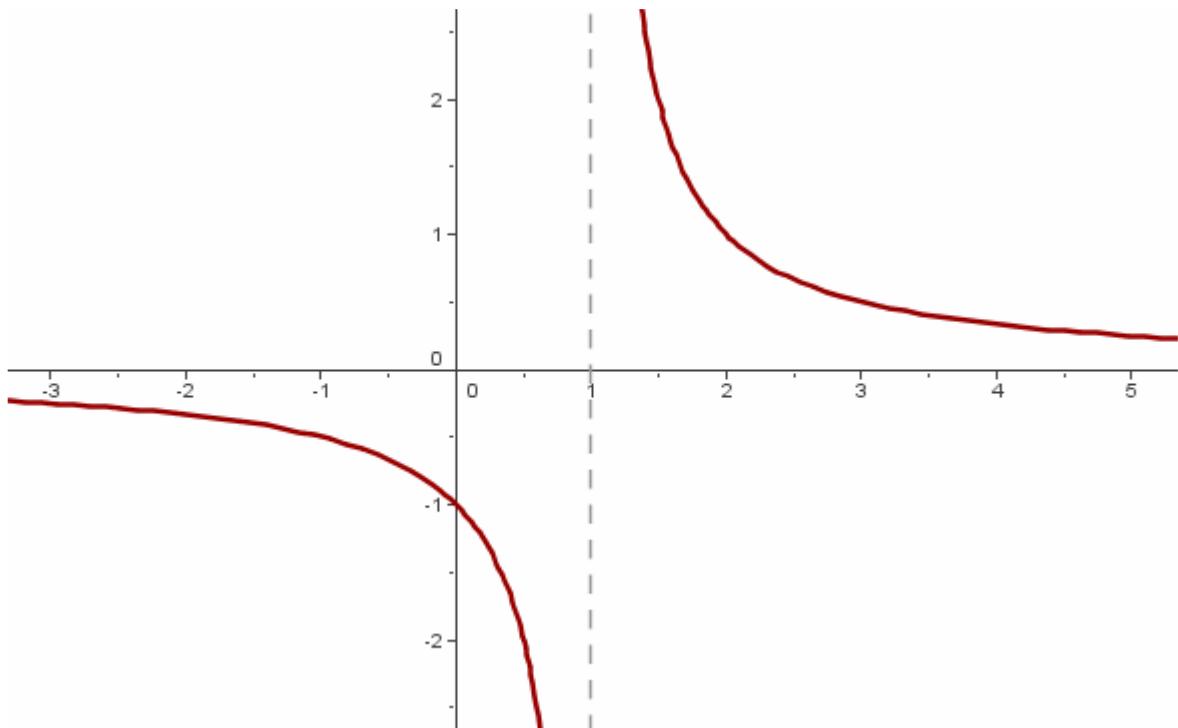


Svojstva *kubne* funkcije $y = x^3$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}$, $R(f) = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}$
- rastuća;
- konkavna na $(-\infty, 0]$ i konveksna na $[0, \infty)$;
- neparna, injektivna, surjektivna pa tako i bijektivna;
- ima inverznu funkciju $f(x) = \sqrt[3]{x}$;
- nultočke $x = 0$

