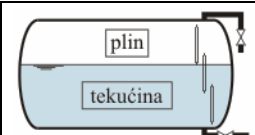
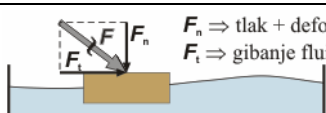


8.1 Svojstva i osnovne veličine stanja fluida

<p>FLUIDI</p> <p>tekućine plinovi</p> <p>benzin ukapljeni plin benzinske pare zemni plin</p>	<p>Tekućine poprimaju oblik spremnika dok ga plinovi u cjelini ispunjavaju (diskusija: E_p i E_k molekula, F_g). Najčešće sretana tekućina je voda (prevladavaju međumolekulske privlačne sile i djelovanje Zemljine teže), a najčešće sretani plin je zrak (prevladava kinetička energija gibanja molekula). Vodena para sadržana u zraku naziva se vlaga.</p>	
---	--	---

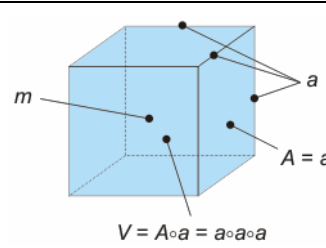
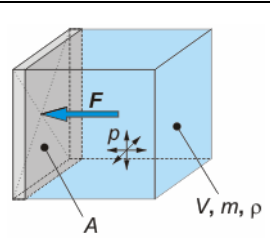
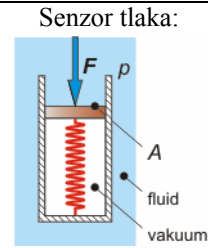
 <p>$F_n \Rightarrow$ tlak + deformacije $F_t \Rightarrow$ gibanje fluida</p>	<ul style="list-style-type: none"> Pod opterećenjima koja su tangencijalna na njihove granične površine fluidi se lako deformiraju i teku. Fluidi nemaju vlastite oblike kao krutine. Pod opterećenjima koja su okomita na njihove granične plohe fluidi neznatno/znatno mijenjaju volumen (teško/lako se deformiraju – prazan prostor između molekula).
---	--

Pritisak (pritisna sila F_n) – vektorska veličina kojom se opisuje djelovanje fluida na stjenku (mirujući fluid – statika). Okomit je na stjenku (graničnu plohu) – u protivnom bi se javilo tečenje uslijed djelovanja tangencijalne komponente (sila F_t).

Najčešće korištene **veličine stanja** fluida su gustoća i tlak (statika/dinamika – masa i sila), protok i dinamička viskoznost (dinamika – brzina i trenje), visina stupca (dubina), površina, volumen, put, vrijeme, pritisak i kinematska viskoznost.

Gustoća (ρ) – skalarna veličina koja opisuje masu jediničnog volumena fluida (gustoća leda, vode i vodene pare; $\rho_t \sim 1000 \cdot \rho_p$).

Tlak (p) – skalarna veličina koja opisuje pritisak fluida na jediničnu površinu stjenke spremnika (zamišljenu plohu u fluidu ili membranu mjernog instrumenta). Tlak u nekoj točki mirujućeg fluida jednak je u svim pravcima.

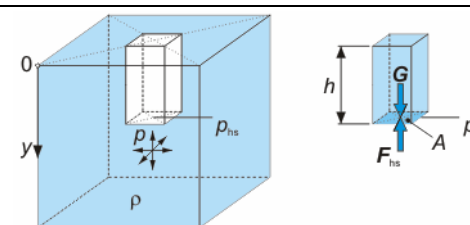
 <p>$V = A \cdot a = a \cdot a \cdot a$</p>	<p>Gustoća (homogeni i nehomogeni fluidi):</p> $\rho \equiv \frac{m}{V} \left(\rho = \frac{dm}{dV} \right) \quad [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ <p>Tlak:</p> $p \equiv \frac{F}{A} \left(p = \frac{dF}{dA} \right) \quad [p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$		<p>Senzor tlaka:</p> 
--	---	---	--

S promjenama tlaka gustoće se tekućina neznatno mijenjaju (stlačivost) dok se gustoće plinova značajno mijenjaju ($p \cdot V = f(t)$).

$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)} = \rho \text{ [kg/(1000} \cdot \text{dm}^3\text{)]} = (\rho/1000) \text{ (kg/dm}^3\text{)}$ $p \text{ (Pa)} = p \text{ (N/m}^2\text{)} = p \text{ [N/(10}^6\text{ mm}^2\text{)]} = (\rho/10^6) \text{ (N/mm}^2\text{)}$	<table border="1" style="width:100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Tvar</th> <th>$\rho_{1 \text{ bar}}$, kg/m³</th> <th>$\rho_{50 \text{ bar}}$, kg/m³</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>zrak, 20°C</td> <td>1,21</td> <td>60,5</td> </tr> <tr> <td>voda, 20°C</td> <td>998 (= 0,998 kg/dm³)</td> <td>1000 (= 1,000 kg/dm³)</td> </tr> </tbody> </table>	Tvar	$\rho_{1 \text{ bar}}$, kg/m ³	$\rho_{50 \text{ bar}}$, kg/m ³	zrak, 20°C	1,21	60,5	voda, 20°C	998 (= 0,998 kg/dm ³)	1000 (= 1,000 kg/dm ³)
Tvar	$\rho_{1 \text{ bar}}$, kg/m ³	$\rho_{50 \text{ bar}}$, kg/m ³								
zrak, 20°C	1,21	60,5								
voda, 20°C	998 (= 0,998 kg/dm ³)	1000 (= 1,000 kg/dm ³)								

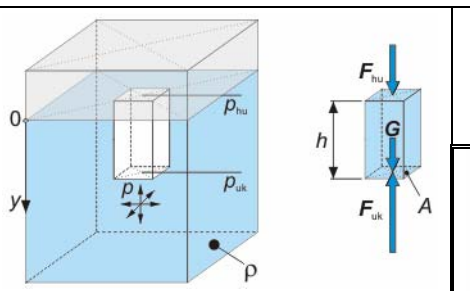
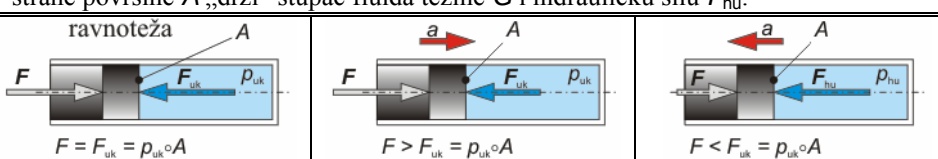
8.2 Hidrostatski, hidraulički i ukupni tlak

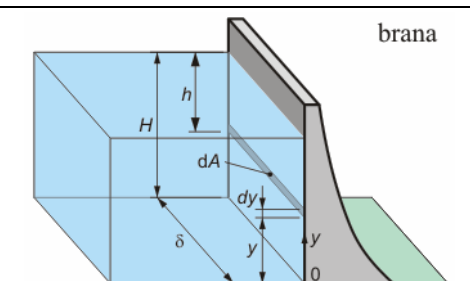
Hidrostatski tlak (p_{hs} , Pa) – posljedica je težine stupca fluida (razmjeran visini stupca) i jednak je u svim pravcima.

