



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje  
Zavod za kvalitetu  
**Katedra za mjerenje i kontrolu**

# TEORIJA I TEHNIKA MJERENJA

Prof.dr.sc Sanjin Mahović



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje  
Zavod za kvalitetu  
**Katedra za mjerenje i kontrolu**

## Sadržaj

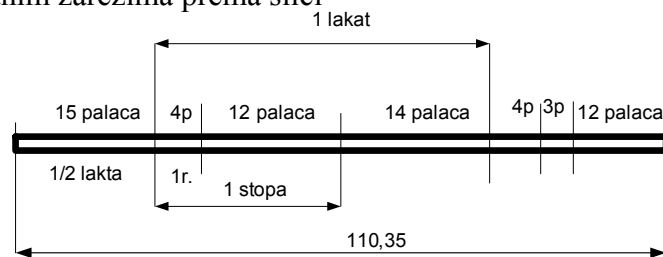
1. Uvod – Kratki prikaz povijesti mjeriteljstva duljine
2. Temeljni pojmovi mjeriteljstva
  - 2.1. Sastavnice mjernog postupka
    - 2.1.1 Mjerne pogreške
    - 2.1.2 Mjeriteljski uvjeti
    - 2.1.3 Značajke mjerila
  - 2.2. Iskazivanje mjernog rezultata
    - 2.2.1 Ponovljivost i obnovljivost
    - 2.2.3 Analiza mjernog sustava (R&R)
    - 2.2.4 Mjerna nesigurnost
3. Mjeriteljstvo duljine
  - 3.1 Mjerno jedinstvo
  - 3.2 Mjerne jedinice
  - 3.3 Etaloni
  - 3.4 Sustavi umjeravanja
4. Mjerenje kutova
5. Ispitivanje odstupanja od oblika i položaja
  - 5.1. Odstupanja od pravocrtnosti
  - 5.2 Odstupanje od ravnosti
  - 5.3 Odstupanje od kružnosti
6. Ispitivanje hrapavosti površina

## Pramjera duljine

Babilonci su prije 4 tisuće godina imali jedinstveni sustav mjera koji je propisao vladar.

Arheološkim nalazom pramjera duljine i mase na više različitih mjesta dokazano je postojanje jedinstvenog sustava mjera.

Pramjerilo duljine: bakreni štap duljine 110,35cm i mase 41,5kg sa ucrtanim zarezima prema slici



## Pramjera duljine

Osnovna jedinica : lakat ( 30 palaca = 51,72 cm)

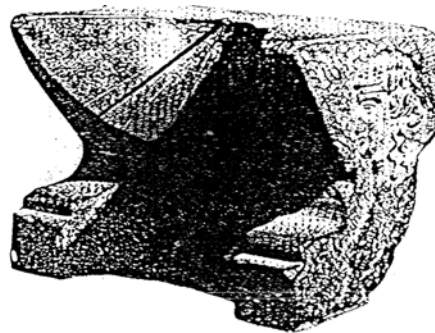
stopa (16 palaca = 27,58 cm)

ruka (4 palca = 6,9 cm)

1/2 lakta ( 15 palaca)

opeka (19 palaca)

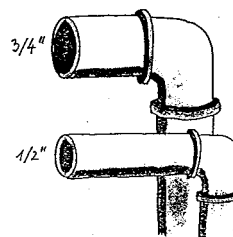
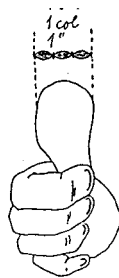
### BABILONSKI POLUKUGLASTI SUNČANI SAT



Babilonski polukuglasti sunčani sat  
(oko 3. st. prije Krista)

Oko 3. st. Prije Krista

### JEDINICA DULJINE INČ (INCH)



Kralj David I (1150) izabrao je iz sredine klasa ječma tri zrna, postavio ih je u niz i tako dobio inč (col, palac). Danas se jedinica inč koristi za cijevni navoj.

## MJERA LAKTA – ORLANDOV STUP U DUBROVNIKU



Na podlaktici kipa i u podnožju ugrađena mjera lakta (51,2 cm) za mjerenje tkanine (oko 1430. god.)

## STARE DOMAĆE MJERE VOLUMENA IZRAĐENE U KAMENU



Stare domaće »suplje mjere« izrađane u kamenu sačuvane su u nekoliko istarskih i primorskih gradova  
– na slici su kamene mjere u Pivani (snimio Z. J.)

Sačuvane u nekoliko istarskih i primorskih gradova

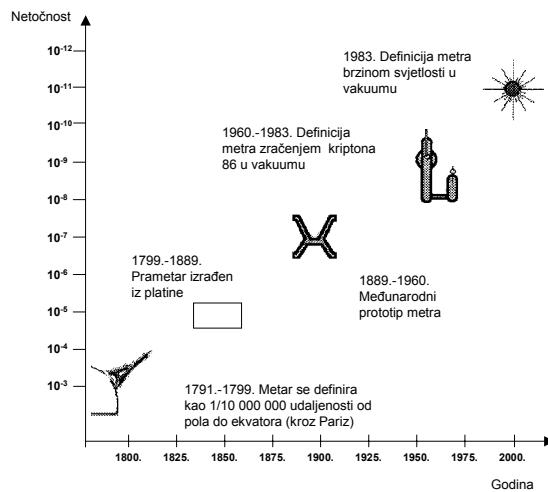
## HRVATSKA MILJA



Hrvatska je milja, uz njemačku, prikazana u Glavačevu zemljovidu Hrvatske iz 1673. godine (iz knjige u biljezi 3)

Prikazana u Glavačevu zemljovidu Hrvatske iz 1673. godine

## RAZVOJ JEDINICE DULJINE METRA





## DEFINICIJE METRA

Meridijanski metar: 1791. god.

(fizikalni – 1/40000000 dio zemaljskog meridijana);

$\pm(150-200)\mu\text{m}$

Arhivski metar: 1799. god.

(materijalni – iz platine određen razmakom krajnjih ploha štapa)

$\pm(10-20)\mu\text{m}$

M-prototip: 1889. (1927.) god.

(materijalni – iz legure 90% platine i 10% iridija određen razmakom između osi dviju srednjih crtica na štapu)

$\pm 0,2 \mu\text{m}$



## DEFINICIJE METRA

Valni metar: 1960. god.

(fizikalni – određen sa 1650763,73 duljine vala zračenja kriptona 86)

$\pm 0,02 \mu\text{m}$

Laserski metar: 1983. god.

(fizikalni – metar je jednak duljini puta koji svjetlost prijeđe u praznini za vrijeme jednog 299792458-og dijela sekunde)

$\pm 0,004 \mu\text{m}$

## TEMELJNI POJMOVI IZ MJERITELJSTVA

## MJERNI POSTUPAK

PREDMET  
MJERENJA

MJERITELJ

MJERNA  
METODA

REALNA  
OKOLINA



REALNO  
VRIJEME

## VRSTE POGREŠAKA

SUSTAVNE  
POGREŠKE



U tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine ostaju stabilne ili se mijenjaju na predvidiv način.

SLUČAJNE  
POGREŠKE



U tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine mijenjaju se na nepredvidiv način.

GRUBE  
POGREŠKE



U tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine značajno odstupaju u odnosu na ostale rezultate.

## VRSTE POGREŠAKA

UZROCI

POSLJEDICE

SUSTAVNE  
POGREŠKE



-metoda  
-konstrukcija  
-okolina  
-deformacije  
-istrošenost



netočnost  
rezultata

SLUČAJNE  
POGREŠKE



-nesavršenost uređaja i osjetila  
-promjenljivost okoline  
-neiskustvo



nepouzdanost  
rezultata

GRUBE  
POGREŠKE



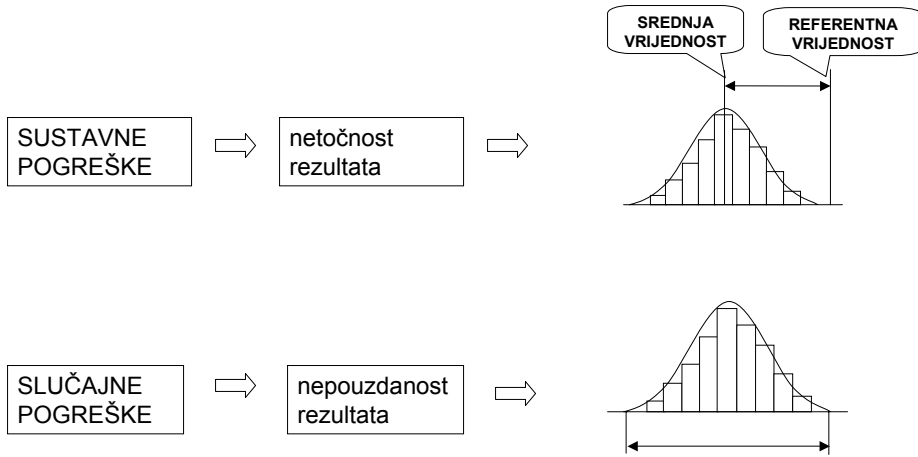
-nepažnja mjeritelja  
-loša podešenost  
-neispravnost mjerila



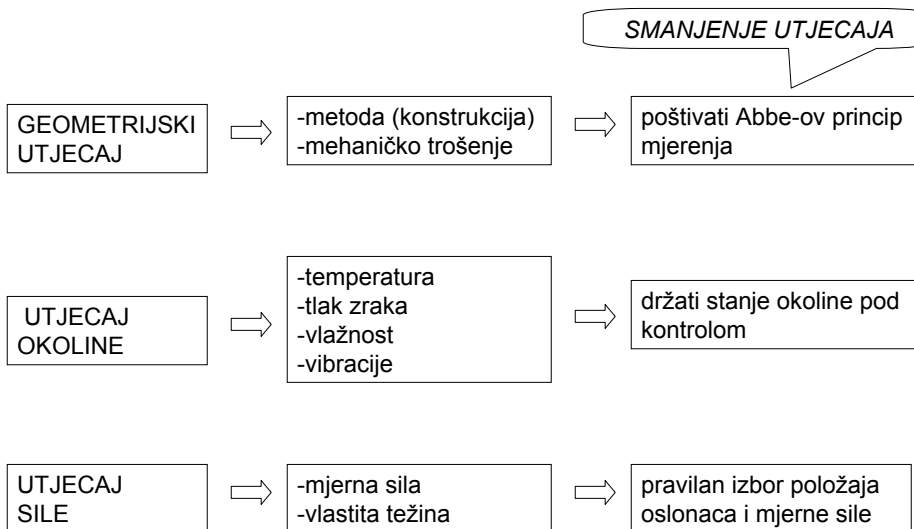
rezultat se odbacuje



## VRSTE POGREŠAKA

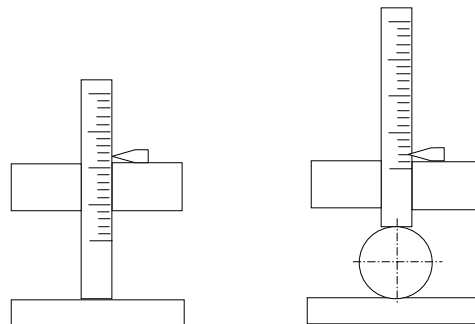


## SUSTAVNE POGREŠAKA

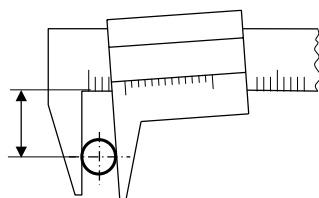
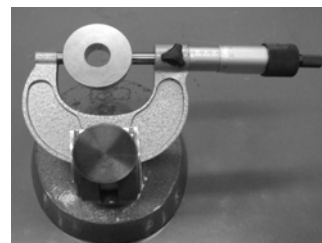
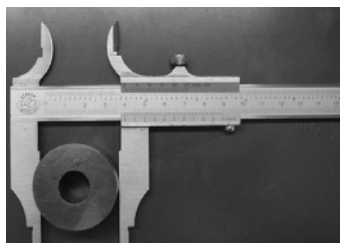


## ABBE-OV PRINCIP MJERENJA

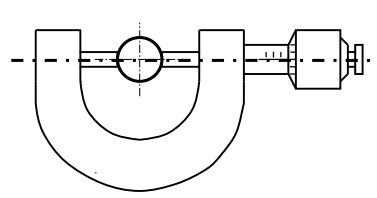
U cilju uklanjanja pogrešaka 1. reda, koje su najveće i koje imaju dominantnu ulogu, potrebno je da se predmet mjerenja nalazi u produžetku mjerne skale.



## ABBE-OV PRINCIP MJERENJA

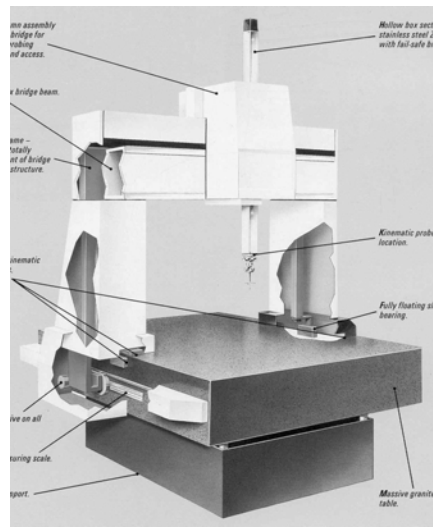
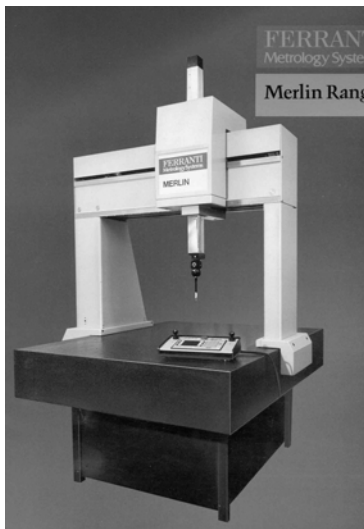


NEZADOVOLJAVA



ZADOVOLJAVA

## ABBE-OV PRINCIP MJERENJA



### Standardni mjeriteljski uvjeti okoline

TEMPERATURA  
20°C

TLAK  
1013,25 mbar

RELATIVNA VLAŽNOST  
58%

### UTJECAJ TEMPERATURE

$$\Delta L = L \times \alpha \times \Delta t$$

$\Delta L \Rightarrow$  promjena duljine predmeta uslijed temperature u m

$L \Rightarrow$  duljina predmeta u m

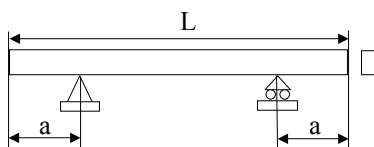
$\alpha \Rightarrow$  linearni koeficijent temperaturnog rastezanja u  $K^{-1}$   
( $m/mK$  ili  $m/m^{\circ}C$ )

$\Delta t \Rightarrow$  razlika temperature predmeta od  $20^{\circ}C$  u  $^{\circ}C$

### LINEARNI KOEFICIJENTI TEMPERATURNOG RASTEZANJA

MATERIJAL	$\alpha$ u $K^{-1}$
CINK	$28 \cdot 10^{-6}$
ALUMINIJ	$24 \cdot 10^{-6}$
MJED	$18 \cdot 10^{-6}$
BAKAR	$17 \cdot 10^{-6}$
ČELIK	$11,5 \cdot 10^{-6}$
LJEVANO ŽELJEZO	$9 \cdot 10^{-6}$
INVAR	$2,5 \cdot 10^{-6}$
KVARC	$0,5 \cdot 10^{-6}$
STAKLO	$2 - 11 \cdot 10^{-6}$

## UTJECAJ SILE - VLASTITA TEŽINA



$$a = 0,2113 \cdot L$$



Granične mjerne plohe ostaju međusobno usporedne (Besselove točke)

$$a = 0,2203 \cdot L$$



Najmanje ukupno skraćenje duljine L

$$a = 0,2113 \cdot L$$



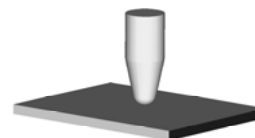
Najmanji progib

## UTJECAJ MJERNE SILE – IZBOR MJERNE KAPICE

MJERNA POVRŠINA  
RAVNINA



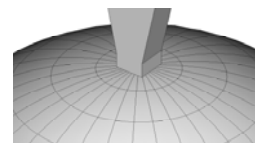
KUGLASTA KAPICA



MJERNA POVRŠINA  
KUGLA



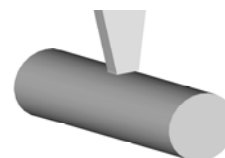
PLANSKA KAPICA



MJERNA POVRŠINA  
VALJAK



NOŽASTA KAPICA





## ZNAČAJKE MJERILA



- **Nazivno područje**- područje pokazivanja koje se obično izražava svojom donjom i gornjom granicom.
- **Raspon**- apsolutna vrijednost razlike između dviju granica nazivnog područja.
- **Nazivna vrijednost**- zaokružena približna vrijednost značajke mjerila koja služi kao uputa za njegovu upotrebu (paralelna granična mjerka 100 mm).
- **Mjerno područje**- skup vrijednosti mjerenih veličina za koje se pogreška mjerila mora nalaziti unutar navedenih granica.
- **Granični uvjeti**- krajnji uvjeti koje mjerilo mora izdržati bez oštećenja i bez gubljenja mjeriteljskih značajki u radu pod određenim radnim uvjetima.
- **Osjetljivost**- promjena odziva mjerila podijeljena s odgovarajućom promjenom poticaja.
- **Prag osjetljivosti**- najveća promjena ( spora i jednolična) poticaja koja ne izaziva zamjetnu promjenu odziva.
- **Razlučivanje**- najmanja razlika između pokazivanja pokaznog uređaja koja se može jasno zamijetiti.



- **Područje neosjetljivosti**- najveći raspon u kojem se poticaj može promijeniti u oba smjera, a da ne izazove promjenu odziva mjerila.
- **Stabilnost**- sposobnost mjerila da održava svoje mjeriteljske značajke stalnim u vremenu.
- **Slabljenje mjeriteljskih značajki (drift)**- spora promjena mjeriteljskih značajki mjerila.
- **Točnost mjerila**- sposobnost mjerila da daje odzive bliske istinitoj (referentnoj) vrijednosti.
- **Razred točnosti**- razred mjerila koja zadovoljavaju zahtjeve kojima je svrha održavanje pogrešaka u navedenim granicama.
- **Pogreška (pokazivanja) mjerila**- pokazivanje mjerila manje istinita (referencijska) vrijednost odgovarajuće ulazne veličine.
- **Granična pogreška**- krajnje vrijednosti pogreške dopuštene specifikacijama, propisima itd. za određeno mjerilo.



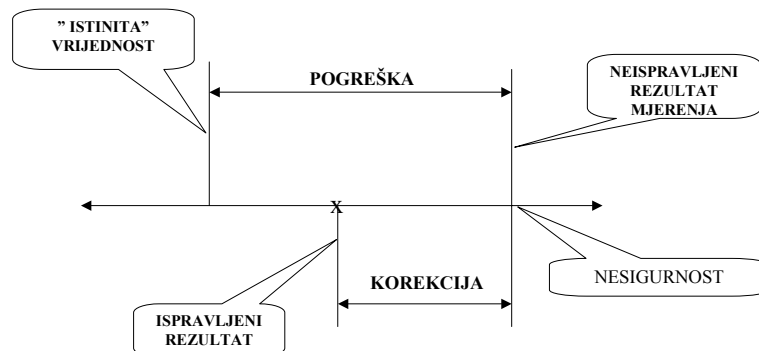
## ISKAZIVANJE MJERNOG REZULTATA

MJERNI REZULTAT: vrijednost dobivena mjerenjem

Iskazivanjem mjernog rezultata treba jasno naznačiti odnosi li se na:  
neispravljeni rezultat,  
ispravljeni rezultat,  
prosjeck više vrijednosti.