$$\text{Racionalna funkcija } f(x) = \frac{1}{x-b}$$

Graf racionalne funkcije



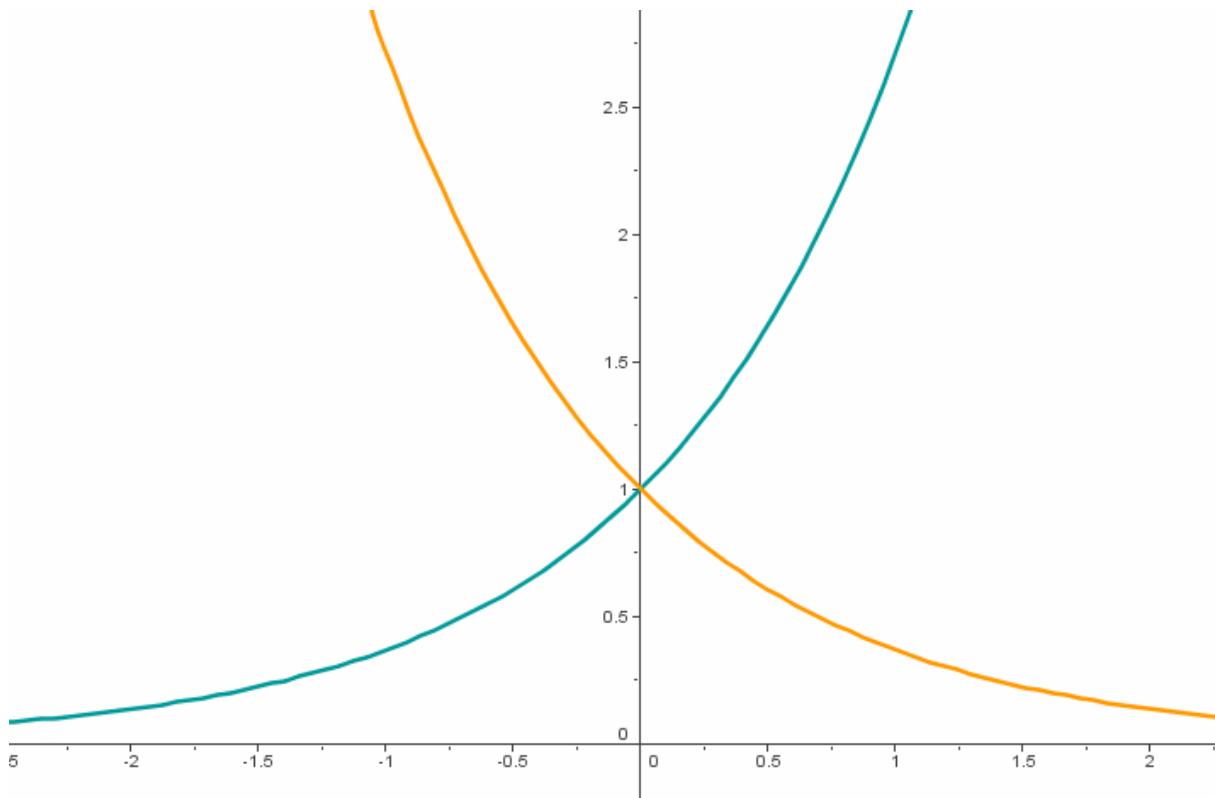
Svojstva *racionalne* funkcije su sljedeća:

$$D(f) = (-\infty, b) \cup (b, \infty), \quad R(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty);$$

- padajuća na intervalu $(-\infty, b)$, padajuća na intervalu (b, ∞) ;
- konkavna na intervalu $(-\infty, b)$, konveksna na intervalu (b, ∞) ;
- niti parna niti neparna, injektivna;
- ima inverznu funkciju $f^{-1}(x) = \frac{bx+1}{x}$
- nema nultočaka;
- vertikalna asimptota $x = b$, horizontalna asimptota $y = 0$.

Graf eksponencijalne funkcije $f(x) = e^x$

$g(x) = e^{-x}$



Svojstva eksponencijalne funkcije $f(x) = e^x$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty)$, $R(f) = (0, \infty)$;
- rastuća, konveksna;
- injektivna;
- ima inverznu funkciju $f^{-1}(x) = \ln x$;
- nema nultočaka;
- lijeva horizontalna asimptota $y = 0$;

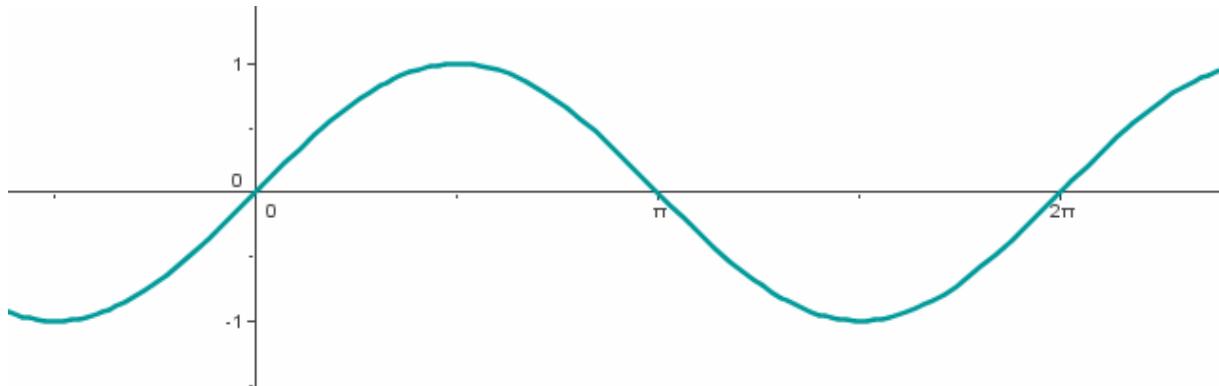
Svojstva eksponencijalne funkcije $g(x) = e^{-x}$ su sljedeća:

- $D(g) = (-\infty, \infty)$, $R(g) = (0, \infty)$;
- padajuća, konveksna;
- injektivna;
- ima inverznu funkciju $g^{-1}(x) = \ln \frac{1}{x}$
- nema nultočaka;
- desna horizontalna asimptota $y = 0$

Trigonometrijske funkcije

$$f(x) = \sin x$$

Graf trigonometrijske funkcije $y = \sin x$ je *sinusoida*

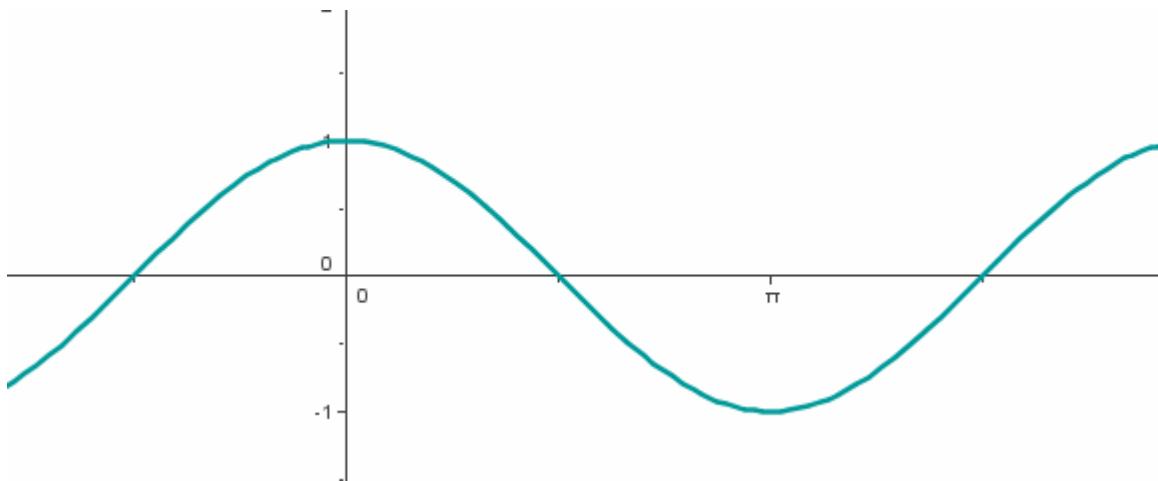


Svojstva trigonometrijske funkcije $y = \sin x$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty)$, $R(f) = [-1, 1]$;
- rastuća na $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$, padajuća na $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$
- konkavna na $[2k\pi, \pi + 2k\pi]$, konveksna na $[(2k+1)\pi, (2k+2)\pi]$;
- neparna, nije injektivna, periodička sa periodom $T = 2\pi$;
- nema inverznu funkciju;
- nultočke $x_k = k\pi$.