	<p>Usvojen je smjer y osi jednak smjeru dubine. Na temelju statičke ravnoteže:</p> $-F_{hs} + G = 0 \text{ (komponente)} \Rightarrow p_{hs} \cdot A = m \cdot g$ $p_{hs} \cdot A = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow p_{hs} \cdot A = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$ $p_{hs} = \rho \cdot h \cdot g \text{ (jednak je u svim pravcima)}$ <p>Može se zaključiti: pritisak fluida F_{hs} (posljedica djelovanja hidrostatskog tlaka), s donje strane površine A „drži” stupac fluida težine G.</p>
--	---

Hidraulički tlak (p_{hu} , Pa) – vanjski tlak, koji djeluje na površinu tekućine (nadtlak, podtlak i parcijalni tlak para tekućine).

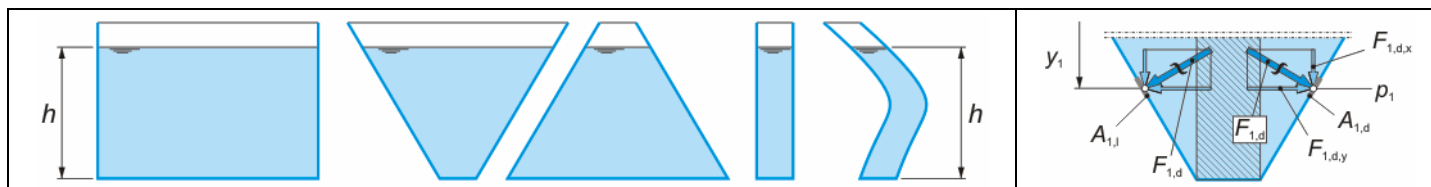
Ukupni tlak (p_{uk} , Pa) – jednak je zbroju hidrauličkog i hidrostatskog tlaka (nadtlak, podtlak i predznak).

	$F_{hu} + G - F_{uk} = 0 \Rightarrow p_{uk} \cdot A = p_{hu} \cdot A + m \cdot g$ $p_{uk} \cdot A = p_{hu} \cdot A + \rho \cdot A \cdot h \cdot g \Rightarrow p_{uk} = p_{hu} + \rho \cdot h \cdot g$ <p>Može se zaključiti: pritisak fluida F_{uk} (posljedica djelovanja ukupnog tlaka), s donje strane površine A „drži” stupac fluida težine G i hidrauličku silu F_{hu}.</p>
	

 <p style="text-align: center;">brana</p>	<p>Pritisak vode na djelić površine zida brane jednak je:</p> $dF = p \cdot dA = (\rho \cdot g \cdot h) \cdot (\delta \cdot dy) = [\rho \cdot g \cdot (H - y)] \cdot (\delta \cdot dy)$ $F = \int_0^H \rho \cdot g \cdot (H - y) \cdot (\delta \cdot dy) = \rho \cdot g \cdot \delta \cdot \int_0^H (H \cdot dy - y \cdot dy)$ $F = \rho \cdot g \cdot \delta \cdot \left[H \cdot y - \frac{1}{2} \cdot y^2 \right]_0^H = \rho \cdot g \cdot \delta \cdot \left[H \cdot y \Big _0^H - \frac{1}{2} \cdot y^2 \Big _0^H \right] = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \delta \cdot H^2$ <p>Prema tome, debljina zida brane treba rasti s kvadratom dubine vode (h).</p>
---	---

8.3 Hidrostatski paradoks i spojene posude

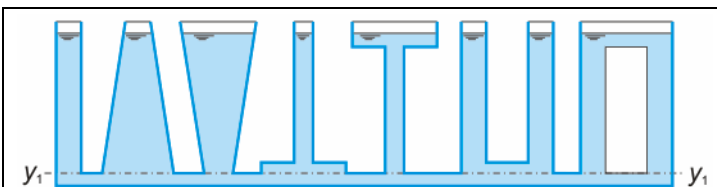
Hidrostatski paradoks – hidrostatski tlak ne ovisi o obliku posude (količini tekućine) nego samo o dubini.



Ako se pritisci koji djeluju na lijevi i desni naspramni djelić površine zida posude ($A_{1,l}$ i $A_{1,d}$), jednakih apsolutnih vrijednosti:

$$|F_{1,d}| = p_1 \cdot A_{1,d} = \rho \cdot g \cdot y_1 \cdot A_{1,d} = |F_{1,l}| = p_1 \cdot A_{1,l} = \rho \cdot g \cdot y_1 \cdot A_{1,l}$$

razložiti na horizontalne i vertikalne komponente, može se zaključiti: (a) horizontalne komponente $F_{1,l,x}$ i $F_{1,d,x}$ se uzajamno poništavaju, (b) vertikalne komponente $F_{1,l,y}$ i $F_{1,d,y}$ djeluju na lijevi i desni zid posude, te (c) na dno posude djeluje samo stupac tekućina koji se nalazi neposredno iznad njega: $F_{dno} = A_{dno} \cdot \rho \cdot g \cdot h$.

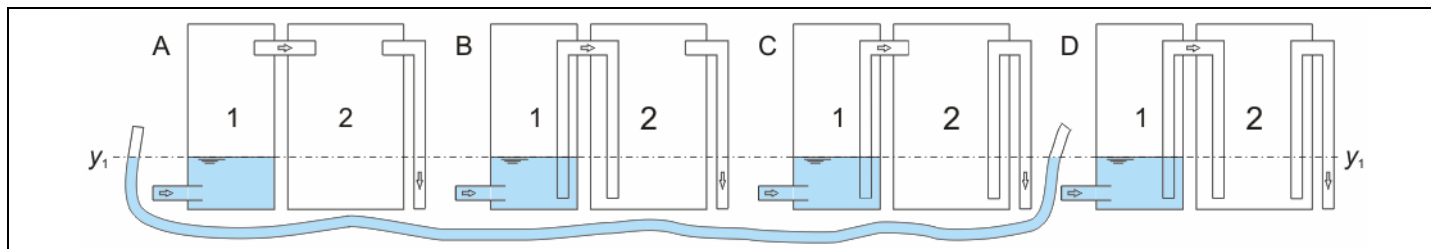


Tekućina ispunjava sve **spojene posude** do iste razine. Uvjeti:

- (a) odsustvo hidrauličkog tlaka, odnosno jednake vrijednosti hidrauličkog tlaka iznad slobodnih površina tekućine u spojenim posudama,
- (b) ista vrsta i stanje (p) fluida u spojenim posudama.

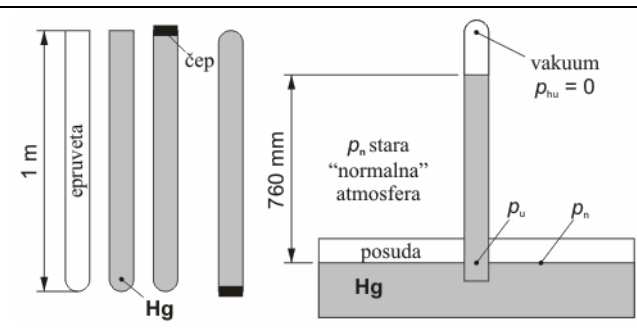
Tlakovi na razini y_1 - y_1 jednaki su u svim posudama. Kada na jednakim dubinama ne bi vladali jednaki tlakovi javilo bi se tečenje tekućine do uspostavljanja jednakih tlakova.

Opisati protjecanje tekućine kroz otvorene spojene protočne posude pri povremenom dotjecanju tekućine u prvu posudu.