Potpuna mjeriteljska informacija (iskazivanje rezultata mjerenja) uključuje i podatke o mjernoj nesigurnosti

- **Neispravljeni rezultat**- mjerni rezultata prije ispravljanja sustavne pogreške.
- **Ispravljeni rezultat**- mjerni rezultata nakon ispravljanja sustavne pogreške.
- **Mjerna pogreška**- mjerni rezultat manje istinita vrijednost mjerene veličine.
- **Odstupanje**- vrijednost manje njezina referencijska vrijednost.
- **Mjerna nesigurnost**- parametar, pridružen rezultatu mjerenja, koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se opravdano moglo pripisati mjerenoj veličini.
- **Korekcija (ispravak)**- vrijednost manje njezina referencijska vrijednost (korekcija je jednaka negativnoj vrijednosti procijenjene sustavne pogreške).
- **Korekcijski faktor**- brojčani faktor kojim se množi mjerni rezultat da bi se nadoknadila sustavna pogreška.





## ANALIZA MJERNOG SUSTAVA U PROIZVODNIM UVJETIMA

## PROCJENA MJERNOG SUSTAVA

TRI  
OSNOVNA  
PITANJA



Ima li mjerni sustav zadovoljavajuće razlučivanje?



Je li mjerni sustav stabilan?



Je li mjerni sustav sposoban za kontrolu procesa (proizvoda)?

## POTREBE ZA ANALIZOM MJERNOG SUSTAVA

- pri preuzimanju nove mjerne opreme,
- pri usporedbi mjernih karakteristika različitih mjernih sredstava,
- pri utvrđivanju sustavnih pogrešaka,
- pri usporedbi mjernih karakteristika prije i poslije popravka mjerne opreme,
- pri određivanju sastavnica za izračunavanje varijacija procesa mjerenja i ocjenjivanja prihvatljivost za kontrolu proizvodnog procesa.

## KLASIFIKACIJA POGREŠAKA MJERNOG SUSTAVA

NETOČNOST

LINEARNA POGREŠKA

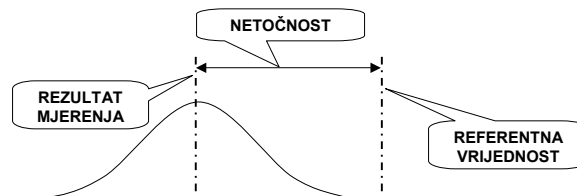
NESTABILNOST

PONOVLJIVOST

OBNOVLJIVOST

## NETOČNOST

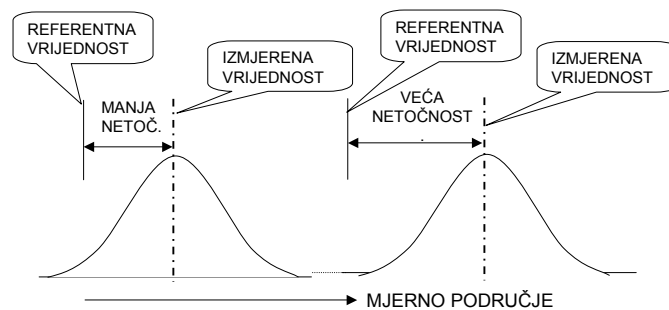
Netočnost je razlika između dobivenog rezultata mjerenja i referentne vrijednosti.



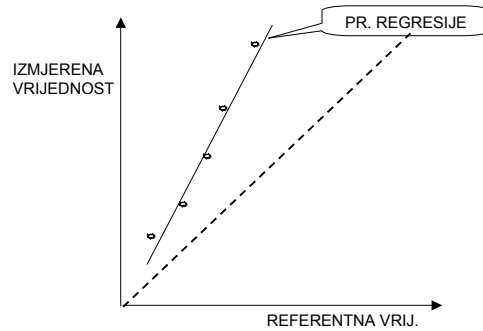
Referentna vrijednost je vrijednost koja služi kao dogovorena referenca za mjernu vrijednost, a može biti utvrđena na osnovi srednje vrijednosti rezultata više mjerenja provedenih mjernom opremom više razine točnosti.

## LINEARNA POGREŠKA

Linearna pogreška je stalan (linearni) rast ili pad vrijednosti pogreške rezultata mjerenja (netočnosti) unutar određenog dijela mjernog područja instrumenta.



## LINEARNA POGREŠKA



PRAVAC REGRESIJE  $y = ax + b$

$$a = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad b = \frac{\sum y - a \sum x}{n}$$

Primjer:  $(y = 1,022x - 0,0001) \text{ mm}$

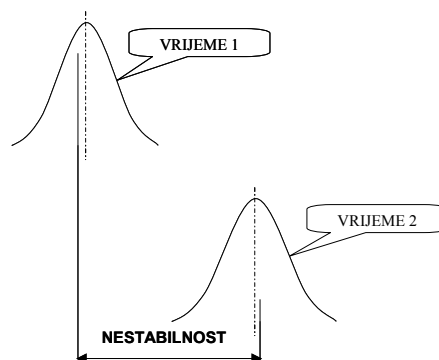
RELATIVNA LINEARNA POGREŠKA

0,022 mm/mm

22 μm/mm

## NESTABILNOST

Nestabilnost je totalna varijacija mjerenja jedne karakteristike tijekom dužeg vremenskog razdoblja.

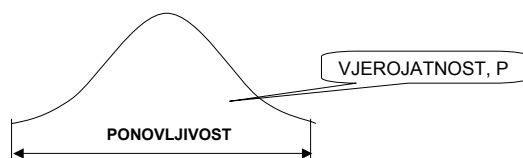


## PONOVLJIVOST

Ponovljivost je usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja iste mjerene veličine izvedenih u istim mjernim uvjetima koji uključuju:

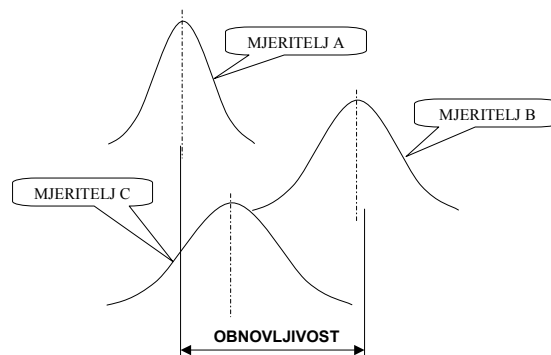
- isti mjerni postupak,
- istog mjeritelja
- isto mjerilo upotrebljavano u istim uvjetima
- isto mjerno mjesto
- ponavljanje u kratkom vremenu

Ponovljivost se može izraziti količinski s pomoću značajki rasipanja rezultata.



## OBNOVLJIVOST

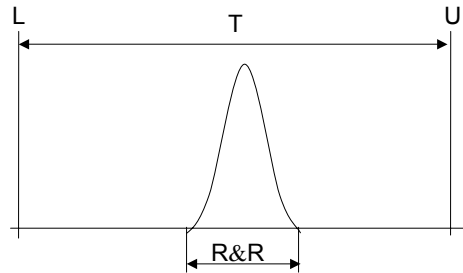
Obnovljivost je rasipanje rezultata mjerenja dobiveno od strane većeg broja mjeritelja pri višestrukome mjerenju iste karakteristike na istim dijelovima uz korištenje istog ili različitog mjernog instrumenta.



Obnovljivost u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjeritelja u varijaciji mjernog sustava.

## SPOSOBNOST MJERNOG SUSTAVA

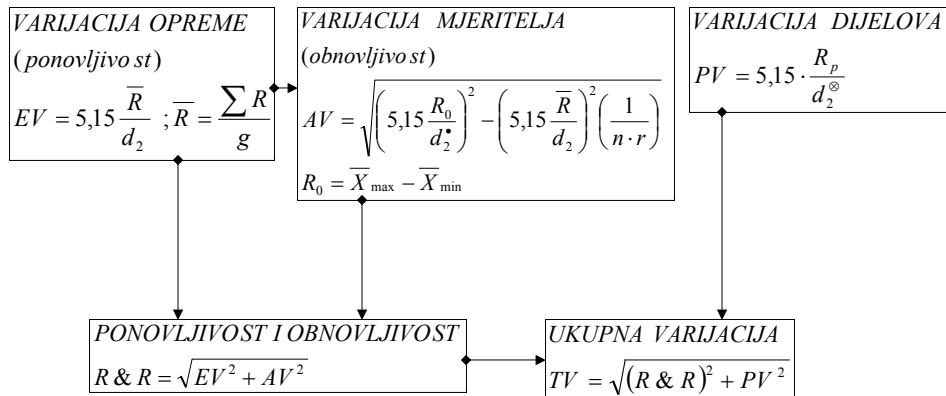
Sposobnost mjernog sustava predstavlja udio varijabilnosti mjernog sustava (R&R) iskazanog postotkom područja dopuštenog odstupanja (T).



$$\text{SPOSOBNOST MJERNOG SUSTAVA} = \frac{R \& R}{T} \cdot 100 \%$$

## PROCJENA SPOSOBNOSTI MJERNOG SUSTAVA

METODA ARITMETIČKIH SREDINA I RASPONA  $(\bar{X} - R)$



## PROCJENA SPOSOBNOSTI MJERNOG SUSTAVA

Ukoliko je udio R&R u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV:

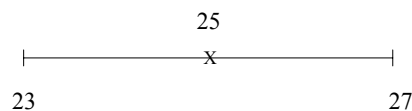
< 10 %	⇒	mjerni sustav je zadovoljavajući
10 % - 30%	⇒	mjerni sustav se može smatrati zadovoljavajućim (ovisno o značajnosti primjene)
>30 %	⇒	potrebna su poboljšanja u mjernom sustavu

## MJERNA NESIGURNOST

## ŠTO JE MJERNA NESIGURNOST?

MJERNA NESIGURNOST definirana je kao parametar pridružen rezultatu mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini uz određenu vjerojatnost.

Rezultat mjerenja:  $d = 25 \mu\text{m}$   
 Proširena mjerna nesigurnost:  $U = 2 \mu\text{m}, k=2, P= 95\%$



## ZAŠTO PROCJENJUJEMO MJERNU NESIGURNOST?

Mjerenja nisu savršena kako zbog djelovanja slučajnih utjecaja (trenutna promjena temperature, tlaka i vlage ili neiskustvo mjeritelja, nesavršenost uređaja i osjetila) tako i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenta između dva umjeravanja, utjecaj mjeritelja pri očitavanju analogne skale, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona itd.). Mjerna nesigurnost je upravo posljedica djelovanja slučajnih utjecaja i ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja.

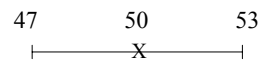


## ZAŠTO PROCJENJUJEMO MJERNU NESIGURNOST?

Radi nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima.

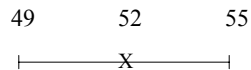
LABORATORIJ 1:

$d = 50 \mu\text{m}$ ;  $U = 3$ ,  $k = 2$ ,  $P = 95\%$



LABORATORIJ 2:

$d = 52 \mu\text{m}$ ;  $U = 3$ ,  $k = 2$ ,  $P = 95\%$



## ZAŠTO PROCJENJUJEMO MJERNU NESIGURNOST?

Radi usporedbe mjernih rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom.

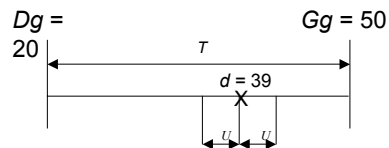
LABORATORIJ:

$d = 39 \mu\text{m}$ ;  $U = 4 \mu\text{m}$   $k = 2$ ,  $P = 95\%$

Tolerancija:

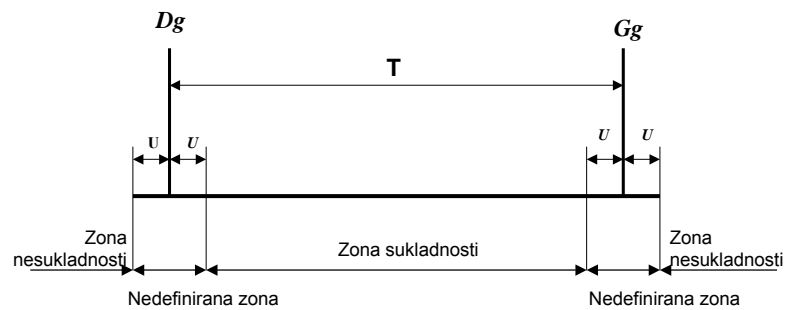
Donja granica  $Dg = 20 \mu\text{m}$

Gornja granica  $Gg = 50 \mu\text{m}$



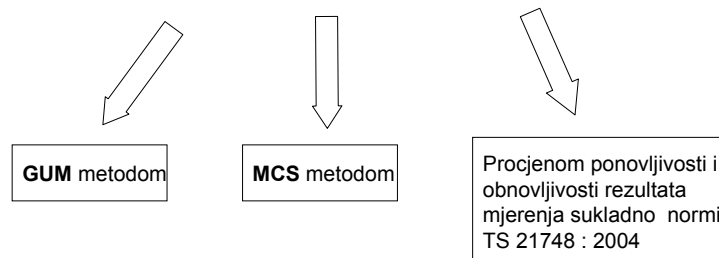
## ZAŠTO PROCJENJUJEMO MJERNU NESIGURNOST?

**Pravilo sukladnosti:**



## KAKO PROCIJENITI MJERNU NESIGURNOST REZULTATA MJERENJA?

Procjena mjerne nesigurnosti

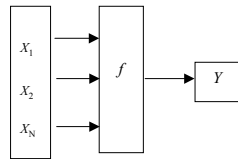


## GUM METODA

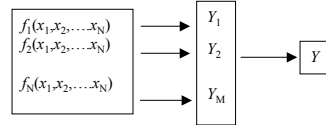
Osnovni koraci:

### 1. Mjerni model

U većini slučajeva mjerena veličina  $Y$  ne mjeri se izravno nego se određuje iz  $N$  drugih veličina  $x_1, x_2, \dots, x_N$  na temelju funkcijskog odnosa koji predstavlja osnovni matematički model za potpuno određenje mjerene veličine.

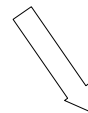


Slika 1. Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine



Slika 2. Vektorski odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine

### 2. Određivanje standardnih nesigurnosti $u(x_i)$ procjena ulaznih veličina $x_1, x_2, \dots, x_N$



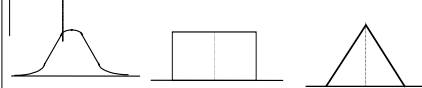
Iz niza ponovljenih mjerenja uz primjenu normalne i studentove razdiobe



$x_i \quad u(x_i)$

Sastavnica nesigurnosti A vrste

Iz apriornih razdioba vjerojatnosti



$x_i \quad u(x_i)$

Sastavnica nesigurnosti B vrste

## Standardna nesigurnost A vrste

Zasniva se na bilo kojoj prihvatljivoj statističkoj metodi

Primjeri:

- računanje standardnog odstupanja srednje vrijednosti mjernog niza
- primjena metode najmanjih kvadrata odstupanja
- ANOVA (analiza varijance)

Procjena standardne nesigurnosti A vrste iz niza ponovljenih mjerenja:

$$u(x_i) = s(\bar{x}_i)$$

$$s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$$

## Standardna nesigurnost B vrste

Procjena se temelji na znanstvenoj prosudbi svih raspoloživih podataka o  $X_j$ :

- iskustvo ili poznavanje ponašanja i svojstava instrumenata
- prethodni mjerni podaci | |
- proizvođačevi tehnički podaci,
- podaci s umjernica i ovjernica,
- podaci iz priručnika

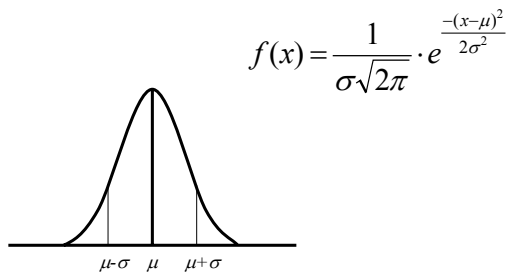
## Standardna nesigurnost B vrste

Procjena se zasniva na apriornim razdiobama vjerojatnosti:

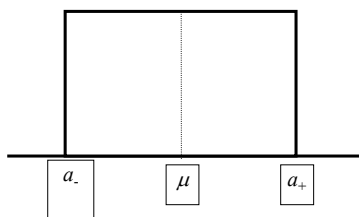
normalna ili Gaussova  
pravokutna ili jednolika  
trokutasta i dr.

## Razdiobe vjerojatnosti

### Normalna razdioba



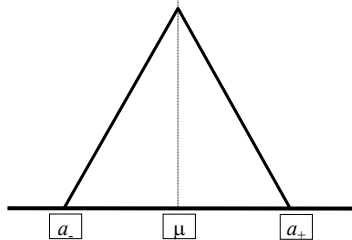
### Pravokutna razdioba



Standardna nesigurnost  $u(x_i)$

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

### Trokutasta razdioba



Standardna nesigurnost  $u(x_i)$

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

### 3. Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti

Sastavljena standardna nesigurnost  $u_c(y)$ , određuje se odgovarajućim sastavljanjem standardnih nesigurnosti procjena ulaznih veličina.

Nekorelirane ulazne veličine  $u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)}$

Korelirane ulazne veličine  $u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)}$

gdje  
su:  $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$  koeficijenti osjetljivosti

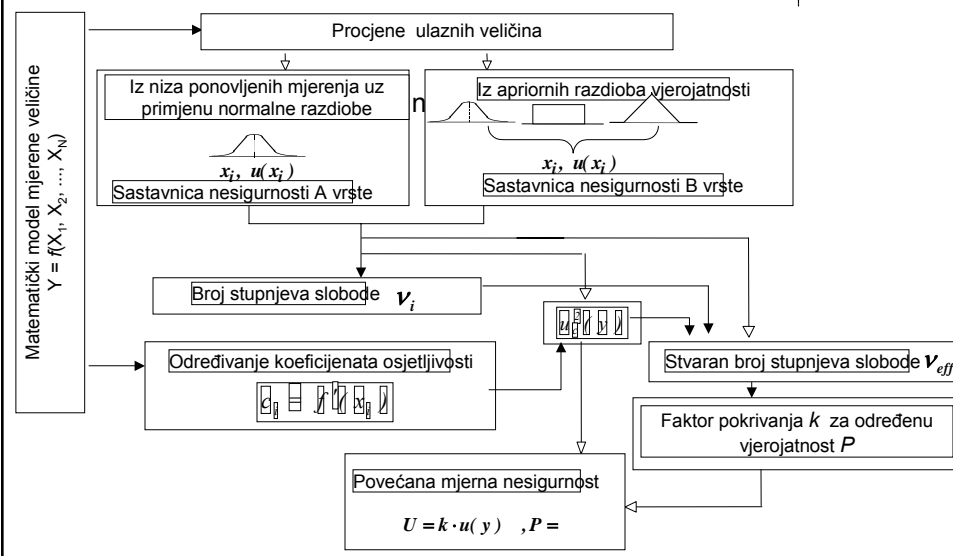
#### 4. Određivanje proširene nesigurnosti

Proširena nesigurnost je veličina koja određuje interval oko mjernog rezultata za koji se može očekivati da obuhvaća veliki dio razdiobe vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini.

Proširena nesigurnost dobiva se množenjem složene standardne nesigurnosti  $u_c(y)$  s faktorom pokrivanja  $k$ , a označuje se s  $U$ .

$$U = k \cdot u_c(y)$$

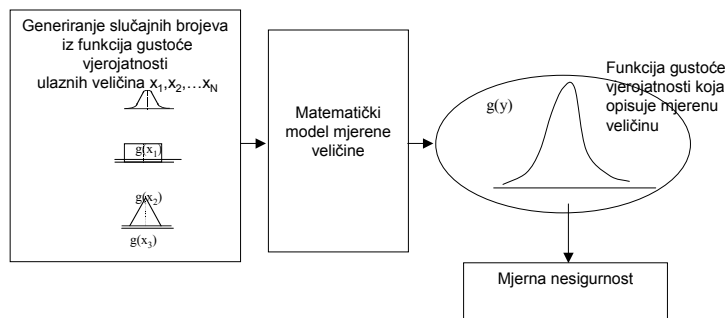
#### Proračun mjerne nesigurnosti GUM metodom





## MCS METODA

MCS metoda u postupku procjenjivanja mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja temelji se na generiranju slučajnih brojeva iz funkcija gustoće vjerojatnosti za svaku ulaznu veličinu  $x_i$  i stvaranju odgovarajuće vrijednosti izlazne veličine  $y$ , kombinirajući različite razdiobe kojima su definirane ulazne veličine.