$$f(x) = \cos x$$

Graf trigonometrijske funkcije $y = \cos x$ je kosinusoida

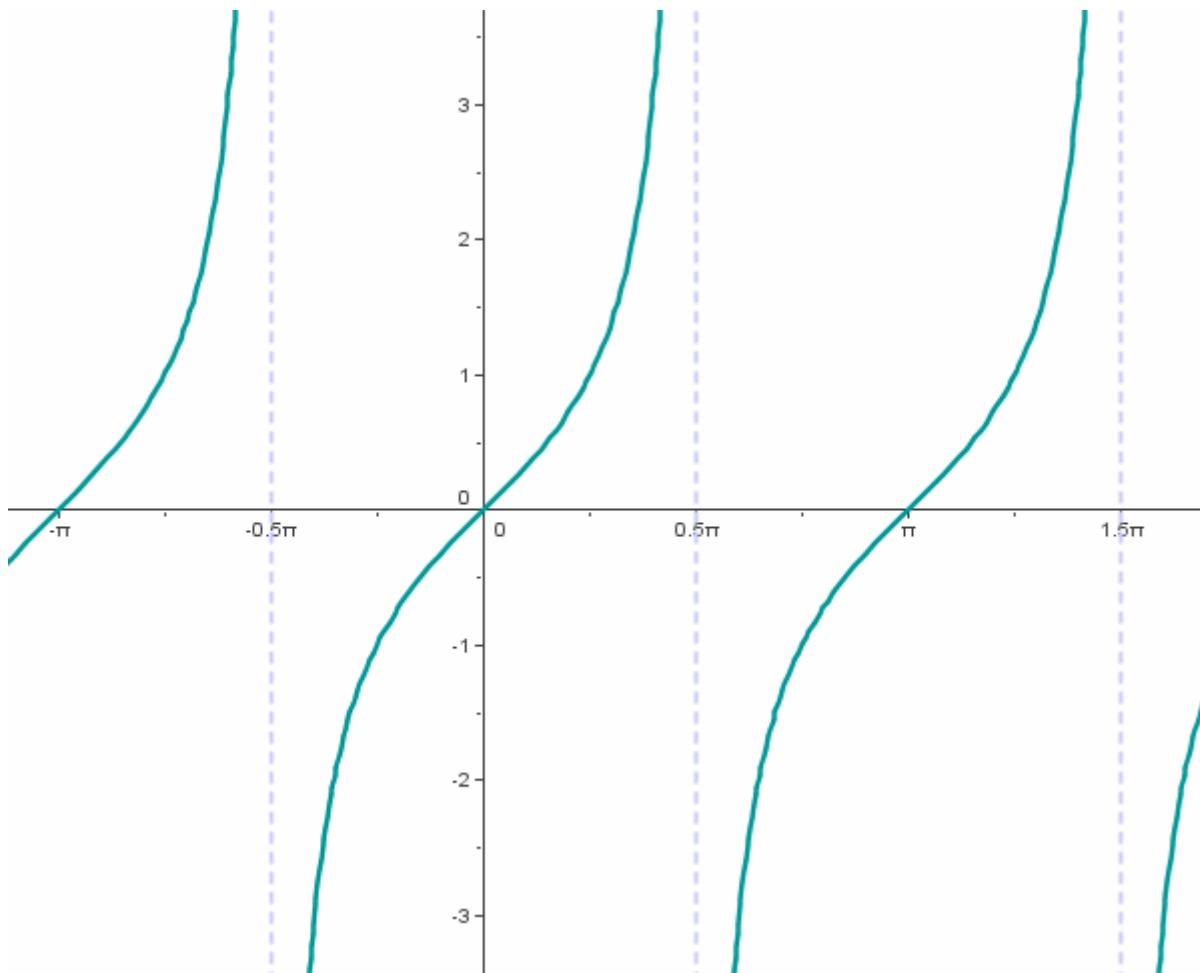


Svojstva trigonometrijske funkcije $y = \cos x$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty)$, $R(f) = [-1, 1]$;
- rastuća na $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$, padajuća na $[2k\pi, \pi + 2k\pi]$;
- konkavna na $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$ konveksna na $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$
- parna, nije injektivna, periodička s periodom $T = 2\pi$;
- nema inverznu funkciju;
- nultočke $x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$f(x) = \operatorname{tg}(x)$$