8.4 Atmosferski tlak

Atmosferski tlak je posljedica težine zračnog stupca atmosfere – tlak „ocean zraaka“ na čijem dnu mi živimo. Tlak atmosfere na razini mora je velik – kada se isisa zrak iz limenog spremnika za benzin – spremnik biva zgnječen (deformacija rezervoara za gorivo).



Na razini površine žive, u kontaktu sa starom „normalnom“ atmosferom (smisao „normalnog“ = blisko uobičajenom) vlada tlak:

- o u otvorenoj posudi $p_n = 1 \text{ atm}$ (stara konvencija)
- o u epruveti $p_{uk} = p_{nu} + \rho \cdot g \cdot h = 0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot 760 \text{ mm}$

Ova dva tlaka moraju biti jednaka (u protivnom živa teče):

$$p_n = \rho_{Hg} \cdot g \cdot 760 \text{ mm} = 1 \text{ atm} \Rightarrow 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

Prema novoj konvenciji normalna atmosfera ima tlak od točno:

$$p_n = 100000 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa} = 0,1 \text{ MPa} = 1 \text{ bar}.$$

Tlak od jedne „fizičke“ atmosfere (**atm**) djeluje u stupcu žive na dubini od 760 mm, a tlak od jedne „tehničke“ atmosfere (**at**) djeluje u stupcu vode na dubini od 10 m. Ove dvije jedinice nisu Zakonom dozvoljene, ali se još uvijek često sreću u literaturi.

Koliki je tlak u Pa na dubini od 760 mm stupca žive (1 atm)?

(a) izračunavanje na temelju podatka iz priručnika za gustoću žive: $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$

$$G = F_{rav} \Rightarrow p \cdot A = \rho_{Hg} \cdot g \cdot A \cdot 760 \text{ mm} \Rightarrow p = \rho_{Hg} \cdot g \cdot 760 \text{ mm}$$

$$p = 13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,76 \text{ m} = 101396 \text{ [(kg} \cdot \text{m)/s}^2 \text{] / m}^2 = 101396 \text{ N/m}^2 = 101396 \text{ Pa}$$

(b) direktno, na temelju tablice s podacima iz priručnika:

$$760 \text{ mm Hg} \Rightarrow 101325 \text{ Pa}$$

Na prvi pogled – različito, međutim, uvrštavanjem „točnih“ vrijednosti u (a), za $\rho_{Hg} = 13595 \text{ kg/m}^3$ te za $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ (Slavonski Brod) dobiva se:

$$p = 13595 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \cdot 0,76 \text{ m} = 101324 \text{ Pa}$$

Prema tome, na oba načina – (a) i (b) dobiven je isti rezultat. (značajne znamenke)

U literaturi se često sreću i tlakovi izraženi u m VS (metar vodenog stupca), zbog jasne predodžbe o vrijednosti taka, na primjer, u vodi je na dubini od 10 m tlak $p_{hs} = 10 \text{ m VS} = 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$. Za mjerenje tlaka se često koristi živa (Hg) zbog njene velike gustoće: 1 mm Hg = 1 Torr = 133,322 Pa = 13,595 mm VS – cijev tlakomjera sa živom je oko 14 puta kraća od cijevi s vodom.

8.5 Mjerenja tlaka u nepokretnom fluidu, gustoće i temperature

Stanje jednofaznog/jednokomponentnog fluida određeno je s dvije veličine stanja, na primjer s tlakom i gustoćom (tekućine) ili s tlakom i temperaturom (plinovi).

Kada je aktualni tlak (p) veći od atmosferskog (p_{at}) često se koristi veličina „nadtlak“ (p_{nt}): $p_{nt} = p - p_{at}$, Pa

a kada je aktualni tlak (p) manji od atmosferskog (p_{at}) često se koristi veličina „podtlak“ (p_{pt}): $p_{pt} = p_{at} - p$, Pa

Mjerenje tlaka			
manometri sa stupcem tekućine (živa ili voda)			
<p style="text-align: center;">spremnik vakuum</p> <p style="text-align: center;">p</p> <p style="text-align: center;">F_p F_h 0</p> <p style="text-align: center;">h_t</p> <p style="text-align: center;">$p = \rho_t \circ h_t \circ g + 0$ $p = \rho_t \circ h_t \circ g$ h_t – pokazatelj tlaka (p)</p>	<p style="text-align: center;">spremnik s nadtlakom</p> <p style="text-align: center;">p</p> <p style="text-align: center;">F_p F_h F_a 0</p> <p style="text-align: center;">h_t</p> <p style="text-align: center;">$p = \rho_t \circ h_t \circ g + p_a$ $p_{nt} = \rho_t \circ h_t \circ g$ h_t – pokazatelj nadtlačka (p_{nt})</p>	<p style="text-align: center;">spremnik s podtlakom</p> <p style="text-align: center;">p</p> <p style="text-align: center;">F_p F_h F_a 0</p> <p style="text-align: center;">h_t</p> <p style="text-align: center;">$p + \rho_t \circ h_t \circ g = p_a$ $p = p_a - \rho_t \circ h_t \circ g = p_a - p_{pt}$ h_t – pokazatelj podtlačka (p_{pt})</p>	<p style="text-align: center;">atmosferski tlak membrana mjereni tlak</p> <p style="text-align: center;">Bourdonova cijev</p>

Tlakomjer sa spremnikom plina i tlakomjer s Bourdonovom cijevi mogu se koristiti i za mjerenje temperature ($T_1 / T_2 = \rho_1 / \rho_2$).

Mjerenje gustoće			Mjerenje temperature	
		<p style="text-align: center;">ulje voda</p> <p style="text-align: center;">h_u h_v 0</p>	<p>Na razini 00:</p> $\rho_u = \rho_v$ $\rho_u \circ h_u \circ g = \rho_v \circ h_v \circ g$ $\rho_u \circ h_u = \rho_v \circ h_v$ $\rho_u = \rho_v \circ \frac{h_v}{h_u}$	

8.6 Pascalovo načelo i primjena

Pascalovo načelo – tlak narinut (na primjer, pritiskom na stap) tekućini (fluidu) širi se nesmanjeno i jednoliko u svim smjerovima.

<p style="text-align: center;">A_1, m_1 A_2, m_2</p> <p style="text-align: center;">F_1 p_1 p_2 F_2</p>	<p>Treći Newtonov zakon (sila/protusila) se u ovom slučaju ne može primijeniti ($F_1 \neq -F_2$) jer se stapovi uzajamno ne dodiruju nego jedan na drugoga djeluju preko fluida. Na temelju Pascalovog načela:</p> $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} \quad \left(= \frac{d_1^2}{d_2^2} \right)$
---	--

Korisnost naprave s dva stapa (u kojoj je mjeri potrebnii napor manji od opterećenja): $K = \frac{F_{opt}}{F_{nap}} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2} > 1$

Učinkovitost mehaničke naprave (u kojoj se mjeri iskoristi uloženi rad): $\eta = \frac{W_{iz}}{W_{ul}} = \frac{F_{opt} \circ s_{opt}}{F_{nap} \circ s_{nap}} < 1$ (deformacije i trenja)