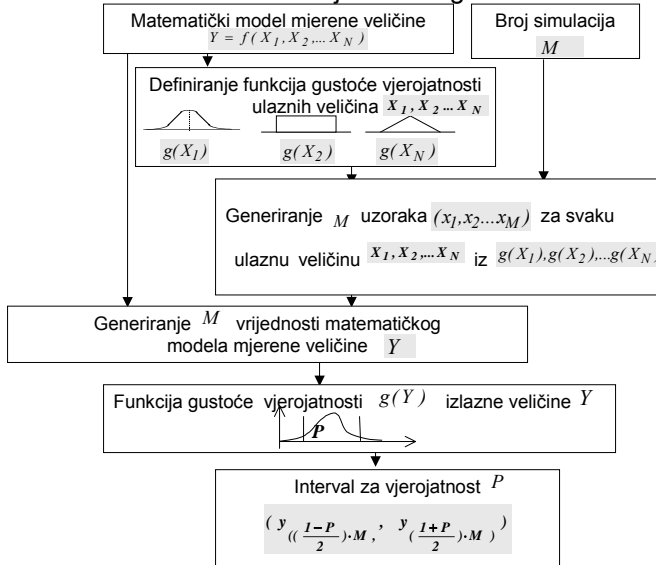
## MCS METODA ( Metoda Monte Carlo)

Primjena MCS metode omogućava vrednovanje i usporedbu rezultata dobivenih GUM metodom.

Kod primjene MCS metode također je potrebno napisati matematički model mjerene veličine, odnosno izraziti funkcijski odnos između mjerene veličine i ulaznih veličina.

Kod primjene MCS metode također je potrebno široko znanje o naravi mjerene veličine, te dobro poznavanje područja statistike i vjerojatnosti.

### Proračun mjerne nesigurnosti MCS metodom



### PROCJENA MJERNE NESIGURNOSTI NA OSNOVU PONOVLJIVOSTI I OBNOVLJIVOSTI REZULTATA MJERENJA SUKLADNO NORMI TS 21748 : 2004

Kao osnova za procjenu mjerne nesigurnosti koriste se mjere rasipanja: Ponovljivost i obnovljivost rezultata mjerenja.

Te mjere su procijenjena standardna odstupanja dobivena iz analize eksperimentalnih podataka.

U koliko je eksperiment postavljen tako da se variraju svi glavni utjecaji na mjernu nesigurnost tada će procjena mjerne nesigurnosti biti pouzdana i neće biti potrebno koristiti GUM metodu.



*"Premda ove upute daju okvir za procjenu nesigurnosti, one ne mogu nadomjestiti kritičko mišljenje, intelektualno poštenje i profesionalnu uvježbanost. Proračun nesigurnosti nije ni rutinski ni čisto matematički zadatak, on ovisi o iscrpnom poznavanju naravi mjerene veličine i mjerenja. Kvaliteta i upotrebljivost iskazane nesigurnosti mjernog rezultata prema tome konačno ovise o razumijevanju, kritičkoj analizi i poštenju onih koji doprinose određivanju njezine vrijednosti." [3.4.8 GUM]*



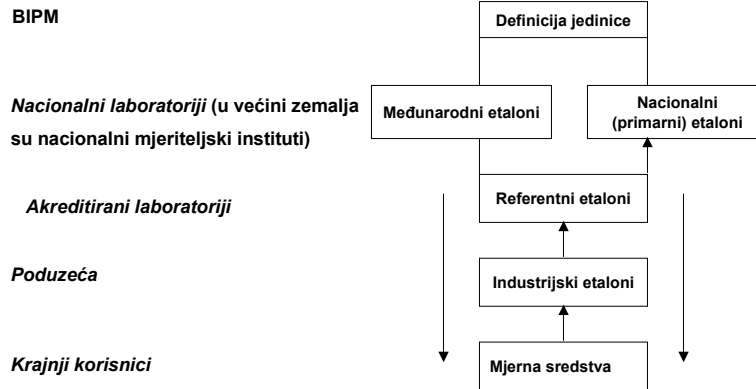
## MJERNO JEDINSTVO

**Mjerno jedinstvo:** je takvo mjeriteljsko stanje u kojem su mjerni rezultati izraženi u zakonitim jedinicama koji se mogu, s utvrđenim mjernim nesigurnostima dovesti u vezu sa referencijskim etalonima.

Sastavnice mjernog jedinstva:

- Međunarodni sustav jedinica SI
- Etaloni
- Umjeravanje
- Sljedivost
- Mjeriteljska infrastruktura

## MJERNE JEDINICE



*Nesigurnost je veća u lancu sljedivosti prema dolje!*

Zakonite mjerne jedinice u Republici Hrvatskoj uređene su Zakonom o mjernim jedinicama (Narodne novine br. 58 od 18 lipnja 1993.) te hrvatskim normama (HRN ISO 1000 i HRN ISO 31).

### Zakonite mjerne jedinice razvrstavaju se u slijedeće 4 skupine:

1. Jedinice Međunarodnog sustava, tzv. jedinice SI:
  - osnovne
  - izvedene s posebnim nazivima i znakovima
  - izvedene bez posebnih naziva i znakova
2. Iznimno dopuštene jedinice izvan SI
3. Decimalne jedinice (tvore se pomoću decimalnih predmetaka)
4. Složene izvedene jedinice.



### OSNOVNE JEDINICE SI

Naziv	Znak	Veličina
metar	m	duljina
kilogram <sup>1)</sup>	kg	masa
sekunda	s	vrijeme
Amper (Andre-Marie Ampere)	A	električna struja
Kelvin (Lord Kelvin)	K	termodinamička temperatura
mol	mol	množina (količina) tvari
kandela	cd	svjetlosna jakost



### IZVEDENE JEDINICE SI S POSEBNIM NAZIVIMA I ZNAKOVIMA

Naziv	Znak	Veza s drugim jedinicama SI	Veličina
bekerelel	Bq	$s^{-1}$	aktivnost radioaktivnog izvora
Celzijev stupanj <sup>1)</sup>	$^{\circ}C$	K	Celzijeva temperatura
džul	J	N m	rad, energija, toplina
farad	F	C/V	električni kapacitet
grej	Gy	J/kg	apsorbirana doza ionizirajućeg zračenja
henri	H	Wb/A	induktivnost
herc	Hz	$s^{-1}$	frekvencija
kulon	C	A s	elektricitet

1) Najnovije preporuke predviđaju da se i od Celzijeva stupnja tvore decimalne jedinice, što prije nije bilo dopušteno.



luks	lx	lm/m <sup>2</sup>	osvjetljenje
lumen	lm	cd sr	svjetlosni tijek
njutr	N	kg m/s <sup>2</sup>	sila
om	Ω	V/A	električni otpor
paskal	Pa	N/m <sup>2</sup>	tlak
radijan <sup>2)</sup>	rad	1	kut
simens	S	A/V	električna vodljivost
sivert	Sv	J/kg	ekvivalentna doza
steradian <sup>2)</sup>	st	1	ugao (prostorni kut)
tesla	T	N/(A m)	magnetna indukcija
vat	W	J/s	snaga
veber	Wb	T m <sup>2</sup>	magnetni tijek
volt	V	W/A	električni potencijal, napon, elektromotorna sila

2) Jedinice radijan i steradian bile su svojedobno razvrstane u posebnu skupinu tzv. dopunskih jedinica SI. Dvadeseta opća konferencija za utege i mjere (CIPM) 1995. god. svojom je Rezolucijom br. 8 ukinula tu skupinu, a jedinice radijan i steradian proglasila izvedenim jedinicama SI, bez dimenzije.



### IZVEDENE JEDINICE SI BEZ POSEBNIH NAZIVA I ZNAKOVA

Naziv	Znakovi	Veličina
četvorni metar	m <sup>2</sup>	ploština
kubni metar	m <sup>3</sup>	obujam
recipročni metar	1/m, m <sup>-1</sup>	valni broj
metar u sekundi	m/s	brzina
metar u sekundi na kvadrat	m/s <sup>2</sup>	ubrzanje
kubni metar u sekundi	m <sup>3</sup> /s	obujamni protok
kilogram po kubnom metru	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
džul po četvornom metru	J/m <sup>2</sup>	energijska gustoća
džul po kilogramu	J/kg	energijski tijek
džul po kilogramkelvinu	J/(kg K)	specifični toplinski kapacitet
kandela po četvornom metru	cd/m <sup>2</sup>	svjetljivost
mol po kubnom metru	mol/m <sup>3</sup>	množinska koncentracija
grej u sekundi	Gy/s	brzina apsorbirane doze
(broj) jedan <sup>1)</sup>	1	lomni indeks

1) Znak broja jedan (1) obično se ispušta pri iskazivanju brojčane vrijednosti.

### DOPUŠTENE JEDINICE IZVAN SI S POSEBNIM NAZIVIMA I ZNAKOVIMA

Naziv	Znak	Veza s jedinicama SI	Veličina	Uporaba samo za
morska milja		1852 m	duljina	pomorski, riječni i zračni promet
astronomska jedinica		$\sim 1,495\,978\,7 \cdot 10^{11}$ m		astronomiju
ar	a	100 m <sup>2</sup>	ploština	ploštinu zemljišta
hektar	ha	10 000 m <sup>2</sup>		
litra	l, L	10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> = dm <sup>3</sup>	obujam	
stupanj	1°			
minuta	1'		kut	
sekunda	1"			
gon	1 <sup>g</sup>			
atomska jedinica mase	u	$\sim 1,66057 \cdot 10^{-27}$ kg		fiziku i kemiju
karat		2 · 10 <sup>-4</sup> kg	masa	masu dragulja
gram	g	10 <sup>-3</sup> kg		

### PRAVILA ZA ISPRAVNU UPORABU PREDMETAKA

- Predmetci su potencije broja 10 (a ne npr. potencije broja 2)  
*Primjer: jedan kilobit predstavlja 1000 bita, a ne 1024 bita.*
- Predmetci se moraju pisati bez razmaka ispred znaka jedinice.  
*Primjer: centimetar se piše cm, a ne c m.*
- Ne smiju se upotrebljavati sastavljeni predmetci.  
*Primjer: Mora se pisati 1 mg a ne 1 μkg.*
- Znakovi jedinica se ne pišu velikim slovima osim ako naziv jedinice potječe od osobnog imena.  
*Primjer: Jedinica Kelvin se piše kao znak K.*
- Jedinice koje su sastavljene množenjem više jedinica moraju se pisati s točkom kao znakom množenja ili s razmakom.  
*Primjer: Umjesto npr. nmK treba pisati nm K ili nm·K.*
- Sastavljene jedinice smiju uključivati samo jednu kosu crtu. Za složene kombinacije dopušta se uporaba zagrada ili negativnih eksponenata.  
*Primjer: m/s<sup>2</sup>, ne m/s/s.*

- Jedinice koje su sastavljene dijeljenjem jedne jedinice drugom moraju se pisati s kosom crtom ili s negativnim eksponentom.  
*Primjer:*  $m/s$  ili  $ms^{-1}$
- Znakovi se moraju odvajati od brojčane vrijednosti.  
*Primjer:*  $5\text{ kg}$  a ne  $5kg$
- Za odvajanje cijelog od decimalnog dijela brojčane vrijednosti treba koristiti decimalni zarez a ne točku.  
*Primjer:*  $384,523$  a ne  $384.523$
- Između skupina od tri znamenke treba biti razmak i na lijevoj i na desnoj strani od decimalnog zareza. Četveroznamenkasti brojevi mogu se pisati bez razmaka.  
*Primjer:*  $15\ 739,012\ 53$ .
- Za odvajanje tisućica ne smiju se upotrebljavati točke.  
*Primjer:*  $2\ 321\ 458,242\ 12$  a ne  $2.321.458,24212$
- Mora biti jasno kojemu znaku pripada brojčana vrijednost i koja se matematička operacija primjenjuje na vrijednost veličine.  
*Primjer:*  $35\text{ cm} \cdot 48\text{ cm}$ , a ne  $35 \cdot 48\text{ cm}$ .

## ETALON

Etalon je materijalizirana mjera, mjerilo, referencijska tvar ili mjerni sustav namijenjen za određivanje, ostvarivanje, čuvanje ili obnavljanje jedinice jedne ili više vrijednosti kakve veličine da bi mogli poslužiti kao referencija.



Set paralelnih  
graničnih mjerki





## ETALONI

- **Međunarodni etalon:** etalon priznat međunarodnim dogovorom da bi služio kao međunarodna osnova za dodjeljivanje vrijednosti drugim etalonima određene veličine.
- **Državni etalon:** etalon priznat odlukom države da bi služio u toj državi kao osnova za dodjeljivanje vrijednosti drugim etalonima određene veličine.
- **Primarni etalon:** etalon koji je izabran ili za koji je opće potvrđeno da ima najveću mjeriteljsku kvalitetu, a čija se vrijednost potvrđuje bez upućivanja na druge etalone iste veličine.
- **Sekundarni etalon:** etalon kojemu je vrijednost dodijeljena usporedbom s primarnim etalom iste veličine.
- **Referencijski etalon:** etalon koji općenito ima najveću mjeriteljsku kvalitetu na danom mjestu ili u danoj organizaciji iz kojeg se izvode mjerenja koja se tu provode.
- **Radni etalon:** etalon koji se redovito upotrebljava za umjeravanje ili provjeru tvornih mjera, mjerila i referencijskih tvari.



- **Posrednički etalon:** etalon koji se upotrebljava kao posrednik za usporedbu etalona.
- **Prijenosni etalon:** etalon, katkad posebne konstrukcije, namijenjen za prijenos na različita mjesta.

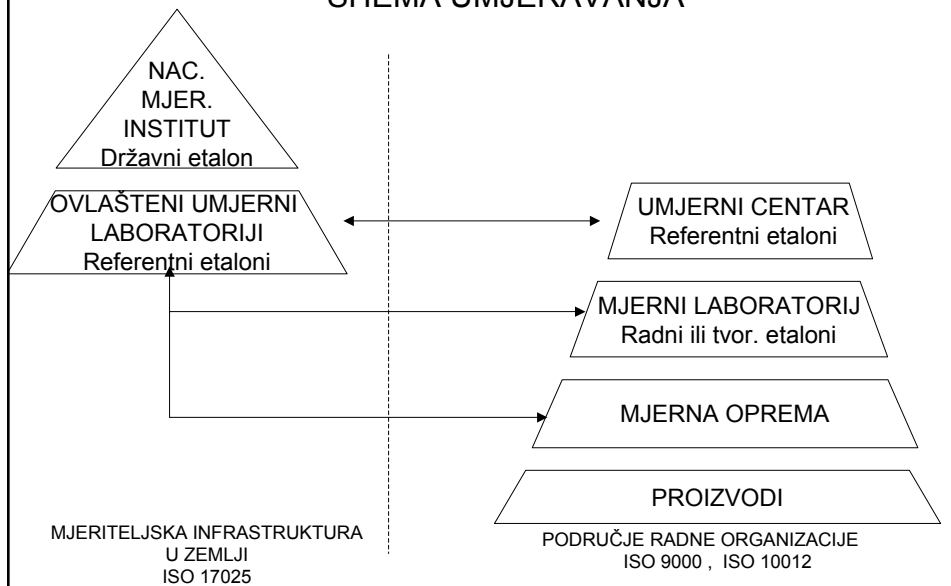
## UMJERAVANJE

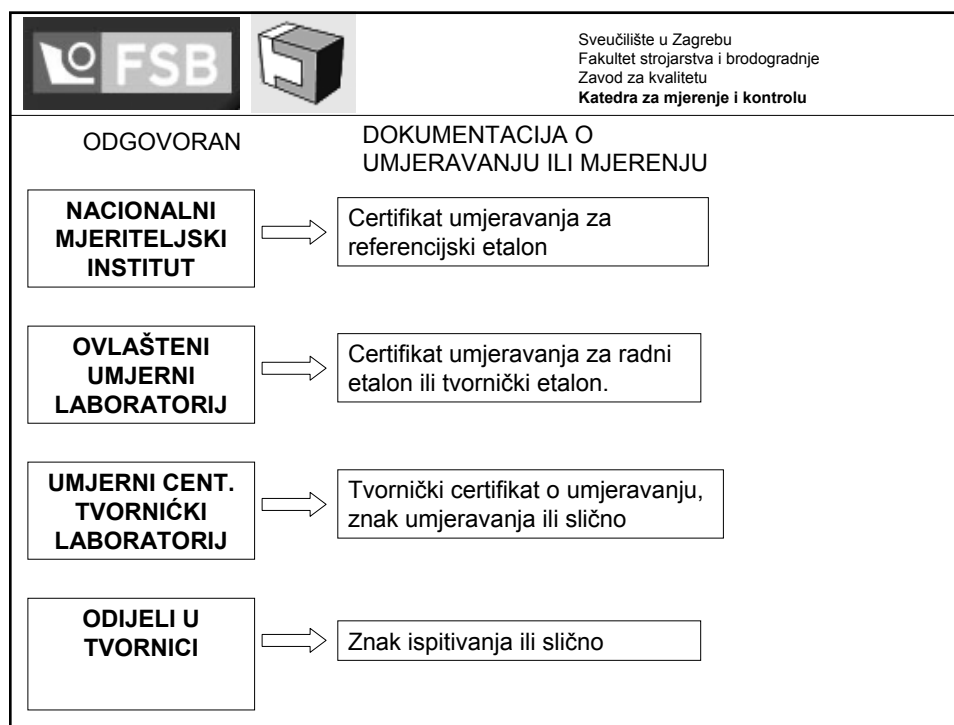
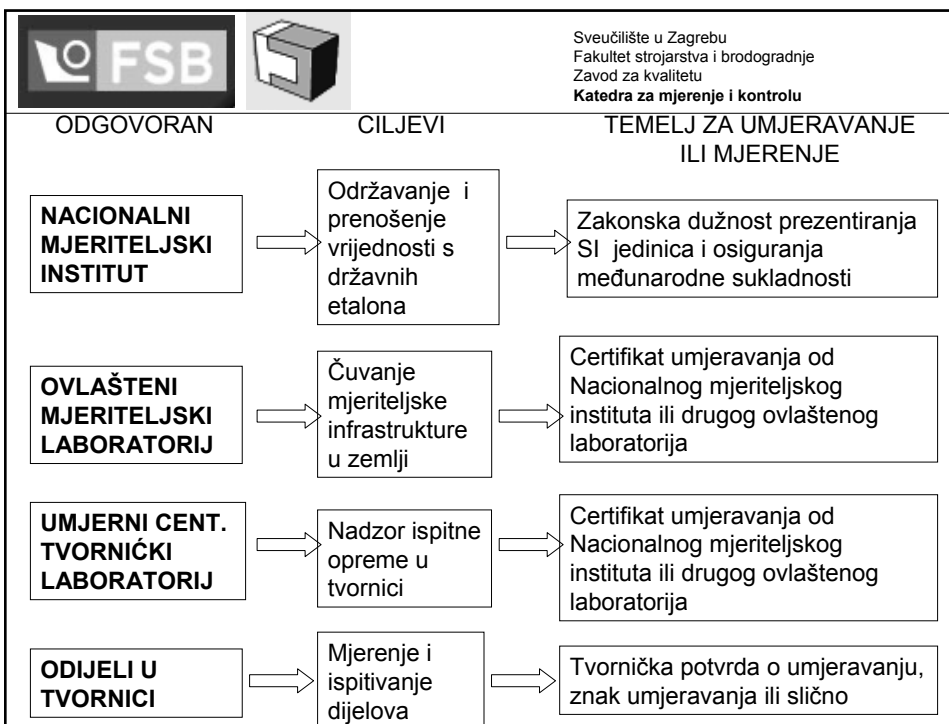
Skup postupaka kojima se u određenim uvjetima uspostavlja odnos između vrijednosti veličina koje pokazuje neko mjerilo ili mjerni sustav ili vrijednosti koje pokazuje neka materijalizirana mjera ili neka referencijska tvar i odgovarajućih vrijednosti ostvarenih etalonima.