Graf trigonometrijske funkcije $y = \operatorname{tg} x$ je tangensoida

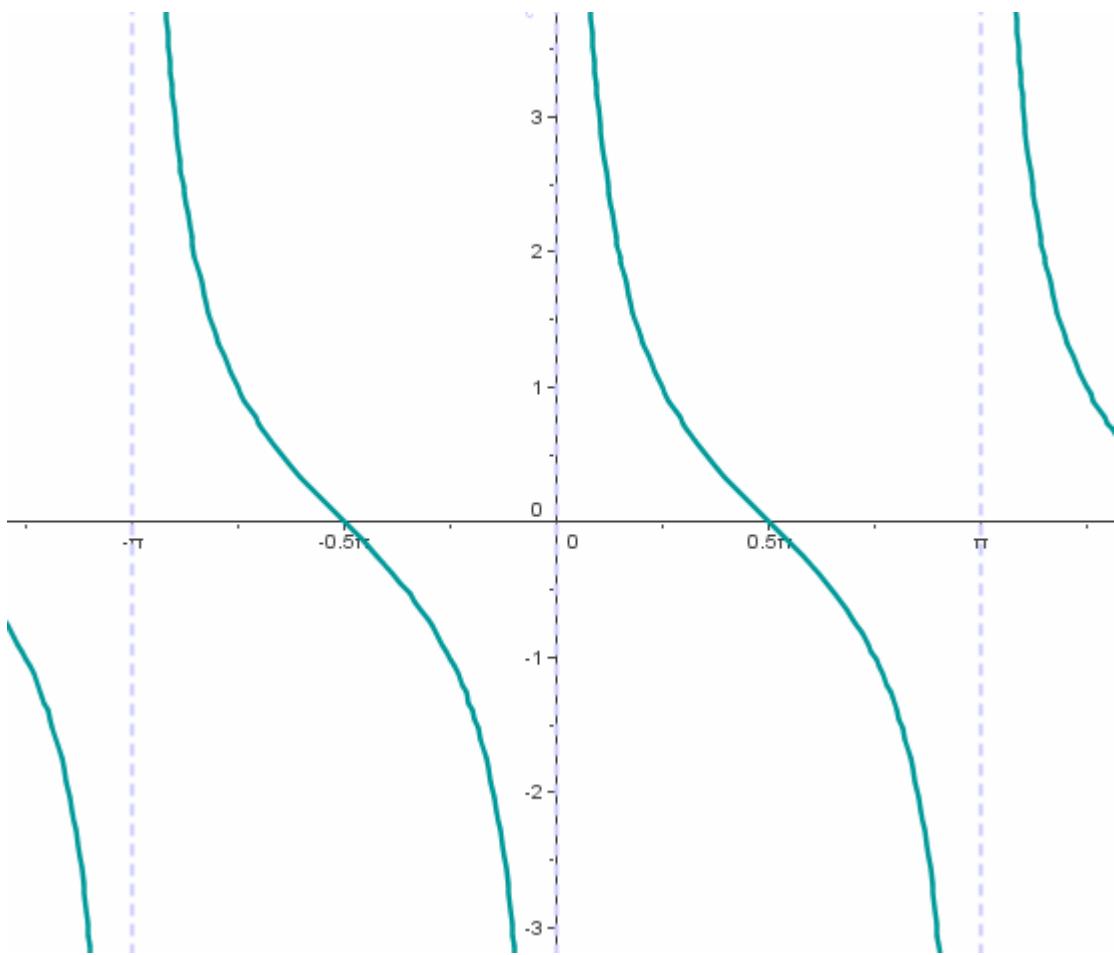


Svojstva trigonometrijske funkcije $y = \operatorname{tg} x$ su sljedeća:

- $D(f) = \mathbf{R} \setminus \bigcup \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ $R(f) = \mathbf{R}$
- rastuća na $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$
- konkavna na $\left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, k\pi \right]$ konveksna $\left[k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$
- neparna, nije injektivna, periodička s periodom $T = \pi$;
- nema inverznu funkciju;
- nultočke $x_k = k\pi$;
- vertikalne asymptote $x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$f(x) = \operatorname{ctg}(x)$$

Graf trigonometrijske funkcije $y = \operatorname{ctg} x$ je kotangensoida



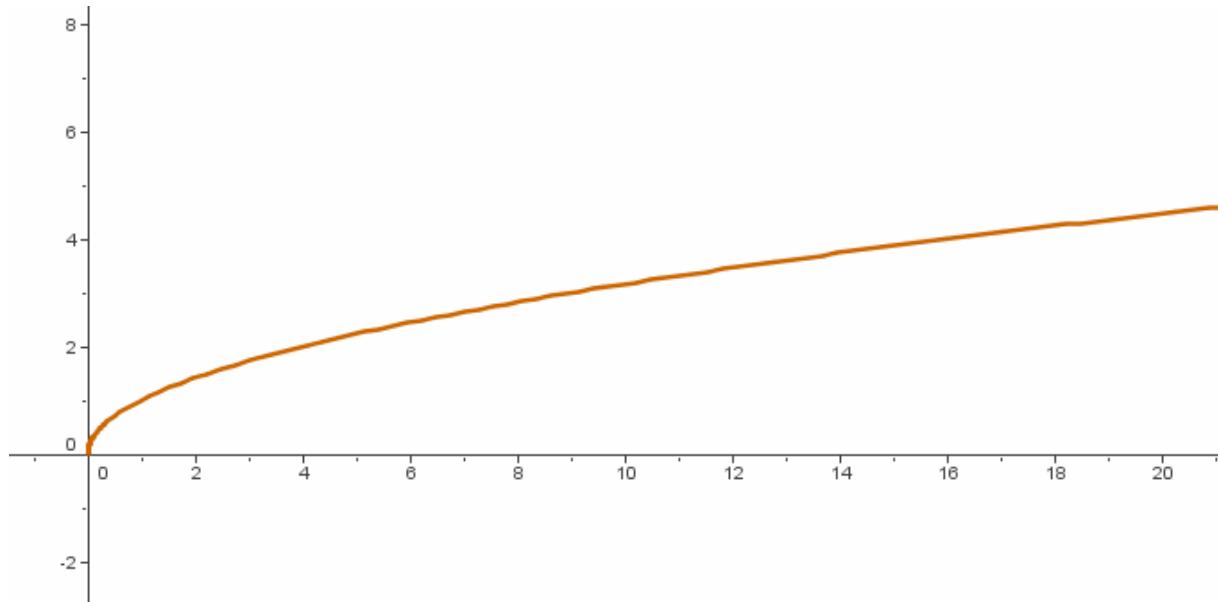
Svojstva trigonometrijske funkcije $y = \operatorname{ctg} x$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty) / \{k\pi\}$, $R(f) = (-\infty, \infty)$;
- padajuća na $(k\pi, \pi + k\pi)$;
- konveksna na $\left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$ konkavna $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi, \pi + k\pi\right)$
- neparna, nije injektivna, periodička s periodom $T = \pi$;
- nema inverznu funkciju;
- nultočke $x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi$
- vertikalne asimptote $x_k = k\pi$.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = x^2$)

Graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ je krivulja kao na slici dolje:



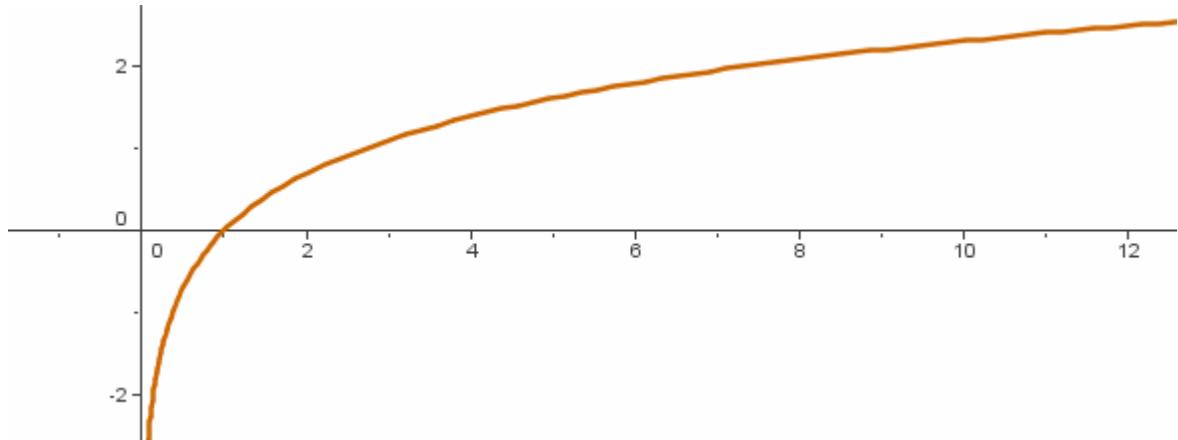
Svojstva *korijen* funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ su sljedeća:

- $D(f) = [0, \infty)$, $R(f) = [0, \infty)$;
- rastuća, konkavna;
- injektivna;
- nultočka $x = 0$.

$$f(x) = \ln x$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = e^x$)

Graf logaritamske funkcije $y = \ln x$ je krivulja kao na slici:



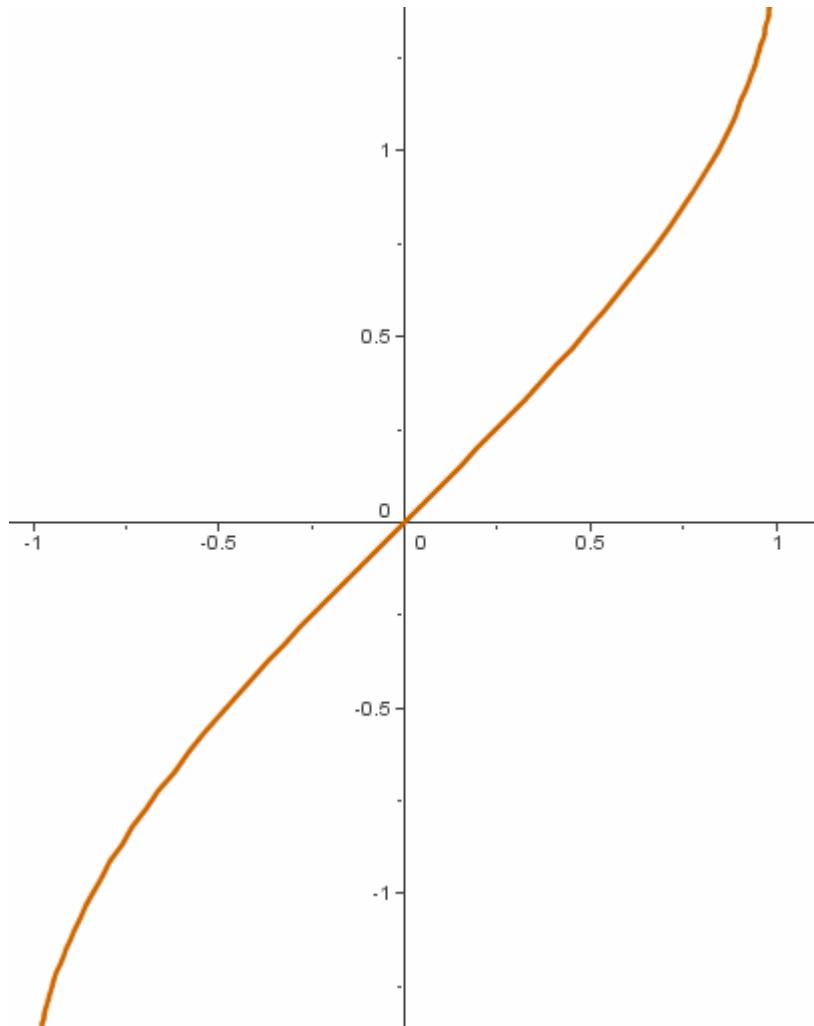
Svojstva logaritamske funkcije $f(x) = \ln x$ su sljedeća:

- $D(f) = (0, \infty)$, $R(f) = (-\infty, \infty)$;
- rastuća, konkavna;
- injektivna;
- nultočka $x = 1$.

Ciklometrijske funkcije

$$f(x) = \arcsin x$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = \sin x$ (restrikcija na interval na kojem je $\sin x$ injektivna))

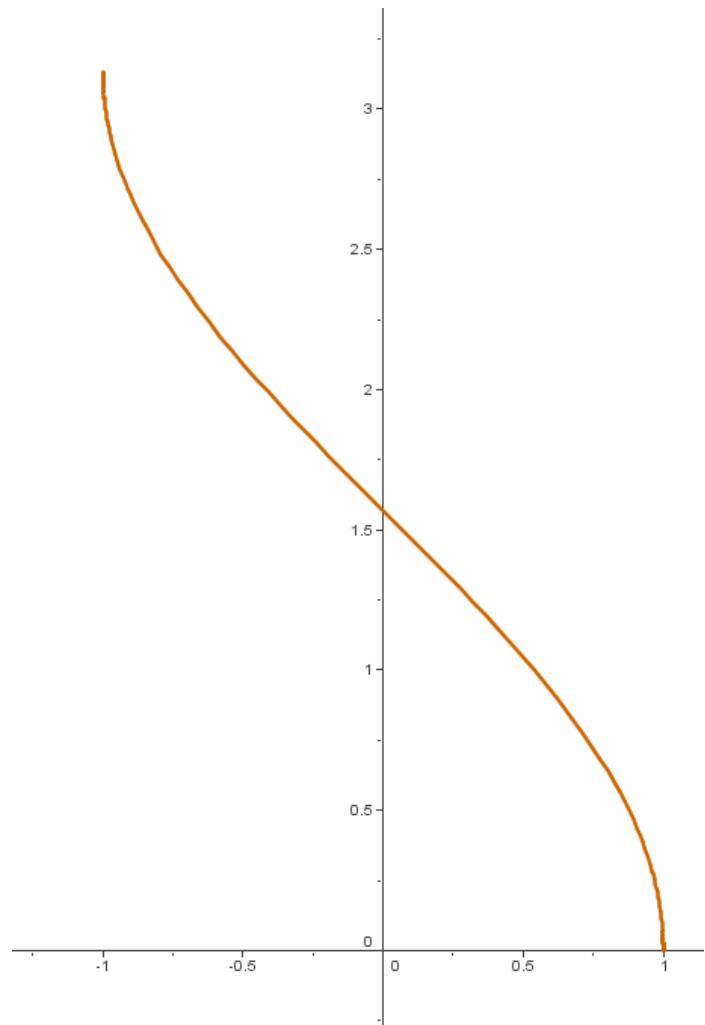


Svojstva arkus-sinus funkcije $f(x) = \arcsin x$ su sljedeća:

- $D(f) = [-1, 1]$, $R(f) = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$
- rastuća, konkavna na $[-1, 0]$, a konveksna na $[0, 1]$;
- injektivna;
- nultočka $x = 0$

$$f(x) = \arccos x$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = \cos x$ (restrikcija na interval na kojem je $\cos x$ injektivna))