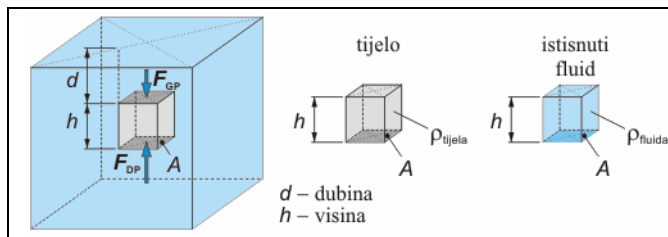
<p style="text-align: center;">HIDRAULIČKA AUTODIZALICA</p>	<p style="text-align: center;">HIDRAULIČKA PREŠA</p>	<p>U stanju ravnoteže, na razini 0–0 (spojene posude):</p> $p_a + \frac{m_2 \circ g}{A_2} + \frac{F_2}{A_2} = p_a + \frac{F_1}{A_1} + \frac{m_1 \circ g}{A_1} + \rho \circ g \circ h$ <p>Kako je: $m_2 \circ g / A_2 = m_1 \circ g / A_1$, kada je $\rho \circ g \circ h$ zanemarivo:</p> $\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = K \text{ (korisnost)} \Rightarrow F_1 = F_2 \circ \frac{A_1}{A_2}$ <p>Isto se dobiva i na drugi način – ako se zanemare gubici (deformacije/trenja), na temelju zakona o očuvanju energije:</p> $W_2 = W_1 \Rightarrow F_2 \circ s_2 = F_1 \circ s_1$ $s = \frac{\Delta V}{A} \Rightarrow F_2 \circ \frac{\Delta V_2}{A_2} = F_1 \circ \frac{\Delta V_1}{A_1}$ <p>Tekućina je praktično nestlačiva ($\Delta V_2 = \Delta V_1$):</p> $F_1 = F_2 \circ \frac{A_1}{A_2}$
<p style="text-align: center;">HIDRAULIČKA KOČNICA</p>		

8.7 Uzgon, Arhimedovo načelo, plivanje i tonjenje

Uzgon, F_{uz} , N – sila koja tijelo uronjeno u fluid potiskuje u smjeru na gore (suprotno smjeru sile teže).

Arhimedovo načelo – uzgon je jednak težini tijelom istisnutog fluida. ($F_{uz} = -G_{IstisnutogFluida}$)

Na vertikalno naspramne strane uronjenog tijela djeluju dvije različite sile – s donje F_{DP} i s gornje F_{GP} , a rezultanta im je uzgon:



Uzgon je (F_{uz}) posljedica (rezultanta) razlike pritisaka na površine tijela – donju (na koju djeluje veći tlak) i gornju (na koju djeluje manji tlak):

$$F_{GP} = \rho_{GP} \circ A = \rho_{fluida} \circ g \circ d \circ A \quad F_{DP} = \rho_{DP} \circ A = \rho_{fluida} \circ g \circ (d + h) \circ A$$

$$F_{uz} = F_{DP} - F_{GP} = \rho_{fluida} \circ g \circ d \circ A + \rho_{fluida} \circ g \circ h \circ A - \rho_{fluida} \circ g \circ h \circ A$$

$$F_{uz} = \rho_{fluida} \circ g \circ V_{fluida} = m_{fluida} \circ g = G_{fluida} \quad (\text{Arhimedovo načelo})$$

Tijela uronjena u fluid mogu lebdjeti, uranjati ili izranjati.

$$F_{rez} = F_{gr} - F_{uz} = \rho_{tijela} \circ g \circ V_{tijela} - \rho_{fluida} \circ g \circ V_{fluida} = V \circ g \circ (\rho_{tijela} - \rho_{fluida})$$

<p>uronjeno tijelo lebdi u fluidu</p> <p>$\rho_{tijela} = \rho_{fluida} \quad F_{rez} = 0$</p>	<p>uronjeno tijelo tone u fluidu</p> <p>$\rho_{tijela} > \rho_{fluida} \quad F_{rez} > 0$</p>	<p>uronjeno tijelo izranja iz fluida</p> <p>$\rho_{tijela} < \rho_{fluida} \quad F_{rez} < 0$</p>	
---	--	--	--

Kolika je normalna sila kojom potonulo tijelo djeluje na dno?

$$F_{nor} = F_{rez} = F_{gr} - F_{uz} = V \circ g \circ (\rho_{tijela} - \rho_{fluida})$$

Do koje će granice izroniti tijelo?

$$F_{rez} = F_{gr} - F_{uz} = \rho_{tijela} \circ g \circ V_{tijela} - \rho_{fluida} \circ g \circ V_{fluida} = 0 \quad \rho_{tijela} \circ V_{tijela} = \rho_{fluida} \circ V_{UronjeniDio} \quad (V_{UronjeniDio} = V_{fluida})$$

$$V_{UronjeniDio} = V_{tijela} \circ \frac{\rho_{tijela}}{\rho_{fluida}}$$

8.8 Napetost površine tekućina i kapilarne pojave

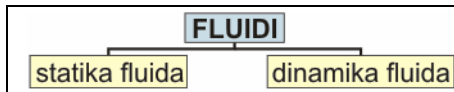
	<p>☞ Za povećanje površine tekućine potrebno je uložiti rad (W) jer je rezultanta međumolekulskih sila:</p> <ol style="list-style-type: none"> $R \neq 0$ – za molekule na površini tekućine, a $R = 0$ – za molekule unutar tekućine. <p>Pokazatelj rada koji treba obaviti za jedinično povećanje površine tekućine je napetost površine:</p> $\gamma \equiv \frac{W}{A} \quad [\gamma] = \frac{J}{m^2} = \frac{N \circ m}{m^2} = \frac{N}{m}$	<table border="1"> <tr> <th colspan="2">iznad površine je zrak</th> </tr> <tr> <th>$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$</th> <th>$\gamma$, mN/m</th> </tr> <tr> <td>voda</td> <td>73</td> </tr> <tr> <td>etanol</td> <td>22</td> </tr> <tr> <td>acetone</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>benzen</td> <td>29</td> </tr> <tr> <td>glicerine</td> <td>63</td> </tr> <tr> <td>živa</td> <td>470</td> </tr> </table>	iznad površine je zrak		$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$	γ , mN/m	voda	73	etanol	22	acetone	24	benzen	29	glicerine	63	živa	470
iznad površine je zrak																		
$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$	γ , mN/m																	
voda	73																	
etanol	22																	
acetone	24																	
benzen	29																	
glicerine	63																	
živa	470																	

	<p>☞ Za povećanje obje ravne površine opne tekućine u neposrednom dodiru sa zrakom ($2 \circ \Delta A$) pri opterećenju silom $F = G_{tega}$:</p> $\gamma = \frac{W}{2 \circ \Delta A} = \frac{F \circ \delta}{2 \circ (L \circ \delta)} = \frac{F}{2 \circ L}$ <p>U slučaju sferne opne (mjehur sapunice $R_{vanjsko} = R_{unutarnje}$):</p> <p>pritisak: $F = \Delta p \circ (R^2 \circ \pi) \quad F = 2 \circ [\gamma \circ (2 \circ R \circ \pi)]$</p> <p>Slijedi nadtlak (unutar sferne opne): $\Delta p = \frac{4 \circ \gamma}{R}$</p>	
--	--	--

	<p>☞ Ako su međumolekulske sile između molekula (atoma) tekućine i molekula krute stjenke (F_{vk} – adhezija) jednake međumolekulskim silama između molekula tekućine (F_{vt} – kohezija) površina će zauzimati pravi kut u odnosu na stjenku.</p> <p>Kada je $F_{vk} > F_{vt}$ kut je $\theta < 90^\circ$, a kada je $F_{vk} < F_{vt}$ kut je $\theta > 90^\circ$.</p>	<p>plin</p> <p>menisk</p> <p>tekućina</p> <p>staklo</p> <p>voda: $\theta < 90^\circ$</p> <p>živa: $\theta > 90^\circ$</p>
--	---	---

Kapilarne pojave: u cijevima malih unutarnjih promjera (kapilarama) uspostavlja se ravnoteža sila: F_{vk} , F_{vt} i G . Ako su dominantne F_{vk} menisk je udubljen, a tekućina je u kapilari uzdignuta. Ako su dominantne F_{vt} menisk je ispupčen, a tekućina je u kapilari spuštena. U kapilarne pojave spada „penjanje“ vlage kroz vertikalne zidove objekata izgrađenih na vlažnim terenima.