## SLJEDIVOST

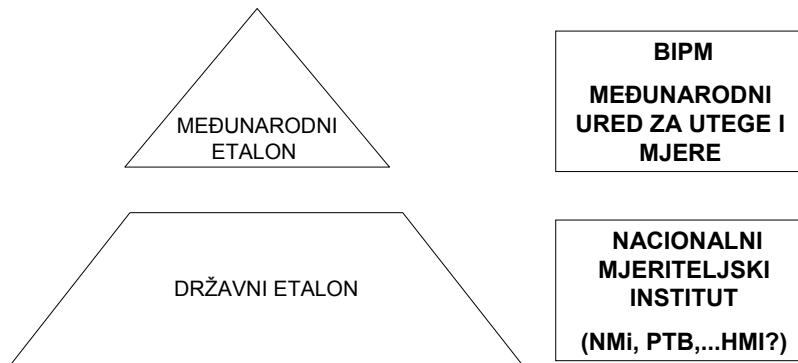
Svojstvo mjernog rezultata ili vrijednosti kojeg etalona po kojemu se on može dovesti u vezu s navedenim referencijskim etalonima (obično državnim ili međunarodnim) neprekinutim lancem usporedaba koje imaju utvrđene mjerne nesigurnosti.

## HEMA UMJERAVANJA





## MEĐUNARODNA SLJEDIVOST



## ZADACI MEĐUNARODNOG UREDA ZA UTEGE I MJERE

- Uspostavljanje osnovnih etalona i skala za mjerenje osnovnih fizikalnih veličina i održavanje prototipova međunarodnih etalona.
- Ostvarivanje usporedbe nacionalnih i internacionalnih etalona.
- Osiguravanje koordinacije odgovarajućih tehnika mjerenja.
- Ostvarivanje i koordinacija odredbi koje se odnose na osnovne fizikalne konstante.



## ZADACI NACIONALNIH MJERITELJSKIH INSTITUTA

- Ostvarenje, razvoj i održavanje državnih etalona;
- Održavanje sljedivosti državnih prema međunarodnim etalonima;
- Održavanje sljedivosti referencijskih etalona;
- Uspostavljanje međusobnog priznavanja nacionalnih etalona – sudjelovanje u međuregionalnim i regionalnim mjeriteljskim ključnim usporedbama.



## MEĐULABORATORIJSKE USPOREDBE

Izvođenje umjeravanja na prenosivom uređaju ( referencijski etaloni, mjerila instrumenti ili referencijske tvari) u više laboratorija radi usporedbe rezultata mjerenja.

### CILJ

Provjeriti osposobljenost laboratorija, uključujući , kad god je to moguće, provjeru iskazane mjerne nesigurnosti

### VRSTE LABORATORISKIH USPOREDBI

**Kružna:** kruženje uređaja među sudionicima; početak i kraj u referencijskom laboratoriju.

**Zvezdasta:** uređaj se vraća u referencijski laboratorij svaki put nakon što je sudionik završio mjerenja, ili svaki sudionik dobiva uzorak partije ( šarže) prethodno izmjeren u referencijskom laboratoriju.

## NIVOI MEĐULABORATORIJSKIH USPOREDBI

**SVIJET**  
(EC/BIPM)

**EVROPA**  
(Euromet/Eurachem/EA)

**NACIONALNI**  
(nacionalno akreditacijsko tijelo)

**INDUSTRIJA**  
(na zahtjev i po izboru)

## PRIPREMA I PROVEDBA MEĐULABORATORIJSKE USPOREDBE

1. Prijedlog za međulaboratorijsku usporedbu
2. Izbor etalona i smjernice za upute
3. Izbor učesnika i referencijskog laboratorija
4. Plan kruženja i konačne upute
5. Provedba mjerenja
6. Izvještaj o rezultatima (povjerljivo )

## IZVJEŠTAJ O REZULTATIMA MEĐULABORATORIJSKE USPOREDBE

1. Izvještaji laboratorija
2. Popravne radnje (Kriterij  $E_n$ )
3. Nacrt izvještaja
4. Konačni izvještaj

$$E_n = \frac{X_{lab} - X_{ref}}{\sqrt{(U_{lab}^2 + U_{ref}^2)}}$$

$E_n$  - faktor slaganja

$X_{lab}$  - rezultat mjerenja laboratorija učesnice

$X_{ref}$  - rezultat mjerenja referencijskog laboratorija

$U_{lab}$  - mjerna nesigurnost laboratorija učesnice

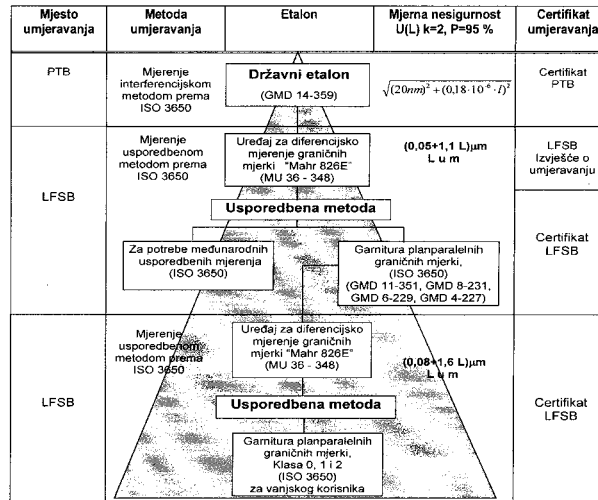
$U_{ref}$  - mjerna nesigurnost referencijskog laboratorija

**Mjerenja usporediva ako je  $E_n < 1$**

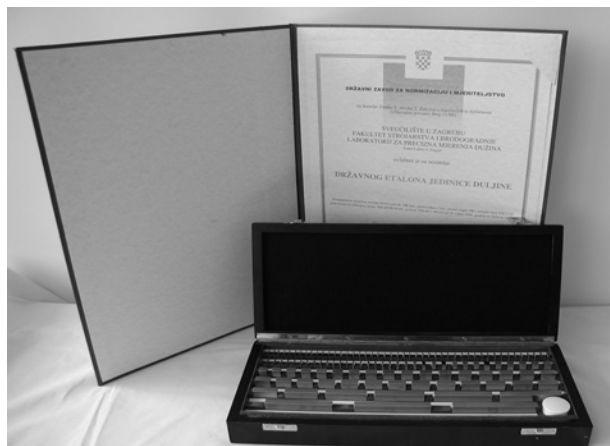
### MJERITELJSKE SPOSOBNOSTI LABORATORIJA ZA PRECIZNA MJERENJA DUŽINA FSB-a

<b>Duljina:</b>	L=0,5-100 mm	U=(0,05+1,1L) μm, L u m, k=2, P=95%
	L=100-500 mm	U=(0,2+0,9L) μm, L u m, k=2, P=95%
<b>Hrapavost:</b>	$R_a$ =(0,008-30) μm	U=5%, k=2, P=95%
	$R_y, R_z$ =(0,025-100) μm	U=8%, k=2, P=95%
<b>Kut:</b>	$\alpha$ =0°-90°	U=0,5", k=2, P=95%

### SHEMA UMJERAVANJA JEDINICE DULJINE (HRVATSKA)



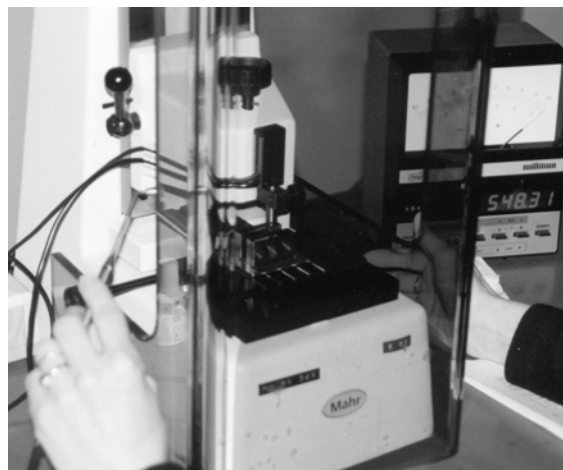
### DRŽAVNI ETALON JEDINICE DULJINE



Laboratorij LFSB nositelj državnog etalona duljine



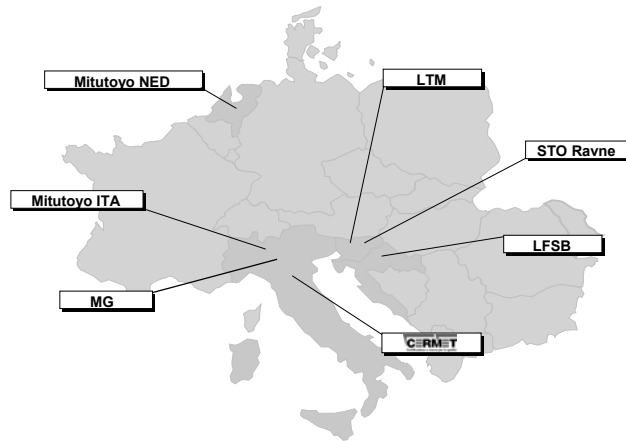
**USPOREDBENO MJERENJE ETALONA DULJINE**  
**Komparator Mahr 8 (SIT akreditacija)**



Temeljno načelo u radu Laboratorija:

***SAZNAT ĆEMO KAKO MJERIMO***  
***AKO IZAĐEMO IZ LABORATORIJA.***

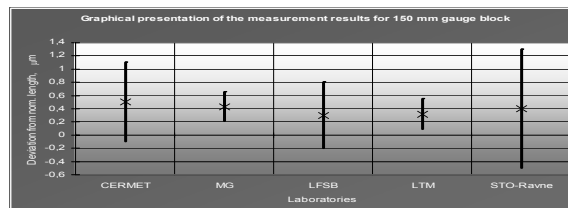
**Laboratoriji s kojima LFSB ima stalnu, vrlo uspješnu suradnju (godišnja usporedbena mjerenja, razmjena stručnjaka, razmjena iskustva i dr.)**



**REZULTATI USPOREDBENIH MJERENJA PARALELNE GRANIČNE MJERKE 150 mm**

	CERMET	MG	LFSB	LTM	STO-Ravne
$\Delta L, \mu m$	0,50	0,43	0,30	0,32	0,40
$U, \mu m$	0,60	0,22	0,50	0,23	0,90

Rezultati mjerenja



Grafički prikaz rezultata mjerenja

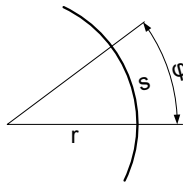
	CERMET	MG	LFSB	LTM	STO-Ravne
CERMET		0,11	0,26	0,28	0,09
MG	0,11		0,24	0,35	0,03
LFSB	0,26	0,24		0,04	0,10
LTM	0,28	0,35	0,04		0,09
STO-Ravne	0,09	0,03	0,10	0,09	

Faktor slaganja

## MJERENJE KUTOVA

### Mjerenje kutova

1 rad je kut u ravnini između dva polumjera koji na krugu zahvaćaju luk jednak dužini polumjera



$$1 \text{ rad} : s = r \quad \varphi = \frac{s}{r} \quad \varphi = \frac{r}{r}$$

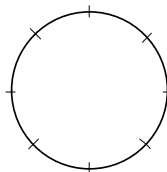
Osigurani uvjeti koherencije u SI-sustavu

- STUPANJ      °
- MINUTA      ′
- SEKUNDA    ″

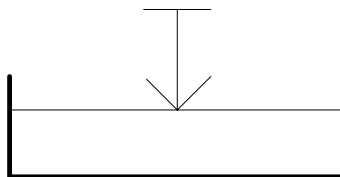
Seksagezimalni sustav - nekompatibilan sa SI-sustavom

Kutni stupanj – relativno jednostavno ostvariv u prirodi

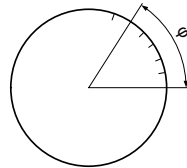
Podjela punog kruga na 4, odnosno u drugi broj po volji jednakih dijelova



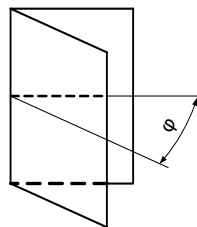
Realizacija pravog kuta razinom tekućine i viskom



### Mjerenje podjele kruga



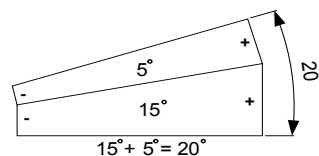
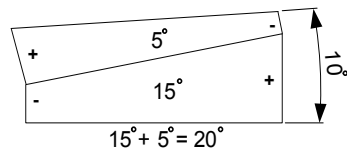
### Mjerenje diedra (kuta između 2 ravnine)



### ETALONI ZA KUTOVE

#### Kutne granične mjerke – kut između dvije ravnine

Kombinacija kutnih graničnih mjerki



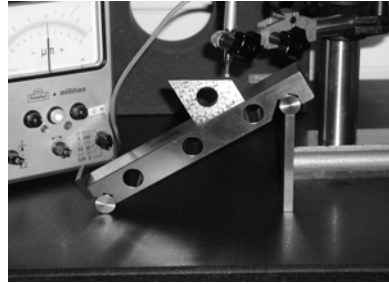
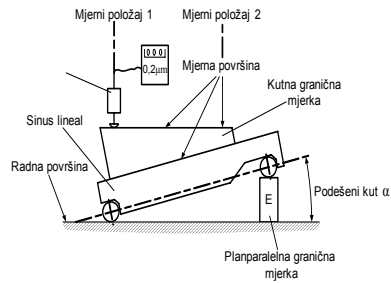
Garnitura kutnih graničnih mjerki – korak 1”  
 - 16 mjerki

1°	3°	5°	15°	30°	45°
1′	3′	5′	20′	30′	
1″	3″	5″	20″	30″	

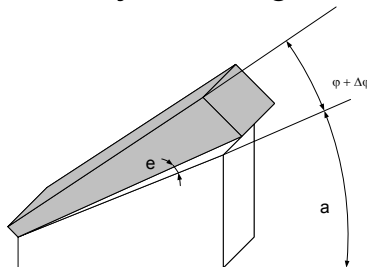
Garnitura kutnih graničnih mjerki



## Primjena kutnih graničnih mjerki pri provjeri paralelnosti površina



## Pogreška kuta uslijed nepodudaranja mjernih ravnina kod kombinacije kutnih graničnih mjerki



Pogreška :  $\Delta\varphi = -(\varepsilon^2/4)\sin 2\varphi$

Primjer :  $\varepsilon = 3^\circ = 0,05236 \text{ rad}$  ;  $\varphi = 45^\circ$   
 $\sin 2\varphi = 1$  ;  $\Delta\varphi = -2,5''$

## ETALONI ZA KUTOVE

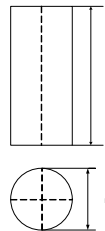
### **Mjerni valjak – etalon pravog kuta**

Tehničke karakteristike :

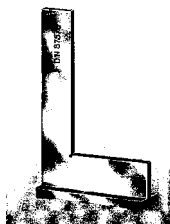
Visina - 150 do 700 mm

Promjer - 75 do 200 mm

Masa - 5,5 do 75 kg



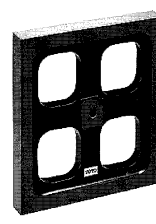
## ETALONI PRAVOG KUTA



RADIONIČKI KUTNIK



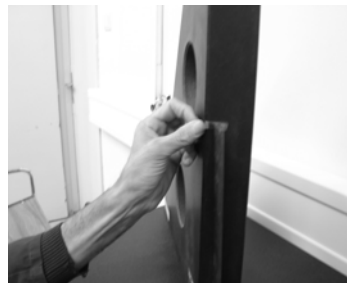
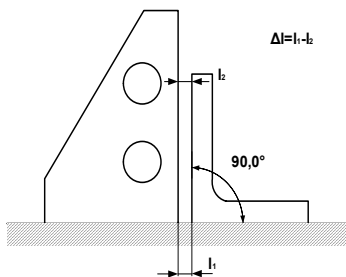
GRANITNI KUTNIK



KUTNIK KVADRATNOG  
OBLIKA



Provjera radioničkog kutnika 90° primjenom mjerne ploče, granitnog kutnika i planparalelnih graničnih mjerki



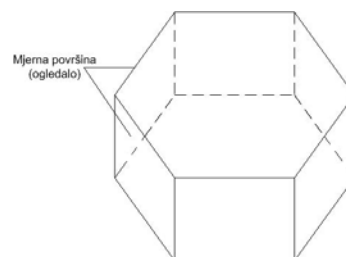
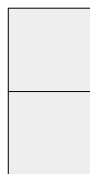
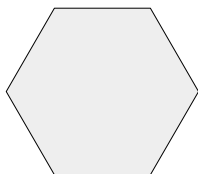
ETALON ZA KUTOVE

**Kutni poligon** – etalon podijele kruga

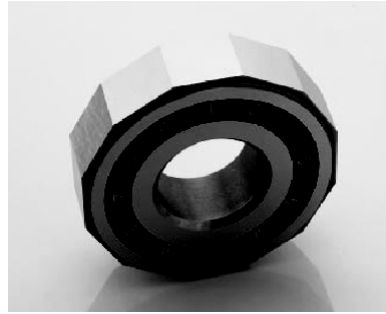
Tehničke karakteristike :

- |               |                     |
|---------------|---------------------|
| Materijal     | - čelik, staklo     |
| Broj stranica | - 3 do 72 (120°-5°) |

Šest stranični kutni poligon



## DVANAEST STRANIČNI KUTNI



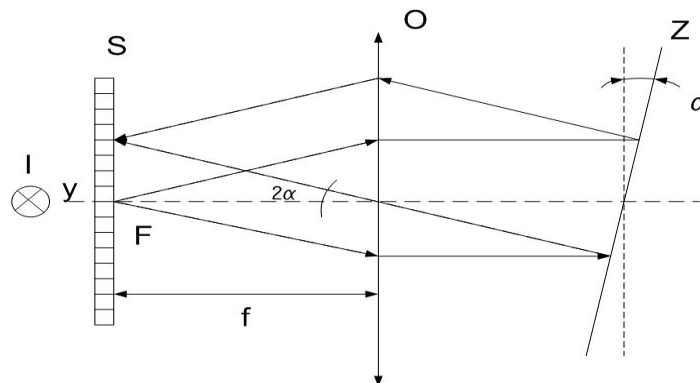
## PRINCIP AUTOKOLIMACIJE

- I izvor svjetla
- S skala
- O objektiv
- Z zrcalo

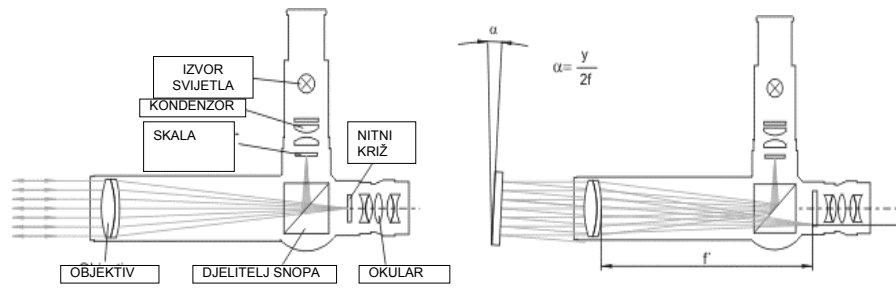
$$y = f \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha \approx 2\alpha$$

