



**KATEDRA ZA MEHANIKE**

Predmet: **Dinamika**

**Pismeni ispit**

**Univerzitet u Zenici**  
**Mašinski fakultet**

Školska godina 2006/2007

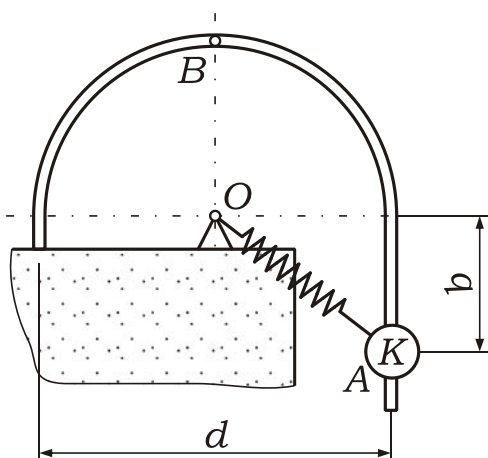
Profesor: *doc. dr. Elma Ekinović*

Asistent: *Josip Kačmarčik*

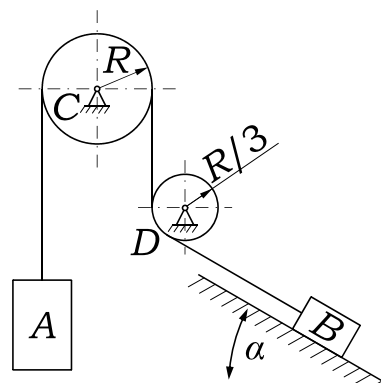
Datum: 25.9.2007. godine

**Zadaci:**

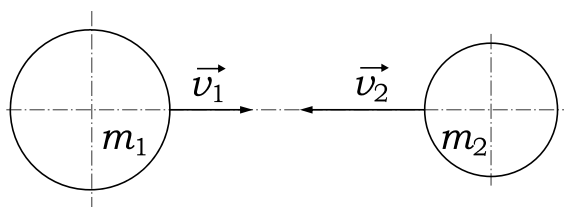
1. Klizač  $K$  mase  $0,5 \text{ kg}$  može da se kreće duž glatke vodilice u vertikalnoj ravni kao što je prikazano na slici. Klizač je pričvršćen za oprugu krutosti  $c = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , nedeformisane dužine  $l_0 = 0,25 \text{ m}$ , koja je drugim krajem vezana za zglob  $O$ . Dijametar polukružnog dijela staze je  $d = 0,8 \text{ m}$ . Klizač je pušten bez početne brzine iz tačke  $A$  u položaju definisanim sa  $b = 0,3 \text{ m}$ . Odrediti brzinu klizača u tački  $B$ .



2. Sistem tijela se sastoji od dva tereta  $A$  i  $B$ , masa  $m_A = 5 m_B$ ,  $m_B = m$ , povezanih nerastegljivim užetom zanemarljive mase koje prelazi preko koturova  $C$  i  $D$  poluprečnika  $R$  i  $\frac{R}{3}$ , prema slici. Teret  $B$  klizi po kosoj ravni nagiba  $\alpha = 30^\circ$ . Sva trenja zanemariti. Koturove smatrati homogenim diskovima masa  $m_C = \frac{m_D}{2} = \frac{m}{4}$ . Izračunati ubrzanje tereta  $A$ .



3. Kuglica mase  $m_1 = 5 \text{ kg}$  kreće se brzinom od  $2 \text{ m/s}$  i sudara se sa drugom, mase  $m_2 = 3 \text{ kg}$  koja se kreće po istom pravcu ali u suprotnom smjeru brzinom  $4 \text{ m/s}$ . Odrediti brzine kuglica nakon sudara ako je koeficijent restitucije sudara  $k = 0,6$ .



1.

$$E_{KA} + E_{PA} = E_{KB} + E_{PB}$$

$$E_{KA} = 0$$

$$E_{PA} = \frac{1}{2} c \Delta l_A^2 = \frac{1}{2} c \left[ \sqrt{b^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - l_0 \right]^2 = 18,75 \text{ J}$$

$$E_{KB} = \frac{m v_B^2}{2}$$

$$E_{PB} = m g h_B + \frac{1}{2} c \Delta l_B^2 = m g \left(b + \frac{d}{2}\right) + \frac{1}{2} c \left[\frac{d}{2} - l_0\right]^2 = 10,1835 \text{ J}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{m} (E_{PA} - E_{PB})} = \sqrt{\frac{2}{0,5} (18,75 - 10,1835)} = 5,854 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.

Za rješavanje zadatak koristit ćemo se zakonom o promjeni kinetičke energije sistema u obliku:

$$\frac{dE_K}{dt} = \frac{dA}{dt} \dots\dots\dots (A)$$

Kinetičku energiju sistema čine energije koturova i tereta:

$$E_K = E_{KA} + E_{KB} + E_{KC} + E_{KD}$$

Koturovi vrše rotaciju, a tereti pravolinijsko kretanje pa je kinetička energija sistema:

$$E_K = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} + \frac{I_1 \cdot \omega_C^2}{2} + \frac{I_2 \cdot \omega_D^2}{2}$$

Ako uvrstimo kinematske karakteristike kretanja za sva tijela u sistemu, te momente inercije koturova koje smatramo diskovima, dobijamo:

$$E_K = \frac{m_A \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{m_B \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_C \cdot R^2}{2} \cdot \left(\frac{\dot{s}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_D \cdot \left(\frac{R}{3}\right)^2}{2} \cdot \left(\frac{\dot{s}}{\left(\frac{R}{3}\right)}\right)^2$$

$$E_K = \frac{m_A \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{m_B \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{m_C \cdot \dot{s}^2}{4} + \frac{m_D \cdot \dot{s}^2}{4}$$

Konačni izraz dobijamo uvrštavanjem zadanih masa tijela:

$$E_K = \frac{5m \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{s}^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{s}^2}{16} + \frac{m \cdot \dot{s}^2}{8} = \frac{40 + 8 + 1 + 2}{16} m \cdot \dot{s}^2 = \frac{51}{16} m \cdot \dot{s}^2$$

$$E_K = \frac{51}{16} \cdot m \cdot \dot{s}^2 \dots\dots\dots (B)$$

Elementarni rad dobijamo uzimanjem u obzir težine tereta A i tereta B sile koje vrše rad pri elementarnom pomjeranju  $\overline{ds}$ :

$$dA = \overline{G_A} \cdot \overline{ds} + \overline{G_B} \cdot \overline{ds} =$$

$$dA = 5 \cdot m \cdot g \cdot ds - m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot ds = \frac{9}{2} \cdot m \cdot g \cdot ds \dots\dots\dots (C)$$

(C) i (B) u (A):

$$\frac{51}{8} \cdot m \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} = \frac{9}{2} \cdot m \cdot g \cdot \dot{s}$$

$$\ddot{s} = \frac{36}{51} g$$

3.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$k = -\frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 5 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) = -2 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$5u_1 + 3u_2 = -2 \dots\dots\dots (1)$$

$$u_1 - u_2 = -k(v_1 - v_2) = -0,6 \cdot [2 - (-4)] = -3,6 \dots\dots\dots (2)$$

Rješavanjem jednačina (1) i (2) dobijamo:

$$u_1 = -1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$u_2 = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$