8.9 Strujanje fluida i jednačba kontinuiteta

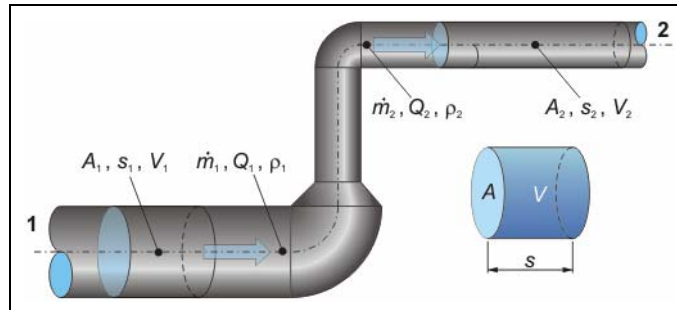


Statika fluida izučava fluide u stanju mirovanja (uspostavljeno je stanje ravnoteže) dok **dinamika fluida** izučava gibanje fluida (fluid teče uslijed djelovanja tangencijalnih opterećenja).

Idealni fluid ne mijenja volumen s promjenama tlaka ($\rho = C_p$) i ne opire se djelovanju tangencijalnih opterećenja (dinamički mu je viskozitet $\eta = 0$). Tekućine uglavnom ispunjavaju uvjet $\rho = C_p$, dok uvjet $\eta = 0$ ispunjavaju rijetko, kada su otpori uzajamnom gibanju djelića tekućina zanemarivi u odnosu na vrijednosti tangencijalnih opterećenja. Idealni plin uglavnom ispunjava uvjet $\eta = 0$, dok uvjet $\rho = C_p$ ispunjava samo ako su vrijednosti promjena tlakova zanemarive.

Volumni protok (Q), skraćeno, **protok** – volumen tekućine (plina) koji protекne kroz aktualni presjek u jedinici vremena.

Maseni protok (ḡ) – masa tekućine (plina) koji protекne kroz aktualni presjek u jedinici vremena.



$$Q = \frac{V}{t} \left(= \frac{dV}{dt} \right) = \frac{A \circ s}{t} = A \circ v \quad [Q] = \frac{[V]}{[t]} = \frac{m^3}{s}$$

gdje je: v – prosječna brzina protjecanja fluida, $m \circ s^{-1}$,

$$\dot{m} = \frac{m}{t} \left(= \frac{dm}{dt} \right) = \frac{V \circ \rho}{t} = A \circ \rho \circ \frac{s}{t} = A \circ \rho \circ v$$

$$[\dot{m}] = \frac{[m]}{[t]} = \frac{kg}{s} = \frac{(1/1000) \circ t}{(1/3600) \circ h} = 3,6 \circ \frac{t}{h}$$

Strujnim linijama se nazivaju putanje djelića fluida (ne čestica – molekula ili atoma), a **strujnicama** zamišljene linije koje u svakoj točki pokazuju smjer brzine djelića fluida (tangente na strujne linije).

Stacionarno strujanje – tijekom vremena, u bilo kojem presjeku ne mijenjaju se p , v , i ρ kao ni geometrija strujnih linija.

Jednačba kontinuiteta – opisuje stacionarno strujanje fluida na temelju zakona o očuvanju mase u struji fluida te povezuje brzine strujanja fluida s presjecima kroz koje struji fluid.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = C_m \quad (\text{konstanta})$$

gdje je: \dot{m} – maseni protok, $kg \circ s^{-1}$,
1, 2 – oznake aktualnih presjeka u struji fluida.

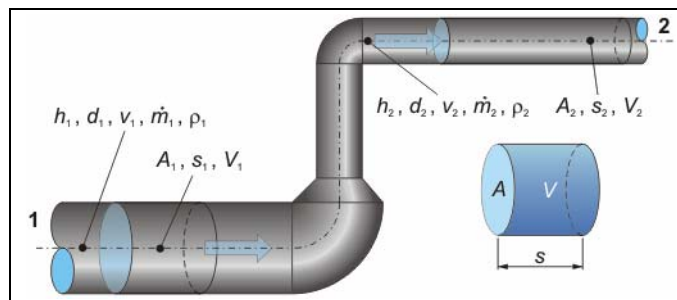
Ako se duž struje ne mijenja gustoća fluida (tekućine):

$$A_1 \circ \rho \circ v_1 = A_2 \circ \rho \circ v_2 = A \circ \rho \circ v \quad A_1 \circ v_1 = A_2 \circ v_2 = A \circ v \quad Q_1 = Q_2 = Q = C_v \quad (\text{konstanta})$$

8.10 Bernoullijeva jednačba

Izraz ovisnost tlaka o brzini fluida slijedi iz jednačbe kontinuiteta. Ako nestlačiv fluid ($\rho = C$) struji kroz cjevovod promjenljivog presjeka brzine mu se moraju mijenjati – javljaju se ubrzanja fluida. Pritisak (sila) koji je uzrok/posljedica ubrzanje rezultat je djelovanja okolnog fluida. Prema tome, mora postojati razlika tlakova u područjima različitih presjeka.

Bernoullijeva jednačba – opisuje prije svega stacionarno strujanje idealnog fluida ($\rho = C$, $\eta = 0$) povezujući visinu, tlak i brzinu strujanja. Uz odgovarajuće korekcije (prije svega uvrštavanjem u izraz lokalnih i linijskih gubitaka cjevovoda) Bernoullijeva jednačba se može koristiti i daleko šire (viskozni fluid, nestacionarno tečenje, stlačiv fluid).