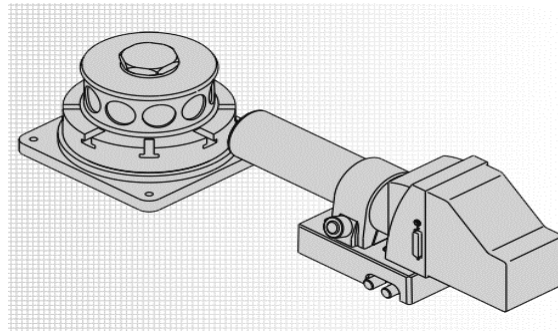
$$y = 2 \cdot f \cdot \alpha$$



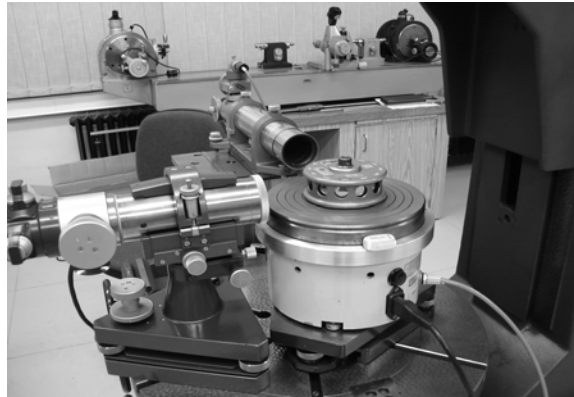
## AUTOKOLIMATOR



## ISPITIVANJE DIOBENOG STOLA POLIGONOM I AUTOKOLIMATOROM



## UMJERAVANJE DVANAESTSTRANIČNIIOG KUTNOG POLIGONA S DVA ATOKOLIMATORA U LFSB



### Metoda međusobne usporedbe

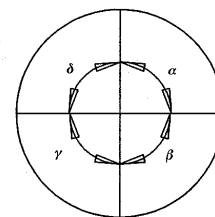
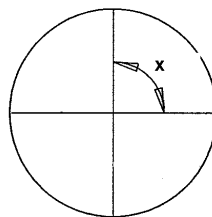
$$\rightarrow \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\text{Izmjereno : } x - \alpha = -3^\circ$$

$$x - \beta = -1^\circ$$

$$x - \gamma = -6^\circ$$

$$x - \delta = -10^\circ$$



$$x + 3^\circ + x + 1^\circ + x + 6^\circ + x + 10^\circ = 360^\circ$$

$$4x + 20^\circ = 360^\circ \rightarrow x = 85^\circ$$

$$\underline{\alpha = 85^\circ + 3^\circ = 88^\circ}$$

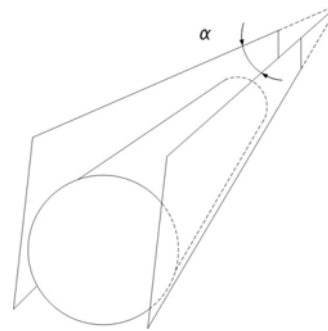
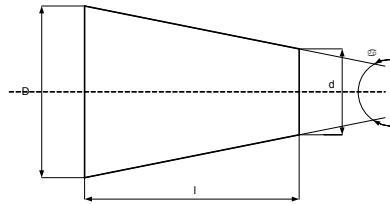
$$\underline{\beta = 85^\circ + 1^\circ = 86^\circ}$$

$$\underline{\gamma = 85^\circ + 6^\circ = 91^\circ}$$

$$\underline{\delta = 85^\circ + 10^\circ = 95^\circ}$$

## Trigonometrijske metode mjerenja kutova

Mjerenje kuta konusa :



$\alpha$  - kut konusa  
 $s = 1 / k$  - suženje  
 $s / 2$  - nagib

$$s = \frac{D - d}{l} = \frac{1}{k}$$

$$\frac{s}{2} = \frac{D - d}{2l} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{k}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l(D - d)}{l^2 - \frac{1}{4}(D - d)^2} = \frac{k}{k^2 - \frac{1}{4}} = \frac{s}{1 - \frac{1}{4}s^2}$$

$$k = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha} (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + 1)$$

**Primjer :** zadano  $k = 20$

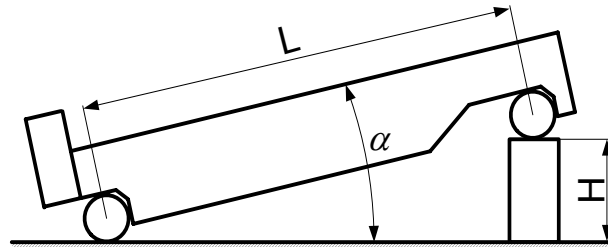
$$s = \frac{1}{k} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1^\circ 25' 56''$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{s}{2} = \frac{1}{40}$$

$$\alpha = 2^\circ 51' 52''$$

## Mjerenje kutova - sinus lineal



$$\sin \alpha = \frac{H}{L} = x$$

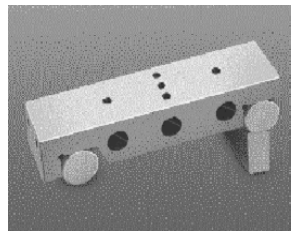
$$\alpha = \arcsin x$$

### Sinus lineal
















Sinus stol

### Sinus blok



# ODSTUPANJA OD OBLIKA I POLŽAJA

## OSNOVNI SIMBOLI SUSTAVA TOLERANCIJE OBLIKA I POLOŽAJA

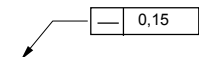
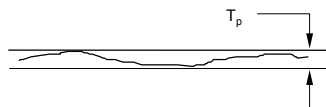
TOLERANCIJE OBLIKA		TOLERANCIJE POLOŽAJA		SLOŽENE TOLERANCIJE	
Karakteristika koja se tolerira	Simbol	Karakteristika koja se tolerira	Simbol	Karakteristika koja se tolerira	Simbol
1.1 pravocrtnost		2.1 paralelnost		3.1 netočnost okretanja	
1.2 ravnoća		2.2 okomitost		3.2 radijalna netočnost okretanja	
1.3 kružnost		2.3 kut nagiba		3.3 aksijalna netočnost okretanja	
1.4 cilindričnost		2.4 lokacija			
1.5 oblik linije		2.5 koncentričnost			
1.6 oblik površine		2.6 simetričnost			

## ODSTUPANJE OD PRAVOCRTNOSTI

Definicija pravocrtnosti

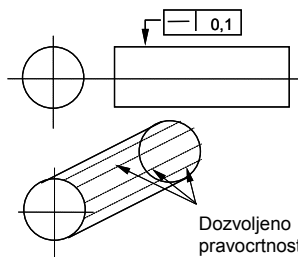
Pravocrtnost je stanje kod kojeg je element površine prava linija.

Dozvoljeno odstupanje od pravocrtnosti (u ravnini) određeno je površinom između dva paralelna pravca, koji su udaljeni za vrijednost naznačenog odstupanja  $T_p$



Označavanje odstupanja od pravocrtnosti na crtežu

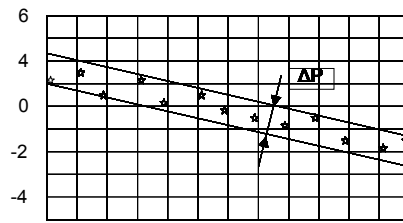
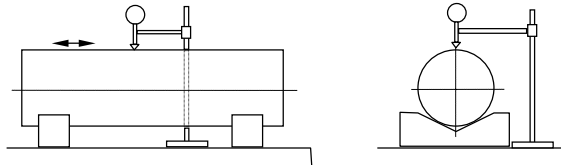
## ODSTUPANJE OD PRAVOCRTNOSTI



Dozvoljeno odstupanje od pravocrtnosti odnosi se na linijske elemente na površini

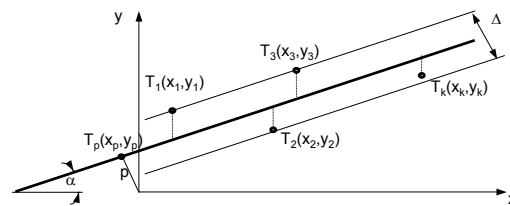


## ODSTUPANJE OD PRAVOCRTNOSTI



Pozicija uzduž izvodnice

## ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI



Matematska referenca  
pravac najmanjih kvadrata

$y_i = ax_i + b$  Neka je S funkcija sume kvadrata udaljenosti točaka  $T_i$  od pravca p, odnosno:

$$S = (y_1 - y)^2 + (y_2 - y)^2 + (y_3 - y)^2 + \dots + (y_k - y)^2$$

$$\text{ili } S = \sum_{i=1}^k (y_i - y)^2 \text{ odnosno } S = \sum_{i=1}^k (y_i - ax_i - b)^2$$

Prema definiciji metode najmanjih kvadrata funkcija S treba biti najmanja, pa slijedi:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \quad , \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0$$

### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^k (y_i - ax_i - b) \cdot (-x_i) = 0, \text{ odnosno} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^k (y_i - ax_i - b) \cdot (-1) = 0, \text{ odnosno}$$

$$\sum_{i=1}^k x_i y_i - a \sum_{i=1}^k x_i^2 - b \sum_{i=1}^k x_i = 0 \quad \sum_{i=1}^k y_i - a \sum_{i=1}^k x_i - kb = 0$$

Iz Jednadžba slijedi:

$$a = \frac{k \sum_{i=1}^k x_i y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - (\sum_{i=1}^k x_i)^2} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - (\sum_{i=1}^k x_i)^2} \quad K - \text{ broj mjernih točaka}$$

### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI

Odstupanje od pravocrtnosti određeno je zbrojem udaljenosti dviju najviše udaljenih točaka (jedna s desne a druga s lijeve strane pravca) od pravca najmanjih kvadrata.

Udaljenost točke T1(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>) od pravca računa se prema izrazu:

$$\delta_i = x_i \cos \alpha + y_i \sin \alpha - p \quad \text{gdje je } p \text{ udaljenost pravca od ishodišta koordinatnog sustava}$$

$$\delta_i = x_i \left[ \frac{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - (\sum_{i=1}^k x_i)^2}{k \sum_{i=1}^k x_i y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i} \right] + y_i \left[ \frac{k \sum_{i=1}^k x_i y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - (\sum_{i=1}^k x_i)^2} \right] - b \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{a^2 + 1}$$

Ukupno odstupanje od pravocrtnosti biti će jednako zbroju udaljenosti

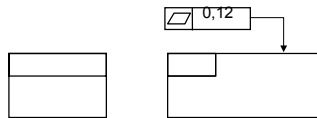
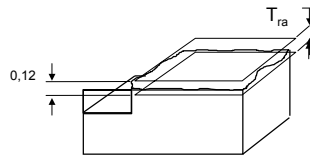
$$\Delta = \delta_{\max} + |\delta_{\min}|$$

## ODSTUPANJE OD RAVNOSTI

### Definicija ravnosti

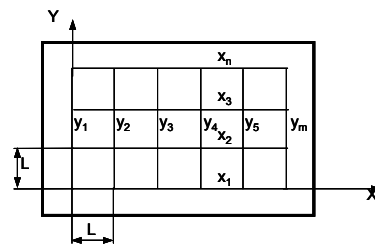
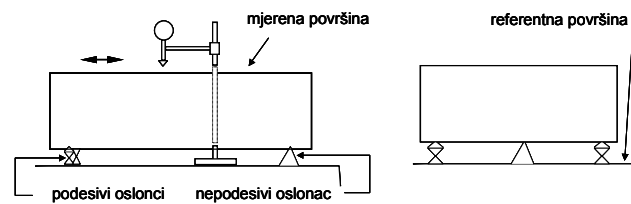
Ravnost je stanje površine kod koje su sve točke u jednoj ravnini.

Dozvoljeno odstupanje od ravnosti određeno je prostorom između dvije ravnine, koje su udaljene za vrijednost naznačenog odstupanja  $T_{ra}$



Označavanje odstupanja od ravnosti na crtežu

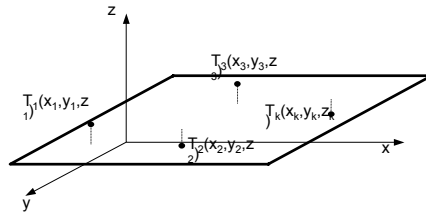
## ODSTUPANJE OD RAVNOSTI



Plan mjerenja ravnosti



### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI Odstupanja OD RAVNOSTI



Matematska referenca ravnina  
dobivena metodom najmanjih  
kvadrata

$$Ax_i + By_i + Cz_i + D = 0 \quad \text{opća jednadžba ravnine}$$

Iz općeg oblika, jednadžba ravnine prevodi se u eksplicitni oblik:

$$\frac{A}{C}x_i + \frac{B}{C}y_i + z_i + \frac{D}{C} = 0 \quad z_i = -\frac{A}{C}x_i - \frac{B}{C}y_i - \frac{D}{C} \quad a = -\frac{A}{C}; \quad b = -\frac{B}{C}; \quad c = -\frac{D}{C}$$

$$z_i = ax_i + by_i + c$$



### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI Odstupanja OD RAVNOSTI

Neka je S funkcija sume kvadrata udaljenosti točaka  $T_i$  od ravnine, odnosno:

$$S = (z_1 - z)^2 + (z_2 - z)^2 + (z_3 - z)^2 + \dots + (z_k - z)^2 \quad \text{ili} \quad S = \sum_{i=1}^k (z_i - z)^2 \quad S = \sum_{i=1}^k (z_i - ax_i - by_i - c)^2$$

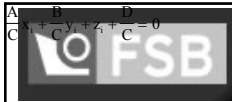
$$\sum_{i=1}^k (z_i - ax_i - by_i - c)^2 = \sum_{i=1}^k (z_i^2 - 2ax_iz_i + a^2x_i^2 - 2by_iz_i - 2cz_i + 2acx_i + 2abx_iz_i + b^2y_i^2 + 2bcy_i + c^2)$$

Funkcija S treba težiti najmanjoj vrijednosti:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial c} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^k (-2x_iz_i + 2ax_i^2 + 2cx_i + 2bx_iz_i) = -2 \sum_{i=1}^k x_iz_i (z_i - ax_i - by_i - c) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^k (-2y_iz_i + 2ax_iz_i + 2by_i^2 + 2cy_i) = -2 \sum_{i=1}^k y_iz_i (z_i - ax_i - by_i - c) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = \sum_{i=1}^k (-2z_i + 2ax_i + 2by_i + 2c) = -2 \sum_{i=1}^k (z_i - ax_i - by_i - c) = 0$$



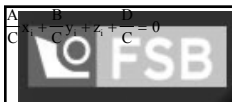
### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI ODSUPANJA OD RAVNOSTI

$$a = \frac{k \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k z_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k z_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i z_i - k \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}$$

$$b = \frac{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i z_i + \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k z_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k z_i - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i z_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k z_i + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i z \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i z_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - \sum_{i=1}^k z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}$$

gdje su:  $x_i, y_i, z_i$  - koordinate i-te točke  
k - ukupni broj točaka



### ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI ODSUPANJA OD RAVNOSTI

Odstupanje od ravnosti određeno je zbrojem udaljenosti dviju najviše udaljenih točaka (jedna s donje a druga s gornje strane ravnine) od ravnine dobivene metodom najmanjih kvadrata.

Udaljenost točke T(x<sub>T</sub>,y<sub>T</sub>,z<sub>T</sub>) od ravnine najmanjih kvadrata odstupanja računa se prema izrazu:

$$\delta_i = \frac{ax_T + by_T - z_T + c}{-\text{sign} \sqrt{a^2 + b^2 + 1}}$$

a odstupanje od ravnosti:

$$\Delta = \delta_{\max} + |\delta_{\min}|$$

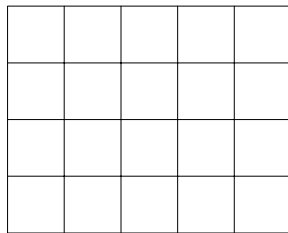
## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

Na raspolaganju je velik broj metoda mjerenja odstupanja od pravocrtnosti a prvenstveno se dijele s obzirom na korištenu mjernu opremu:

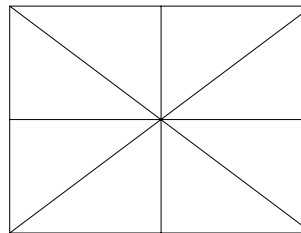
- lineal s komparatorom
- 3D dužinski mjerni uređaji
- autikolimator
- laserski mjerni sustav
- libela i dr.

## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

### PLAN MJERENJA



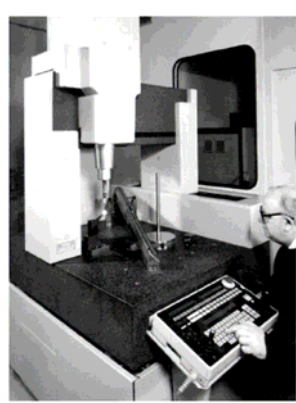
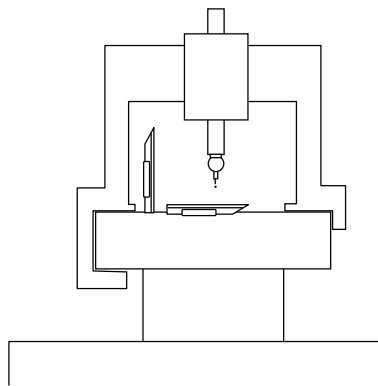
Pravokutna ili «Grid» metoda



Dijagonalna ili «Union Jack» metoda

## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

Trokoordinatni mjerni uređaj

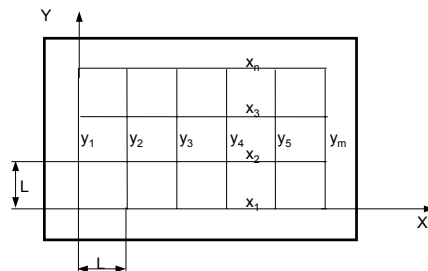
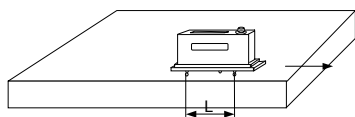


## MJERENJE ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI AUTOKOLIMATOROM U LFSB



## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

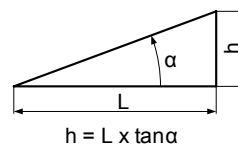
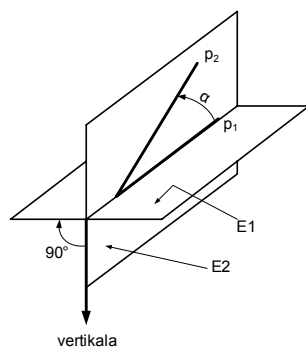
Libela



Plan mjerenja ravnosti

## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

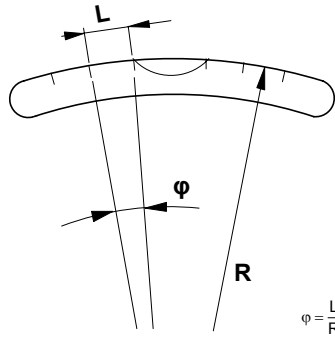
LIBELE – definicija nagiba





## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

### LIBELA

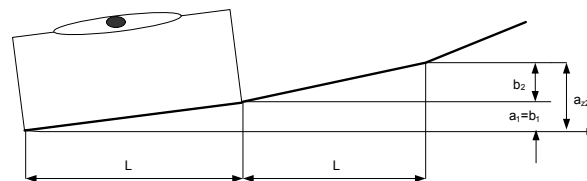


- centralni kut
- L vrijednost podjela skale na cijevi libele (pars)
- R Radijus zakrivljenosti staklene cijevi

Radijus R mm	Osjetljivost pri promjeni položaja mjehura libele za 2mm				mm/m
	Stupani °	Stupani °	Minuta'	Sekunda'	
30	3,8200	3	49	12	66,62
60	1,9100	1	54	36	33,33
120	0,9550	0	57	18	16,67
240	0,4775	0	28	39	8,33
480	0,2388	0	14	20	4,17
960	0,1194	0	7	10	2,08
1920	0,5970	0	3	35	1,04
4000	0,2870	0	1	43	0,50
8000	0,0143	0	0	52	0,25
16000	0,0072	0	0	26	0,13
32000	0,0036	0	0	13	0,06
64000	0,0018	0	0	6	0,03
100000	0,0011	0	0	4	0,02

## METODE MJERENJA ODSTUPANJA OD PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI

### MJERENJE PRAVOCRTNOSTI SA LIBELOM



a - Očitavanje nagiba segmenta (mm/m)

L - Duljina mjerne baze

$C=1000L$  ;  $b_1 = a_1/C$

## MJERENJA PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI LIBELOM

Cijevna libela



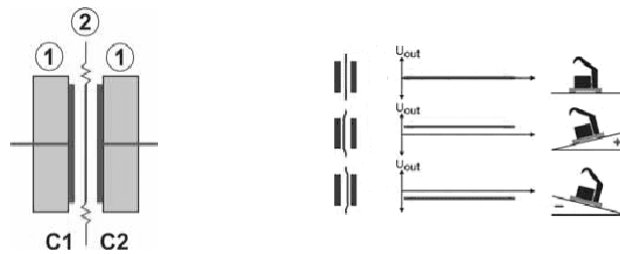
## MJERENJA PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI LIBELOM

Elektronička libela



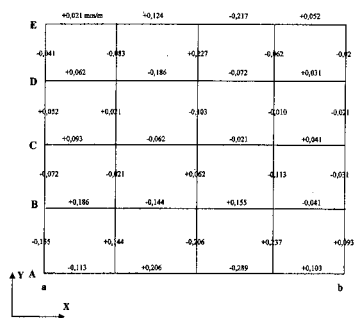
### MJERENJA PRAVOCRTNOSTI I RAVNOSTI LIBELOM

Elektronička libela



Schema osjetnog elementa

### PRIMJER ISPITIVANJA ODSUPANJA OD RAVNOSTI MJERNE PLOČE LIBELOM



Slika 9: Označavanje mjernih pravaca i nagib segmenata kod primjene «GRID» metode