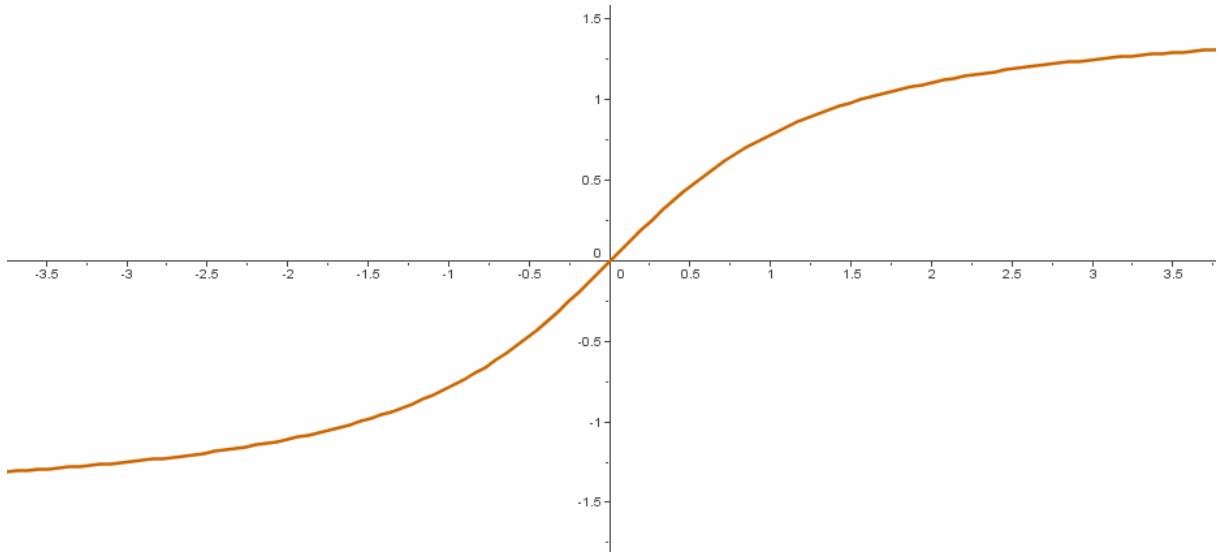


Svojstva arkus-kosinus funkcije $f(x) = \arccos x$ su sljedeća:

- $D(f) = [-1, 1], \quad R(f) = [0, \pi];$
- padajuća, konveksna na $[-1, 0]$, a konkavna na $[0, 1]$;
- injektivna;
- nultočka $x = 1$.

$$f(x) = \arctg x$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = \operatorname{tg} x$ (restrikcija na interval na kojem je $\operatorname{tg} x$ injektivna))

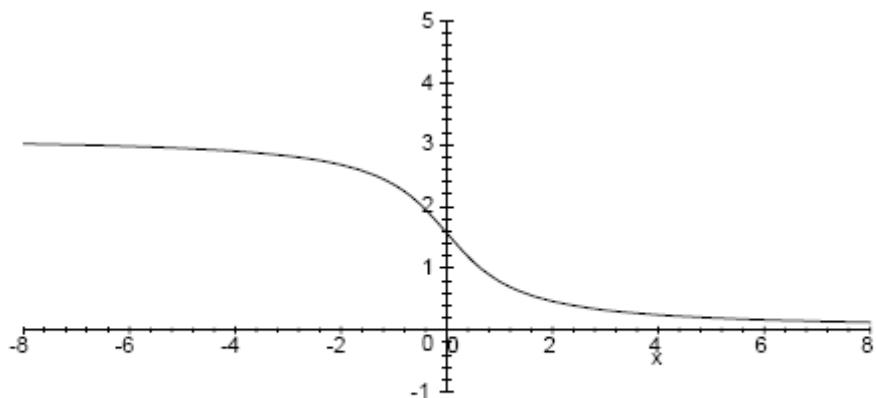


Svojstva arkus-tangens funkcije $f^{-1}(x) = \arctg x$ su sljedeća:

- $D(f) = \mathbf{R}$, $R(f) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
- rastuća, konveksna na $(-\infty, 0]$, a konkavna na $[0, \infty)$;
- injektivna;
- nultočka $x = 0$;
- lijeva horizontalna asimptota je $y = -\frac{\pi}{2}$, a desna horizontalna asimptota je $y = \frac{\pi}{2}$

$$f(x) = \arccot x$$

(Inverzna funkcija funkcije $f(x) = \cot x$ (restrikcija na interval na kojem je $\cot x$ injektivna))



Svojstva arkus-kotangens funkcije $f(x) = \arccot x$ su sljedeća:

- $D(f) = (-\infty, \infty)$, $R(f) = (0, \pi)$;
- padajuća, konkavna na $(-\infty, 0]$, a konveksna na $[0, \infty)$;
- injektivna;
- nema nultočke;
- lijeva horizontalna asimptota je $y = \pi$, a desna horizontalna asimptota je $y = 0$.