Na temelju načela o očuvanju energije, uz zanemarivanja gubitaka, zbroj rada, kinetičke i potencijalne energije fluida se ne mijenja.

$$W + E_k + E_p = \text{konstanta}$$

Rad fluida (strojevi mehanike fluida): $W = F \circ s = p \circ A \circ s = p \circ V$
 Kinetička energija fluida: $E_k = \frac{1}{2} \circ m \circ v^2$
 Potencijalna energija fluida: $E_p = m \circ g \circ h$
 Prema tome, energetski je oblik Bernoullijeve jednačbe:
 $p_1 \circ V_1 + \frac{1}{2} \circ m \circ v_1^2 + m \circ g \circ h_1 = p_2 \circ V_2 + \frac{1}{2} \circ m \circ v_2^2 + m \circ g \circ h_2 = C_E$

Ako se Bernoullijeva jednačba u „energetskom“ obliku:

podijeli s volumenom (nestlačivi i stlačivi fluidi):

dobiva se Bernoullijeva jednačba u „tlačnom“ obliku:

$$p \circ V + \frac{1}{2} \circ m \circ v^2 + m \circ g \circ h = C_E$$

$$p \circ V + \frac{1}{2} \circ m \circ v^2 + m \circ g \circ h = C_E / : V$$

$$p + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v^2 + \rho \circ g \circ h = C_p$$

$$[\rho \circ V] = \left[\frac{F}{A} \circ V \right] = \frac{N}{m^2} \circ m^3 = N \circ m = J = [W] \quad [\rho \circ v^2] = \left[\frac{m}{V} \circ v^2 \right] = \frac{kg}{m^3} \circ \frac{m^2}{s^2} = \frac{kg}{m^3} \circ \frac{m \circ m}{s^2} = \frac{kg \circ m \circ s^{-2}}{m^2} = \frac{N}{m^2} = Pa = [p]$$

Ako je cjevovod horizontalan ($h_1 = h_2$):

$$p_1 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_1^2 + \rho \circ g \circ h = p_2 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_2^2 + \rho \circ g \circ h \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_2^2$$

Ako fluid miruje u cjevovodu: ($v_1 = 0$):

$$p_1 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ 0 + \rho \circ g \circ h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ 0 + \rho \circ g \circ h_2 \Rightarrow p_1 + \rho \circ g \circ h_1 = p_2 + \rho \circ g \circ h_2$$

Ako se fluidu dovodi rad (pumpa/crpka):

$$p_1 \circ V_1 + \frac{1}{2} \circ m \circ v_1^2 + m \circ g \circ h_1 + W_{\text{pumpe}} = p_2 \circ V_2 + \frac{1}{2} \circ m \circ v_2^2 + m \circ g \circ h_2$$

Rad pumpe/crpke se koristi za povećanje: tlaka ($\Delta p = p_2 - p_1$) i/ili brzine ($\Delta v^2 = v_2^2 - v_1^2$) i/ili visine ($\Delta h = h_2 - h_1$) fluida.

Ako se fluidu odovodi rad (turbina):

$$p_1 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_1^2 + \rho \circ g \circ h - W_{\text{turbine}} = p_2 + \frac{1}{2} \circ \rho \circ v_2^2 + \rho \circ g \circ h$$

8.11 Primjena Bernoullijeve jednadžbe

Brzina istjecanja fluida iz spremnika kroz mali otvor:

	<p>Iz Bernoullijeve jednadžbe slijedi:</p> $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$ $p_1 = p_2 = p_a \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_1 - h_2)$ <p>Kako je:</p> $h_1 - h_2 = h \quad v_2 \gg v_1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g \cdot h} \quad (\text{domet mlaza pogledati točku 2.12})$
--	--

Lokalni gubici

	$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 - \sum \Delta p_{i,Lk} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$ $v_2^2 - v_1^2 = 2g \cdot h - (2/\rho) \cdot \sum \Delta p_{i,Lk}$ $v_1 = \sqrt{2g \cdot h - (2/\rho) \cdot \sum \Delta p_{i,Lk}} \quad (\text{domet mlaza})$ <p>S indeksom Lk su označeni lokalni gubici.</p>
--	---

Ukupni gubici

	$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 - \sum \Delta p_{i,Lu} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$ $v_2^2 - v_1^2 = 2g \cdot h - (2/\rho) \cdot \sum \Delta p_{i,Lk} - (2/\rho) \cdot \sum \Delta p_{i,Ln}$ $v_1 = \sqrt{2g \cdot h - (2/\rho) \cdot (\sum \Delta p_{i,Lk} - \sum \Delta p_{i,Ln})} \quad (\text{domet mlaza})$ <p>S indeksom Lu su označeni ukupni, a s Ln linijski gubici.</p>
--	--

Venturijeva cijev (mjerenje protoka, doziranje)

	<p>Bernoullijeve jednadžbe, za horizontalnu Venturijevu cijev: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$</p> <p>Iz jednadžbe kontinuiteta za nestlačiv fluid ($Q = A \cdot v = C_v$):</p> $r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1 = r_2^2 \cdot \pi \cdot v_2 = r_3^2 \cdot \pi \cdot v_3$ <p>Slijedi: $p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \cdot (v_2^2/v_1^2 - 1) \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \cdot (r_1^4/r_2^4 - 1)$</p>
--	---

U užem presijeku Venturijeve cijevi je veća brzina strujanja, tlak manji (koristi se kao ejektor).

8.12 Mjerenja tlaka u pokretnom fluidu u protoka

U pokretnom se fluidu najčešće mjere statički tlakovi s manometrima i protoci s protokomjerima. (vodovod i klimatizacija)

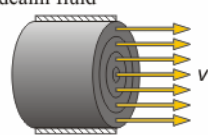
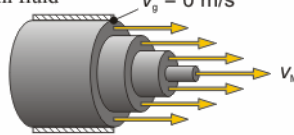
<p>TLAK U POKRETNOM FLUIDU</p> <p>ukupni = statički + dinamički</p>			<p>Bernoullijeva jednadžba (stlačivi, nestlačivi fluidi i gubici):</p> $\rho \cdot v + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = C_E \quad p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = C_p = p_U$
<p>ukupni tlak, p_U (hidrodinamički, zaustavni)</p>	<p>statički (hidrostatski) tlak: $p_S = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1$</p>	<p>dinamički tlak: $p_D = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$</p>	

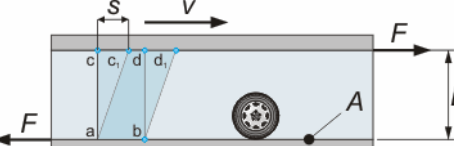
Ukupni tlak se mjeri na mjestu gdje je fluid zaustavljen, a statički tlak na mjestu gdje je strujanje fluida neometano.

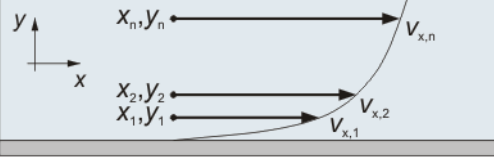
<p>1. Mjerenje dinamičkog tlaka s Pitotovom cijevi</p>	<p>2. Mjerenje protoka s Venturijevom cijevi</p>
<p>1. Dinamički tlak:</p> $p_D = p_U - p_S$ $p_D \neq (\rho + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h) - (\rho + \rho \cdot g \cdot h)$ $p_D = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$ <p>S druge strane: $p_D = \text{gustoća mjernog fluida} \cdot g \cdot H$</p> $p_D = \rho_{MjFI} \cdot g \cdot H \quad (g \approx 9,8 \text{ m/s}^2)$ $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \rho_{MjFI} \cdot g \cdot H \Rightarrow v = \sqrt{(2 \cdot g \cdot H) \cdot (\rho_{MjFI} / \rho)}$	<p>2. Protok fluida poznate gustoće: (pogledati točku 8.15)</p> $v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1 \right)}}$ $Q_1 = V_1/t = (A_1 \cdot s_1)/t = A_1 \cdot (s_1/t) = r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1$ <p>Prema tome, ako se u Venturijevoj cijevi (protječe sav fluid) izmjeri p_1 i p_2, za poznate vrijednosti r_1 i r_2 mogu se izračunati v_1 i Q_1.</p>

8.13 Viskoznost fluida

Viskoznost – pokazatelj uzajamnom otporu gibanju susjednih slojeva fluida. (unutarnji otpor)