PRIMJER ISPITIVANJA ODSTUPANJA OD RAVNOSTI MJERNE  
PLOČE LIBELOM

X	Y	Z	Zp
0	0	0.0066	0.0000
100	0	-0.0054	-0.0123
200	0	0.0145	0.0073
300	0	-0.0151	-0.0237
400	0	-0.0955	-0.0134
0	100	-0.0960	-0.0145
100	100	0.0101	0.0013
200	100	-0.0051	-0.0141
300	100	0.0097	0.0003
400	100	0.0046	-0.0051
0	200	-0.0103	-0.0207
100	200	0.0037	-0.0069
200	200	-0.0014	-0.0123
300	200	-0.0024	-0.0136
400	200	0.0024	-0.0092
0	300	-0.0022	-0.0144
100	300	0.0087	-0.0038
200	300	-0.0070	-0.0198
300	300	-0.0041	-0.0173
400	300	0.0011	-0.0153
0	400	-0.0035	-0.0175
100	400	-0.0000	-0.0144
200	400	0.0137	-0.0010
300	400	-0.0067	-0.0217
400	400	-0.0001	-0.0154

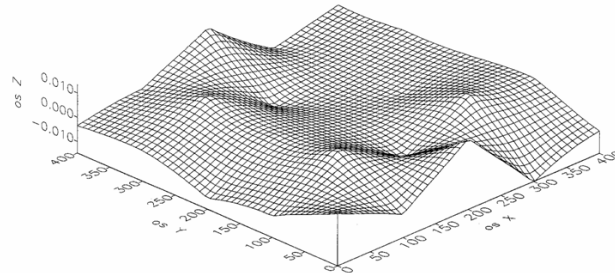
ODSTUPANJE OD RAVNOCE : 0.0296 mm

Slika 12: Prikaz rezultata mjerenja ravnosti «GRID» metodom uz primjenu vlastitog softvera



PRIMJER ISPITIVANJA ODSTUPANJA OD RAVNOSTI MJERNE  
PLOČE LIBELOM

Mjerna ploča



Aksonometrijski prikaz mjerne površine ploče

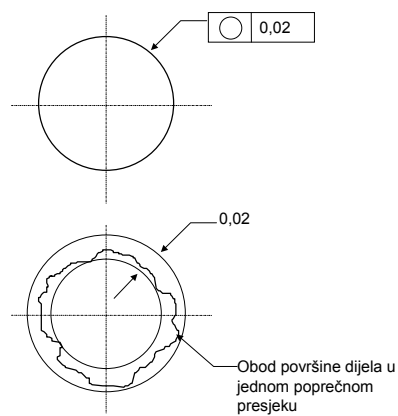
## ODSTUPANJE OD KRUŽNOSTI

### DEFINICIJA KRUŽNOSTI

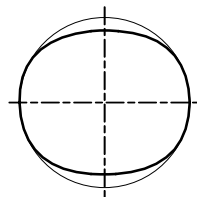
Kružnost se odnosi na stanje kružne linije ili površine kružnog dijela, kod kojeg su sve točke na liniji, ili na obodu poprečnog presjeka dijela, jednako udaljene od središnje točke.

Dozvoljeno odstupanje od kružnosti određeno je površinom između dvije koncentrične kružnice, u istoj ravnini, čija je razlika polumjera  $T_k$ . Linija profila dijela ne smije ni jednom točkom izlaziti van kružnog vijenca.

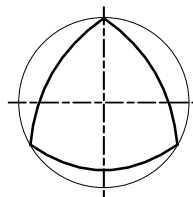
## ODSTUPANJE OD KRUŽNOSTI



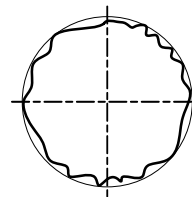
## KARAKTERISTIČNE GREŠKE KRUŽNOSTI



OVALNOST



IZBOČENOST



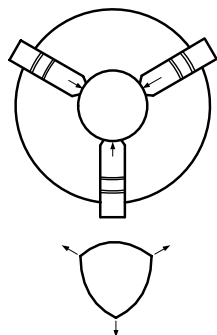
VALOVITOST

## NAJČEŠĆI UZROZI KARAKTERISTIČNIH GREŠAKA KRUŽNOSTI

OVALNOSTI : nepravatnosti šiljaka alatnog stroja, nepravatnosti središnjih gnijezda izratka, oštećenja šiljaka ili gnijezda

IZBOČENOSTI: stezanjem u strojnom škripcu (amerikaner), brušenje bez središnjih gnijezda

VALOVITOSTI: vibracije alatnog stroja, nedovoljna krutost izratka



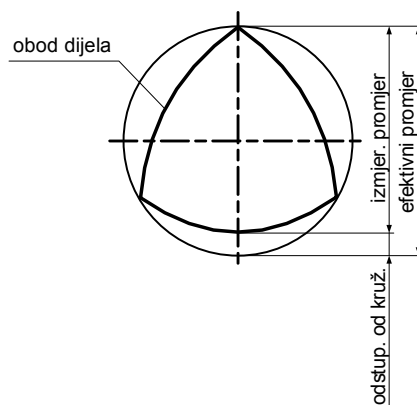
Izbočenost uzrokovana strojnim škripcem sa tri čeljusti

## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI

➤METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S UNUTRAŠNJOM MJERNOM REFERENCOM (KONVENCIONALNE METODE)

➤METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

## ODNOS IZMJERENOG I EFEKTIVNOG PROMJERA NA PRESJEKU SA GREŠKOM OBLIKA SA TRI KARAKTERISTIČNE IZBOČINE



## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S UNUTRAŠNJOM MJERNOM REFERENCOM

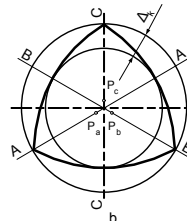
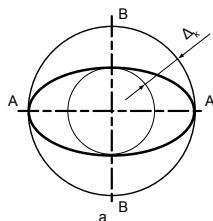
Zajednička značajka (nedostatak) ovih metoda je u tome što je mjerna referenca u toku ispitivanja kružnosti promjenljiva.  
Razlog tome leži u određivanju mjerne reference na temelju elemenata površine ispitivanog predmeta mjerenja.

**Ove metode su slijedeće:**

- **dijametralno ispitivanje kružnosti;**
- **ispitivanje kružnosti primjenom mjernih šiljaka;**
- **ispitivanje kružnosti primjenom V-prizmi.**

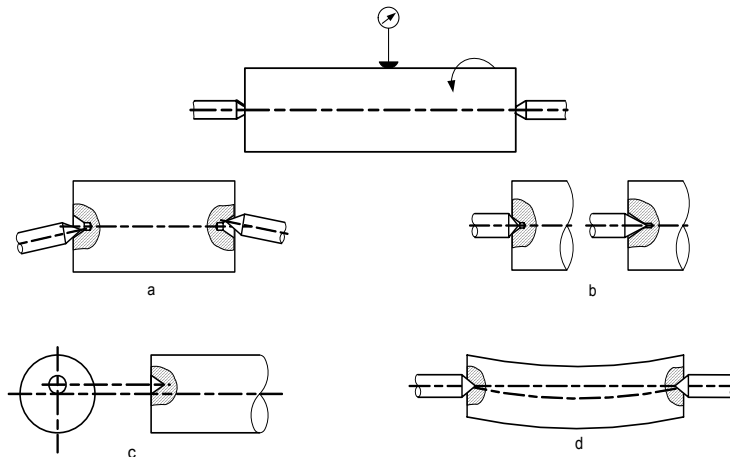
**NAPOMENA:** Primjenom ovih metoda ne može se procijeniti veličina odstupanja od kružnosti. Može se samo dobiti indikacija da je, ili nije, ispitani profil pravilan (bez izraženih grešaka kružnosti) i to samo u određenim slučajevima.

## DIJAMETRALNO ISPITIVANJE KRUŽNOSTI

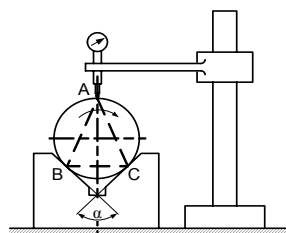




### ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM MJERNIH ŠILJAKA

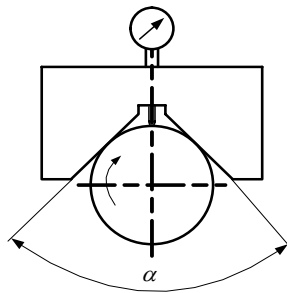


### ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM V-PRIZMI



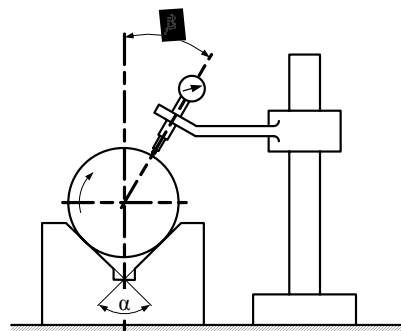
Kut ticanja  $\beta = 0$

### ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM V-PRIZMI



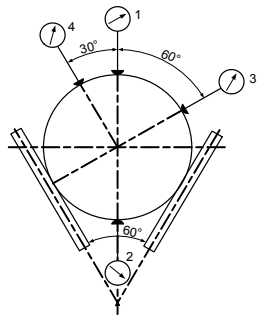
Kut ticanja  $\beta = \pi$

### ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM V-PRIZMI



Kut ticanja  $\beta \neq 0$

## ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM V-PRIZMI



$\mu_n = f(n, \alpha, \beta)$ , gdje je  $\mu_n$  – koeficijent;  
 $n$  – broj tjemena  
 $\alpha$  – kut prizme  
 $\beta$  – kut ticanja

$$\Delta = \mu_n \cdot \Delta_k$$

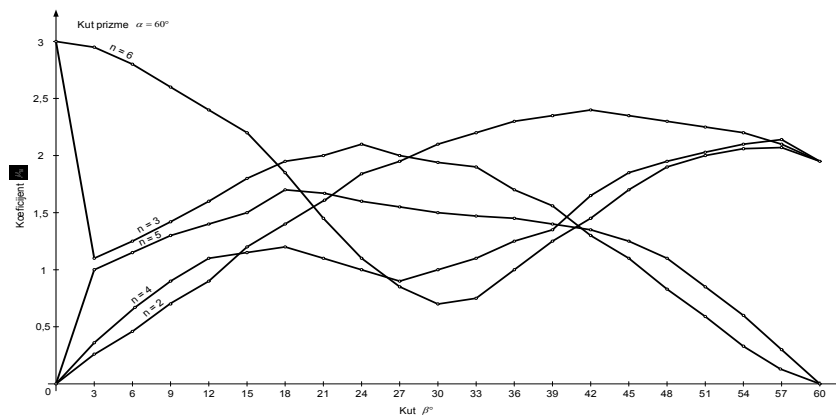
$\Delta$  – izmjerena vrijednost ( raspon pokazivanja instrumenta)

$\Delta_k$  – stvarna vrijednost odstupanja od kružnosti

Instrument 1:  $\alpha=60^\circ, \beta=0^\circ$   
Instrument 2:  $\alpha=60^\circ, \beta=180^\circ$   
Instrument 3:  $\alpha=60^\circ, \beta=60^\circ$   
Instrument 4:  $\alpha=60^\circ, \beta=30^\circ$

## ISPITIVANJE KRUŽNOSTI PRIMJENOM V-PRIZMI

Vrijednosti koeficijenta  $\mu_n$  za kut mjerne prizme  $\alpha=60^\circ$  uz promjenu pravca mjerenja  $0 \leq \beta \leq (90^\circ - \alpha/2)$



## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

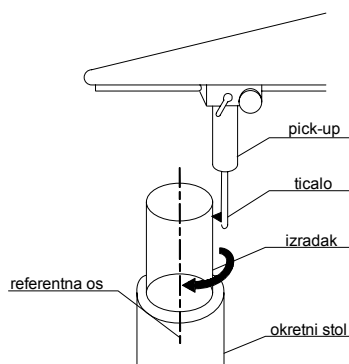
Kod ove metode ispitivanja kružnosti za mjernu referencu se uzima os rotacije vrlo precizno izrađenog vretena, čija točnost rotacije mora biti unutar strogo propisanih granica. Primjenom ove metode ispitivanja kružnosti dobiva se stvarna slika geometrijskog stanja ispitivane površine i informacije koje su u tijesnoj vezi s funkcionalnošću dijela.

Metoda ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom primjenjuje se na dva tipa uređaja za ispitivanje kružnosti, a to su:

- tip rotirajućeg stola
- tip rotirajućeg ticala.

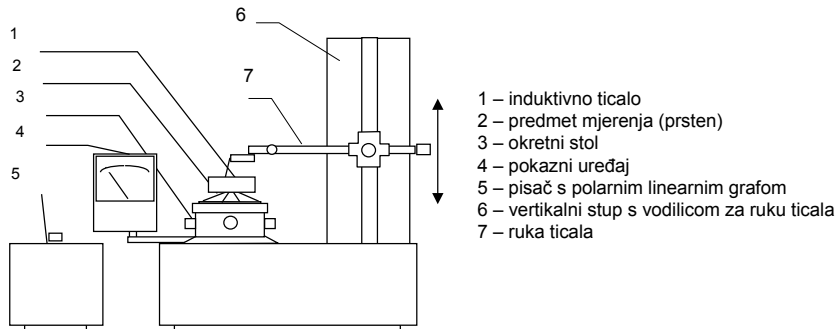
## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

Ispitivanje kružnosti primjenom okretnog stola



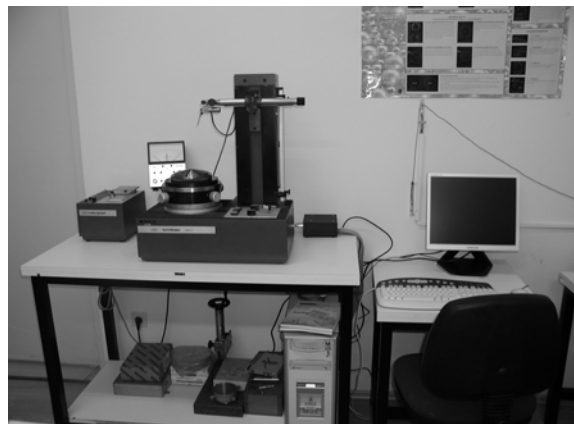
## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

Uređaj za Ispitivanje kružnosti primjenom okretnog stola (LFSB)



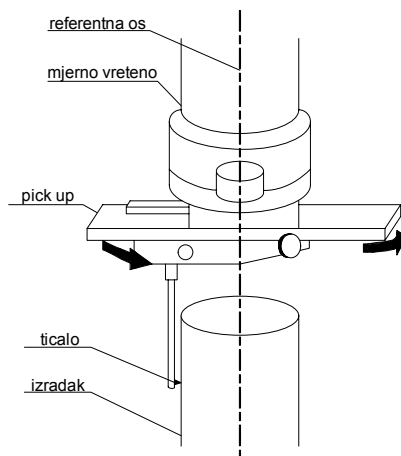
## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

Uređaj za Ispitivanje kružnosti primjenom okretnog stola (LFSB)



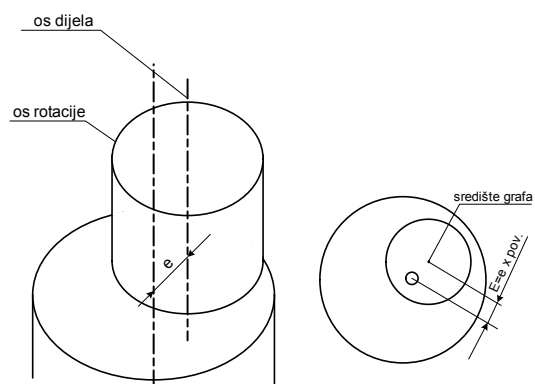
## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

Ispitivanje kružnosti primjenom okretnog mjernog ticala



## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

Ekscentričnost „e“ osi dijela u odnosu na os rotacije



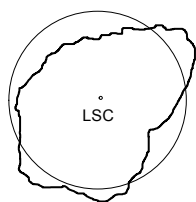
## METODE ISPITIVANJA KRUŽNOSTI S VANJSKOM MJERNOM REFERENCOM

U postupku određivanja odstupanja od kružnosti, pored tehničke (mjerne) reference, pri obradi mjernih podataka koriste se i matematske reference.

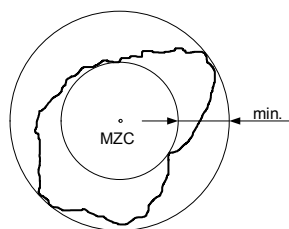
To su :

- kružnica najmanjih kvadrata LSC (Least Squares Circle)
- najmanja kružna zona MZC (Minimum Zone Circles )
- najmanja opisana kružnica MCC (Minimum Circumscribed Circle)
- najveća upisana kružnica MIC (Maximum Inscribed Circle)

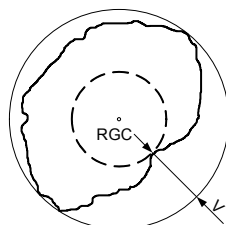
KRUŽNICA NAJMANJIH KVADRATA



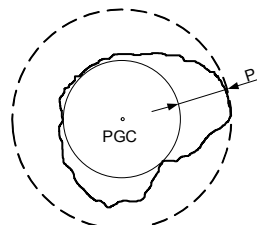
NAJMANJA KRUŽNA ZONA



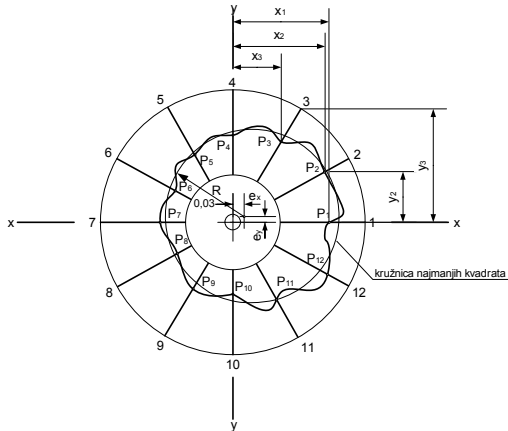
NAJMANJA OPISANA KRUŽNICA



NAJVEĆA UPISANA KRUŽNICA



### KRUŽNICA NAJMANJIH KVADRATA LSC



Koordinate središta LSC

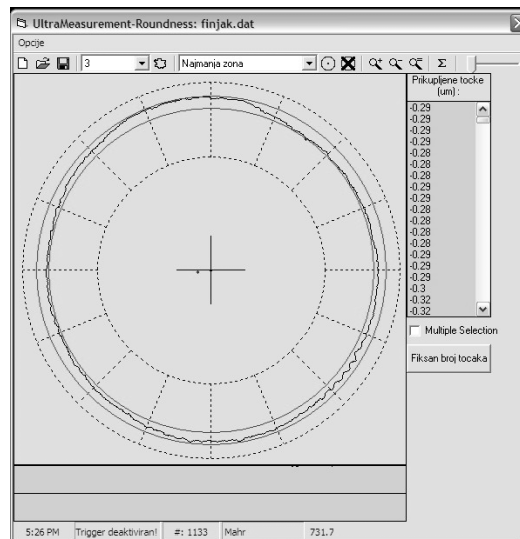
$$e_x = \frac{2\sum x_i}{n} \quad e_y = \frac{2\sum y_i}{n}$$

Polumjer kružnice LSC

$$R = \frac{\sum r_i}{n}$$

Odstupanje od kružnosti određuje se zbrojem udaljenosti najvećeg brijega i dola od kružnice LSC

### POLARNI GRAF – NAJMANJA KRUŽNA ZONA







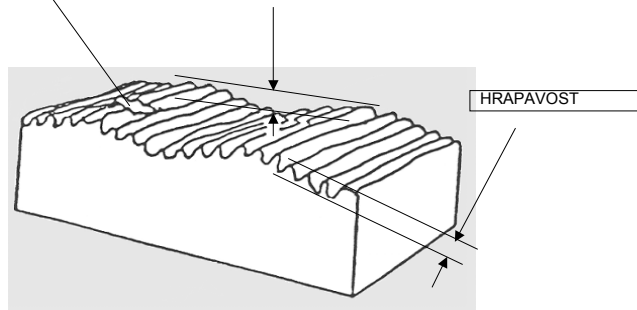
# ISPITIVANJE HRAPAVOSTI POVRŠINE

## ODSTUPANJA NA POVRŠINI

POVRŠINSKE GREŠKE

VALOVITOST

HRAPAVOST





## HRPAVOST POVRŠINE

## VALOVITOST

## ODSTUPANJE OD OBLIKA

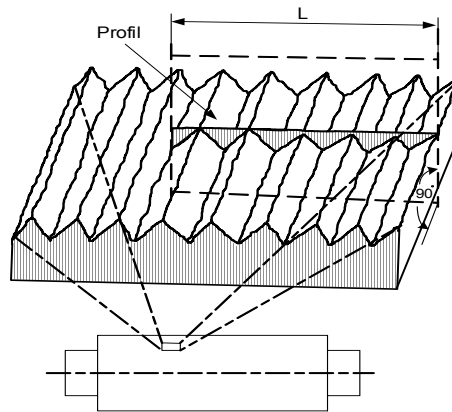
- RAVNOĆA
- OBLIK POVRŠINE



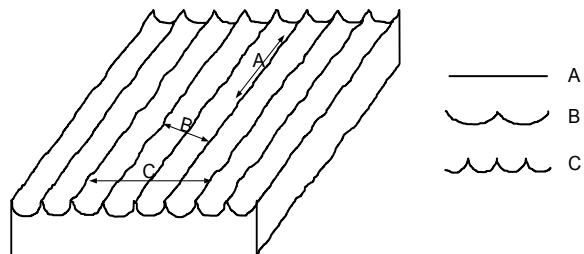
## ISPITIVANJE HRPAVOSTI POVRŠINA

- 2D SUSTAV
- 3D SUSTAV

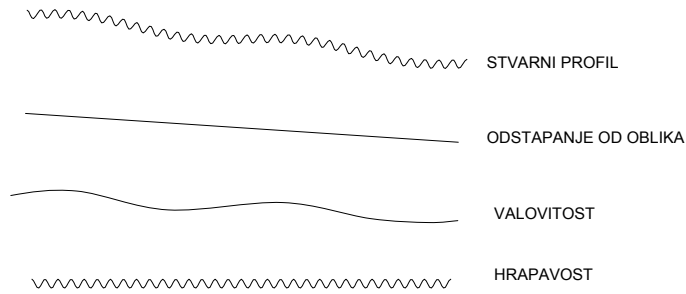
## ISPITIVANJE HRPAVOSTI POVRŠINA 2D SUSTAV



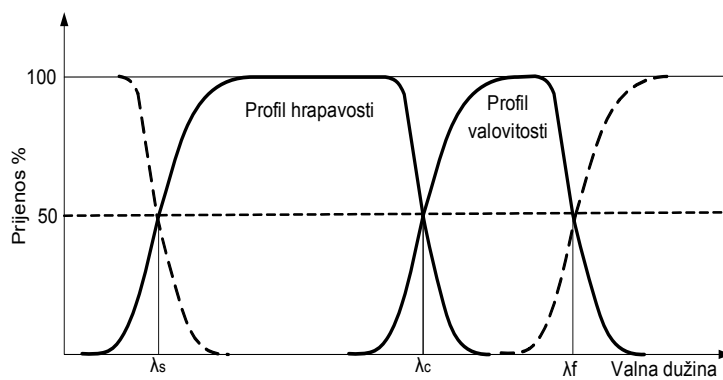
## OPTIMALNI IZBOR REFERENTNOG PROFILA



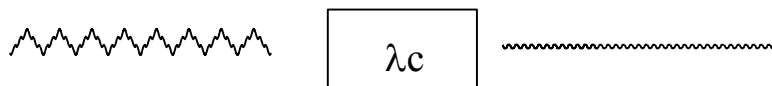
## ODSTUPANJA NA STVARNOM PROFILU



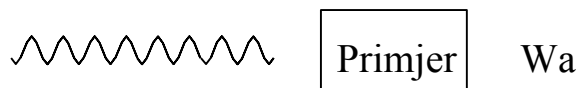
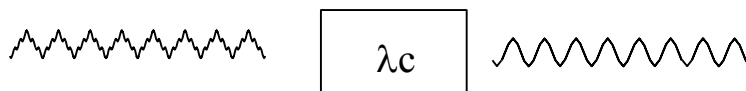
## PRIJENOSNE KARAKTERISTIKE PROFILA HRAPAVOSTI



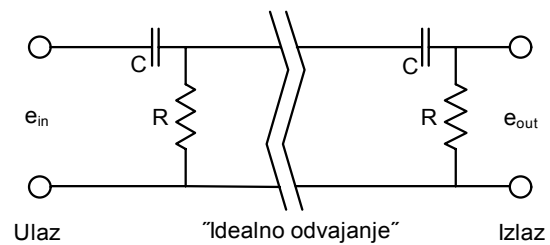
### FILTAR HRAPAVOSTI



### FILTAR VALOVITOSTI

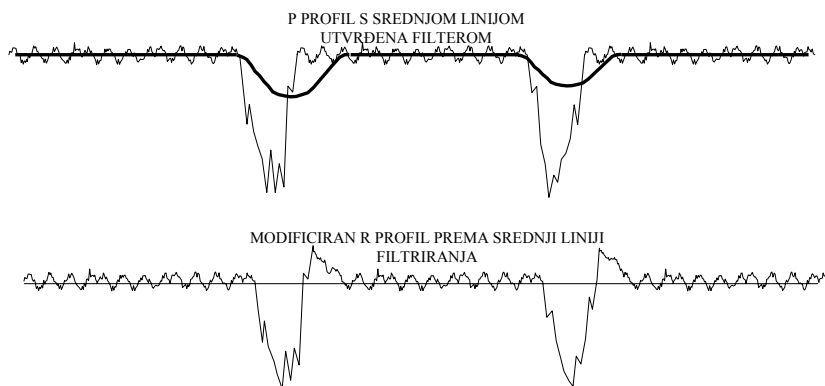


## ANALOGNI 2RC FILTER

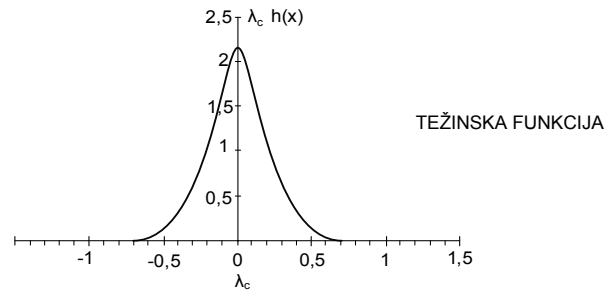


ELEKTRIČNA SHEMA 2RC FILTERA

## UTJECAJ 2RC FILTRA NA IZOBLIČENJA NA R PROFILU



## GAUSSOV FILTAR

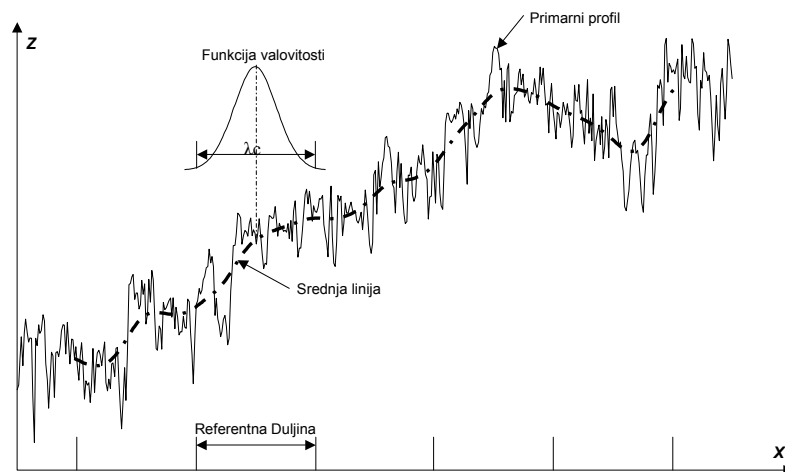


$$h(x) = \frac{1}{\alpha \lambda_c} e^{-\pi \left(\frac{x}{\alpha \pi}\right)^2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}$$

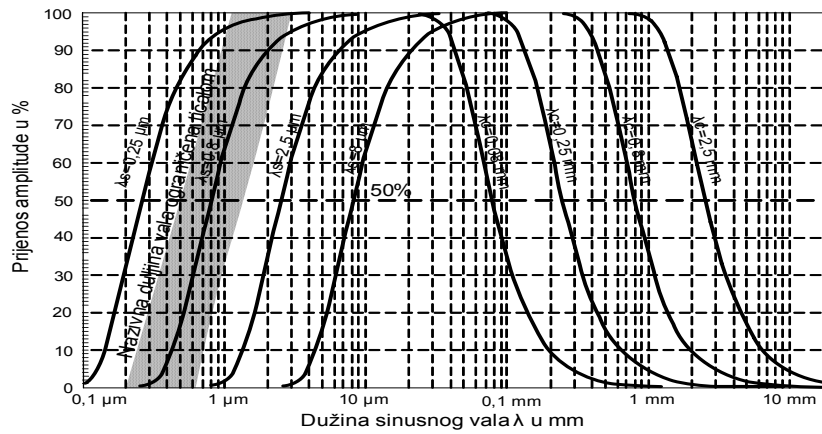
x- udaljenost od srednje linije težinske funkcije  
λc- dugovalna granična vrijednost filtra  
λ - valna duljina sinusoidalnih profila površine

## GAUSSOV FILTAR

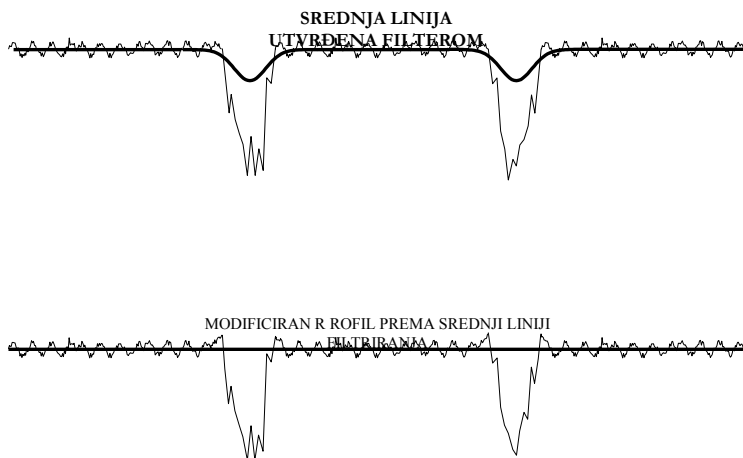




## PRIJENOSNE KRIVULJE ZA VISOKO PROPUSNI GAUSSOV FILTAR

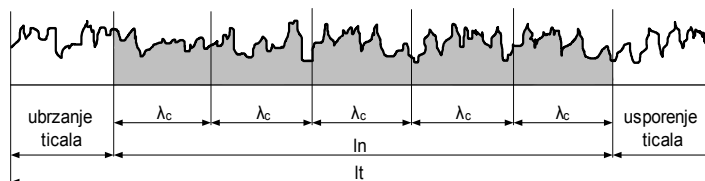


## PW i R PROFIL ZA GS FILTAR



## PARAMETRI HRPAVOSTI PROFILA POVRŠINE

DULJINA ISPITIVANJA  $l_t$   
 DULJINA VREDNOVANJA  $l_n$   
 REFERENTNA DULJINA  $l_r$



## PREPORUČENE REFERENTNE DULJINE I DULJINE VREDNOVANJA

REFERENTNA DULJINA	DULJINA VREDNOVANJA	PERIODIČKI PROFIL	NEPERIODIČKI PROFIL	
			$Rz$ u $\mu m$	$Ra$ u $\mu m$
$lr(\lambda c)$ u mm	$ln=5lr$ u mm	$RSm$ u $\mu m$		
0,08	0,4	>0,013 do 0,04	do 0,1	do 0,02
0,25	1,25	>0,04 do 0,13	>0,1 do 0,5	>0,02 do 0,1
0,8	4	>0,13 do 0,4	>0,5 do 10	>0,1 do 2
2,5	12,5	>0,4 do 1,3	>10 do 50	>2 do 10
8	40	>1,3 do 4	>50	>10

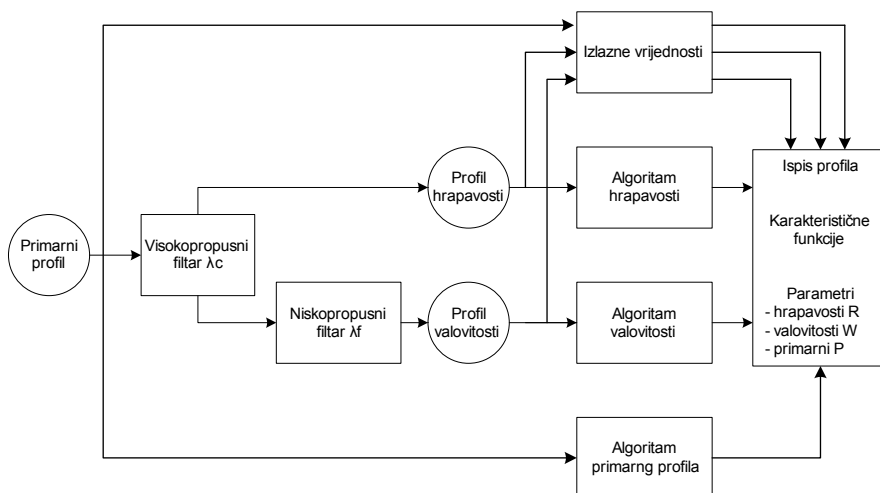
## PREFIKS PARAMETARA

**R** – za hrapavost

**W** – za valovitost

**P** - za primarni profil

## PROFILI P, R, W



## PARAMETRI HRAPAVOSTI

**Amplitudni parametri** - opisuju varijacije po visini profila

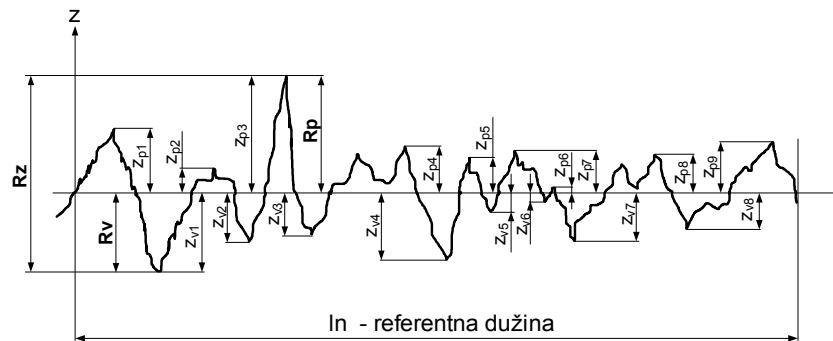
**Uzdužni parametri** - opisuju varijacije uzduž profila

**Hibridni parametri** - opisuju varijacije iz kombinacije uzdužnih i amplitudnih karakteristika profila

**Krivuljni i srodni** – opisuju varijacije na krivuljama dobivenih iz uzdužnih i amplitudnih karakteristika profila

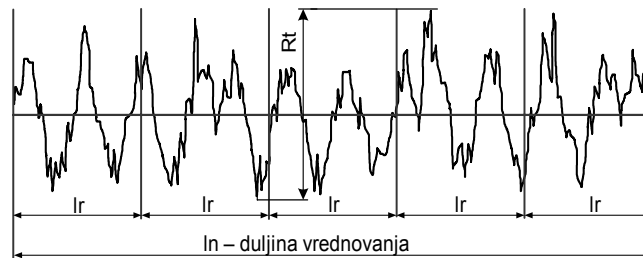
## AMPLITUDNI PARAMETRI

Najveća visina vrha profila **R<sub>p</sub>**  
Najveća dubina dola profila **R<sub>v</sub>**  
Najveća visina profila **R<sub>z</sub>**



## AMPLITUDNI PARAMETRI

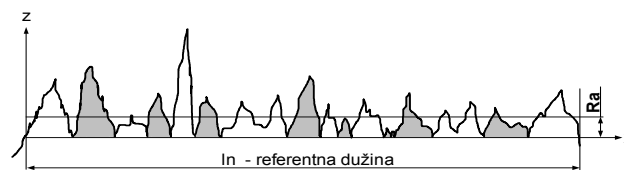
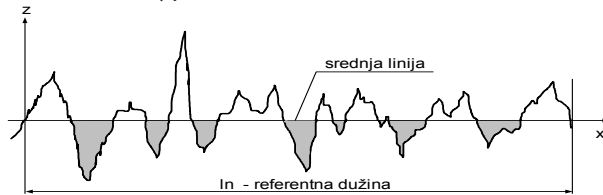
Ukupna visina profila **R<sub>t</sub>**



## AMPLITUDNI PARAMETRI

Srednje aritmetičko odstupanje **Ra**

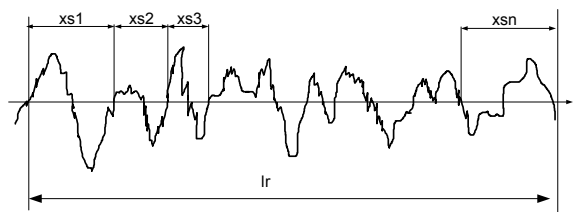
$$Ra = \frac{1}{lr} \int_0^{lr} |Z(x)| dx \quad \text{ili} \quad Ra = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Zx_i| \quad \text{gdje je } n \text{ broj ordinata } Zx \text{ koraka } \Delta x$$



## UZDUŽNI PARAMETRI

Srednji korak elemenata profila **RSm**

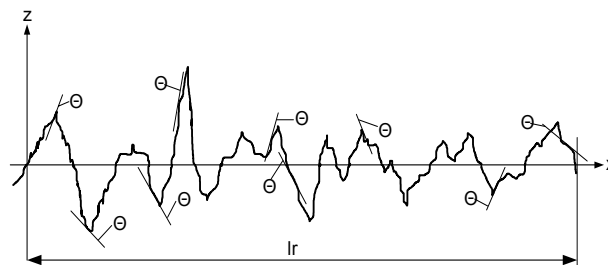
$$RSm = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_{S_i} \quad \text{gdje je } m \text{ broj elemenata profila}$$



## HIBRIDNI PARAMETRI

Srednji kvadratni nagib profila  $R\Delta q$

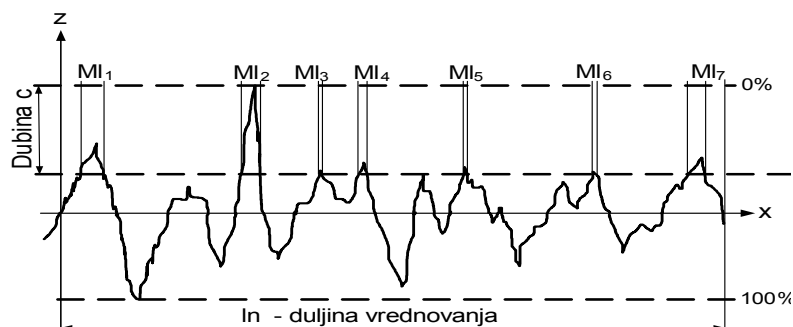
$$R\Delta q = \sqrt{\frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} (\Theta(x) - \bar{\Theta})^2 dx} \quad \bar{\Theta} = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} \Theta(x) dx \quad \text{gdje je } \Theta \text{ nagib profila u bilo kojoj danoj točki}$$