 <p>idealni fluid</p>	 <p>realni fluid</p>	<p>Kod stacionarnog strujanja (brzine i geometrija strujnih linija) idealnog, neviskoznog, fluida (plinovi) svi djelići fluida imaju jednake brzine.</p> <p>Kod stacionarnog strujanja realnog, viskoznog, fluida (tekućine), brzina djelića fluida se od stjenke povećava do maksimalne vrijednosti u osi cijevi. Djelići fluida uz stjenku (nepokretnu) imaju brzine jednake nuli.</p>
--	---	--

	<p>Dinamička viskoznost:</p> $\eta = \frac{\tau}{v/L} \quad [\eta] = \left[\tau \circ \frac{L}{v} \right] = \text{Pa} \circ \frac{\text{m}}{\text{m} \circ \text{s}^{-2}} = \text{Pa} \circ \text{s}$ <p>gdje je: τ – tangencijalni napon, v/L – brzina deformacije $((s/L)/t)$.</p>	<p>Sila uslijed smičnog naprezanja:</p> $F_\tau = \tau \circ A$ $F_\tau = \eta \circ A \circ \frac{v}{L}$
---	---	---

	<p>U diferencijalnom obliku: $\tau = \eta \circ \frac{\partial v_x}{\partial y}$ Pa</p> <p>Kao pokazatelj svojstava fluida (tekućeg) koristi se i kinematička viskoznost:</p> $\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\nu] = \frac{[\eta]}{[\rho]} = \frac{\text{Pa} \circ \text{s} \circ \text{m}^3}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \circ \text{m} \circ \text{N} \circ \text{s} \circ \text{m}^3}{\text{s}^2 \circ \text{m}^2 \circ \text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
---	---

U tribologiji (znanost o trenju, trošenju i podmazivanju) još uvijek se sreću nedozvoljene jedinice za kinematičku viskoznost, najčešće, u Europi stupanj Englera (°E), u SAD sekunda po Sayboltu ("S). (usporedni viskozimetri)

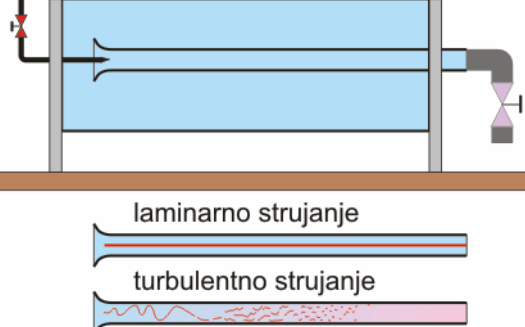
ρ i η se ne smiju miješati – «gust» fluid ne mora biti i «viskoznan».

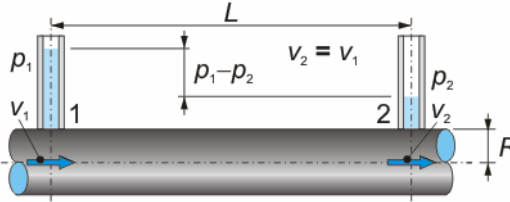
Supstancija	voda	živa	glicerin
ρ , kg/dm ³ (20°C)	0,99823	13,546	1,2613
η , mPa·s (20°C)	1,005	1,554	1499
ν , mm ² /s (20°C)	1,007	0,1147	1188

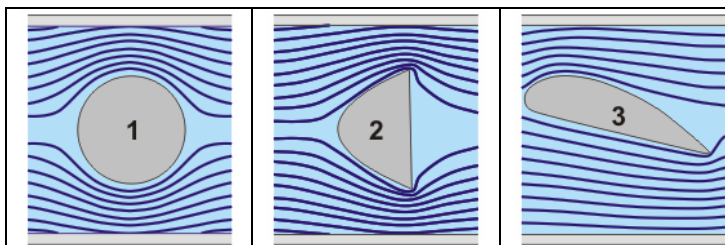
Smanjenje viskoznosti tekućina pri porastu temperature je specifično za svaku tekućinu i ne postoji opća zakonitost. Kao pokazatelj promjena viskoziteta s temperaturom u tribologiji se koristi «indeks viskoznosti». Što je manja promjena viskoznosti s temperaturom to je indeks viskoznosti veći.

8.14 Režim strujanja i opstrujavana tijela

<p>STRUJANJE</p> <p>laminarno prijelazno turbulentno</p>	<p>Laminarno strujanje – strujne linije se poklapaju sa strujnicama – slojevi se ne miješaju.</p> <p>Turbulentno strujanje – strujne linije se ne poklapaju sa strujnicama – slojevi se miješaju, pri čemu dolazi do usporavanja brzih i ubrzanja sporijih slojeva.</p>
---	---

	<p>Režim strujanja fluida ovisna je o prirodi fluida, brzini strujanja i geometriji površine stjenke uz koju struji fluid.</p> <p>Reynoldsov broj je bezdimenzionalan i njime se opisuje odnos inercijalnih i viskoznih sila u struji fluida:</p> $N_R = \frac{F_{in}}{F_{vs}} = \frac{\rho \circ l^2 \circ v^2}{\eta \circ l \circ v} = \frac{\rho \circ l^2 \circ v^2}{\eta \circ l \circ v} = \frac{\rho \circ l \circ v}{\eta} = \frac{l \circ v}{\nu}$ <p>gdje je: l – karakteristična linearna dimenzija, m.</p> <p>Pri visokim vrijednostima N_R (dominantne su F_{in}) tekućina struji turbulentno, a pri niskim (dominantne F_{vs}) laminarno. Kod Reynoldsovog pokusa s cijevi granica prijelaza laminarnog u turbulentno strujanje je: $N_R \approx 2320$.</p>
---	---

	<p>Na temelju ravnoteže tlačne sile ($F_{\Delta p}$) i sile smičnog naprezanja (F_τ) (veće $F_{\Delta p}$ bi izazvale ubrzanje fluida čije protjecanje usporava F_τ):</p> $F_{\Delta p} = \Delta p \circ l^2 \circ \pi = -F_\tau = -2 \circ r \circ \pi \circ L \circ \tau = -2 \circ r \circ \pi \circ L \circ \eta \circ \frac{dv}{dr}$ <p>dobiva se: $v = \frac{(p_1 - p_2)}{4 \circ \eta \circ L} \circ R^2 \quad (Q = v \circ \frac{R^2 \circ \pi}{2})$</p>
---	---



Gibanju se tijela suprotstavlja hidrodinamički (aerodinamički) otpor koji se može opisati jednačbom:

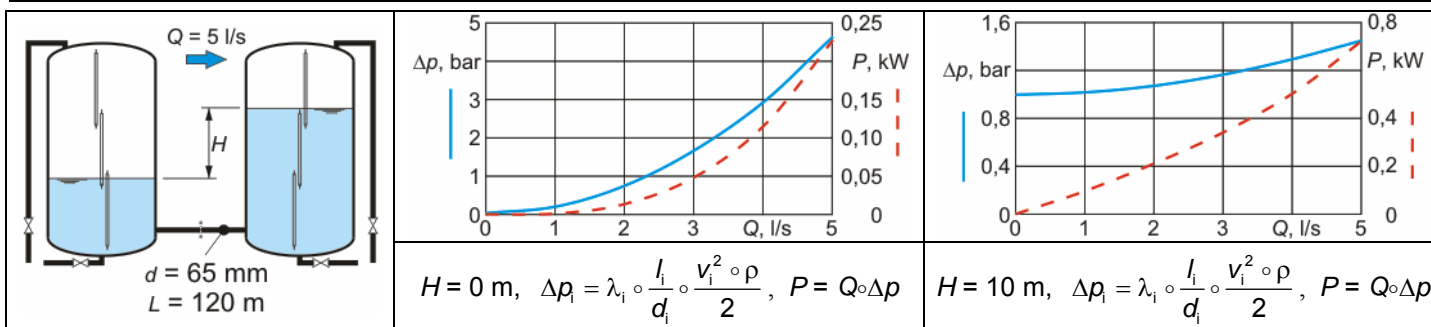
$$F_{ot} = c_{ot} \circ \frac{v^2}{2} \circ A \quad (F_{ot} + F_{uz} + G = 0)$$

gdje je: c_{ot} – koeficijent ukupnog (trenje i oblik) otpora, – .
 Pri Reynoldsovim brojevima $10^3 < N_R < 10^5$:

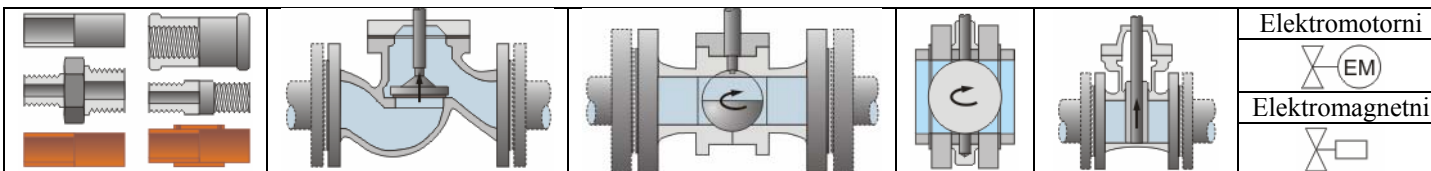
$$c_{ot,1} \approx 0,3 \quad c_{ot,2} \approx 1,2 \quad c_{ot,2} \approx 0,05$$

8.15 Cjevovodi, spojni komadi i ventili

Linijski gubitak	Lokalni gubitak	Ukupni gubici
$\Delta p_l = \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot \frac{v_i^2 \cdot \rho}{2}$	$\Delta p_j = \xi_j \cdot \frac{v_j^2 \cdot \rho}{2}$	$\Delta p_{uk} = \sum_{i=1}^m \Delta p_l + \sum_{j=1}^n \Delta p_j$
gdje je: λ_i – koeficijent i-tog linijskog gubitka	gdje je: ξ_j – koeficijent j-tog lokalnog gubitaka	



A_{i2}/A_{ul}	$\xi_1 (v_1)$	A_{ul}/A_{i2}	$\xi_3 (v_1)$	$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$	$Q_{uk} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$
0,2	9,4	0,2	0,64	$\Delta p_{uk} = p_{iz} - p_{ul} = \sum_{i=1}^m \Delta p_l + \sum_{j=1}^n \Delta p_j$	$\Delta p_{uk} = p_{iz} - p_{ul} = \Delta p_{Max} \text{ (promjene } Q_j)$
0,8	0,16	0,8	0,04		



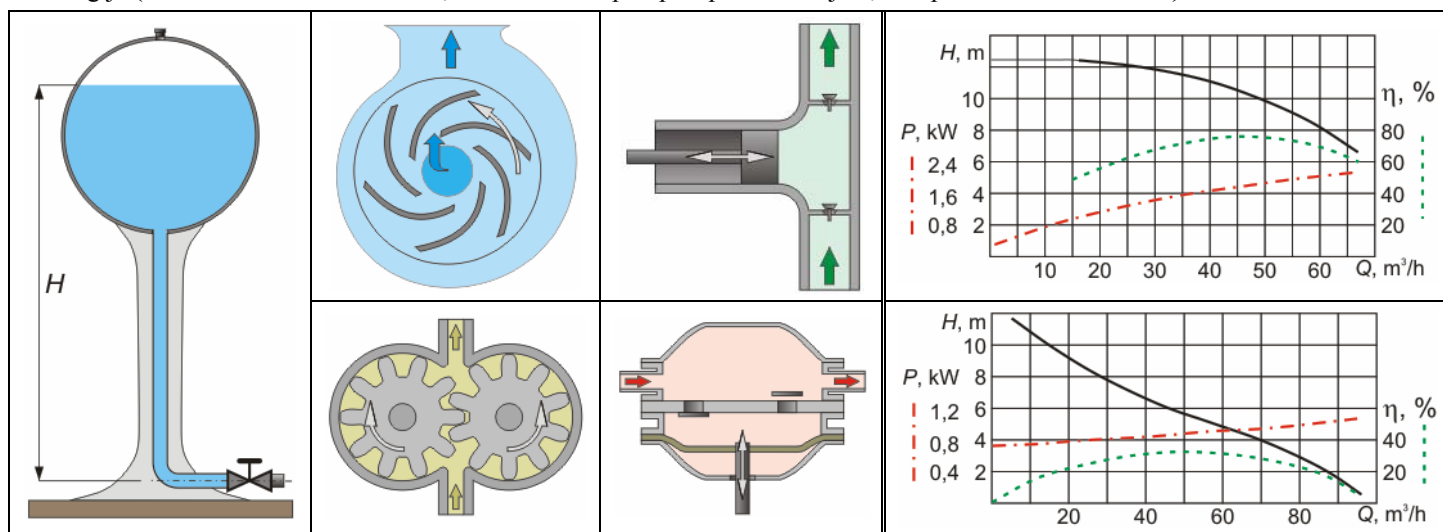
8.16 Strojevi mehanike fluida

Bernoullijeva jednačba $\rho \cdot v + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \pm E = C_E$ $\rho + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h \pm e = C_p$ ($e = E/V$)

Pumpe (crpke) – strojevi kod kojih se dovedena energija (+ E) koristi za: transport ($\rho \cdot V$) i/ili povećanje kinetičke energije ($\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) i/ili povećanje potencijalne energije ($m \cdot g \cdot h$) tekućina, odnosno za povećanje tlaka (p) i/ili brzine (v) i/ili visine (h) tekućina.

Kompresori (puhala, ventilatori) – strojevi kod kojih se dovedena energija (+ E) koristi za: transport ($\rho \cdot V$) i/ili povećanje kinetičke energije ($\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) i/ili povećanje potencijalne energije ($m \cdot g \cdot h$) plinova (kinetička i potencijalna energija plinova).

U pravilu se fluidu energija povećava radom pokretnog tijela (pravocrtno gibanje stapa/membrane ili rotacija radnog kola) uz korištenje električne energije (različite vrste elektromotora, ali se koriste i pumpe s parnim strojem, kompresori s motorom sUI).



Turbine – strojevi kod kojih se dobiva mehanička energija ($- E$), odnosno obavlja rad vrtnje tijela (radnog kola): korištenjem strujanja ($\rho \cdot V$) i/ili smanjenjem kinetičke energije ($\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) i/ili smanjenjem potencijalne energije ($m \cdot g \cdot h$) fluida, odnosno smanjenjem tlaka (p) i/ili brzine (v) i/ili visine (h) fluida. (turbo-kompresori) Najčešće se rad turbina koristi za dobivanje električne energije.

Toplinski strojevi: plinske turbine, kompresori rashladnih sustava, parni strojevi, motori sUI, toplinska pumpa.