## HKRIVULJE I SRODNI PARAMETRI

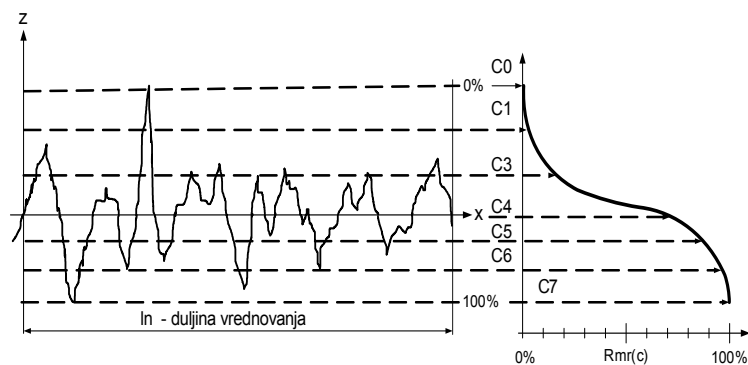
Udio materijala u profilu  $Rmr(c)$

$$Rmr(c) = M(c) / I_n$$



## HKRIVULJE I SRODNI PARAMETRI

Krivulja udjela materijala profila ( Abbott – Firestone krivulja)

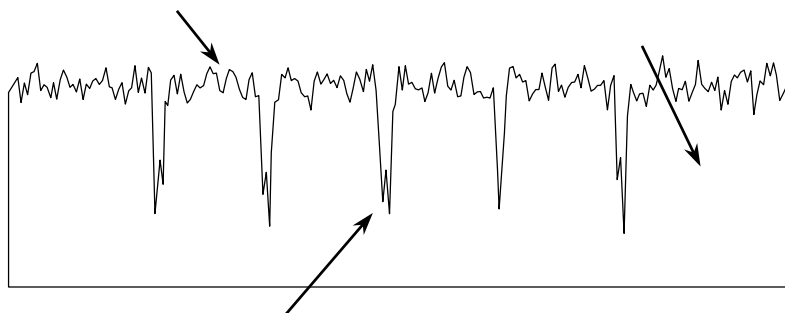


## HKRIVULJE I SRODNI PARAMETRI

Multi –procesne površine

Gornja površina određuje  
 period uhadavanja

Tijelo površine definira  
 karakteristike trošenja/ trajanja

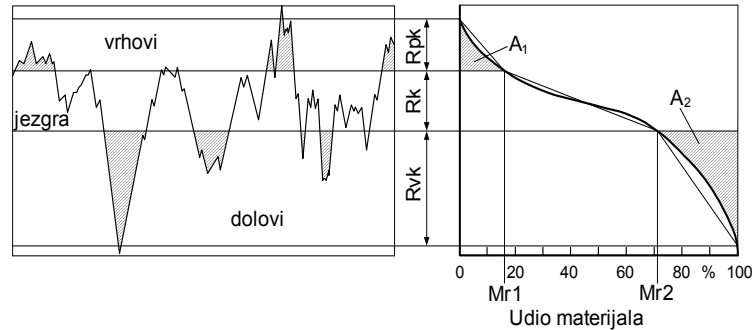


Dolovi definiraju karakteristike podmazivanja



## HKRIVULJE I SRODNI PARAMETRI

Parametri hrapavosti – krivulja udjela materijala



## HKRIVULJE I SRODNI PARAMETRI

Parametri hrapavosti – krivulja udjela materijala

**Primarni:**

**Rpk** – reducirana visina vrha profila – dio profila koji će u tijeku eksploatacije biti prvi istrošen,

**Rk** – dubina jezgre hrapavosti profila – dio profila s povećanom nosivosti koja preuzima osnovna opterećenja i bitno utječe na karakteristike i životni vijek površine,

**Rvk** – reducirana dubina dolova profila – dio profila koji ima sposobnost zadržavanja ulja u dubokim žljebova koji su stvoreni pri strojnoj obradi površine,

**Mr1** – relativni udio materijala u vrhovima,

**Mr2** – relativni udio ulja u dolovima,

**Sekundarni:**

**A1**- površina materijala vrhova profila

**A2** – površina maziva dolova profila.

# PARAMETRI HRAPAVOSTI

NORMA	PARAMETRI HRAPAVOSTI			FILTER
	P-profil	R - profil	W - profil	
ISO 4287:1998	Pp; Pv; Pz; Pc; Pt; Pa; Pq; Psk; Pkv; Psm; PΔq; Pmr(c); Pδc; Pmr	Rp; Rv; Rz; Rc; Rt; Ra; Rq; Rsk; Rkv; Rsm; RΔq; Rmr(c); Rδc; Rmr	Wp; Wv; Wz; Wc; Wt; Wa; Wq; Wsk; Wkv; Wsm; WΔq; Wmr(c); Wδc; Wmr	Gaussov ISO11562:
ISO 13565-2: 1996		Rk; Rpk; Rvk; Mr1; Mr2		Dvostruki Gaussov ISO13565-1: 1994
		Rke; Rpke; Rvke; Mr1e; Mr2e		Motiv ISO12085:1996
ISO13565-3: 1998	Ppq; Pvq; Pmq	Rpq; Rvq; Rmq		Dvostruki Gaussov ISO13565-1: 1994
ISO12085:1996		R; Rx; AR	W; Wx; AW; Wte	Motiv ISO12085:1996
-		HSC; Pc; R3z		2RC; Gaussov ISO11562:

## FUNKCIJA POVRŠINE – ODABIR PARAMETARA HRAPAVOSTI

Profili površina sa približno istim Ra



Ra = 2.4 μm



Ra = 2.5 μm



Ra = 2.4 μm



### FUNKCIJA POVRŠINE – ODABIR PARAMETARA HRAPAVOSTI

FUNKCIJA	PRIMJENA	PROCES	PARAMETRI HRAPAVOSTI												
			Amplitudni						Uzdužni	Hibridni					W <sub>t</sub>
			R <sub>a</sub>	R <sub>z</sub>	R <sub>z</sub>	R <sub>p</sub>	R <sub>pm</sub>	R <sub>sz</sub>	P <sub>c</sub>	R <sub>pk</sub>	R <sub>k</sub>	R <sub>vk</sub>	A <sub>2</sub>		
DINAMIČKA OPTEREĆE.	Klizanje	Cilindar							↑↓		↑	↑↓	↑↓	↑↓	
		Plast klipa							↑↓	↑↓					
		Klizni ležaj	Brušenje	↑	↑	↑	↑	↑							
		Umjetni zglobovi	Brušenje/poliranje								↑	↑	↑↓	↓	
	Kotrljanje	Kotrljajući ležaj	Brušenje/poliranje	↑	↑			↑		↑↓	↑	↑			
STATIČKA OPTEREĆE.	Stajanje	Brtvene površine		↑↓											↑

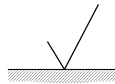
↑ označava max dozvoljenu vrijednost za parametar hrapavosti  
 ↓ označava dozvoljeno područje unutar max i min vrijednosti za parametar hrapavosti  
 ↓ označava min dozvoljenu vrijednost za parametar hrapavosti



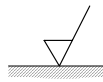
### FUNKCIJA POVRŠINE – ODABIR PARAMETARA HRAPAVOSTI

FUNKCIJA	PRIMJENA	PROCES	PARAMETRI HRAPAVOSTI												
			Amplitudni						Uzdužni	Hibridni					W <sub>t</sub>
			R <sub>a</sub>	R <sub>z</sub>	R <sub>z</sub>	R <sub>p</sub>	R <sub>pm</sub>	R <sub>sz</sub>	P <sub>c</sub>	R <sub>pk</sub>	R <sub>k</sub>	R <sub>vk</sub>	A <sub>2</sub>		
BEZ OPTEREĆE.	Estetska	Bojene površine - lim		↑↓						↑↓					↑
		Kalupni alat za plastiku		↑↓						↑↓					
	Ostalo	Površine u prehran. ind.	Valjanje/poliranje	↑										↑	
		Elektro-kontaktne površine	Platiniranje	↑							↑	↑			
		Keramič-porozne površine	Sinteriranje				↑	↑							
		Papir/tkanina						↑↓			↑↓	↑↓			

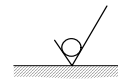
### METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE



Svi postupci  
dozvoljeni  
APA



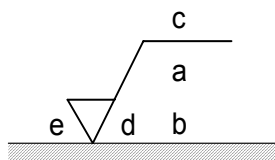
Obrada odvajanjem  
čestica  
MRR



Obrada bez  
odvajanja čestica  
NMR

Grafički simboli za označavanje kvalitete obrađenih  
površina na tehničkim crtežima

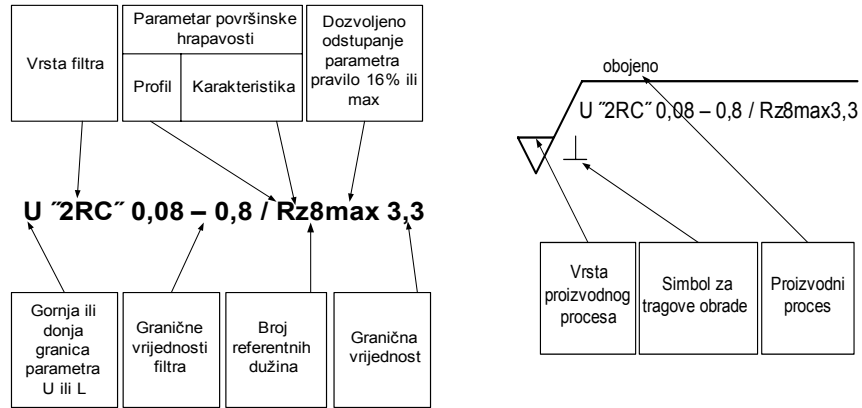
### METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE



mjesto a - pojedinačni zahtjev na hrapavost površine  
mjesto a i b - dva ili više zahtjeva na hrapavost površine  
mjesto c - postupak obrade  
mjesto d - smjer tragova obrade  
mjesto e - dodatak za obradu

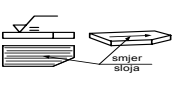
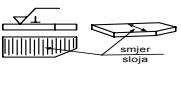
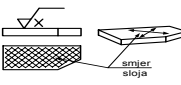
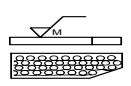
Položaj oznaka dopunskih zahtjeva

### METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE






Položaj oznaka zahtjeva na hrapavost površine - primjer

### METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE

Grafički simbol	Objašnjenje i prikaz
=	Paralelno na ravninu projekcije pogleda u kojoj je simbol korišten 
⊥	Okomito na ravninu projekcije pogleda u kojoj je simbol korišten 
X	Presječno u dva kosa smjera koja se odnose na ravninu projekcije pogleda u kojoj je simbol korišten 
M	Višesmjernan 

## METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE

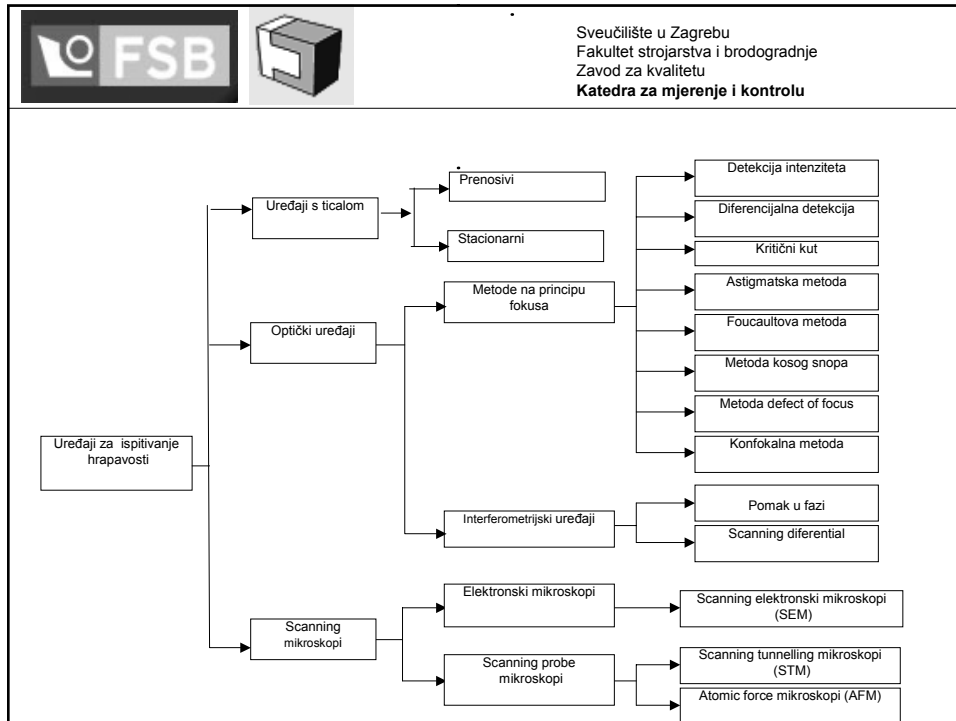
Grafički simbol	Objašnjenje i prikaz	
C	Približno, krugovi relativno prema centru površine u kojoj se simbol primjenjuje	
R	Približno, radijalno relativno prema centru površine u kojoj se simbol primjenjuje	
P	Sloj je poseban, bez smjera, ili izbočen	
Ako je potrebno odrediti uzorak površine koji nije vidljivo određen preko svih simbola		

## METODE OZNAČAVANJA KVALITETE POVRŠINE

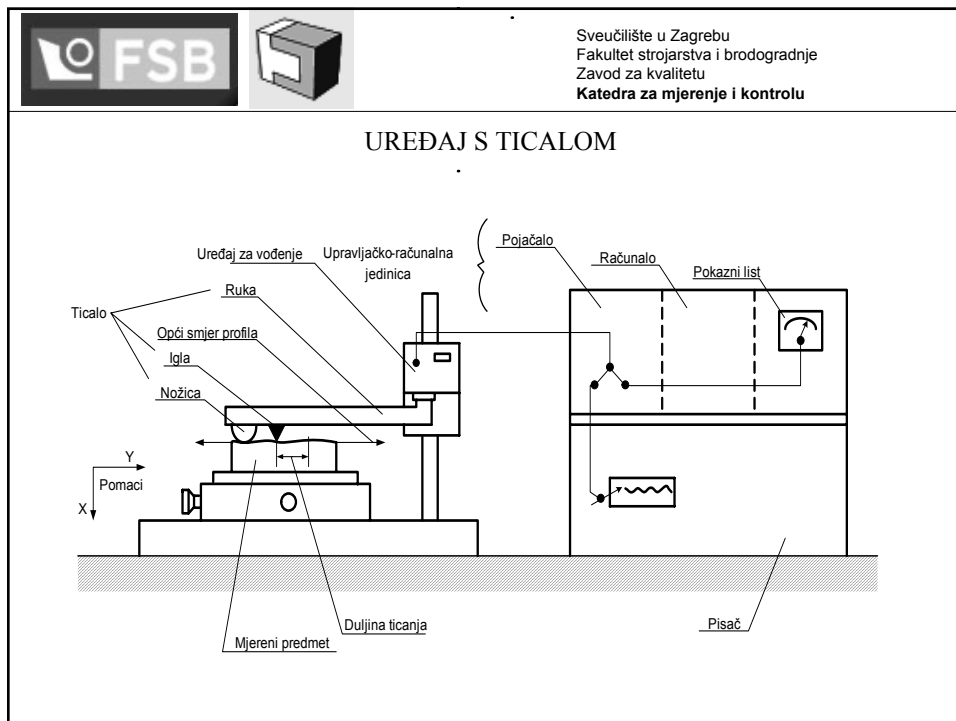
### Dozvoljena odstupanja za navedenu graničnu vrijednost parametra hrapavosti

**"Pravilo 16%"** za definiranu gornju granicu granične vrijednosti parametra smatra površinu zadovoljavajućom ako ne više od 16% svih mjerenih vrijednosti parametra, unutar duljine procjenjivanja, ne prelazi vrijednost navedenu na crtežu ili tehničkoj dokumentaciji. Za definiranu donju granicu granične vrijednosti parametra smatra površinu zadovoljavajućom ako ne više od 16% svih mjerenih vrijednosti parametra, unutar duljine procjenjivanja, nije ispod vrijednosti navedene na crtežu ili tehničkoj dokumentaciji.

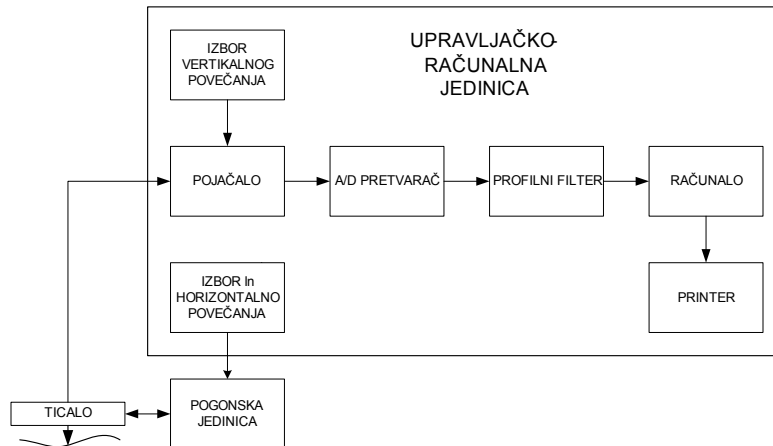
**"Pravilo max"** za definiranu graničnu vrijednost parametra smatra površinu zadovoljavajućom ako ni jedna mjerena vrijednost parametra na površini ispitivanja ne prelazi vrijednost specificiranu na crtežu ili tehničkoj dokumentaciji.



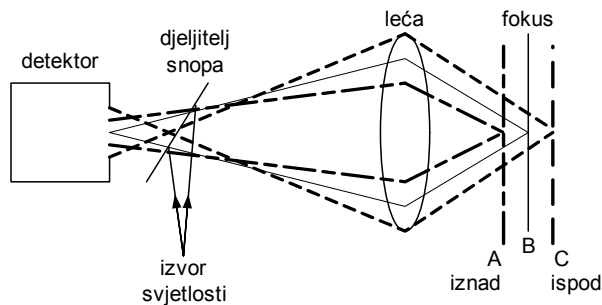
### UREĐAJ S TICALOM



### BLOK SHEMA UREĐAJA S TICALOM



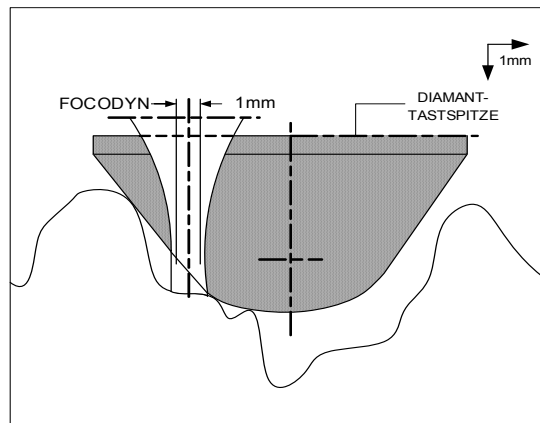
### METODE NA PRINCIPU FOKUSA



Općeniti sustav na principu fokusa

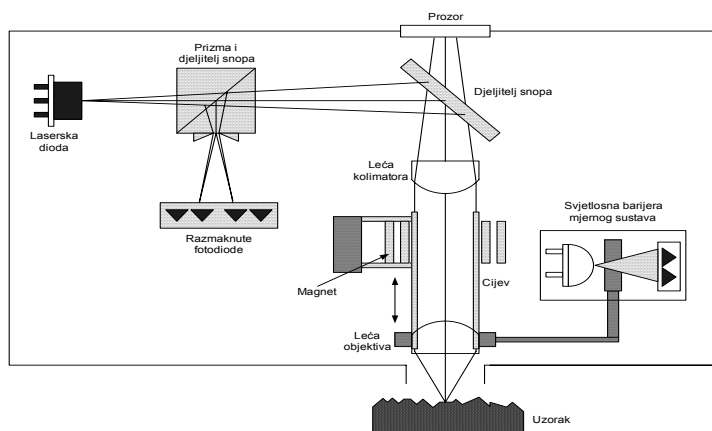


## METODE NA PRINCIPU FOKUSA



Usporedba igle ticala i fokusne zrake svjetlosti

## METODE NA PRINCIPU FOKUSA



Metoda detekcije intenziteta



LITERATURA:

1. Grupa autora, Teorija i tehnika mjerenja i podloge za vježbe FSB, 1990
2. F. T. Farago, M.A. Curtis, Handbook of Dimensional Measurements Industrial Press Inc. , New York, 1994,
3. D. M. Anthony, Engineering Metrology, Pergamon Press, New York, 1986
4. D. J. Whitehouse, Handbook of surface and nanometrology, Philadelphia, Institute of physics publishing, 2003